ROBERTO VACCA - BRUNO ARTUSO - CLAUDIA BEZZI

a scuola di Matematica

Geometria 1

ISBN 978-88-268-1511-4

Edizione

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
2009 2010 2011 2012 2013

Direzione Editoriale: Roberto Invernici
Coordinamento Editoriale: Progetti di Editoria s.r.l.
Redazione: Domenico Gesmundo, Mario Scalvini
Progetto grafico: Ufficio Tecnico Atlas
Fotocomposizione, impaginazione e disegni: GIERRE, Bergamo
Copertina: Vavassori & Vavassori
Illustrazioni: Bruno Dolif
Stampa: L.E.G.O. S.p.A. - Vicenza

Certi Car Graf
Certificazione
Cartaria, Cartotecnica, Grafica

La casa editrice ATLAS opera con il Sistema Qualità conforme alla nuova norma UNI EN ISO 9001: 2000 certificato da CISQ CERTICARGRAF.

Con la collaborazione della Redazione e dei Consulenti dell'I.I.E.A.

L'editore si impegna a mantenere invariato il contenuto di questo volume, secondo le norme vigenti.

Si ringraziano le prof.sse Barbara Vanzani ed Elisabetta Zampiceni per la collaborazione editoriale.

Il materiale illustrativo proviene dall'archivio iconografico Atlas.
L'editore è a disposizione degli aventi diritto non potuti reperire.

Atlas

PREFAZIONE

Finalità

Questo corso di matematica nasce da una **pluriennale esperienza nella scuola**, sia sotto il profilo dell'insegnamento che sotto quello della ricerca e dell'aggiornamento. Esso accoglie tutte le esigenze didattiche ed editoriali che il nuovo scenario della Scuola Italiana esige dall'insegnamento della matematica che ha assunto oggi **ampie finalità educative** e costituisce un momento importante nella formazione di ogni ragazzo.
La scuola dell'autonomia e la didattica specifica della disciplina, infatti, valorizzano sempre di più il ruolo culturale e formativo della matematica, ponendola al centro del curriculum dello studente.
In tale contesto, secondo le indicazioni ministeriali e le attese generali, un corso di matematica deve avere alcune caratteristiche indispensabili:

- stimolare la comprensione e per questo deve essere scritto in un linguaggio chiaro, semplice, accattivante e soprattutto comprensibile per uno studente di età intorno agli 11 - 14 anni;
- far capire perché gli strumenti della matematica sono indispensabili nell'affrontare e risolvere problemi;
- essere ricco di esempi, dai più semplici che servono per imparare ad usare formule o comprendere concetti, a quelli più complessi nei quali le formule e i concetti "si applicano";
- proporre un abbondante repertorio di esercizi, opportunamente graduati e non banali, che stimolino il ragionamento e la riflessione;
- utilizzare gli strumenti che la tecnologia informatica mette a disposizione della didattica;
- mettere in grado lo studente di autovalutare la propria preparazione, di capire gli errori che commette, in modo da renderlo consapevole delle proprie abilità e competenze.

Struttura

Il corso "**a scuola di matematica**" è un progetto didattico che favorisce le esigenze legate alla programmazione personale del Docente e tiene conto del problema del peso e del tetto di spesa, secondo le norme vigenti. Per questo si compone di due volumi di **Aritmetica**, tre di **Geometria** e uno di **Algebra**.
Ogni volume si articola in capitoli. In ognuno di essi sono espressamente dichiarati i **Prerequisiti** necessari per affrontare consapevolmente e con successo gli argomenti contenuti e gli **Obiettivi** che si vogliono raggiungere, suddivisi in **Conoscenze** e **Abilità**. Ogni capitolo si apre con la rubrica **Perché studiare...** che, attraverso aneddoti e informazioni tratti dalla realtà di tutti i giorni, ha lo scopo di trovare un collegamento tra i contenuti del capitolo e l'esperienza personale degli alunni.

Contenuti e impostazione didattica

Nella trattazione teorica si evidenzia la presenza di numerosi **Esempi svolti** ed **Esercizi di verifica** che, inseriti al termine di ogni paragrafo, sono volutamente di facile comprensione e soluzione. Il Docente può presentarli agli alunni subito dopo la spiegazione per l'accertamento delle conoscenze man mano acquisite.
Ogni capitolo è corredato da un **vastissimo repertorio di esercizi**, suddivisi in relazione alla scansione dei paragrafi della teoria e, per ciascun paragrafo, in due ulteriori categorie:

- Esercizi di **Comprensione della teoria**, spesso in forma di test a risposta multipla, di domande a risposta chiusa o di frasi di completamento: servono per verificare le conoscenze teoriche senza le quali non è possibile applicare i concetti studiati.
- Esercizi di **Applicazione**, inseriti dopo quelli di comprensione, sotto forma di esercizi e problemi da svolgere: mirano a sviluppare le capacità logico-deduttive, ad acquisire nuove abilità di calcolo e ad applicare le procedure più adatte a risolvere un problema. Sono esercizi che normalmente vengono svolti a casa come studio individuale.

Tutti gli esercizi sono stati suddivisi in **tre livelli di difficoltà** (ben riconoscibili dalla grafica) e comunque graduati all'interno di ciascun livello. Allo scopo di facilitare il processo di apprendimento nel testo sono presenti numerosi **Esercizi guida**, che permettono agli alunni di acquisire le principali tecniche risolutive e sono finalizzati alla comprensione e alla risoluzione delle diverse problematiche presenti.

Ogni capitolo si conclude con la proposta di una serie di:

- **Esercizi di Autovalutazione** suddivisi in due livelli: **Verifica delle conoscenze** e **Verifica delle abilità**. Tali esercizi possono essere utilizzati dallo studente per testare il proprio livello di apprendimento e diventano un valido strumento per la preparazione della prova di verifica.
- **Attività di Recupero**, sono esercizi che servono per puntualizzare e chiarire le nozioni minime di base che devono essere possedute da tutti gli alunni, anche quelli che presentano maggiori difficoltà nell'apprendimento dei contenuti. A conclusione dell'attività di recupero è poi presente una scheda di **Valutazione del recupero** per l'accertamento delle conoscenze e delle abilità.
- **Attività di Consolidamento**, sono esercizi volti a consolidare le conoscenze in precedenza acquisite e, suddivisi per livello di difficoltà, rappresentano un utile banco di prova per verificare la propria preparazione.
- **Attività di Potenziamento**, sono esercizi destinati agli studenti più capaci che vogliono mettersi alla prova con esercizi più complessi e con proposte più creative.
- **Gare di matematica**, sono esercizi assegnati nelle varie competizioni nazionali ed internazionali di matematica e, suddivisi in relazione alle scansioni dei contenuti dei testi, rappresentano un valido strumento per la valorizzazione delle eccellenze.

Ogni volume si chiude con la presenza di un **Archivio delle attività** che indica il percorso effettuato da ogni alunno nell'ambito di ogni capitolo. La raccolta dei risultati è suddivisa per aree: esercizi, valutazione, individualizzazione e obiettivi. Può essere compilata direttamente dallo studente con la supervisione del Docente e può risultare un **utile strumento di comunicazione con le famiglie**.

A completamento dei volumi di ogni anno è disponibile **on line**, sul sito della casa editrice, un abbondante **repertorio di esercizi** che ripercorre i contenuti essenziali dei capitoli di ogni volume dell'opera. Ogni blocco è strutturato secondo esercizi di conoscenza e di abilità (livello base, livello medio, livello avanzato).

Informatica per la Matematica

Alla luce delle moderne tecniche d'insegnamento un corso di matematica non può fare a meno della presenza parallela, teorica ed applicativa dell'informatica.
In ogni volume, infatti, è presente una rubrica di informatica che tratta in modo completo ed articolato alcuni software didattici, quali **Cabri Gèométre II Plus** ed **Excel**, che applicati ai capitoli di geometria ed aritmetica, portano progressivamente gli alunni ad integrare e completare i processi di apprendimento. All'interno delle esercitazioni con Excel è inoltre prevista una parte dedicata al linguaggio di programmazione **Visual Basic** che consente di creare semplici procedure software ed algoritmi di calcolo, dalla fase di scrittura del testo sorgente (*editing*) fino all'esecuzione del programma.

GLI AUTORI

I testi dei Giochi Matematici che compaiono alla fine di ogni capitolo sotto la rubrica *"Gare di Matematica"* sono stati gentilmente forniti dal *Centro Pristem-Eleusi* dell'Università Bocconi di Milano e si riferiscono alle competizioni matematiche organizzate dallo stesso Centro.

Teoria

1. La misura delle grandezze

2. I primi elementi della geometria

3. Perpendicolarità e parallelismo

4. I poligoni

5. I triangoli

5. I triangoli con Cabri

6. I quadrilateri con Cabri

7. La circonferenza e il cerchio con Cabri

8. I poligoni inscritti e circoscritti con Cabri

Appendici

La misura delle grandezze

Perché studiare le misure delle grandezze

Fin dai tempi antichi l'uomo ha avuto l'esigenza di misurare. Con la nascita delle primitive città iniziarono lentamente a concentrarsi le attività produttive, come la tessitura delle fibre, la lavorazione dei metalli, la produzione della ceramica, la compravendita del sale.
Lo sviluppo di queste iniziative fece sorgere una fitta rete di rapporti e scambi commerciali ed economici e quindi la necessità di disporre di punti di riferimento comuni per le caratteristiche più importanti delle merci di scambio.
Nacquero così i primi sistemi di misura di lunghezza, capacità e peso. Si cercarono, naturalmente, dei riferimenti che fossero facilmente ritrovabili ovunque e alla portata di tutti ed essendo gli uomini dotati di braccia, mani e piedi, le prime misure di lunghezza furono legate a parti del corpo umano. I cereali e i liquidi vennero invece quasi esclusivamente misurati in volume, mentre le misure di peso furono, all'inizio, riservate esclusivamente alla pesatura dell'oro.
Ovviamente non tutte le dita, le mani e i piedi e i recipienti vari erano uguali fra loro ed è immaginabile che

Capitolo 1

Prerequisiti

- Conoscere le caratteristiche del sistema decimale e operare con esso
- Conoscere le proprietà delle quattro operazioni
- Svolgere calcoli a mente ed in colonna con le quattro operazioni

Obiettivi

CONOSCENZE
- I multipli e i sottomultipli del S.I.
- Il concetto di peso specifico
- I sistemi di misurazione non decimale

ABILITÀ
- Trasformare una grandezza in un suo multiplo o sottomultiplo
- Operare con grandezze omogenee espresse con ordine di grandezza diverso
- Risolvere problemi inerenti al peso specifico
- Operare con sistemi di misura non decimali

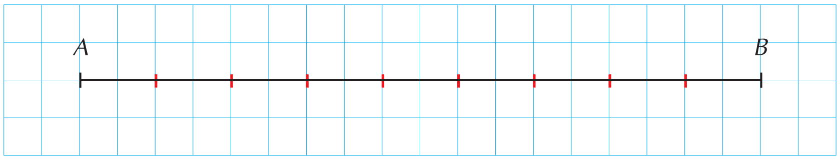
già allora i furbi e i disonesti avessero buon gioco e che non mancassero liti e discussioni. Anche due libri sacri come la Bibbia e il Corano affrontarono questo problema. A tal riguardo nella Bibbia (Levitico) leggiamo che Mosè scrisse: "Non commetterete ingiustizie nei tribunali, né con misure di lunghezza, né con i pesi... avrete stadere giuste, pesi giusti... affinché i vostri giorni siano prolungati sulla terra che l'Eterno vi dà".
Nel Corano invece troviamo: "Nel nome di Dio clemente e misericordioso, guai ai frodatori di peso, guai a coloro i quali, quando richiesti di una misura, la prendono più piccola e quando pesano o misurano (per vendere) agli altri, la prendono più grande".
Col passare dei secoli le misure di lunghezza e di peso vennero definite con maggiore esattezza e si costruirono dei campioni di riferimento che, dotati del sigillo e del nome del signore del luogo, venivano depositati e custoditi, a cura dei sacerdoti, presso i templi sacri delle città e riconosciuti da tutti gli abitanti.
Alla fine del 17mo secolo, soprattutto in Europa, si sentì la necessità di dare a tutte le grandezze misurabili un comune denominatore, un'unificazione dei pesi e delle misure. A tal riguardo basterà dire che nella sola Europa esistevano ben 22 diverse misure di peso e di lunghezza. Spesso per una stessa grandezza venivano utilizzate unità di misura diverse a seconda della materia misurata: grano, birra, profumi. Nacque così il metro a cui è legato il decimetro cubo che corrisponde al litro (vedi approfondimento) il quale, a sua volta può essere fatto corrispondere al chilogrammo.

1 Misurare una grandezza

esercizi pag. 116

Per chiarire il significato di misura facciamo un esempio. Supponiamo di dover misurare il segmento rappresentato in ***figura 1***. Se non disponiamo di particolari strumenti di misura possiamo sfruttare la quadrettatura del foglio e dire che AB misura 18 quadretti. Se invece possediamo un righello, dobbiamo confrontare il segmento con i centimetri che vi sono segnati: scopriamo che il centimetro "sta" 9 volte nel segmento. Concludiamo che il valore della misura è 9 cm.

Figura 1



In generale possiamo dire che nel concetto di misura entrano in gioco tre fattori:

a. la grandezza da misurare;
b. l'unità di misura;
c. il valore della misura.

Definizione. Misurare una grandezza significa confrontarla con una grandezza dello stesso tipo, assunta come **unità di misura**, per stabilire quante volte quest'ultima è contenuta nella grandezza che vogliamo misurare.

E' ovvio che potremo confrontare fra loro solo grandezze che si riferiscono alla stessa caratteristica: così, ad esempio la lunghezza di un temperino può essere messa in relazione alla lunghezza di un bastone, il peso di un cellulare con il peso di uno zaino, la superficie di una piastrella con la superficie di un campo di calcio. Diremo dunque che:

Regola. Per essere confrontate tra loro due grandezze devono essere **omogenee**, ovvero della stessa natura.

Se due grandezze sono tra loro omogenee sarà inoltre possibile sommarle o sottrarle ottenendo ancora una grandezza omogenea con le due iniziali.

1.1 Il sistema internazionale di misura

Affinché le misure abbiano significato è opportuno che le unità di misura siano le stesse in ogni parte del mondo e definite con grande precisione. Per questo motivo è stato istituito un **Sistema Internazionale delle unità di misura** (abbreviato in **S.I.**) che stabilisce universalmente le sette unità di misura fondamentali.

Grandezza	Unità	Simbolo
Lunghezza	**metro**	m
Massa	**Chilogrammo**	kg
Tempo	**Secondo**	s
Intensità di corrente elettrica	**Ampere**	A
Temperatura termodinamica	**Kelvin**	K
Quantità di materia	**Mole**	mol
Intensità luminosa	**Candela**	cd

Il linguaggio della matematica

Il termine **grandezza** in matematica indica tutto ciò che può essere misurato.

Se per misurare lo stesso segmento avessimo utilizzato come unità di misura il millimetro, avremmo concluso che il valore della misura è di 90 mm. Il valore numerico che esprime la misura della grandezza, quindi, dipende dall'unità di misura che si sceglie.

Il linguaggio della matematica

Bisogna prestare attenzione alla **posizione dei simboli delle unità di misura**.
Le convenzioni internazionali stabiliscono che bisogna porre ***il simbolo sempre dopo il numero ad esso riferito***: ad esempio

10 m e non m ~~10~~

Fa eccezione l'unità monetaria. È corretto scrivere

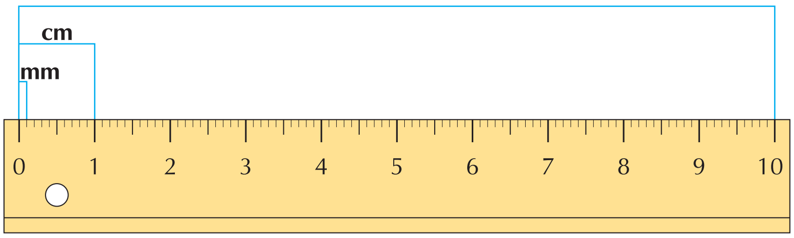
€ 10 000

con il simbolo € prima della cifra. Quando invece si utilizza la parola Euro si scrive dopo la cifra, ad esempio:

10 000 Euro.

Nel corso di questi tre anni di scuola utilizzeremo solo tre grandezze fondamentali: il metro, il secondo e il chilogrammo. Vedremo come molte delle altre grandezze utilizzate (ad esempio il litro) sono derivate da una delle grandezze fondamentali.
Come abbiamo fatto per la costruzione dei numeri nel volume di Aritmetica 1, si è stabilito di utilizzare il sistema decimale anche per la misura delle grandezze e per questo viene chiamato anche **sistema metrico decimale** (*métron* = *misura* in greco).
In esso i multipli procedono sempre di 10 in 10. Sono, cioè, 10, 100, 1 000, 10 000 ... volte più grandi dell'unità di base. I sottomultipli, allo stesso modo, saranno 10, 100, 1 000, 10 000 ... volte più piccoli dell'unità di base (***figura 2***).

Figura 2
Ogni ordine di grandezza del sistema metrico decimale è 10 volte più grande del precedente.



Una direttiva CEE sancisce che dal 1 gennaio 1990 debbano essere impiegate in Italia solo misure del S.I.

La tabella che segue riporta la successione delle denominazioni e dei simboli dei diversi ordini di grandezza relativi a multipli e sottomultipli del sistema metrico decimale in ordine decrescente. Per avere la denominazione completa devi aggiungere il nome dell'unità di misura. Ad esempio per la misura della lunghezza useremo il **kilo*metro*** = 1 000 metri; per la misura del peso useremo il **kilo*grammo*** = 1 000 grammi (che nella forma italiana corrente diventano *chilometro* e *chilogrammo*).

TABELLA GENERALE DEI MULTIPLI E DEI SOTTOMULTIPLI DEL SISTEMA INTERNAZIONALE

Nome	Simbolo	Fattore moltiplicativo	
exa	E	1 000 000 000 000 000 000	1 miliardo di miliardi
peta	P	1 000 000 000 000 000	1 milione di miliardi
tera	T	1 000 000 000 000	1000 miliardi
giga	G	1 000 000 000	1 miliardo
mega	M	1 000 000	1 milione
chilo	k	1 000	mille
etto	h	100	cento
deca	da	10	dieci
unità	u	1	uno
deci	d	0,1	1 decimo
centi	c	0,01	1 centesimo
milli	m	0,001	1 millesimo
micro	μ	0,000 001	1 milionesimo
nano	n	0,000 000 001	1 miliardesimo
pico	p	0,000 000 000 001	0,001 miliardesimi
femto	f	0,000 000 000 000 001	1 milionesimo di miliardesimo
atto	a	0,000 000 000 000 000 001	1 miliardesimo di miliardesimo

?! Verifica

① Quali delle seguenti affermazioni sono vere e quale è falsa:

a. l'altezza di una persona e la lunghezza di una riga sono grandezze omogenee V F
b. lo spessore di un tubo e il suo volume non sono grandezze omogenee V F
c. la superficie di una stanza e la distanza tra le due pareti sono grandezze omogenee. V F

② Associa gli elementi della prima riga con i rispettivi simboli della seconda riga:

a. metro	**b.** micro	**c.** nano	**d.** secondi	**e.** chilogrammi	**f.** mega	**g.** exa	**h.** pico
1. n	**2.** s	**3.** kg	**4.** p	**5.** μ	**6.** E	**7.** M	**8.** m

③ Il termine giga corrisponde a:

a. 1 000 miliardi; **b.** 1 miliardesimo;
c. 1 miliardo; **d.** 1 milione di miliardi.

④ Quale delle seguenti scritture esprime grandezze in ordine crescente?

a. giga, exa, pico, nano; **b.** pico, giga, exa, nano;
c. etto, mega, tera, exa; **d.** deci, micro, femto, atto.

2 La misura della lunghezza

esercizi pag. 118

L'unità di misura base della lunghezza è il **metro** (simbolo **m**). In origine venne definito come *«La quarantamilionesima parte del meridiano terrestre»*, ma con il passare degli anni si è sentita la necessità di avere un riferimento sempre più preciso.
Per questo motivo nel 1983 durante la Conferenza Generale dei Pesi e delle Misure, tenutasi a Parigi, si adottò la seguente nuova definizione:

Definizione. Il **metro** è definito come la distanza percorsa dalla luce nel vuoto in un intervallo di tempo pari a $\frac{1}{299792458}$ di secondo.

Questa nuova definizione è "più facile" da utilizzare in quanto si ritiene che la velocità della luce nel vuoto sia una costante universale; in questo modo, qualunque laboratorio della Terra può sempre riprodurre con grandissima precisione il metro campione.

Le unità di misura della lunghezza procedono per multipli e sottomultipli di 10 secondo lo schema rappresentato nella seguente tabella.

SCHEMA DEI MULTIPLI E DEI SOTTOMULTIPLI DEL METRO

	Unità di misura	Simbolo	Equivalenze in metri
Multipli	*Chilometro*	**km**	1 km = 10 hm = 100 dam = 1 000 m
	Ettometro	**hm**	1 hm = 10 dam = 100 m
	Decametro	**dam**	1 dam = 10 m
	Metro	**m**	**Unità base**
Sottomultipli	*Decimetro*	**dm**	1 dm = 0,1 m
	Centimetro	**cm**	1 cm = 0,1 dm = 0,01 m
	Millimetro	**mm**	1 mm = 0,1 cm = 0,01 dm = 0,001 m

Un errore frequente nella soluzione delle equivalenze è non riconoscere con precisione il numero di salti da compiere e pertanto il numero di zeri da considerare.
Per ovviare a tale inconveniente può essere utile fare la suddivisione in cifre; così ad esempio 25,7 dm corrisponde a:

2 m
5 dm
7 cm

Se, ad esempio, devo trasformare la misura in questione in hm devo considerare uno 0 per i dam e uno 0 per gli hm. Pertanto:

25,7 dm = 0,0257 hm.

Nelle equivalenze, per trasformare una misura da una unità ad un'altra multipla della prima, si divide per 10, 100, 1000 ... Viceversa per trasformare una unità in un'altra sottomultipla della prima si moltiplica per 10, 100, 1000 ... Osserva i seguenti esempi.

Esempi

1 25,7 dm = 0,0257 hm; (: 1000) 18 000 cm = 1,8 hm; (: 10 000) 0,031 km = 31 000 mm. (· 1 000 000)

?! Verifica

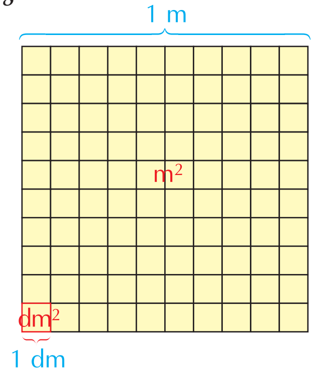
① Rispondi alle seguenti domande:
a. a quanti dam corrisponde 1 cm?
b. a quanti hm corrisponde 1 km?
c. a quanti m corrisponde 1 mm?

Completa le seguenti equivalenze relative a misure di lunghezza.

② **a.** 35 m = ... cm; **b.** 47 dm = ... m; **c.** 8 dam = ... cm.

③ **a.** 34 hm = ... km; **b.** 8 500 mm = ... dam; **c.** 349 m = ... hm.

Figura 3



3 La misura della superficie

esercizi pag. 122

L'unità di misura base di superficie è il **metro quadrato** (simbolo **m²** o **mq**), definito come la superficie di un quadrato con il lato lungo un metro (***figura 3***). Il metro quadrato è un'unità di **misura derivata** perché si ricava dal metro.
Osservando attentamente la tabella dei multipli e dei sottomultipli del metro quadrato, notiamo che per eseguire le **equivalenze**, cioè per trasformare una unità in un'altra, multipla della prima, occorre dividere per 100, 10 000, 1 000 000, etc., mentre per trasformare una unità in un'altra sottomultipla della prima, occorre moltiplicare per 100, 10 000, 1 000 000, etc.

SCHEMA DEI MULTIPLI E DEI SOTTOMULTIPLI DEL METRO QUADRATO

	Unità di misura	Simbolo	Equivalenze in metri quadrati
Multipli	*Chilometro quadrato*	**km²**	1 km² = 100 hm² = 10000 dam² = 1000000 m²
	Ettometro quadrato	**hm²**	1 hm² = 100 dam² = 10000 m²
	Decametro quadrato	**dam²**	1 dam² = 100 m²
	Metro quadrato	**m²**	**Unità di base**
Sottomultipli	*Decimetro quadrato*	**dm²**	1 dm² = 0,01 m²
	Centimetro quadrato	**cm²**	1 cm² = 0,01 dm² = 0,0001 m²
	Millimetro quadrato	**mm²**	1 mm² = 0,01 cm² = 0,0001 dm² = 0,000001 m²

Per spiegarne il motivo riconsideriamo la definizione di metro quadrato e disegniamolo dividendo i suoi lati in 10 parti (rivedi la ***figura 3***). Abbiamo così ottenuto 100 quadratini, ciascuno dei quali ha il lato lungo 1 dm (cioè area uguale a 1 dm^2). Possiamo quindi dire che:

$$1\ \text{m}^2 = 100\ \text{dm}^2.$$

Se volessimo suddividere ulteriormente i lati di ogni quadratino di 1 dm^2 in altri 100 quadratini, otterremmo un totale di $100 \cdot 100 = 10000$ quadratini, ciascuno dei quali ha il lato lungo 1 cm; pertanto:

$$1\ \text{dm}^2 = 100\ \text{cm}^2 \qquad \text{e} \qquad 1\ \text{m}^2 = 100\ \text{dm}^2 = 10000\ \text{cm}^2$$

HELP

Per trasformare 25400 m^2 in hm^2 dobbiamo effettuare la scomposizione in cifre a gruppi di due da sinistra:

00 m^2 54 dam^2 2 hm^2

pertanto:

$25400\ \text{m}^2 = 2{,}54\ \text{hm}^2$

Esempi

1. $25400\ \text{m}^2 \xrightarrow{:\,10000} 2{,}54\ \text{hm}^2$; $\quad 0{,}00235\ \text{km}^2 \xrightarrow{\cdot\,10000000000} 23500000\ \text{cm}^2$; $\quad 35\ \text{m}^2 \xrightarrow{\cdot\,1000000} 35000000\ \text{mm}^2$.

3.1 Le misure agrarie

Per la misurazione dei terreni agricoli vengono utilizzate altre unità di misura che derivano dalle misure di superfici: l'unità base è l'**ara**.

SCHEMA DELLE MISURE AGRARIE

	Unità di misura	Simbolo	Equivalenze in metri quadrati
Multipli	*Ettaro*	**ha**	1 ha = 1 hm^2 = 100 dam^2 = 10000 m^2 = 100 a
Unità base	*Ara*	**a**	1 a = 1 dam^2 = 100 m^2
Sottomultipli	*Centiara*	**ca**	1 ca = 1 m^2 = 0,01 a

Esempi

1. $25\ \text{ha} \xrightarrow{\cdot\,100} 2\,500\ \text{a}$; $\quad 35\,628\ \text{ca} \xrightarrow{:\,100} 356{,}28\ \text{a}$; $\quad 0{,}48\ \text{ha} \xrightarrow{\cdot\,10000} 4\,800\ \text{ca}$.

?! Verifica

① Rispondi alle seguenti domande:
- **a.** a quanti m^2 corrisponde 1 cm^2 ?
- **b.** A quanti dam^2 corrisponde 1 km^2 ?
- **c.** A quanti dm^2 corrisponde 1 mm^2 ?

Completa le seguenti equivalenze relative a misure di superficie.

② **a.** 3,52 m^2 = ... mm^2; **b.** 47000 dm^2 = ... m^2; **c.** 0,17 dam^2 = ... cm^2.

③ **a.** 54 hm^2 = ... km^2; **b.** 8100 mm^2 = ... dm^2; **c.** 3 m^2 = ... hm^2.

④ Rispondi alle seguenti domande:
- **a.** qual è l'unità di misura base delle misure agrarie?
- **b.** Quali sono i multipli e i sottomultipli delle misure agrarie?

c. A quanti metri quadrati equivale l'ettaro?
d. A quanti metri quadrati equivalgono 100 centiare?
e. Quanti ettari occorrono per formare un chilometro quadrato?

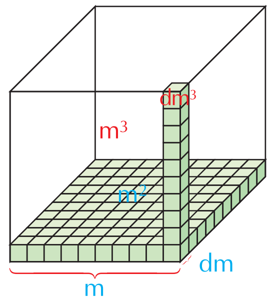
⑤ Completa le seguenti equivalenze relative a misure agrarie:
a. 6,3 ha = ... hm^2; b. 1432 ca = ... a; c. 715,31 a = ... m^2.

4 La misura del volume

esercizi pag. 126

L'unità di misura base del volume è il **metro cubo** (simbolo **m^3** o **mc**) definito come il volume di un cubo che ha lo spigolo lungo 1 m (***figura 4***). Anche il metro cubo è una unità di **misura derivata** dal metro.
Osservando attentamente la tabella dei multipli e dei sottomultipli del metro cubo, notiamo che per passare da una unità ad un'altra, multipla della prima, occorre dividere per 1 000, 1 000 000, 1 000 000 000, etc, mentre per trasformare una unità in un'altra sottomultipla della prima, occorre moltiplicare per 1 000, 1 000 000, 1 000 000 000, etc.

Figura 4



SCHEMA DEI MULTIPLI E DEI SOTTOMULTIPLI DEL METRO CUBO

	Unità di misura	Simbolo	Equivalenza in metri cubi
Multipli	*Chilometro cubo*	**km^3**	1 km^3 = 1000 hm^3 = 1 000 000 dam^3 = 1 000 000 000 m^3
	Ettometro cubo	**hm^3**	1 hm^3 = 1000 dam^3 = 1 000 000 m^3
	Decametro cubo	**dam^3**	1 dam^3 = 1000 m^3
	Metro cubo	**m^3**	**Unità base**
Sottomultipli	*Decimetro cubo*	**dm^3**	1 dm^3 = 0,001 m^3
	Centimetro cubo	**cm^3**	1 cm^3 = 0,001 dm^3 = 0,000001 m^3
	Millimetro cubo	**mm^3**	1 mm^3 = 0,001 cm^3 = 0,000001 dm^3 = 0,000000001 m^3

Per spiegarne il motivo riprendiamo la definizione di metro cubo e disegniamolo dividendo i suoi spigoli in 10 parti (rivedi la ***figura 4***). Abbiamo ottenuto 10 strati da 100 cubetti ciascuno, cioè complessivamente 1 000 cubetti, ognuno dei quali ha lo spigolo lungo 1 dm (cioè volume uguale a 1 dm^3), pertanto:

$$1\ m^3 = 1000\ dm^3.$$

Esempi

1 $5\ dm^3 \xrightarrow{:1000} 0{,}005\ m^3$; $9000\ m^3 \xrightarrow{:1000} 9\ dam^3$; $0{,}0006\ hm^3 \xrightarrow{\cdot 1000000000} 600000\ dm^3$.

?! Verifica

① Rispondi alle seguenti domande:
a. a quanti m^3 corrisponde 1 cm^3 ?
b. A quanti m^3 corrisponde 1 hm^3 ?
c. A quanti cm^3 corrisponde 1 mm^3 ?

Completa le seguenti equivalenze relative a misure di volume.

② **a.** 58 m^3 = ... cm^3; **b.** 37 500 dm^3 = ... m^3; **c.** 0,187 dam^3 =........ dm^3.

③ **a.** 249 hm^3 = ... km^3; **b.** 9 200 mm^3 = ... dm^3; **c.** 3 m^3 = ... cm^3.

5 La misura della capacità

esercizi pag. 128

Nella tabella delle sette unità di misura fondamentali (vedi paragrafo 1.1) non esiste alcuna misura relativa alla capacità. Il motivo di ciò è legato al fatto che l'unità di misura della capacità è il **litro** (simbolo ℓ), che corrisponde al volume di un decimetro cubo ed è quindi un'unità di misura derivata dal metro (vedi approfondimento a fondo pagina).

Nelle equivalenze con le misure di capacità devi prestare attenzione al fatto che i multipli e i sottomultipli si ottengono dividendo o moltiplicando per 10, 100, 1 000. Un errore frequente è considerare anche per la misura di capacità salti formati da tre cifre. Ad esempio:

$$0{,}5\ \ell = 5\ \text{dl}$$

e non 500 dl.

SCHEMA DEI MULTIPLI E DEI SOTTOMULTIPLI DEL LITRO

	Unità di misura	Simbolo	Equivalenze in litri
Multipli	*Kilolitro*	**kl**	1 kl = 10 hl = 100 dal = 1 000 ℓ
	Ettolitro	**hl**	1 hl = 10 dal = 100 ℓ
	Decalitro	**dal**	1 dal = 10 ℓ
	Litro	***ℓ***	**Unità base**
Sottomultipli	*Decilitro*	**dl**	1 dl = 0,1 ℓ
	Centilitro	**cl**	1 cl = 0,1 dl = 0,01 ℓ
	Millilitro	**ml**	1 ml = 0,1 cl = 0,01 dl = 0,001 ℓ

Per quanto riguarda le **equivalenze** ricordiamo solo che ogni unità corrisponde a 10 unità dell'ordine inferiore e ci limitiamo a fare alcuni esempi.

Esempi

1. 12 ℓ = 12 000 ml; 0,00037 hl = 37 ml; 15 dl = 0,15 dal.

· 1 000 · 100 000 : 100

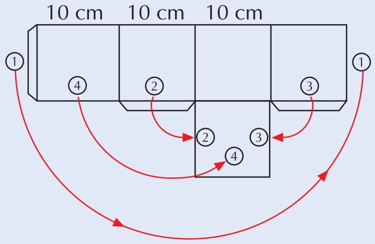
MATEMATICA E SCIENZA

Relazione fra litri e decimetri cubi

Spesso, nella vita di tutti i giorni, sentiamo parlare indifferentemente di capacità o di volume di un recipiente. Benché volume e capacità misurino la stessa grandezza, definiamo il **volume** come lo spazio occupato dal corpo stesso, considerato quindi pieno; la **capacità** come la quantità di liquido che può essere contenuta in un corpo, considerato cavo o vuoto.
Diciamo infatti: "questa lattina contiene 33 cl di bevanda" o, che è lo stesso, "la capacità di questa lattina è 33 cl". In termini più scientifici avremmo dovuto dire: "il volume di questa lattina è di 330 cm^3". In questa scheda vogliamo proporre i ragionamenti che portano a collegare fra loro due unità di misura (litro e metro cubo) apparentemente diverse.
Prendi un cartoncino piuttosto spesso e impermeabile dalle dimensioni minime di 25 cm · 50 cm e dise-

gna su di esso la ***figura 5*** che rappresenta lo sviluppo di un cubo (senza coperchio superiore) con volume di 1 dm^3.
Con un paio di forbici taglia il contorno della figura; piega quindi le linguette ed unisci con della colla le linguette con i lati corrispondenti (indicati con lo stesso numero).
Quando la colla è asciutta, ripassa gli spigoli con dello scotch adesivo in modo da ridurre al minimo le perdite di acqua.
Riempi fino all'orlo il cubo con un liquido qualsiasi (per comodità potrebbe essere acqua). Versa ora il liquido contenuto nel cubo all'interno di una bottiglia da litro (o meglio in un cilindro graduato).
Se hai svolto correttamente tutta la procedura ti accorgi della corrispondenza esatta tra 1 dm^3 e 1 ℓ. L'uguaglianza 1 $dm^3 = 1 \ell$ può essere estesa ovviamente anche ai multipli e ai sottomultipli. In particolare, 1 m^3 = 1 kl e 1 cm^3 = 1 ml.

Figura 5



?! Verifica

Completa le seguenti equivalenze relative a misure di capacità.

① **a.** 34 hl = ... ℓ; **b.** 345 cl = ... dal; **c.** 56 800 ml = ... dl.

② **a.** 0,035 kl = ... cl; **b.** 6,78 ℓ = ... ml; **c.** 5 893 cl = ... dal.

③ Rispondi alle seguenti domande:
a. a quanti dm^3 corrispondono 10 dl?
b. A quanti m^3 corrispondono 100 ℓ?
c. A quanti cm^3 corrispondono 100 ml?

6 La misura della massa

esercizi pag. 132

Iniziamo lo studio sulla misura della massa partendo dalla sua definizione:

Definizione. La **massa** di un corpo è la quantità di materia in esso contenuta indipendentemente dalla posizione.

Nella tabella delle sette unità di misura fondamentali (paragrafo 1) abbiamo riportato che la massa di un corpo si misura in kg. Nell'uso comune la parola massa è sostituita dalla parola "peso". In realtà massa e peso di un corpo esprimono due grandezze diverse (vedi approfondimento di pagina seguente). Poiché sulla Terra i due valori si discostano uno dell'altro di pochissimo, possiamo stabilire di utilizzare indifferentemente i due termini.
Fino a qualche tempo fa il chilogrammo era definito come *«il peso di un volume di un decimetro cubo di acqua distillata alla temperatura di* 4°C*»*. Il Sistema Internazionale di misura ha adottato la seguente definizione:

Definizione. Il **chilogrammo** è definito come il peso del prototipo di platino-iridio conservato a Sèvres in Francia.

Facendo riferimento alla tabella di pagina seguente notiamo che per passare da una unità ad un'altra, multipla della prima, è necessario dividere la prima per 10, 100, 1 000, etc., mentre per passare da una unità ad un'altra, sottomultipla della prima, è necessario moltiplicare la prima per 10, 100, 1 000, etc.
Sempre riguardo ai pesi, sentiamo spesso parlare di quintali (100 kg) e di tonnellate (1 000 kg). Queste misure pur essendo ancora usate non hanno alcun

Il linguaggio della matematica

Nello svolgere le equivalenze devi prestare attenzione al fatto che tra kg e q vi è un salto di due posti. Questo salto è in realtà occupato dai miriagrammi ma tale unità di misura è praticamente inutilizzata:

1 miriagrammo = 10 kg = 0,1 q

valore per legge. Il modo corretto di esprimersi è quello di sostituire ai quintali le centinaia di kg e alle tonnellate i **megagrammi** (equivalente a 1 000 000 di grammi, ovvero a 1 000 kg).

SCHEMA DEI MULTIPLI E DEI SOTTOMULTIPLI DEL CHILOGRAMMO

	Unità di misura	Simbolo	Equivalenza in chilogrammi
Multipli	*Megagrammo* (tonnellata)	**Mg** **(t)**	1 Mg = 1000 kg
	Quintale	**q**	1 q = 100 kg
	Chilogrammo	**kg**	**Unità base**
Sottomultipli	*Ettogrammo*	**hg**	1 hg = 0,1 kg
	Decagrammo	**dag**	1 dag = 0,1 hg = 0,01 kg
	Grammo	**g**	1 g = 0,1 dag = 0,01 hg = 0,001 kg
	Decigrammo	**dg**	1 dg = 0,1 g = 0,01 dag = 0,001 hg = 0,0001 kg
	Centigrammo	**cg**	1 cg = 0,1 dg = 0,01 g = 0,001 dag = 0,0001 hg = 0,00001 kg
	Milligrammo	**mg**	1 mg = 0,1 cg = 0,01 dg = 0,001 g = 0,0001 dag = 0,00001 hg = = 0,000001 kg

Esempi

1 280 g $\xrightarrow{\cdot 100}$ 28 000 cg; 67 kg $\xrightarrow{\cdot 1000}$ 67 000 g; 102 dg $\xrightarrow{:1000}$ 0,102 hg.

MATEMATICA E SCIENZA

La massa e il peso di un corpo

La **forza peso** esprime una grandezza in relazione con la gravità della Terra e si misura con il *dinamometro*. Questo strumento consiste in un cilindro graduato che contiene una molla cui si collega, tramite un gancio, il peso da misurare. L'allungamento della molla, provocato dall'attrazione di gravità esercitata dalla Terra sull'oggetto, indica sulla scala graduata il peso del corpo. Se fossimo in grado di ripetere la misura in un altro punto dell'Universo, troveremmo misure diverse (un peso di 50 kg sulla Terra corrisponde a circa 8,3 kg sulla Luna). Approssimativamente possiamo dire che sulla Terra la massa di un corpo e il suo peso vengono descritti dallo stesso numero. Dobbiamo però tenere presente che anche sulla Terra il valore numerico varia a seconda della posizione (un peso di 50 kg misurato a Roma corrisponde a 49,9 kg sul Monte Bianco, a 50,1 kg al Polo Nord e a 12,5 kg ad una distanza di 6 400 km dalla Terra).

Nella pratica quotidiana spesso usiamo il kg-peso per indicare in realtà il kg-massa: quando diciamo "Luigi pesa 35 kg", intendiamo dire che Luigi è attratto dal pianeta Terra con una forza di 35 kg, ma più correttamente dovremmo dire che "la massa di Luigi è 35 kg". Sulla Luna invece il peso di Luigi è di circa 6 kg (mentre la sua massa resta 35 kg).

?! Verifica

Completa le seguenti equivalenze relative a misure di peso.

① **a.** 15 dag = ... cg; **b.** 0,0056 mg = ... g; **c.** 4 Mg = ... hg.

② **a.** 56 dg = ... cg; **b.** 456 g = ... kg; **c.** 56 832 dg = ... hg.

7 Il peso specifico

esercizi pag. 135

Nel definire le unità di misura della massa (paragrafo 6) abbiamo detto che 1 dm^3 di acqua distillata a 4°C pesa 1 kg. Se consideriamo ora tre cubi composti da tre sostanze diverse ma con volume uguale a 1 dm^3 e misuriamo i loro pesi avremo i seguenti valori:

- 1 dm^3 di **ferro** ⟶ pesa 7,8 kg
- 1 dm^3 di **piombo** ⟶ pesa 11,35 kg
- 1 dm^3 di **ghiaccio** ⟶ pesa 0,88 kg

Ogni sostanza, a parità di volume, ha un suo peso caratteristico che prende il nome di peso specifico (lo indichiamo con *Ps*). Possiamo quindi dire che:

Definizione. Il **peso specifico** di una sostanza è il **peso per unità di volume** della sostanza stessa ovvero il rapporto fra peso (in kg) e volume (in dm^3); in simboli:

$$Ps = P : V$$

Nella tabella seguente sono riportati i pesi specifici di alcuni elementi e materiali tra i più comuni.

PESI SPECIFICI DI ALCUNE SOSTANZE					
Acqua (a 4° C) = 1					
Acciaio	7,86	Cemento	1,95	Marmo	2,6
Acqua ossigenata	1,465	Creta	1,8	Mattoni	1,4
Alcool etilico	0,8	Cristallo	2,6	Mercurio	13,596
Alluminio	2,6	Cuoio	0,86	Naftalina	1,15
Amianto	2,1	Diamante	3,5	Nichelio	8,35
Ammoniaca	1,5	Ferro	7,8	Olio di oliva	0,91
Ardesia	2,65	Gesso	0,97	Oro	19,3
Argento	10,50	Ghiaccio	0,88	Ottone	8,5
Argilla	1,5	Ghiaia	1,8	Paraffina	0,87
Asfalto	1,1	Ghisa	6,7	Petrolio	0,80
Basalto	2,7	Gomma	0,92	Piombo	11,35
Benzolo	0,879	Grafite	1,9	Platino	21,3
Bronzo	8,75	Granito	2,51	Rame	8,9
Calce viva	0,9	Legno di pino, larice, abete	0,5	Sodio	0,97
Caucciù	0,92	Legno di faggio	0,85	Stagno	7,3
Carbon fossile	1,2	Magnesio	1,74	Sughero	0,24
Carbone di legna	0,4	Malta	1,6	Zinco	6,8
Carta	0,7	Manganese	7,42	Zolfo	1,93

Quando diciamo che il peso specifico del vetro è 2,5 intendiamo dire che:

- 1 dm^3 di vetro ⟶ pesa 2,5 kg

- 1 cm^3 di vetro ⟶ pesa 2,5 g
- 1 m^3 di vetro ⟶ pesa 2,5 Mg (2 500 kg)

Esiste dunque una corrispondenza tra l'unità di misura del volume e quella del peso. Ricordando anche (paragrafo 5) che la capacità è un volume, possiamo codificare in una tabella le equivalenze tra volume, capacità e peso.

VOLUME	CAPACITÀ	PESO
cm^3	Millilitri (ml)	Grammi (g)
dm^3	Litri (ℓ)	Chilogrammi (kg)
m^3	Kilolitri (kl)	Megagrammi (Mg)

Per non confondersi nell'uso della tabella basta pensare a quanto corrispondono le grandezze in gioco. Quando parliamo di cm^3 (o di ml) stiamo trattando oggetti con un volume paragonabile a un polpastrello del tuo dito, un anello, una gomma; è quindi abbastanza ovvio considerare il grammo come unità di misura del peso. Se l'unità del volume è il dm^3 (oppure il litro) stiamo considerando un oggetto grande come una bottiglia ed è quindi ragionevole assegnare un peso espresso in kg.

HELP

Un errore frequente nella soluzione dei problemi è quello di non assegnare la corretta unità di misura alla grandezza.
La tabella precedente evita questo errore. Devi dunque ricordare l'unità di misura relativa alla grandezza da calcolare:

dm^3 → volume
kg → peso

7.1 I problemi con il peso specifico

Nei problemi relativi al peso specifico entrano in gioco tre grandezze: volume (V), peso (P) e peso specifico (Ps) legati fra loro dalla formula

$$Ps = P : V.$$

Da questa è possibile dedurre le seguenti regole inverse:

Regola. Il **peso** di un corpo si ricava moltiplicando il suo volume (V) per il relativo peso specifico (Ps); in simboli:

$$P = V \cdot Ps$$

Regola. Il **volume** di un corpo si ricava dividendo il suo peso (P) per il relativo peso specifico (Ps); in simboli:

$$V = P : Ps$$

HELP

Ai cm^3 corrispondono i g essendo il cm^3 la millesima parte del dm^3 e il grammo la millesima parte del kg; ai m^3 corrispondono i megagrammi in quanto il m^3 è mille volte il dm^3 e il megagrammo è mille volte il kg.

Esempi

1. Calcoliamo il **peso specifico** di un corpo sapendo che 0,56 dm^3 pesano 4,984 kg.
Per calcolare il peso specifico dobbiamo trovare il peso di 1 dm^3 di volume, pertanto basta dividere il peso per il volume cioè:
$$Ps = 4{,}984 : 0{,}56 = 8{,}9.$$

2. Calcoliamo il **peso** di una statua di bronzo ($Ps = 8{,}75$) che ha il volume di 460 dm^3.
Sappiamo che 1 dm^3 di bronzo pesa 8,75 kg pertanto, per calcolare il peso di 460 dm^3 della stessa sostanza, dovremo moltiplicare il peso di 1 dm^3 per il numero di dm^3 cioè:
$$P = (460 \cdot 8{,}75)\ \text{kg} = 4025\ \text{kg}.$$

3. Calcoliamo il **volume** di un oggetto d'argento ($Ps = 10{,}50$) che pesa 21 g.
Per calcolare il volume, cioè quanti cm^3 sono contenuti nei 21 grammi, dobbiamo dividere 21 per il peso di 1 cm^3 (peso specifico), quindi:
$$V = (21 : 10{,}50)\ cm^3 = 2\ cm^3.$$

?! Verifica

① Il peso specifico di una sostanza è:
a. il peso per unità di volume della sostanza stessa;
b. il volume della sostanza in relazione al suo peso;
c. il peso di un kg della sostanza stessa.

② Completa la seguente tabella relativa alle equivalenze tra volume, capacità e peso:

VOLUME	CAPACITÀ	PESO
		grammi
	litri	
metri cubi		

③ Qual è il peso specifico di una sostanza che pesa 156 kg e occupa un volume di 20 dm^3?
a. 7,8; **b.** 0,78; **c.** 78.

④ Quanti litri di acqua distillata a 4°C pesano quanto un litro di mercurio?
a. 1,3596; **b.** 1; **c.** 13,596.

8 La misura degli angoli

esercizi pag. 138

Nel primo paragrafo abbiamo visto che un sistema di misurazione si dice decimale quando le diverse unità di misura si ottengono considerando i multipli o i sottomultipli del numero 10; per passare cioè da una unità ad un'altra, sottomultipla o multipla della prima, basta moltiplicare o dividere per 10, 100, 1 000 .....
Per misurare l'ampiezza degli angoli si usa un sistema che è chiamato **sessagesimale** (da una parola latina che significa «sessanta»), perché per formare una unità di ordine superiore occorrono 60 unità di ordine inferiore.
L'unità di misura base degli angoli è il **grado** (simbolo °) che è definito come la 360-esima parte di un angolo giro.
Il grado, a sua volta, viene suddiviso in 60 **primi** (simbolo ′); ogni primo è diviso in 60 **secondi** (simbolo ″).

	Unità di misura	Simbolo	Equivalenze
	Grado	°	**Unità base**
Sottomultipli	*Primo*	′	$1° = 60'$
	Secondo	″	$1' = 60''$; $1° = (60 \cdot 60)'' = 3\,600''$

La misura di un angolo è chiamata **ampiezza** e per indicare, ad esempio, che un angolo α ha un'ampiezza di:

	25 gradi	**16 primi**	**38 secondi**
si scrive	**25°**	**16′**	**38″**

Nella scrittura degli angoli è necessario fare la seguente precisazione:

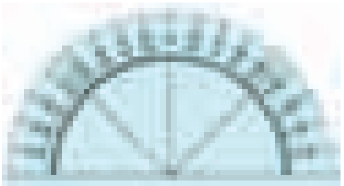
Definizione. La misura di un angolo è scritta in **forma normale** quando il valore dei primi e dei secondi è strettamente inferiore a 60.

Ad esempio:

- la misura dell'angolo $\alpha = 35°\ 45'\ 58''$ è scritta in forma normale;
- la misura dell'angolo $\beta = 230°\ 145'\ 78''$ non è scritta in forma normale poiché i primi e i secondi (cioè $145'$ e $78''$) sono superiori a 60.

Lo strumento utilizzato a scuola per misurare gli angoli è il **goniometro**, dal greco *gonia* che significa angolo e *metro* che significa misura (***figura 6***).

Figura 6



8.1 Le operazioni con le misure angolari

Per eseguire le operazioni con valori angolari sessagesimali basta prestare attenzione ad alcuni particolari accorgimenti che ora passiamo brevemente in rassegna.

La riduzione in forma normale

Vediamo con un esempio come avviene la riduzione in forma normale. Consideriamo nuovamente l'angolo $\beta = 230°\ 145'\ 78''$.

Partendo dai secondi abbiamo $78'' > 60''$. Dividiamo dunque

$$78'' : 60 = 1' \quad \text{(con resto } 18''\text{)}$$

pertanto $78'' = 1'\ 18''$. Sostituendo tale valore nella misura avremo

$$\beta = 230°\ 145'\ 78'' = 230°\ (145 + 1)'\ 18'' = 230°\ 146'\ 18''.$$

Poiché $146' > 60'$ dividiamo $\quad 146' : 60 = 2° \quad$ (con resto $26'$)

pertanto $146' = 2°\ 26'$.

Sostituendo tale valore avremo dunque

$$\beta = 230°\ 146'\ 18'' = (230 + 2)°\ 26'\ 18'' = 232°\ 26'\ 18''.$$

È possibile trasformare una misura angolare scritta nell'unità di ordine inferiore nella corrispondente forma normale. La procedura è descritta nell'esercizio guida n. 439 di pagina 139.

La trasformazione di una misura nell'unità di ordine inferiore

Consideriamo la misura angolare $\alpha = 18°\ 40'\ 34''$. Per trasformarla nell'unità di ordine inferiore, in questo caso i secondi, basta ridurre sia i gradi che i primi in secondi ed eseguire poi la somma delle misure ottenute.
Sappiamo che

$1' = 60''$; e che $\quad 1° = 60' = (60 \cdot 60)'' = 3600''$, pertanto:

$$18°\ 40'\ 34'' = (18 \cdot 3600)'' + (40 \cdot 60)'' + 34'' = 64800'' + 2400'' + 34'' = 67234''.$$

Addizione tra due o più misure angolari

Per addizionare due o più misure di angoli basta disporre le varie unità in colonna in modo che le cifre dello stesso ordine occupino la stessa colonna; si devono sommare separatamente i diversi ordini di grandezza. Il risultato ottenuto deve eventualmente essere ridotto in forma normale.
Consideriamo, ad esempio, l'addizione $\quad 23°\ 24'\ 55'' + 43°\ 49'\ 10''$.
Mettiamo in colonna gli addendi ed eseguiamo separatamente la somma per ciascun ordine:

$$\begin{array}{l} 23°\ 24'\ 55'' + \\ 43°\ 49'\ 10'' = \\ \hline 66°\ 73'\ 65'' \end{array}$$

$66°\ 73'\ 65''$ che ridotto in forma normale diventa $\quad 67°\ 14'\ 5''$.

Sottrazione tra due misure angolari

Per sottrarre due misure angolari basta disporre le varie unità in colonna in modo che le cifre dello stesso ordine occupino la stessa colonna; si esegue quindi la sottrazione separando i diversi ordini di grandezza. Nel caso che, per uno o più ordini, non si possa eseguire subito la sottrazione, bisogna prendere in pre-

stito una unità dall'ordine superiore ricordando di trasformarla in 60 unità dell'ordine inferiore.
Consideriamo, ad esempio, la sottrazione $54° \, 24' \, 19'' - 49° \, 32' \, 10''$. Siccome non possiamo eseguire la differenza nella colonna dei primi $(24' - 32')$ prendiamo in prestito dai gradi una unità:

$$\begin{array}{lll} 54° & 24' & 19'' \\ \boxed{1° =} \rightarrow & 60' & \\ \downarrow & \downarrow & \\ 53° & 84' & 19'' - \\ 49° & 32' & 10'' \\ \hline \end{array}$$

$\boxed{4° \quad 52' \quad 9''}$ $\rightarrow$ risultato

Moltiplicazione di una misura angolare per un numero naturale

Per moltiplicare una misura angolare per un numero naturale basta moltiplicare per quel numero ciascun ordine della misura. Il risultato ottenuto deve essere poi ridotto in forma normale.
Calcoliamo, ad esempio, il risultato della moltiplicazione $15° \, 22' \, 18'' \cdot 4$.

$$\begin{array}{r} 15° \, 22' \, 18'' \cdot \\ 4 \; = \\ \hline \end{array}$$

$60° \, 88' \, 72''$ $\rightarrow$ $\boxed{61° \quad 29' \quad 12''}$ $\rightarrow$ angolo ridotto in forma normale

Divisione di una misura angolare per un numero naturale

Per dividere una misura angolare per un numero naturale occorre calcolare separatamente i quozienti dei vari ordini a partire dai gradi riportando il resto nell'ordine inferiore.
Eseguiamo la divisione $112° \, 27' \, 30'' : 5$.

1. Dividiamo 112° per 5:
$112° : 5 = 22°$ $\rightarrow$ quoziente relativo ai gradi (con resto 2°)

2. Trasformiamo il primo resto ottenuto (2°) in primi: $2° = 120'$

3. Aggiungiamo ai 27′ della misura iniziale il resto trasformato in primi:
$27' + 120' = 147'$

4. Dividiamo il risultato ottenuto $(147)'$ per 5:
$147' : 5 = 29'$ $\rightarrow$ quoziente relativo ai primi (con resto 2′)

5. Trasformiamo il secondo resto (2′) in secondi: $2' = 120''$

6. Aggiungiamo ai 30″ della misura iniziale il resto trasformato in secondi:
$30'' + 120'' = 150''$

7. Dividiamo il risultato ottenuto (150″) per 5:
$150'' : 5 = 30''$ quoziente relativo ai secondi (con resto 0)

Pertanto: $112° \, 27' \, 30'' : 5 = \boxed{22° \, 29' \, 30''}$ $\rightarrow$ risultato

In forma più sintetica possiamo eseguire la divisione con un unico passaggio:

$$\begin{array}{lll} 112° & 27' & 30'' : 5 = \boxed{22° \, 29' \, 30''} \rightarrow \text{risultato} \\ \;\; 2° = 120' & & \\ \hline & 147' & \\ & \;\; 2' = 120'' & \\ \hline & & 150'' \\ & & \;\;\, 0'' \quad \leftarrow \text{resto} \end{array}$$

?! Verifica

① L'unità di misura base degli angoli è: **a.** il primo; **b.** il grado; **c.** il secondo.

② La misura di un angolo è scritta in forma normale quando:
a. il valore dei gradi, dei primi e dei secondi è inferiore a 60;
b. il valore dei gradi e dei primi è inferiore a 60;
c. il valore dei primi e dei secondi è inferiore a 60.

③ Indica qual è la forma normale della seguente misura angolare $66° \ 76' \ 128''$:
a. $66° \ 78' \ 8''$; **b.** $67° \ 17' \ 8''$; **c.** $67° \ 18' \ 8''$.

④ La misura angolare $35° \ 26' \ 32''$ trasformata nell'unità di ordine inferiore è:
a. $126\,056''$; **b.** $127\,592''$; **c.** $3692''$.

⑤ Indica qual è il risultato dell'addizione $12° \ 24' \ 36'' + 5° \ 21' \ 36'' + 25° \ 33'$:
a. $43° \ 19' \ 12''$; **b.** $44° \ 18' \ 12''$; **c.** $43° \ 20' \ 12''$.

⑥ Indica qual è il risultato della sottrazione $52° \ 10' \ 48'' - 16° \ 15' \ 36'' - 14° \ 32' \ 24''$:
a. $20° \ 23' \ 50''$; **b.** $21° \ 21' \ 47''$; **c.** $21° \ 22' \ 48''$.

⑦ Indica qual è il risultato della moltiplicazione $18° \ 15' \ 36'' \cdot 5$:
a. $91° \ 18'$; **b.** $90° \ 20' \ 45''$; **c.** $91° \ 18''$.

⑧ Indica qual è il risultato della divisione $34° \ 16' \ 48'' : 8$:
a. $5° \ 17' \ 6''$; **b.** $4° \ 17' \ 6''$; **c.** $6° \ 17' \ 6''$.

9 Le misure di tempo

esercizi pag. 144

Per la misurazione del tempo il S.I. ha adottato la seguente unità di misura:

Definizione. Il **secondo** è definito come *il tempo di 9 192 631 770 periodi della radiazione emessa in certe condizioni ben definite dal cesio-133.*

Il sistema di misurazione del tempo è un **sistema misto**. In particolare per i sottomultipli del secondo il sistema è decimale, per i multipli del secondo (minuti e ore) è un sistema sessagesimale, per i multipli delle ore è un sistema con salti di ampiezza variabile (24 per i giorni; 30 per i mesi; 12 per l'anno ...).
I multipli e i sottomultipli del secondo sono riportati nella tabella seguente.

SCHEMA DEI MULTIPLI E DEI SOTTOMULTIPLI DEL SECONDO

	Unità di misura	Simbolo	Equivalenze in secondi
Multipli	*Anno*	**A**	$1^A = 12^M = 360^g = 8640^h = 518\,400^m = 31\,104\,000^s$
	Mese	**M**	$1^M = 30^g = 720^h = 43\,200^m = 2\,592\,000^s$
	Giorno	**g**	$1^g = 24^h = 1\,440^m = 86\,400^s$
	Ora	**h**	$1^h = 60^m = 3\,600^s$
	Minuto	**m**	$1^m = 60^s$
	Secondo	**s**	**Unità di base**
Sottomultipli	*Decimo di secondo*	**d**	$1^d = 0{,}1^s$
	Centesimo di secondo	**c**	$1^c = 0{,}1^d = 0{,}01^s$

Per indicare un certo intervallo di tempo, per esempio 4 mesi, 5 giorni, 2 ore, 5 minuti e 25 secondi, scriviamo:

$$4^{M}\ 5^{g}\ 2^{h}\ 5^{m}\ 25^{s}$$

Anche per le scritture di misure di tempo è necessario fare una precisazione.

Definizione. Una misura di tempo **ridotta in forma normale** ha un numero di secondi e di minuti inferiore a 60; un numero di ore inferiore a 24; un numero di giorni inferiori a 30; un numero di mesi inferiori a 12.

Per comodità nei calcoli consideriamo l'anno di 360 giorni e il mese di 30 giorni, anche se nelle varie operazioni bancarie si ricorre all'anno civile, formato da 365 giorni.

L'anno solare dura in realtà più di 365 giorni; per recuperare le $5^{h}\ 48^{m}\ 46^{s}$, che ogni anno si perdono, si ricorre, ogni 4 anni, all'anno bisestile, costituito da 366 giorni (uno in più, il 29 febbraio). Infatti:

$5^{h}\ 48^{m}\ 46^{s} \cdot 4 = 23^{h}\ 15^{m}\ 4^{s}$,

che si avvicina con buona approssimazione a 24^{h}, cioè al giorno.

9.1 Le operazioni con le misure di tempo

Per eseguire le operazioni con le misure di tempo bisogna applicare la stessa procedura applicata per le misure angolari. Proponiamo un solo esempio per ciascuna operazione.

Esempi

1 Riduciamo in **forma normale** la misura $4^{h}\ 6^{m}\ 85^{s}$.

I secondi sono superiori a 59; dobbiamo dunque dividere $85^{s} : 60 = 1^{m}$ (con resto di 25^{s}) pertanto $85^{s} = 1^{m}\ 25^{s}$.

Sostituendo tale valore nella misura di partenza avremo $4^{h}\ 6^{m}\ 85^{s} = 4^{h}\ (6+1)^{m}\ 25^{s} = 4^{h}\ 7^{m}\ 25^{s}$.

2 Trasformiamo $23^{h}\ 35^{m}\ 32^{s}$ nell'**unità di ordine inferiore**.

Sappiamo che $1^{m} = 60^{s}$; e che $1^{h} = 60^{m} = (60 \cdot 60)^{s} = 3600^{s}$.

Pertanto: $23^{h}\ 35^{m}\ 32^{s} = (23 \cdot 3600)^{s} + (35 \cdot 60)^{s} + 32^{s} = (82800 + 2100 + 32)^{s} = 84932^{s}$.

3 Calcoliamo il risultato dell'**addizione** $37^{m}\ 24^{s} + 6^{h}\ 25^{m}\ 36^{s}$.

$$\begin{array}{l}
\quad 37^{m}\ 24^{s}\ + \\
6^{h}\ 25^{m}\ 36^{s}\ = \\
\hline
6^{h}\ 62^{m}\ 60^{s} \\
6^{h}\ 63^{m}\ = \\
\boxed{7^{h}\ \ 3^{m}}
\end{array}$$

$\rightarrow$ risultato in forma normale

4 Calcoliamo il risultato della **sottrazione** $2^{M} - 5^{g}\ 7^{m}$.

$$\begin{array}{l}
2^{M} \\
1^{M}\ 30^{g} \\
1^{M}\ 29^{g}\ 24^{h} \\
1^{M}\ 29^{g}\ 23^{h}\ 60^{m}\ - \\
\quad\ \ 5^{g} \qquad\quad 7^{m}\ = \\
\hline
\boxed{1^{M}\ 24^{g}\ 23^{h}\ 53^{m}}
\end{array}$$

$\rightarrow$ risultato

5 Calcoliamo il risultato della **moltiplicazione** $7^{h}\ 23^{s} \cdot 5$.

$$\begin{array}{l}
\quad 7^{h} \qquad 23^{s}\ \cdot \\
\qquad\qquad\quad 5\ = \\
\hline
\quad 35^{h} \qquad 115^{s} \\
\boxed{1^{g}\ 11^{h}\ 1^{m}\ \ 55^{s}}
\end{array}$$

$\rightarrow$ risultato in forma normale

6 Calcoliamo il risultato della **divisione** $8^g\ 14^h\ 27^m\ 30^s : 5$.

$8^g \quad 14^h \quad 27^m \quad 30^s : 5 = \boxed{1^g\ 17^h\ 17^m\ 30^s}$ → risultato

$3^g \cdot 24 = 72^h$

86^h

$1^h \cdot 60 = 60^m$

87^m

$2^m \cdot 60 = 120^s$

150^s

$\boxed{0}$ → resto

?! Verifica

① Indica quale delle seguenti affermazioni è sbagliata. La misura del tempo è scritta in forma normale quando:
a. il valore dei giorni e delle ore non supera rispettivamente 30 e 60;
b. il valore dei minuti e dei secondi non supera 59;
c. il valore dei mesi e delle ore non superano rispettivamente 12 e 24.

② Indica qual è la forma normale della misura di tempo $35^g\ 27^h\ 85^m\ 77^s$:
a. $1^M\ 6^g\ 4^h\ 26^m\ 17^s$; **b.** $1^M\ 7^g\ 6^h\ 25^m\ 17^s$; **c.** $1^M\ 8^g\ 6^h\ 16^m\ 7^s$.

③ La misura di tempo $15^h\ 16^m\ 14^s$ è stata trasformata nell'unità di ordine inferiore; qual è la misura corretta:
a. $54\,974^m$; **b.** $56\,974^s$; **c.** $54\,974^s$.

④ Indica qual è il risultato della addizione $6^h\ 12^m\ 22^s + 13^h\ 4^m\ 56^s$.
a. $20^h\ 17^m\ 18^s$; **b.** $19^h\ 17^m\ 18^s$; **c.** $19^h\ 17^m\ 20^s$.

⑤ Indica qual è il risultato della sottrazione $9^h\ 32^m\ 24^s - 3^h\ 12^m\ 36^s$.
a. $6^h\ 19^m\ 48^s$; **b.** $6^h\ 19^m\ 50^s$; **c.** $5^h\ 19^m\ 50^s$.

⑥ Indica qual è il risultato della moltiplicazione $2^h\ 5^m\ 24^s \cdot 3$.
a. $6^h\ 28^s$; **b.** $6^h\ 28^m$; **c.** $6^h\ 16^m\ 12^s$.

⑦ Indica qual è il risultato della divisione $1^g\ 10^h\ 12^m : 3$.
a. $11^g\ 24^h$; **b.** $11^h\ 24^m$; **c.** $11^m\ 24^s$.

MATEMATICA E GEOGRAFIA

Le unità di misura anglosassoni

Negli Stati Uniti, in Inghilterra, in Canada, e in altri paesi di lingua inglese vengono usate unità di misura diverse da quella del S.I.. Sicuramente ne avrai sentito parlare in qualche film o su qualche libro. Sono le cosidette **unità di misura anglosassoni.** Come puoi notare dalla tabella seguente, le equivalenze risultano irregolari e variabili da una misura all'altra (non c'è una scala decimale). Sono quindi più complicate di quelle del S.I..

MISURE DI VOLUME		
Misure Anglosassoni	**S.I.**	**Rapporti di equivalenza**
CUBIC YARD (yarda cubica)	0,746 m^3	1 yarda cubica = 27 piedi cubi
CUBIC FOOT (piede cubo)	28,3168 dm^3	1 piede cubo = 1 728 pollici cubi
CUBIC INCH (pollice cubo)	16,3677 cm^3	

MISURE DI LUNGHEZZA		
Misure Anglosassoni	**S.I.**	**Rapporti di equivalenza**
INCH (pollice)	2,539 cm	
FOOT (piede)	0,3048 m	1 piede = 12 pollici
YARD (yarda)	0,9144 m	1 yarda = 3 piedi
MILE (miglio terrestre)	1 609,344 m	
NAUTICAL LEAGUE (lega marina)	5 559,78 m	1 lega marina = 3 miglia nautiche
NAUTICAL MILE (miglio marino)	1 853,26 m	
CABLE (cavo)	182,88 m	

MISURE DI PESO (SISTEMA AVOIR DU POIDS)		
Misure Anglosassoni	**S.I.**	**Rapporti di equivalenza**
LONG TON (tonnellata maggiore)	1 016,04 kg	
SHORT TON (tonnellata minore)	907,185 kg	
HUNDREDWEIGHT (peso da cento)	50,80 kg	1 peso da cento = 112 libbre
STONE	6,35 kg	
POUND (libbra)	0,453 kg	1 libbra = 16 once
ONCE (oncia)	28,34 g	1 oncia = 16 dramme
DRAM (dramma)	1,77 g	
GRAIN (grano)	0,064 g	

MISURE DI CAPACITÀ (GRAN BRETAGNA)		
Misure Anglosassoni	**S.I.**	**Rapporti di equivalenza**
HOGSHEAD (botte)	572,491 ℓ	1 botte = 63 galloni
BUSHEL (staio)	36,34 ℓ	1staio = 8 galloni
GALLON (gallone)	4,546 ℓ	1 gallone = 4 quarti
QUART (quarto di gallone)	1,136 ℓ	1 quarto = 2 pinte
PINT (pinta)	0,568 ℓ	

MISURE DI SUPERFICIE		
Misure Anglosassoni	**S.I.**	**Rapporti di equivalenza**
SQUARE MILE (miglio quadrato)	2,5899 km^2	
SQUARE YARD (yarda quadrata)	0,833 m^2	
SQUARE FOOT (piede quadrato)	928,88 cm^2	1 yarda quad. = 9 piedi quad.
SQUARE INCH (pollice quadrato)	6,4465 cm^2	1 piede quad. = 144 pollici quadrati

I primi elementi della geometria

Capitolo 2

Prerequisiti

- ✗ Conoscere le caratteristiche del sistema decimale
- ✗ Conoscere le proprietà delle quattro operazioni e operare con esse
- ✗ Operare con le misure di lunghezze e angolari

Obiettivi

CONOSCENZE
- ✗ Gli enti fondamentali della geometria e le loro proprietà
- ✗ La posizione reciproca di punto, retta, piano
- ✗ Gli angoli e le loro proprietà

ABILITÀ
- ✗ Saper rappresentare gli enti geometrici fondamentali
- ✗ Confrontare ed operare con i segmenti
- ✗ Rappresentare nel piano gli angoli
- ✗ Confrontare ed operare con gli angoli

Perché studiare i primi elementi della geometria

La geometria è una disciplina molto antica; il suo nome deriva dalle parole greche «geo» (terra) e «metron» (misura); originariamente essa era infatti la disciplina che utilizzava le tecniche necessarie per effettuare misure di lunghezze e di aree di terreni. Gli egiziani antichi furono fra i primi a studiare e comprendere le regole della geometria proprio perché, dopo ogni piena del Nilo, era importante poter ricostruire le dimensioni dei diversi appezzamenti di terreno.
Gli egiziani scoprirono anche un metodo per tracciare angoli retti: bastava prendere uno spago non estensibile e dividerlo in 12 parti uguali con dei nodi. Piegando lo spago in corrispondenza del terzo e del settimo nodo e tendendo lo spago con dei chiodi su una tavoletta o dei paletti conficcati in terra, erano in grado di costruire un triangolo con i lati lunghi rispettivamente 3, 4 e 5 segmenti. In particolare, il lato lungo 3 unità forma un angolo retto con il lato lungo 4 unità.

Col tempo la geometria divenne più in generale lo studio di figure astratte, non legate direttamente alla realtà. I più grandi studiosi di geometria dell'antichità furono i Greci. In particolare, il grande matematico Euclide, nella sua opera *Elementi* (scritta attorno al 300 a.C.), fornì un'esposizione della geometria così ampia, brillante e organica che ancora oggi è alla base delle nostre conoscenze e che viene appunto chiamata **geometria euclidea**.
Euclide definì alcuni enti geometrici fondamentali: essi sono i «mattoni» con cui sono costruite tutte le figure geometriche.
Per capire quale sia l'importanza dello studio della geometria citiamo una famosa frase di Galileo Galilei che, a proposito del linguaggio del libro della natura, disse "Esso è scritto nella lingua matematica e i suoi caratteri sono triangoli, cerchi e tutte le altre figure geometriche".

L'esondazione del Nilo ha cancellato i confini dei campi sulla sponda destra.

I primi elementi della geometria

Capitolo 2

Prerequisiti

- Conoscere le caratteristiche del sistema decimale
- Conoscere le proprietà delle quattro operazioni e operare con esse
- Operare con le misure di lunghezze e angolari

Obiettivi

CONOSCENZE
- Gli enti fondamentali della geometria e le loro proprietà
- La posizione reciproca di punto, retta, piano
- Gli angoli e le loro proprietà

ABILITÀ
- Saper rappresentare gli enti geometrici fondamentali
- Confrontare ed operare con i segmenti
- Rappresentare nel piano gli angoli
- Confrontare ed operare con gli angoli

Perché studiare i primi elementi della geometria

La geometria è una disciplina molto antica; il suo nome deriva dalle parole greche «geo» (terra) e «metron» (misura); originariamente essa era infatti la disciplina che utilizzava le tecniche necessarie per effettuare misure di lunghezze e di aree di terreni. Gli egiziani antichi furono fra i primi a studiare e comprendere le regole della geometria proprio perché, dopo ogni piena del Nilo, era importante poter ricostruire le dimensioni dei diversi appezzamenti di terreno.

Gli egiziani scoprirono anche un metodo per tracciare angoli retti: bastava prendere uno spago non estensibile e dividerlo in 12 parti uguali con dei nodi. Piegando lo spago in corrispondenza del terzo e del settimo nodo e tendendo lo spago con dei chiodi su una tavoletta o dei paletti conficcati in terra, erano in grado di costruire un triangolo con i lati lunghi rispettivamente 3, 4 e 5 segmenti. In particolare, il lato lungo 3 unità forma un angolo retto con il lato lungo 4 unità.

Col tempo la geometria divenne più in generale lo studio di figure astratte, non legate direttamente alla realtà. I più grandi studiosi di geometria dell'antichità furono i Greci. In particolare, il grande matematico Euclide, nella sua opera *Elementi* (scritta attorno al 300 a.C.), fornì un'esposizione della geometria così ampia, brillante e organica che ancora oggi è alla base delle nostre conoscenze e che viene appunto chiamata **geometria euclidea**.

Euclide definì alcuni enti geometrici fondamentali: essi sono i «mattoni» con cui sono costruite tutte le figure geometriche.

Per capire quale sia l'importanza dello studio della geometria citiamo una famosa frase di Galileo Galilei che, a proposito del linguaggio del libro della natura, disse "Esso è scritto nella lingua matematica e i suoi caratteri sono triangoli, cerchi e tutte le altre figure geometriche".

L'esondazione del Nilo ha cancellato i confini dei campi sulla sponda destra.

1 Gli enti geometrici fondamentali esercizi pag. 163

Per comprendere cosa si intende con la parola "geometria" è sufficiente guardare il mondo che ci circonda. Di tutte le caratteristiche di un oggetto (peso, colore, utilizzo, ...) la geometria studia:

- la **forma** (ci suggerisce il concetto di triangolo, quadrato, rettangolo.....)
- le **dimensioni**
- l'**estensione** della superficie
- lo **spazio occupato** (volume)
- la **posizione e gli spostamenti** che può subire nello spazio circostante.

La geometria pertanto può essere così definita:

> **Definizione.** La **geometria** è la disciplina che studia alcune proprietà dei corpi; in particolare studia "di un qualsiasi oggetto" la **forma**, le **dimensioni**, l'**estensione**, lo **spazio occupato** e gli **spostamenti** cui è sottoposto.

Per poter affrontare lo studio di questa disciplina è però necessario definire i concetti base, con cui è poi possibile costruire qualsiasi figura. Euclide stabilì che tutte le costruzioni geometriche potevano essere ricondotte a **pochi enti fondamentali**, il primo dei quali è:

> **Definizione.** Il **punto** è il primo degli enti geometrici fondamentali ed è privo di dimensioni.

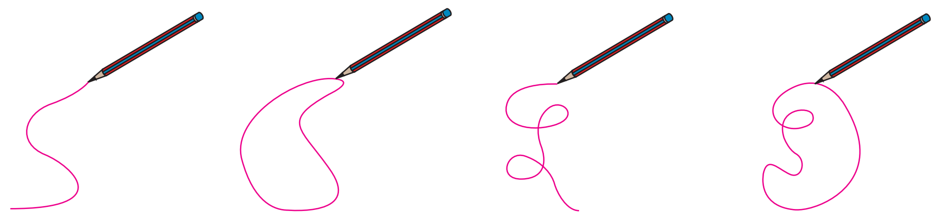
Lo stesso Euclide identificò il punto come «ciò che non ha parti». Possiamo visualizzare un punto in modo approssimativo come il segno che lascia la punta di una matita ben temperata su un foglio (***figura 1***). I punti si indicano generalmente con le lettere maiuscole dell'alfabeto italiano: *A*, *B*, *C*, *D*, ...

> **Definizione.** La **linea** è il secondo ente geometrico fondamentale ed ha una sola dimensione: la lunghezza.

Possiamo visualizzare una linea, in maniera approssimativa, come la traccia che una matita in movimento lascia su un foglio. Le linee si possono classificare in (***figura 2***):

- **aperta:** quando percorrendola non si torna mai "al punto di partenza";
- **chiusa:** quando percorrendola si torna "al punto di partenza";
- **semplice:** quando non incrocia mai se stessa;
- **intrecciata:** quando incrocia se stessa almeno una volta.

Figura 2

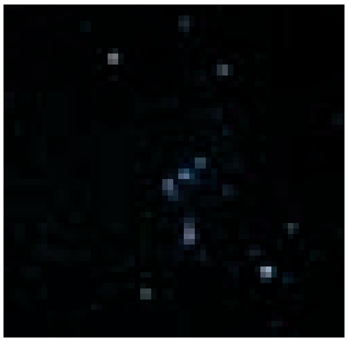


Linea aperta semplice — Linea chiusa semplice — Linea aperta intrecciata — Linea chiusa intrecciata

In generale una linea viene identificata con una lettera minuscola dell'alfabeto italiano: *a*, *b*, *c*, *d*, ... Se tutti i punti appartenenti ad una stessa linea sono disposti secondo una stessa direzione otteniamo una **linea retta** o, più semplicemente, una **retta** (***figura 3a*** di pagina seguente). Le linee che non possiedono questa caratteristica si dicono **linee curve**.

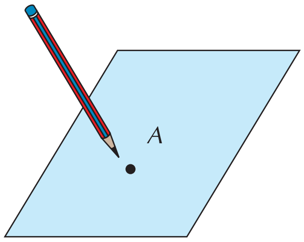
Il linguaggio della matematica

Dimensione: indica l'estendersi di un corpo nello spazio in una certa direzione (destra - sinistra; avanti - indietro; sopra - sotto).
In geometria si considerano tre ***dimensioni***: lunghezza, larghezza, altezza.



Le stelle del cielo (nell'immagine la costellazione di Orione) danno l'idea di punto.

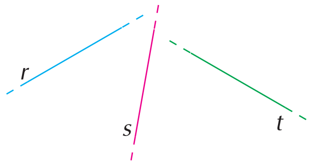
Figura 1



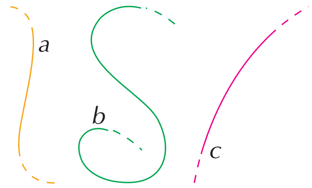
Definizione. La **retta** è una linea che contiene infiniti punti disposti secondo una stessa direzione. Anche la retta, come ogni altra linea, ha una sola dimensione, la lunghezza.

Una retta viene concepita come infinita; nei disegni, per forza di cose, appare come una linea finita. Per indicare che la retta non ha un punto iniziale né finale usiamo la convenzione di tratteggiarne le estremità. Se non sono chiuse, anche le linee curve devono intendersi di lunghezza infinita e vengono rappresentate con gli estremi tratteggiati (***figura 3b***).

Figura 3



a. Linee rette

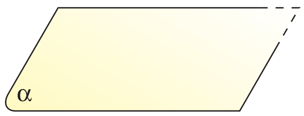


b. Linee curve

Definizione. Il **piano** è il terzo ente fondamentale ed è dotato di due dimensioni: larghezza e lunghezza.

Possiamo immaginare il piano come un foglio sottilissimo, perfettamente piatto, esteso infinitamente in ogni direzione, così sottile da non avere alcuno spessore. In generale, il piano si indica con una lettera minuscola dell'alfabeto greco (α, β, γ, δ, ...) e si rappresenta graficamente come nella ***figura 4***. Esso vi appare finito, ma è una convenzione perché va pensato come illimitato; anche per il piano è possibile rappresentare graficamente questa proprietà mediante due linee con gli estremi tratteggiati.

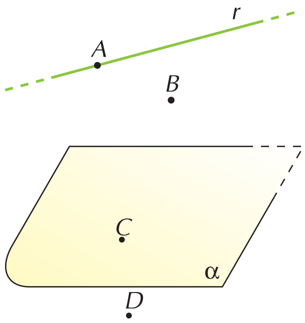
Figura 4



Definizione. Lo **spazio** è il quarto ente fondamentale ed è dotato di tre dimensioni: lunghezza, larghezza e altezza.

In pratica lo spazio coincide con tutto quanto abbiamo attorno. Tutti gli oggetti reali e anche tutti gli enti geometrici vanno considerati in uno spazio.

Figura 5



1.1 Il rapporto tra gli enti geometrici fondamentali

Punto, retta, piano possono assumere diverse posizioni reciproche.

Un punto può:

- **appartenere** ad una retta o ad un piano (***figura 5*** punti *A*, *C*);
- **non appartenere** ad una retta o ad un piano (***figura 5***, punti *B*, *D*).

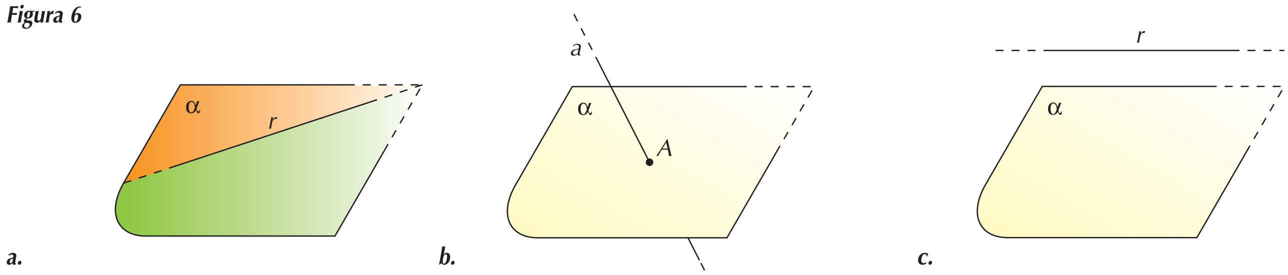
Rispetto ad un piano una retta può:

- **giacere** sul piano: quando tutti i punti della retta appartengono anche al piano. Una retta che giace su un piano lo divide in due parti infinite, ciascuna delle quali prende il nome di **semipiano**. Si dice anche che la retta è **origine** dei due semipiani (***figura 6a***);
- **intersecare** il piano: quando un solo punto della retta appartiene anche al piano. Il punto *A*, in comune tra la retta e il piano, si chiama **punto di intersezione** (***figura 6b***);
- **essere parallela** al piano quando nessuno dei suoi punti appartiene anche al piano (***figura 6c***).

Il linguaggio della matematica

Il concetto di parallelismo è utilizzato spesso nel corso di questo volume. Utilizzeremo la convenzione di indicarlo con il simbolo ||; ad esempio per indicare che la retta *r* è parallela al piano α scriveremo $r \parallel \alpha$.

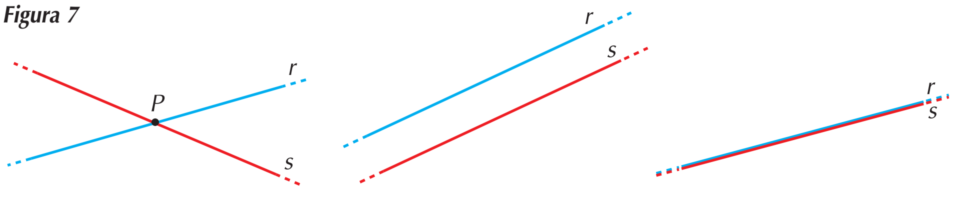
Figura 6



Allo stesso modo possiamo valutare la posizione reciproca di due rette che appartengono ad uno stesso piano (si dice anche che le due rette sono **complanari**). Si possono presentare tre situazioni distinte che danno luogo alle seguenti definizioni.

Definizione. Due rette complanari si dicono
- **incidenti** se hanno un solo punto in comune (***figura 7a***);
- **parallele** se non hanno alcun punto in comune (***figura 7b***);
- **coincidenti** se hanno tutti i punti in comune (***figura 7c***).

Figura 7



a. **b.** **c.**

?! Verifica

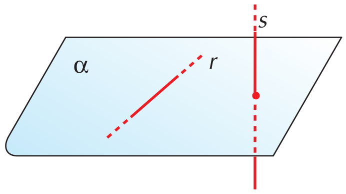
① Quante sono le dimensioni di un punto? Quante quelle di un piano?
a. zero; **b.** una; **c.** due; **d.** infinite.

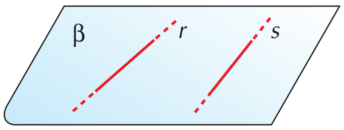
② La dimensione di una retta è:
a. la lunghezza; **b.** la larghezza; **c.** l'ampiezza; **d.** la lunghezza e la larghezza.

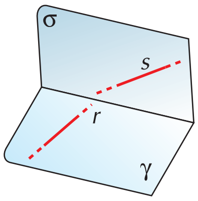
③ I punti di una retta sono disposti:
a. in modo casuale; **b.** secondo lo stesso verso;
c. secondo la stessa direzione; **d.** su piani diversi.

④ Una retta è parallela ad un piano quando ha in comune con esso:
a. nessun punto; **b.** infiniti punti; **c.** due punti; **d.** un punto.

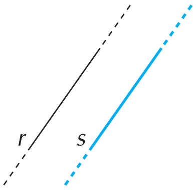
⑤ In quale delle seguenti figure sono rappresentate delle rette complanari?

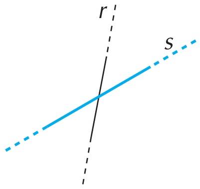
a. 

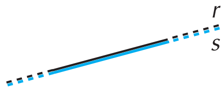
b. 

c. 

⑥ Scrivi, per ognuna delle seguenti figure, come viene denominata la posizione reciproca rappresentata dalle due rette.

a. 

b. 

c. 

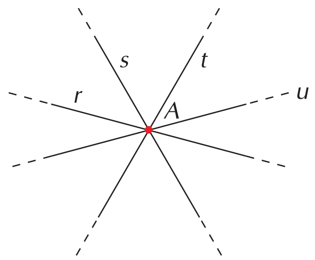
2 Gli assiomi della geometria

esercizi pag. 164

Euclide, dopo aver elencato quali sono gli enti geometrici fondamentali, introdusse gli **assiomi** o **postulati**, cioè delle affermazioni vere per evidenza imme-

diata e che non devono essere - e non vengono - dimostrate. Ogni altra affermazione che non è un assioma, e di cui occorre accertare la verità, si chiama **teorema**. Gli *assiomi* sono alla base della geometria. Se cambia uno solo di essi, tutto quanto "viene dopo" (teoremi, regole), non risulta più vero! Nel capitolo 3, quando approfondiremo le conseguenze dell'assioma 5a, avremo modo di vedere cosa accade quando non viene considerato valido un assioma.
Analizziamo dunque quali sono gli assiomi introdotti da Euclide.

Figura 8

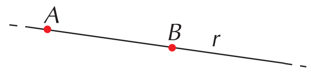


1. Se disegniamo sul foglio un punto A e tracciamo con una riga alcune rette passanti per A ci rendiamo conto che possiamo disegnarne quante ne vogliamo (***figura 8***). Pertanto:

Assioma. Per un punto passano infinite rette.

In particolare l'insieme delle rette passanti per un punto prende il nome di **fascio**.

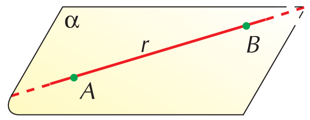
Figura 9



2. Se disegniamo sul foglio due punti distinti A e B e tracciamo con una riga la retta che li unisce, ci rendiamo conto che questa è unica (***figura 9***). Pertanto:

Assioma. Per due punti distinti passa una e una sola retta.

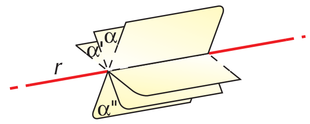
Figura 10



3. Se sul piano α disegniamo due punti distinti A e B e tracciamo con una riga la retta r che li unisce, ci rendiamo conto che essa giace tutta sul piano α (***figura 10***). Pertanto:

Assioma. Se una retta ha in comune con un piano due punti allora giace tutta sul piano.

Figura 11



4. Se tracciamo una retta r, ci rendiamo conto che per essa passano infiniti piani (***figura 11***). Pertanto:

Assioma. Per una retta passano infiniti piani.

5. Se prendiamo tre punti, A, B, C non appartenenti alla stessa retta, ci accorgiamo che esiste un solo piano che passa per tutti e tre i punti (***figura 12a***). Pertanto:

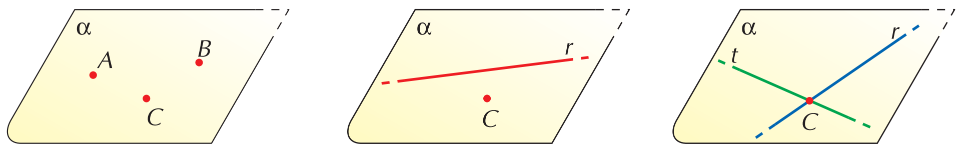
Assioma. Per tre punti distinti non appartenenti ad una stessa retta, cioè non allineati, passa uno e un solo piano.

Come conseguenza dell'assioma 5, possiamo definire i seguenti:

5a. **Assioma.** Per una retta e un punto fuori di essa passa un solo piano (***figura 12b***).

5b. **Assioma.** Per due rette incidenti passa un solo piano (***figura 12c***).

Figura 12



a. b. c.

?! Verifica

Rispondi alle seguenti domande.

① Quanti punti occorrono per individuare una retta?

② Quanti piani passano per una retta e un punto fuori di essa?

③ Quanti piani passano per due rette incidenti?

④ Quanti piani passano per una retta?

APPROFONDIMENTI

Il piano cartesiano

Chi di noi non ha mai giocato a battaglia navale? Magari sottobanco a scuola durante un'ora di lezione? Vediamo di precisare le regole con cui si svolge il gioco: si divide un piano (solitamente quadrato) in tante caselle e si numerano con le lettere le celle del lato orizzontale e con dei numeri quelle verticali (o viceversa). Si dispongono le navi nel campo di battaglia e a turno ciascun giocatore "spara" un colpo dicendo ad alta voce le sue **coordinate**: ad esempio il colpo E2 indica che viene colpita la cella che corrisponde ad uno spostamento di 5 celle in orizzontale e 2 celle in verticale.

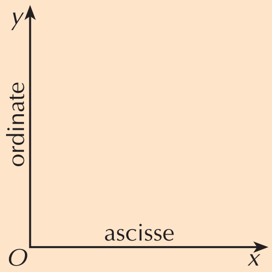
Simili ragionamenti hanno portato il matematico **René Descartes** (più noto con il nome di **Cartesio**) a costruire una matematica che permette di associare i punti del piano con i numeri e che viene chiamata **Geometria analitica**.

In questo approfondimento limiteremo lo studio alla rappresentazione di punti e di segmenti.

Il **piano cartesiano** è caratterizzato dalla presenza di due rette orientate (verso destra e verso l'alto) tra loro perpendicolari che assumono il nome di **assi cartesiani**, e in particolare (***figura 13***):

- **asse delle ascisse** (o delle *x*), quello orizzontale;
- **asse delle ordinate** (o delle *y*), quello verticale.

Figura 13



Il punto d'intersezione degli assi è detto **origine**, è indicato normalmente con la lettera O e corrisponde al punto di coordinate (0; 0).

Partendo dall'origine si riporta una certa unità di misura su ciascun asse, identificando una successione numerica nell'insieme dei numeri naturali N.

In questo modo, è possibile individuare qualsiasi punto compreso nella regione di piano così determinata, semplicemente indicando i numeri corrispondenti agli spostamenti sull'asse orizzontale e verticale. La coppia che indica tali spostamenti prende il nome di **coordinate cartesiane** del punto: per convenzione si è stabilito di scrivere prima il valore della x, poi quello della y. Tra i punti del piano e le coppie ordinate di numeri si stabilisce così una **corrispondenza biunivoca** (ogni punto è associato ad una sola coppia di numeri e viceversa).

Ad esempio, nella ***figura 14*** il punto A si ottiene spostandosi di 3 unità in orizzontale e 4 in verticale e si può pertanto scrivere nella forma

$$A(3;\ 4)$$

Figura 14

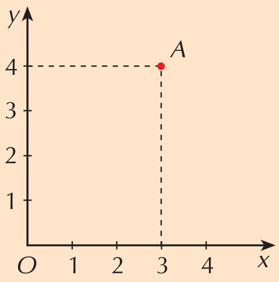
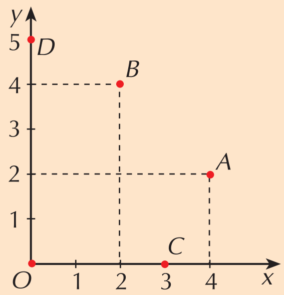


Figura 15



Nel piano cartesiano di ***figura 15*** abbiamo rappresentato i punti:

$A(4; 2)$, $B(2; 4)$, $C(3; 0)$, $D(0; 5)$, $O(0; 0)$.

Bisogna prestare molta attenzione all'ordine con cui avvengono gli spostamenti. In particolare:

- i punti A e B sono punti distinti pur essendo caratterizzati da una coppia di coordinate formata dagli stessi numeri (presi in ordine inverso);
- i punti C e D hanno una coordinata nulla in quanto si trovano su uno degli assi cartesiani e precisamente, il punto C sull'asse x e il punto D sull'asse y.

Per semplicità i valori numerici delle diverse coppie di numeri sono presi nell'insieme dei numeri naturali e lo spostamento avviene sempre in corrispondenza dell'orientamento delle semirette. Bisogna però tenere presente che è possibile considerare anche i numeri decimali (insieme Q_a dei razionali assoluti); prolungando poi gli assi verso sinistra e verso il basso, otteniamo un sistema di assi cartesiani ancora più ampio su cui è possibile posizionare i numeri negativi.
Approfondiremo le conoscenze sul piano cartesiano, anche con i numeri negativi nei prossimi anni scolastici; per ora limitiamo il nostro studio, considerando solamente punti con entrambe le coordinate appartenenti all'insieme N (oppure Q).

?! Verifica

① La coordinata x della coppia di coordinate cartesiane di un punto indica:
a. lo spostamento del punto sull'asse x;
b. la distanza dall'origine degli assi;
c. lo spostamento del punto sull'asse y.

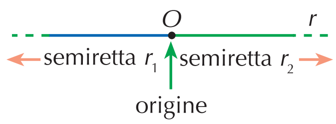
② Delle seguenti affermazioni indica quali sono vere e quali false:
a. l'asse delle x è l'asse delle ascisse V F
b. l'asse delle y è l'asse delle ascisse V F
c. il punto $A(2; 3)$ ha ascissa 2 e ordinata 3 V F
d. le coordinate dell'origine degli assi sono (1; 1). V F

3 La semiretta e il segmento

esercizi pag. 166

Se su una retta r fissiamo un punto O, quest'ultimo divide la retta in due parti, ognuna delle quali è detta **semiretta**. Ciascuna delle semirette è infinita in un solo verso. Ad esempio, nella ***figura 16***, la semiretta r_1 è infinita verso sinistra e la semiretta r_2 verso destra.

Figura 16

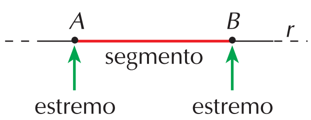


Definizione. La **semiretta** è ciascuna delle due parti, infinite, in cui una retta è divisa da un suo punto. Tale punto è detto **origine** delle due semirette.

La semiretta, come una qualsiasi linea, ha una sola dimensione: la lunghezza.

Se su una retta r fissiamo due punti distinti A e B, questi dividono la retta in tre parti, due infinite e una finita; chiamiamo quest'ultima parte di retta **segmento** (***figura 17***).

Figura 17

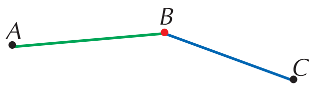


Definizione. Il **segmento** è la parte di retta compresa tra due suoi punti.

I punti A e B si dicono **estremi** del segmento; tutti gli altri punti del segmento si dicono **punti interni**. Anche i segmenti hanno una sola dimensione: la lunghezza. Per indicare un segmento come ente geometrico usiamo le lettere dei suoi estremi e scriviamo, ad esempio AB. Se invece ci riferiamo alla misura del segmento usiamo sormontare le lettere degli estremi con un tratto orizzontale e scriveremo, ad esempio, $\overline{AB} = 5$ cm. Inoltre:

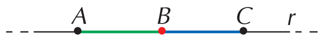
Definizione. Due segmenti AB e BC si dicono **consecutivi** se hanno un estremo B in comune (***figura 18***).

Figura 18



Definizione. Due segmenti AB e BC si dicono **adiacenti** se sono consecutivi e appartengono alla stessa retta (***figura 19***).

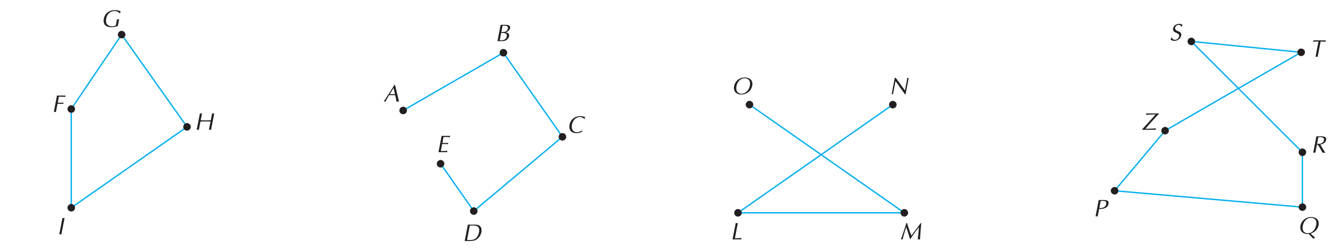
Figura 19



Definizione. Una linea formata da più segmenti a due a due consecutivi si chiama **spezzata** o **poligonale** (***figura 20***).

Tali segmenti si dicono **lati** della spezzata; i loro estremi si chiamano **vertici**. Quando il primo vertice coincide con l'ultimo, la spezzata si dice **chiusa**, altrimenti si dice **aperta**. Se due lati non consecutivi della spezzata si incontrano in un punto, si dice che la spezzata è **intrecciata**.

Figura 20



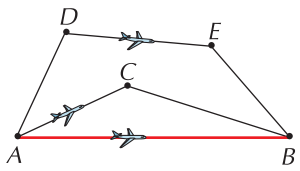
Spezzata chiusa o poligonale — Spezzata aperta — Spezzata intrecciata aperta — Spezzata intrecciata chiusa

3.1 La distanza tra due punti

Il pilota di un aereo deve effettuare un volo tra due località A e B e può scegliere tra diverse rotte: AB, ACB, $ADEB$, ecc. (***figura 21***). Possiamo facilmente verificare che tutte le rotte possibili hanno lunghezza maggiore di AB:

$$AC + CB > AB; \qquad AD + DE + EB > AB$$

Figura 21



Quindi la linea più breve che unisce le due località A e B è rappresentata dal segmento AB, la cui lunghezza viene definita **distanza** tra A e B.

Definizione. La **distanza** tra due punti è la lunghezza del segmento che ha tali punti come estremi.

?! Verifica

① Indica quale tra le seguenti definizioni di segmento è corretta spiegando il motivo della tua scelta:
a. è una parte di retta;
b. è quella parte di retta suddivisa da un punto;
c. è la parte di retta compresa tra due punti.

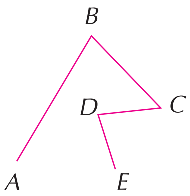
② Delle seguenti affermazioni indica quali sono vere e quali false:
a. la semiretta non ha inizio né fine V F
b. la semiretta è la parte di retta compresa fra due punti V F

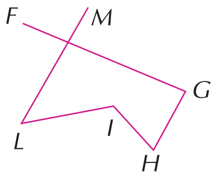
c. la spezzata è formata da una serie di semirette V F
d. due segmenti consecutivi hanno un estremo in comune V F
e. due segmenti adiacenti sono uno sul prolungamento dell'altro. V F

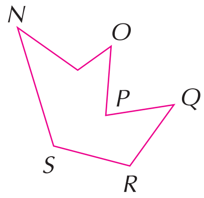
③ Due segmenti si dicono consecutivi se:
a. appartengono allo stesso piano;
b. appartengono alla stessa retta;
c. hanno un estremo in comune;
d. appartengono alla stessa retta e hanno un punto in comune.

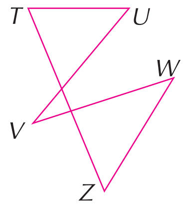
④ Quale di queste due frasi è corretta?
a. Due segmenti consecutivi sono sempre anche adiacenti;
b. due segmenti adiacenti sono sempre anche consecutivi.

⑤ Osserva le spezzate seguenti e scrivi per ognuna di esse il nome corrispondente:

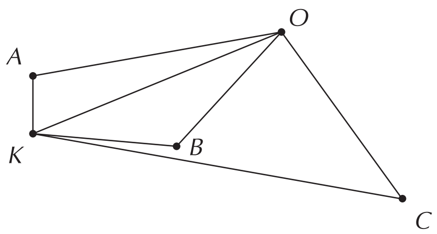
a. 

b. 

c. 

d. 

⑥ Colora in rosso nel seguente disegno il percorso più breve dal punto K al punto O.



3.2 Il confronto tra due segmenti

Confrontare due segmenti significa stabilire se sono congruenti oppure se non lo sono; in quest'ultimo caso dobbiamo indicare quale dei due è maggiore o minore dell'altro. Il confronto può essere effettuato sovrapponendo un segmento all'altro. Siano AB e CD i due segmenti da confrontare. Sono possibili tre casi.

1. Gli estremi A e B del primo segmento coincidono con gli estremi C e D del secondo (***figura 22a***). Si dice allora che i due segmenti sono **congruenti** e si scrive:
$$\boldsymbol{AB \cong CD}$$

2. Facciamo coincidere l'estremo A del primo segmento con l'estremo C del secondo. L'estremo D del segmento CD cade tra A e B, ovvero è interno al segmento AB (***figura 22b***). Si dice allora che il segmento AB è **maggiore** del segmento CD e si scrive:
$$\boldsymbol{AB > CD} \text{ (oppure } \boldsymbol{CD < AB}\text{)}$$

3. Facciamo coincidere l'estremo A del primo segmento con l'estremo C del secondo. L'estremo D del segmento CD cade esternamente al segmento AB (***figura 22c***). Si dice allora che il segmento AB è **minore** del segmento CD e si scrive:
$$\boldsymbol{AB < CD} \text{ (oppure } \boldsymbol{CD > AB}\text{)}$$

Il linguaggio della matematica

«**Congruente**» significa che «si sovrappone esattamente» e si riferisce quindi ad un confronto per trasporto.

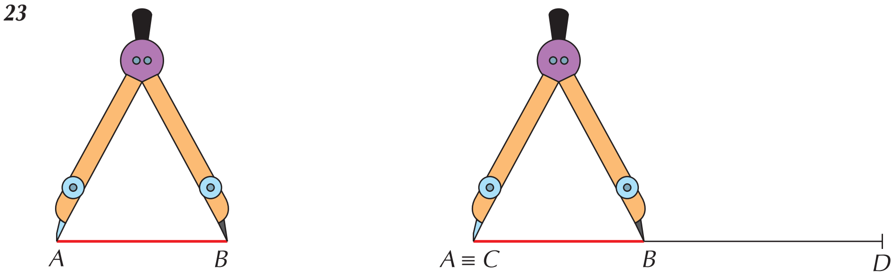
«**Uguale**» significa che «ha la stessa lunghezza o estensione» ed implica quindi anche una misurazione numerica.

Per semplicità d'ora in avanti useremo il simbolo $=$ anche per indicare due figure congruenti.

Figura 22

Da notare che la sovrapposizione di un segmento sull'altro può avvenire trasportando con un compasso a punte fisse gli estremi del primo segmento sul secondo. Ad esempio, dal disegno in ***figura 23*** risulta che il segmento AB è minore di CD.

Figura 23



Apertura di compasso congruente al segmento *AB*

Mantenendo la stessa apertura trasportiamo *AB* sul segmento *CD*

3.3 Le operazioni con i segmenti

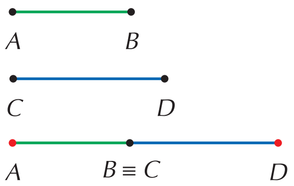
È possibile effettuare con i segmenti operazioni analoghe a quelle con i numeri.

Addizione di segmenti

Consideriamo due segmenti AB e CD. Per calcolare il segmento somma si collocano i segmenti da addizionare in modo che siano adiacenti. La somma è costituita dal nuovo segmento AD che si viene a formare (***figura 24***). In simboli scriveremo:

$$AB + CD = AD$$

Figura 24



Sottrazione di segmenti

Consideriamo i segmenti AB e CD e supponiamo $CD > AB$. Per calcolare il segmento differenza, si dispongono i segmenti AB e CD come per un confronto. La differenza è data dalla parte di segmento maggiore che eccede rispetto al segmento minore; nel nostro caso il segmento differenza è dato dal segmento ED (***figura 25***). In simboli scriveremo:

$$CD - AB = ED$$

Figura 25

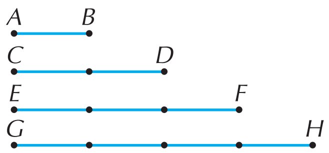
Moltiplicazione e divisione di segmenti

Dato un segmento generico AB, possiamo sempre considerare il segmento somma ottenuto contando più volte lo stesso segmento AB. Avremo così i segmenti

$$CD = 2 \cdot AB \qquad EF = 3 \cdot AB \qquad GH = 4 \cdot AB \; ....$$

e potremo dire che i segmenti ottenuti sono **multipli** del segmento AB secondo i numeri 2, 3, 4, ... Allo stesso modo potremo anche dire che AB è **sottomultiplo** dei segmenti CD, EF, GH secondo i numeri 2, 3, 4 ..... (***figura 26***).

Figura 26

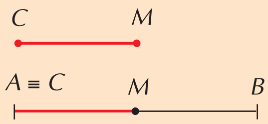


APPROFONDIMENTI

Le coordinate cartesiane del punto medio di un segmento

Nel trasportare l'estremo C di un segmento CM sull'estremo A di un altro segmento AB può accadere che l'estremo M del segmento CM cada a metà del segmento AB. Il punto M divide dunque il segmento AB in due parti congruenti e si dice pertanto **punto medio** del segmento AB (***figura 27***).

Figura 27



Possiamo anche dire che AB è il doppio di AM. In simboli:

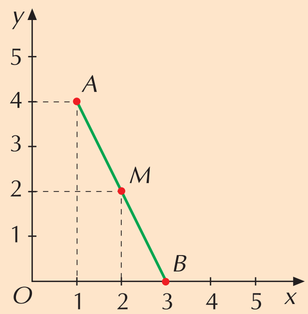
$$AB = 2 \cdot AM \qquad \text{oppure} \qquad AM = MB = AB : 2$$

Siano $A(1; 4)$ e $B(3; 0)$ gli estremi di un segmento AB e sia M il suo punto medio; di esso vogliamo calcolare le coordinate. Come possiamo osservare dalla ***figura 28***, le coordinate di M sono $(2; 2)$. Notiamo che l'ascissa di M è data dalla semisomma delle ascisse di A e B e l'ordinata di M è data dalla semisomma delle ordinate di A e B; pertanto indicando con x_A e y_A le coordinate del punto A e con x_B e y_B le coordinate del punto B otteniamo le due formule:

$$x_M = (x_A + x_B) : 2 = (1 + 3) : 2 = 2$$

$$y_M = (y_A + y_B) : 2 = (4 + 0) : 2 = 2$$

Figura 28



?! Verifica

① Confronta i seguenti segmenti e completa poi le sottostanti scritture inserendo i simboli di maggiore (>), minore (<) o congruente (≅):

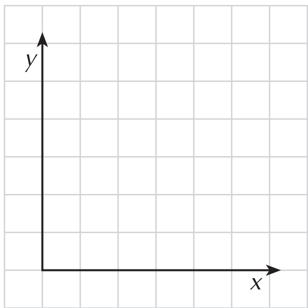
a. HI ..... LM; **b.** HI ..... NO; **c.** LM ..... NO.

② Completa la seguente affermazione:
il punto medio M di un segmento è il punto del piano che .... in due parti .... il segmento stesso.

③ Calcola le coordinate del punto medio del segmento di estremi $A(5; 2)$ e $B(3; 4)$ verificando con un disegno i valori ottenuti:

$x_M = (x_A +$ ....$) : 2 = (5 +$ ....$) : 2 =$ ....

$y_M = (y_A +$ ....$) : 2 = ($....... $+$ ....$) : 2 =$ ....



4 Gli angoli

esercizi pag. 172

Osservando qualsiasi oggetto scopriamo che gli angoli sono dappertutto. Il mondo attorno a noi presenta infiniti esempi di angoli (***figura 29***).
Ma come possiamo definire esattamente un angolo? Tracciamo su un foglio due semirette a e b aventi la stessa origine O (***figura 30***). Le due semirette a e b dividono il piano in due parti, ciascuna delle quali si estende infinitamente e prende il nome di **angolo**. Le due semirette a e b si dicono **lati** dell'angolo e la loro origine comune O si dice **vertice** dell'angolo.

Figura 29

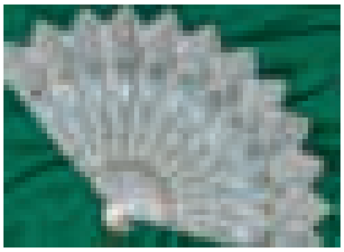
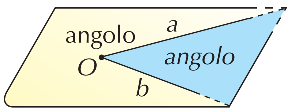


Figura 30

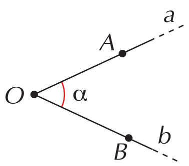


Definizione. Si chiama **angolo** ciascuna delle due parti in cui il piano viene diviso da due semirette che hanno l'origine in comune.

In termini matematici esistono tre possibili modi di scrittura per indicare un angolo (***figura 31*** di pagina seguente):

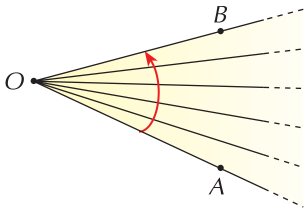
- con le due lettere minuscole indicanti le semirette che costituiscono i lati $(\widehat{ab})$ indicando eventualmente anche il vertice $(\widehat{aOb})$;
- con le tre lettere maiuscole indicanti nell'ordine, un punto preso sul primo lato, il vertice e un punto preso sul secondo lato $(\widehat{AOB})$;
- con una lettera dell'alfabeto greco (α).

Figura 31



Un angolo si può anche considerare come un insieme di semirette appartenenti allo stesso piano ed aventi la stessa origine. La semiretta OA ruotando nel verso indicato dalla freccia fino a sovrapporsi alla semiretta OB, forma l'angolo $\widehat{AOB}$ (***figura 32***). Secondo questa interpretazione:

Figura 32



> **Definizione.** L'**angolo** è la parte di piano, illimitata, generata da una semiretta che ruota attorno alla sua origine.

Consideriamo l'angolo della ***figura 33a*** e tracciamo i prolungamenti dei lati a e b, ovvero le semirette a' e b'. Notiamo che tali prolungamenti non sono contenuti nell'angolo dato. Questo tipo di angolo si chiama **convesso**.

> **Definizione.** Un angolo si dice **convesso** quando non contiene i prolungamenti dei suoi lati.

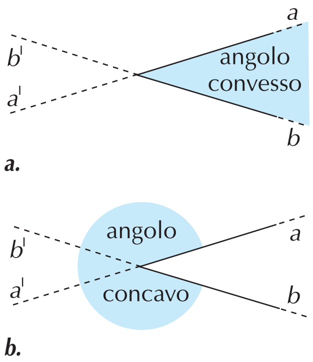
L'angolo convesso della ***figura 33a*** viene indicato con il simbolo $\widehat{ab}$.

Consideriamo adesso l'angolo della ***figura 33b*** e tracciamo i prolungamenti dei lati a e b; notiamo che tali prolungamenti sono contenuti nell'angolo dato. Questo tipo di angolo si chiama **concavo**.

> **Definizione.** Un angolo si dice **concavo** quando contiene i prolungamenti dei suoi lati.

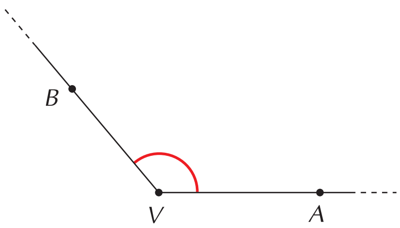
L'angolo concavo della ***figura 33b*** viene indicato con il simbolo $\overset{\smile}{ab}$.

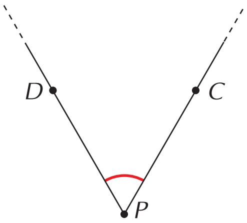
Figura 33

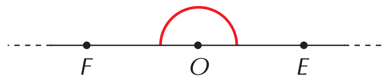


?! Verifica

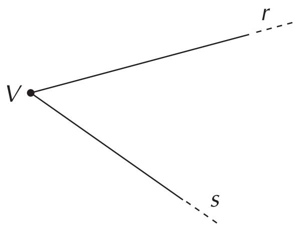
① Indica i vertici e i lati di ognuno dei seguenti angoli:

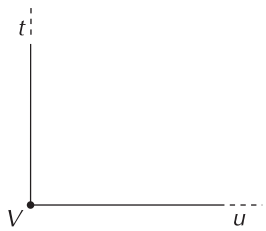
a. 

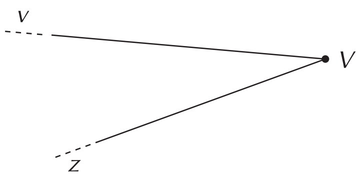
b. 

c. 

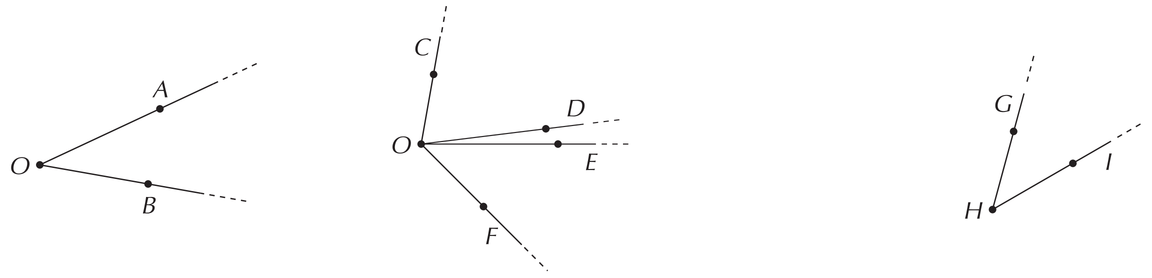
② Colora in rosso l'angolo concavo e in verde quello convesso:

a. 

b. 

c. 

③ Nelle seguenti figure inserisci gli archi degli angoli indicati:



a. $\overset{\smile}{AOB}$ = concavo; **b.** $\overset{\frown}{COD}$, $\overset{\frown}{DOE}$, $\overset{\frown}{EOF}$ = convessi; **c.** $\overset{\frown}{GHI}$ = convesso e $\overset{\smile}{GHI}$ = concavo

5 Angoli particolari

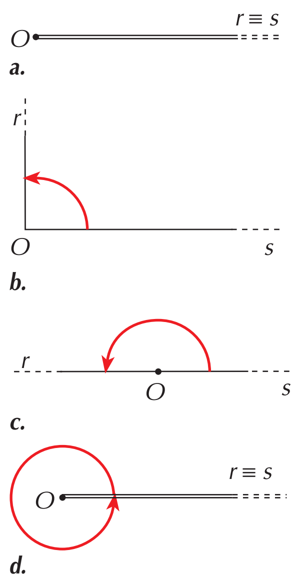
esercizi pag. 174

Consideriamo due semirette r e s sovrapposte aventi la stessa origine O. Supponiamo di tener ferma la semiretta s e di far ruotare, ad esempio, in senso antiorario la semiretta r. Soffermiamoci su alcune posizioni successive che le due semirette possono assumere.

- Nella prima posizione (***figura 34a***) la semiretta r non ha ancora iniziato a ruotare e le due semirette sono ancora sovrapposte: si dice che formano un **angolo nullo** la cui ampiezza è 0°.
- Nella seconda posizione (***figura 34b***) la semiretta r ha ruotato di un quarto di giro: si dice che le due semirette formano un **angolo retto** la cui ampiezza è 90°.
- Nella terza posizione la semiretta r ha ruotato fino a disporsi sul prolungamento della semiretta s (***figura 34c***): si dice che le due semirette formano un **angolo piatto** la cui ampiezza è 180°.
- Nella quarta posizione la semiretta r ha ruotato di un giro completo, le due semirette sono di nuovo sovrapposte (***figura 34d***): avendo però coperto l'intero piano si dice che esse formano un **angolo giro** la cui ampiezza è 360°.

Osserva che in base alla definizione di angolo concavo, l'angolo giro contiene i prolungamenti dei lati r e s pertanto è un angolo concavo e si indica con $\overset{\smile}{sr}$.

Figura 34



5.1 Angoli consecutivi, adiacenti e opposti al vertice

Definizione. Due angoli con il vertice e un lato in comune e gli altri due lati situati da parti opposte rispetto al lato comune si dicono **consecutivi**.

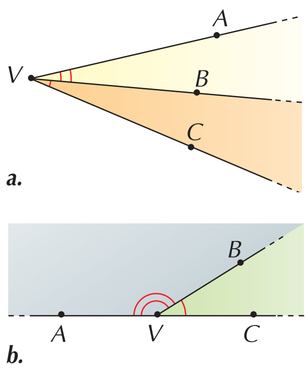
Gli angoli $\overset{\frown}{AVB}$ e $\overset{\frown}{BVC}$ relativi alla ***figura 35a*** sono consecutivi.

Definizione. Se due angoli consecutivi hanno i due lati non comuni uno sul prolungamento dell'altro si dicono **adiacenti**.

Gli angoli $\overset{\frown}{AVB}$ e $\overset{\frown}{BVC}$ relativi alla ***figura 35b*** sono adiacenti. Quindi due angoli per essere adiacenti devono prima essere consecutivi.

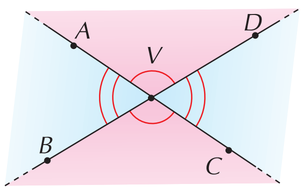
Definizione. Due angoli che hanno i loro lati l'uno sul prolungamento dell'altro si dicono **opposti al vertice**.

Figura 35



Gli angoli $\widehat{AVD}$ e $\widehat{BVC}$ così come gli angoli $\widehat{AVB}$ e $\widehat{CVD}$ relativi alla ***figura 36***, sono opposti al vertice. Si può facilmente verificare, ritagliandoli e sovrapponendoli, oppure misurandoli con un goniometro, che:

Figura 36



Teorema. Angoli opposti al vertice sono **congruenti**.

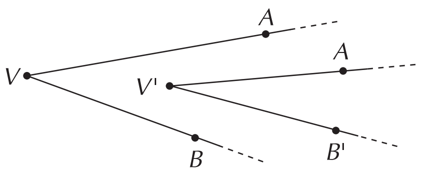
Questo teorema, e tutti gli altri che seguiranno, sono stati scoperti dai matematici greci e da essi dimostrati con rigorosi ragionamenti che verranno esaminati ed appresi alla Scuola Secondaria Superiore. In questo libro le proprietà segnalate non verranno perciò "dimostrate", nel senso corretto della parola, ma saranno comunque controllate ritagliando e sovrapponendo, o altre volte misurando, le figure disegnate.

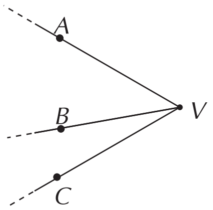
?! Verifica

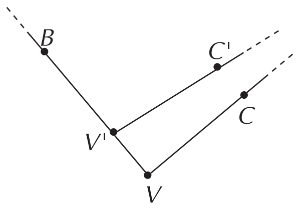
① Completa le seguenti frasi:
a. un angolo retto misura ....; **b.** un angolo piatto misura ....; **c.** un angolo giro misura ....

② Delle seguenti affermazioni indica quali sono vere e quale è falsa:
a. due angoli sono consecutivi se hanno un lato e il vertice in comune V F
b. due angoli consecutivi sono anche adiacenti V F
c. due angoli adiacenti sono anche consecutivi. V F

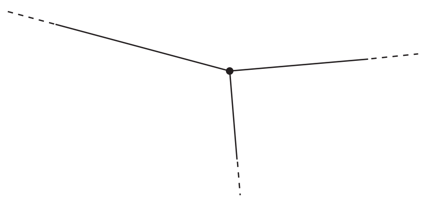
③ Quali tra i seguenti angoli sono consecutivi? Indicali con gli archi sul disegno e con le scritture letterali:

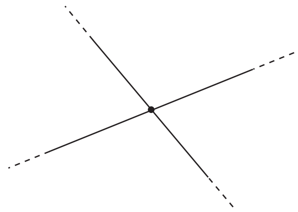
a.


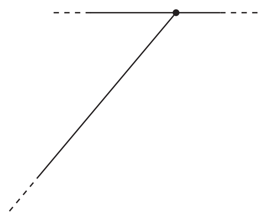
b.


c.


④ Quale delle seguenti figure rappresenta coppie di angoli opposti al vertice?

a.


b.


c.


6 Il confronto fra due angoli

esercizi pag. 176

Gli angoli hanno una sola dimensione: l'**ampiezza**. Il confronto fra due angoli serve per stabilire se hanno la stessa ampiezza o se uno è maggiore o minore dell'altro. Per fare ciò consideriamo due angoli $\widehat{AVB}$ e $\widehat{A'V'B'}$ e sovrapponiamo i vertici V e V' e i lati VB e $V'B'$ in modo che si trovino entrambi nella stessa parte di piano rispetto a tale lato. Si possono presentare tre casi.

I Caso

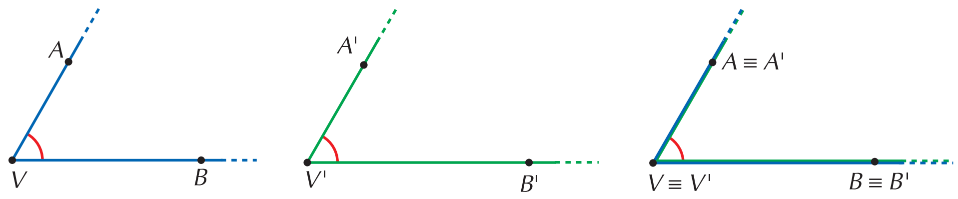
Il lato VA coincide con $V'A'$ (***figura 37*** di pagina seguente). Si dice allora che i due angoli sono **congruenti** e si scrive:

$$\widehat{AVB} \cong \widehat{A'V'B'}$$

Il linguaggio della matematica

Anche nel confronto tra angoli abbiamo introdotto il termine congruente $\cong$ al posto di uguale. Per semplicità d'ora in avanti useremo il simbolo $=$ anche per indicare angoli congruenti.

Figura 37

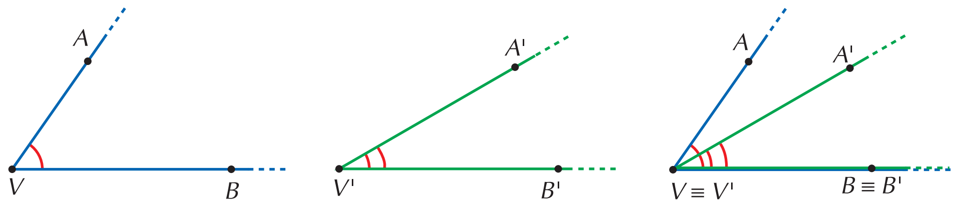


II Caso

Il lato VA cade esternamente all'angolo $\widehat{A'V'B'}$ (***figura 38***). Si dice allora che l'angolo $\widehat{AVB}$ è **maggiore** dell'angolo $\widehat{A'V'B'}$ e si scrive:

$$\boldsymbol{\widehat{AVB} > \widehat{A'V'B'}} \text{ (oppure } \boldsymbol{\widehat{A'V'B'} < \widehat{AVB}}\text{)}$$

Figura 38

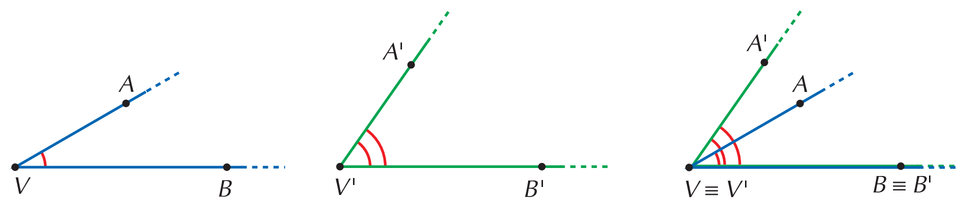


III Caso

Il lato VA cade internamente all'angolo $\widehat{A'V'B'}$ (***figura 39***). Si dice allora che l'angolo $\widehat{AVB}$ è **minore** dell'angolo $\widehat{A'V'B'}$ e si scrive:

$$\boldsymbol{\widehat{AVB} < \widehat{A'V'B'}} \text{ (oppure } \boldsymbol{\widehat{A'V'B'} > \widehat{AVB}}\text{)}$$

Figura 39



6.1 Le operazioni con gli angoli

Per sommare due angoli ad esempio $\widehat{AVB}$ e $\widehat{A'V'B'}$, è necessario renderli consecutivi (***figura 40***). L'angolo così ottenuto $\widehat{A'VA}$ si dice allora **angolo somma** e si scrive:

$$\boldsymbol{\widehat{AVB} + \widehat{A'V'B'} = \widehat{A'VA}}.$$

Definizione. La **somma di due angoli** è quel terzo angolo che si ottiene dall'unione dei primi due, dopo averli trasportati fino a renderli consecutivi.

Per sottrarre due angoli dei quali il primo è maggiore o congruente al secondo, è necessario applicare la stessa procedura utilizzata in precedenza per il loro confronto.

Supponiamo di voler calcolare la differenza di due angoli, ad esempio $\widehat{AVB}$ e $\widehat{A'V'B'}$, con $\widehat{AVB} > \widehat{A'V'B'}$ (***figura 41*** di pagina seguente).

L'angolo $\widehat{AVA'}$ è l'**angolo differenza** tra i due angoli e si scrive:

$$\boldsymbol{\widehat{AVB} - \widehat{A'V'B'} = \widehat{AVA'}}.$$

Figura 40

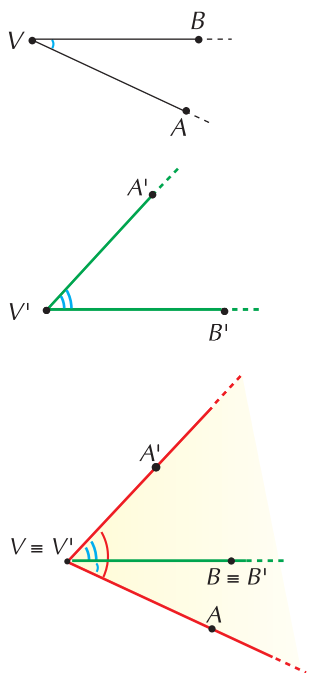


Figura 41

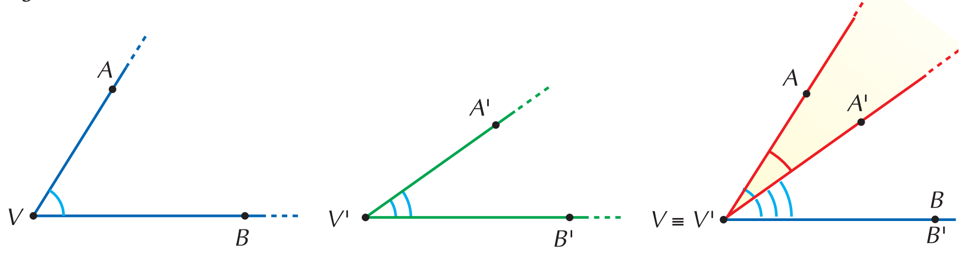
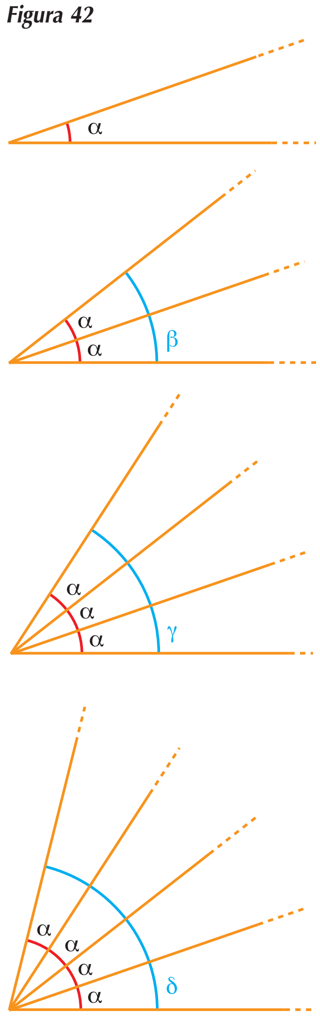


Figura 42



Definizione. La **differenza di due angoli**, dei quali il primo è maggiore o congruente al secondo, è quel terzo angolo che sommato al secondo dà come risultato il primo.

Analogamente a quanto avviene con i segmenti, dato un angolo generico α, possiamo considerare l'angolo somma ottenuto contando più volte lo stesso angolo α

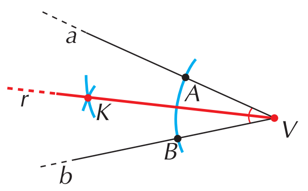
$$\beta = 2 \cdot \alpha \qquad \gamma = 3 \cdot \alpha \qquad \delta = 4 \cdot \alpha \qquad .....$$

e potremo dire che gli angoli ottenuti sono **multipli** di α secondo i numeri 2, 3, 4, ... oppure che α è **sottomultiplo** di β, γ, δ secondo i numeri 2, 3, 4, ... (***figura 42***).

6.2 La bisettrice di un angolo

Consideriamo l'angolo definito dalle semirette a e b (***figura 43***). Centriamo il compasso in V, apriamolo a piacere e tracciamo un arco. Questo arco interseca i lati dell'angolo in due punti che indichiamo con A e B.
Centriamo con la stessa apertura di compasso in A e B e tracciamo due archi che si intersecano nel punto K. La semiretta r passante per VK divide l'angolo $\widehat{ab}$ in due parti congruenti, $\widehat{AVK}$ e $\widehat{KVB}$, ed è detta **bisettrice** dell'angolo $\widehat{ab}$.

Figura 43



Definizione. La **bisettrice** di un angolo è la semiretta (con origine nel vertice dell'angolo) che lo divide in due parti di uguale ampiezza.

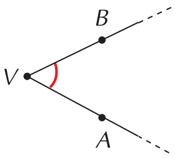
La bisettrice di un angolo gode di una particolare proprietà:

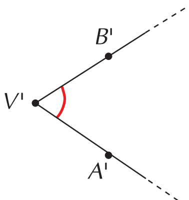
Definizione. La bisettrice di un angolo è unica.

?! Verifica

① Osserva attentamente le seguenti figure e stabilisci se l'ampiezza dell'angolo $\widehat{BVA}$ nei tre casi è maggiore, minore o congruente all'angolo $\widehat{B'V'A'}$.

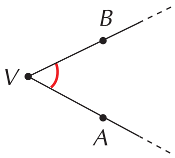
a.

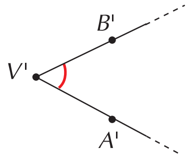




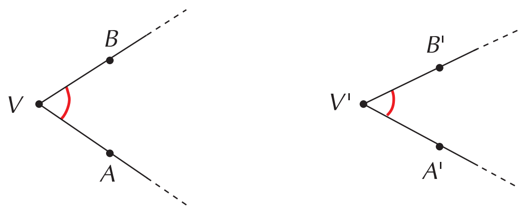
$\widehat{BVA}$ ...... $\widehat{B'V'A'}$

b.





$\widehat{BVA}$ ...... $\widehat{B'V'A'}$

c. 

$\widehat{BVA}$ ...... $\widehat{B'V'A'}$

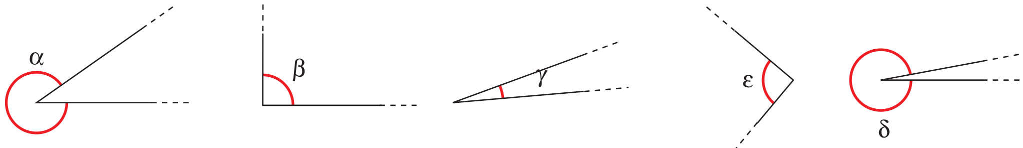
② Delle seguenti affermazioni indica quali sono vere e quale è falsa:

a. l'angolo concavo è sempre maggiore dell'angolo convesso V F

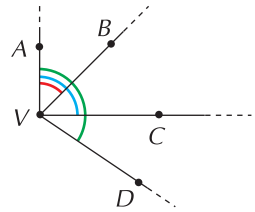
b. l'angolo concavo è sempre minore dell'angolo convesso V F

c. l'angolo concavo contiene i prolungamenti dei suoi lati. V F

③ Classifica i seguenti angoli in ordine crescente rispetto alla loro ampiezza:



④ Dopo aver osservato la figura a lato completa le relative uguaglianze misurando gli angoli con un goniometro:



a. $\widehat{AVB}+\widehat{BVC}=$ ......; **b.** $\widehat{BVC}+\widehat{CVD}=$ .....;

c. $\widehat{AVC}-\widehat{AVB}=$ ......; **d.** $\widehat{AVD}-\left(\widehat{BVC}+\widehat{CVD}\right)=$ ......

7 Altri angoli particolari

esercizi pag. 178

Abbiamo già definito la posizione delle semirette nel caso di un angolo retto; vogliamo ora conoscere meglio le sue proprietà. Tracciamo un angolo piatto, ad esempio $\widehat{AVB}$, e costruiamo la sua bisettrice (***figura 44a***): i due angoli $\widehat{AVP}$ e $\widehat{BVP}$ sono congruenti e vengono detti **angoli retti**. Pertanto possiamo enunciare la seguente:

Definizione. L'**angolo retto** è la metà di un angolo piatto.

Per indicare l'angolo retto si usa il simbolo ¬. Se un angolo è maggiore o minore di un angolo retto assume dei nomi particolari.

Definizione. Un angolo minore dell'angolo retto si dice **acuto** (***figura 44b***).

Definizione. Un angolo maggiore dell'angolo retto e minore dell'angolo piatto si dice **ottuso** (***figura 44c***).

Figura 44

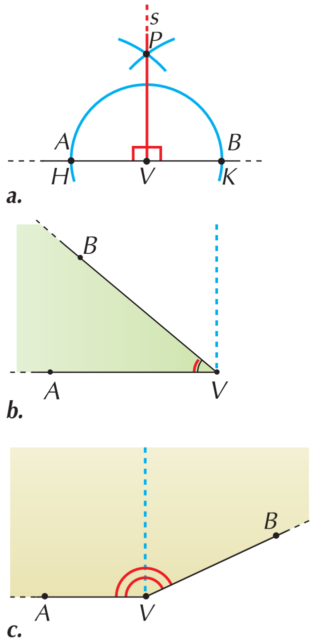
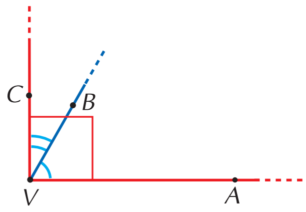


Figura 45



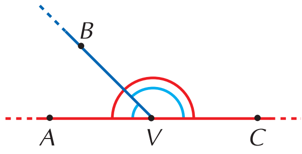
7.1 Angoli complementari, supplementari, esplementari

Consideriamo gli angoli $\widehat{AVB}$ e $\widehat{BVC}$ della ***figura 45***; notiamo che la loro somma è pari all'angolo retto $\widehat{AVC}$. In questo caso gli angoli $\widehat{AVB}$ e $\widehat{BVC}$ si dicono **complementari**.

Definizione. Due angoli si dicono **complementari** se la loro somma corrisponde ad un angolo retto.

Consideriamo adesso gli angoli $\widehat{AVB}$ e $\widehat{BVC}$ della ***figura 46***; notiamo che la loro somma è pari all'angolo piatto $\widehat{AVC}$. Gli angoli $\widehat{AVB}$ e $\widehat{BVC}$ si dicono **supplementari**.

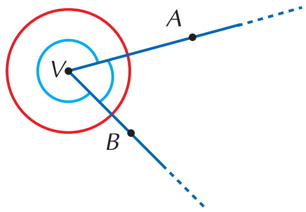
Figura 46



Definizione. Due angoli si dicono **supplementari** se la loro somma corrisponde ad un angolo piatto.

Consideriamo infine gli angoli $\widehat{AVB}$ e $\widehat{BVA}$ della ***figura 47***; notiamo che la loro somma è pari all'angolo giro $\widehat{AVA}$. Gli angoli $\widehat{AVB}$ e $\widehat{BVA}$ si dicono **esplementari**.

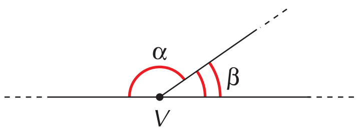
Figura 47

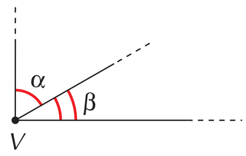


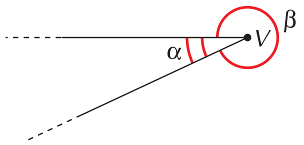
Definizione. Due angoli si dicono **esplementari** se la loro somma corrisponde ad un angolo giro.

?! Verifica

① Indica quali delle seguenti coppie di angoli sono complementari, quali supplementari e quali esplementari.







② Delle seguenti affermazioni indica quali sono vere e quali false, giustificando le tue risposte:

a. se α e β sono angoli adiacenti allora $\alpha + \beta$ forma un angolo piatto V F
b. se $\alpha + \beta$ è un angolo piatto allora α e β sono angoli adiacenti V F
c. se $\alpha + \beta$ è un angolo retto allora α e β sono angoli acuti V F
d. se $\alpha + \beta$ è un angolo piatto allora α e β sono angoli retti V F
e. se α e β sono angoli acuti allora $\alpha + \beta$ forma un angolo retto V F
f. se α e β sono complementari allora $\alpha + \beta$ forma un angolo retto V F
g. se α e β sono supplementari allora $\alpha + \beta$ forma un angolo retto. V F

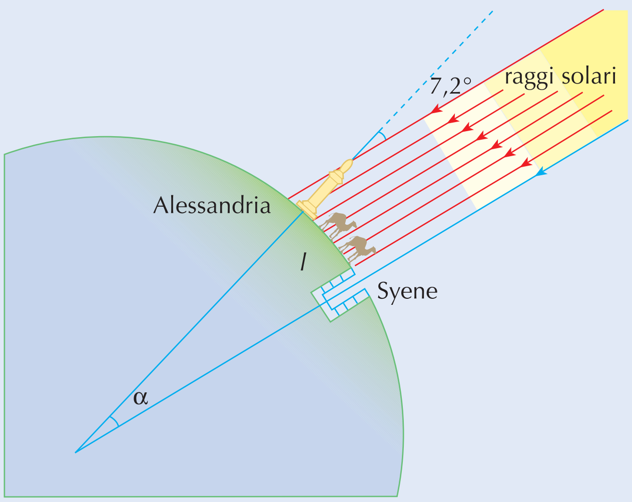
③ Indica quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali false:

a. angoli supplementari di angoli congruenti sono congruenti
b. angoli complementari di uno stesso angolo sono congruenti V F
c. se due angoli sono complementari allora sono anche retti V F
d. angoli supplementari sono congruenti solo se sono retti V F
e. la somma di due angoli esplementari corrisponde ad un angolo giro. V F

MATEMATICA E STORIA

Eratostene e la misura della Terra

Eratostene vive nel III secolo a.C., studia ad Atene e si trasferisce ad Alessandria in qualità di direttore della più grande biblioteca fino allora mai esistita. Alessandria si trova in Egitto alla foce del Nilo, ed è in questa città che Eratostene riesce a definire con buona precisione la misura del raggio terrestre. Un giorno di giugno Eratostene si trova a Syene (attuale Assuan) una cittadina che si trova circa 5 000 stadi (unità di misura utilizzata in Grecia in quegli anni) più a Sud di Alessandria. In questa città osserva che a mezzogiorno del 21 giugno i raggi del Sole cadono perpendicolari al terreno così da illuminare il fondo di un pozzo (oggi diciamo che Assuan si trova sul Tropico del Cancro). L'anno successivo, tornato ad Alessandria osserva che lo stesso giorno e alla stessa ora qualsiasi oggetto piantato nel terreno proietta un'ombra che segna sulla verticale un angolo di 7,2°. Perché questa differenza? Il motivo di ciò è da ricercare nel fatto che cambia il punto di vista dal quale gli abitanti delle due città vedono il Sole o, detto in altri termini, è dovuto al fatto che la Terra è paragonabile ad una sfera.



Per capire come Eratostene calcola il raggio della Terra dobbiamo ripercorrere i suoi ragionamenti: l'angolo di 7,2° è uguale all'angolo che ha per vertice il centro della Terra e i cui lati passano rispettivamente per Alessandria e Syene (nel capitolo 3 vedremo che questi due angoli sono congruenti perché corrispondenti). Poiché è nota la misura dell'angolo giro (360°), Eratostene poteva calcolare il rapporto delle distanze fra le due città

$$360° : 7{,}2° = 50.$$

Allo stesso modo, Eratostene deduce che la circonferenza della Terra doveva essere 50 volte la distanza tra Alessandria e Syene. Bastava quindi moltiplicare

$$5\,000 \text{ stadi} \cdot 50 = 250\,000 \text{ stadi}$$

Oggi sappiamo che uno stadio corrisponde a 185 metri e pertanto possiamo trasformare la misura della circonferenza terrestre in metri

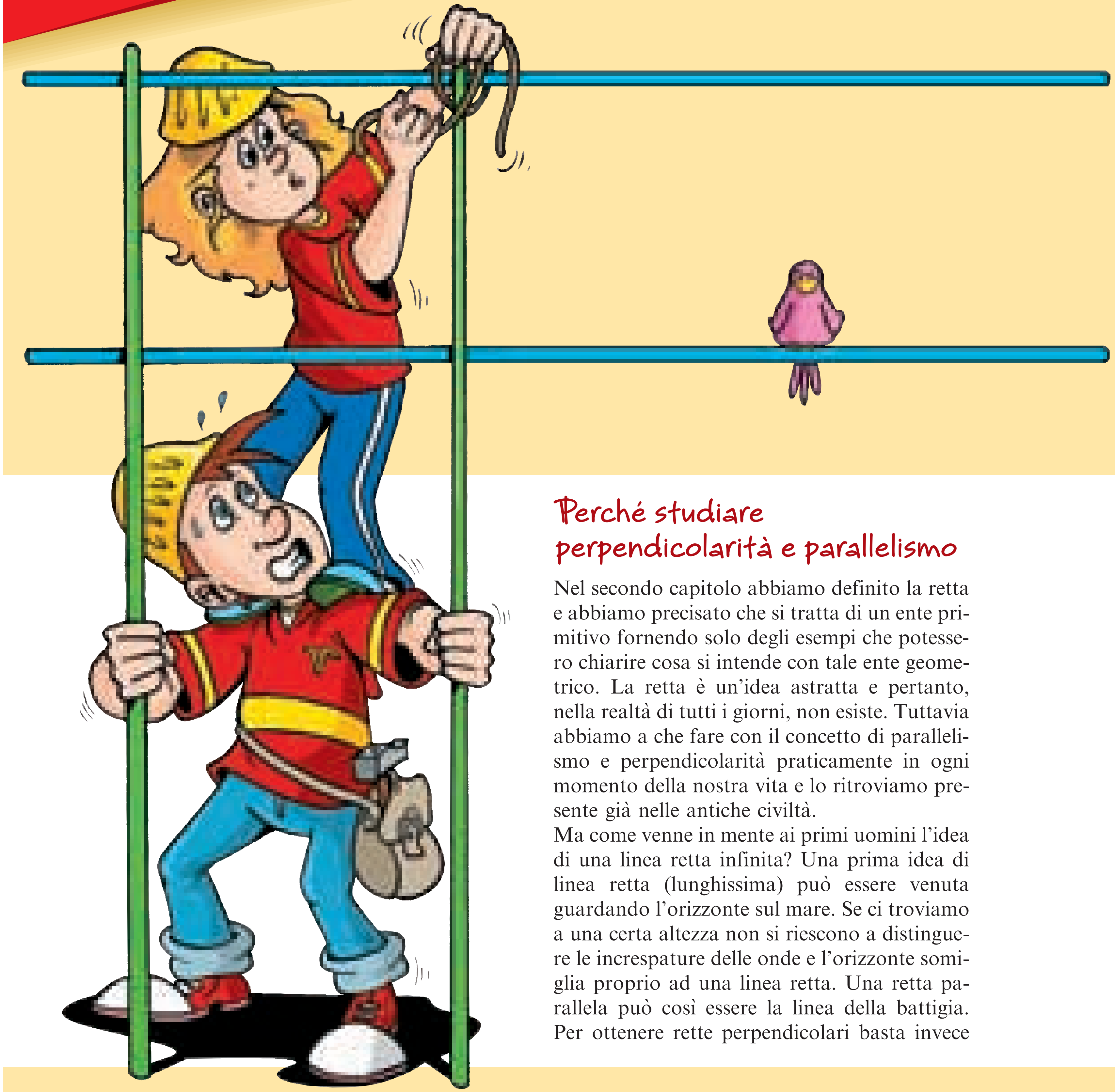
$$250\,000 \cdot 185 \text{ m} = 46\,250\,000 \text{ m} = 46\,250 \text{ km}$$

Stupisce come il risultato di Eratostene si discosta di poco dalla misura che oggi attribuiamo alla circonferenza terrestre (40 009 km). Il motivo di tale errore è da ricercare in diverse cause:

- la Terra non è perfettamente sferica;
- Alessandria e Syene non si trovano sullo stesso meridiano;
- 5 000 stadi è una misura approssimata della distanza fra le città;
- non tutti gli studiosi concordano sulla trasformazione in metri di uno stadio.

Perpendicolarità e parallelismo

Capitolo 3



Prerequisiti

- Conoscere le caratteristiche del sistema decimale
- Conoscere le proprietà delle quattro operazioni e operare con esse
- Operare con le misure angolari
- Conoscere gli enti della geometria e le loro proprietà

Obiettivi

CONOSCENZE
- Le proprietà delle rette parallele e perpendicolari
- Gli angoli formati da due rette parallele tagliate da una trasversale e le loro proprietà

ABILITÀ
- Saper operare con rette parallele e perpendicolari
- Applicare i criteri di parallelismo

Perché studiare perpendicolarità e parallelismo

Nel secondo capitolo abbiamo definito la retta e abbiamo precisato che si tratta di un ente primitivo fornendo solo degli esempi che potessero chiarire cosa si intende con tale ente geometrico. La retta è un'idea astratta e pertanto, nella realtà di tutti i giorni, non esiste. Tuttavia abbiamo a che fare con il concetto di parallelismo e perpendicolarità praticamente in ogni momento della nostra vita e lo ritroviamo presente già nelle antiche civiltà.
Ma come venne in mente ai primi uomini l'idea di una linea retta infinita? Una prima idea di linea retta (lunghissima) può essere venuta guardando l'orizzonte sul mare. Se ci troviamo a una certa altezza non si riescono a distinguere le increspature delle onde e l'orizzonte somiglia proprio ad una linea retta. Una retta parallela può così essere la linea della battigia. Per ottenere rette perpendicolari basta invece conficcare verticalmente uno o più bastoni nel terreno.
Anche oggi per farci un'idea di rette parallele e perpendicolari dobbiamo solo osservare la realtà che ci circonda. La disposizione delle mattonelle sul pavimento, l'orientamento delle pareti fra di loro e rispetto al soffitto e i solchi creati da un aratro su un terreno agricolo sono solo alcuni esempi di oggetti in cui ricercare il parallelismo e la perpendicolarità.
In questo capitolo ci occuperemo dello studio dei concetti e dei teoremi relativi alle rette perpendicolari e parallele ed in particolare analizzeremo il quinto postulato di Euclide, che è alla base della **geometria euclidea**. Nell'approfondimento scopriremo che molti matematici, nei secoli scorsi, tentarono di negarlo, costruendo così una nuova geometria che, prende il nome di **geometria non euclidea**.

Perpendicolarità e parallelismo

Capitolo 3

Prerequisiti

- ✗ Conoscere le caratteristiche del sistema decimale
- ✗ Conoscere le proprietà delle quattro operazioni e operare con esse
- ✗ Operare con le misure angolari
- ✗ Conoscere gli enti della geometria e le loro proprietà

Obiettivi

CONOSCENZE

- ✗ Le proprietà delle rette parallele e perpendicolari
- ✗ Gli angoli formati da due rette parallele tagliate da una trasversale e le loro proprietà

ABILITÀ

- ✗ Saper operare con rette parallele e perpendicolari
- ✗ Applicare i criteri di parallelismo

Perché studiare perpendicolarità e parallelismo

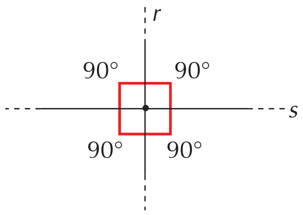
Nel secondo capitolo abbiamo definito la retta e abbiamo precisato che si tratta di un ente primitivo fornendo solo degli esempi che potessero chiarire cosa si intende con tale ente geometrico. La retta è un'idea astratta e pertanto, nella realtà di tutti i giorni, non esiste. Tuttavia abbiamo a che fare con il concetto di parallelismo e perpendicolarità praticamente in ogni momento della nostra vita e lo ritroviamo presente già nelle antiche civiltà.
Ma come venne in mente ai primi uomini l'idea di una linea retta infinita? Una prima idea di linea retta (lunghissima) può essere venuta guardando l'orizzonte sul mare. Se ci troviamo a una certa altezza non si riescono a distinguere le increspature delle onde e l'orizzonte somiglia proprio ad una linea retta. Una retta parallela può così essere la linea della battigia. Per ottenere rette perpendicolari basta invece conficcare verticalmente uno o più bastoni nel terreno.
Anche oggi per farci un'idea di rette parallele e perpendicolari dobbiamo solo osservare la realtà che ci circonda. La disposizione delle mattonelle sul pavimento, l'orientamento delle pareti fra di loro e rispetto al soffitto e i solchi creati da un aratro su un terreno agricolo sono solo alcuni esempi di oggetti in cui ricercare il parallelismo e la perpendicolarità.
In questo capitolo ci occuperemo dello studio dei concetti e dei teoremi relativi alle rette perpendicolari e parallele ed in particolare analizzeremo il quinto postulato di Euclide, che è alla base della **geometria euclidea**. Nell'approfondimento scopriremo che molti matematici, nei secoli scorsi, tentarono di negarlo, costruendo così una nuova geometria che, prende il nome di **geometria non euclidea**.

1 Le rette perpendicolari

esercizi pag. 190

Nel capitolo precedente abbiamo studiato che due rette incidenti dividono il piano in quattro angoli che sono opposti al vertice e congruenti a due a due. Quando i quattro angoli che si formano sono tutti tra loro congruenti, e quindi hanno tutti ampiezza di 90°, le due rette si dicono **perpendicolari** (***figura 1***); per indicare che due rette r ed s sono perpendicolari si scrive $r \perp s$.

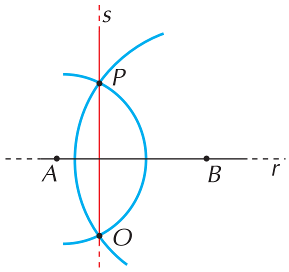
Figura 1



Definizione. Due rette incidenti si dicono **perpendicolari** se formano quattro angoli retti.

Consideriamo ora una retta r e un punto P non appartenente ad essa; vogliamo tracciare una retta passante per P e perpendicolare alla retta r. Scegliamo due punti A e B sulla retta r (***figura 2***), situati da parti opposte rispetto al punto P; centriamo in A e B con apertura di compasso AP e BP e tracciamo due archi di circonferenza. Essi si intersecheranno nel punto P ed in un altro punto O. La retta s passante per i punti P ed O è la perpendicolare alla retta r passante per P.
L'assioma 2 studiato nel capitolo precedente (paragrafo 2) garantisce che per due punti passa una sola retta, pertanto possiamo concludere:

Figura 2

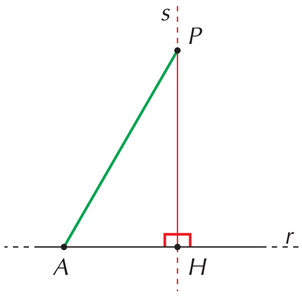


Teorema. La perpendicolare ad una retta per un punto esterno ad essa è unica.

La distanza di un punto da una retta

Sia r una retta e P un punto non appartenente ad essa. Tracciamo la retta s perpendicolare alla retta r passante per P e sia H il punto di intersezione delle due rette (***figura 3***).
Come possiamo notare il segmento di perpendicolare PH ha la lunghezza minore di ogni altro segmento obliquo (ad esempio PA). La lunghezza del segmento PH è detta **distanza** del punto P dalla retta r.
Il punto H è detto anche **piede** della perpendicolare condotta da P alla retta r oppure **proiezione** di P sulla retta r.

Figura 3



Definizione. La **distanza** di un punto da una retta è la lunghezza del segmento di perpendicolare condotto per quel punto alla retta.

La proiezione di un segmento su una retta

Sia r una retta e PQ un segmento non appartenente ad essa. Se tracciamo da P e Q le rette s e t perpendicolari alla retta r, avremo come loro intersezioni rispettivamente i punti P' e Q' (***figura 4***). Il segmento $P'Q'$ è la **proiezione** del segmento PQ sulla retta r.
Illustriamo con dei disegni alcuni casi particolari di proiezioni del segmento PQ sulla retta r (***figura 5***). Le proiezioni appaiono in colore rosso.

Figura 4

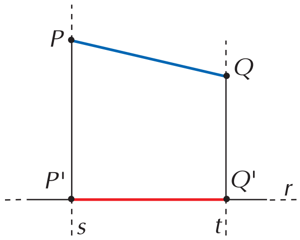
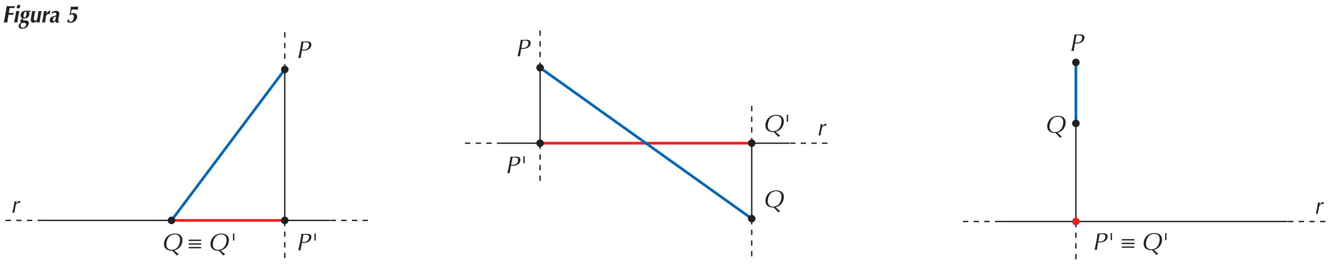


Figura 5



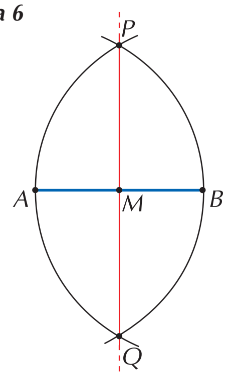
a. PQ obliquo rispetto ad r e Q su r **b.** PQ incidente rispetto ad r **c.** PQ perpendicolare rispetto ad r

L'asse di un segmento

Considerato il segmento AB, vogliamo disegnare la retta ad esso perpendicolare passante per il suo punto medio M (***figura 6***). Per eseguire la costruzione centriamo il compasso sia in A che in B e descriviamo due archi di circonferenza di raggio AB. Essi si intersecano nei punti P e Q. La retta individuata dai punti P e Q viene denominata **asse** del segmento AB.

Definizione. L'**asse** di un segmento è la retta ad esso perpendicolare che lo interseca nel suo punto medio.

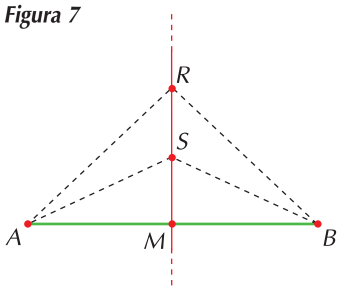
Figura 6



Prendiamo ora sull'asse del segmento AB due punti R e S (***figura 7***); possiamo notare che i segmenti RA e RB sono tra loro congruenti, così come lo sono anche i segmenti SA e SB. Ne deduciamo la seguente:

Definizione. Qualunque punto appartenente all'asse di un segmento ha la stessa distanza dagli estremi del segmento.

Figura 7



?! Verifica

① Stabilisci quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali false:

a. due rette perpendicolari sono sempre incidenti V F

b. due rette incidenti sono sempre perpendicolari V F

c. due rette perpendicolari formano quattro angoli retti. V F

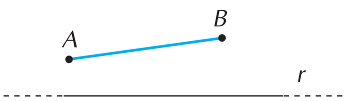
② Per un punto:

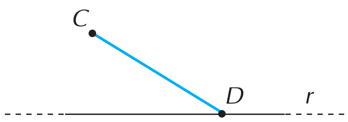
a. passano due perpendicolari ad una retta data;

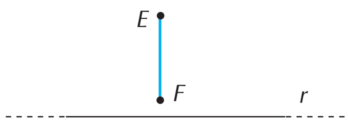
b. passano infinite perpendicolari ad una retta data;

c. passa una ed una sola perpendicolare ad una retta data.

③ Traccia le proiezioni dei segmenti AB, CD e EF sulla retta r nei tre casi.

a. 

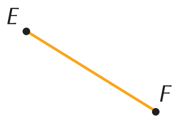
b. 

c. 

④ Disegna l'asse di ciascuno dei seguenti segmenti.

a. 

b. 

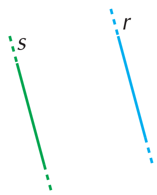
c. 

2 Le rette parallele

esercizi pag. 192

Riprendiamo e precisiamo il concetto di «rette parallele» anticipato nel precedente capitolo. Abbiamo già detto che due rette complanari r ed s si dicono incidenti quando hanno un solo punto in comune. Quando ciò non avviene, ovvero quando le due rette non hanno alcun punto in comune, si dice che le due rette r ed s sono parallele e si scrive $r \parallel s$ (***figura 8***):

Figura 8

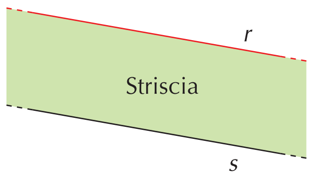


Definizione. Due rette si dicono **parallele** se sono complanari e non hanno alcun punto in comune.

Per convenzione si è stabilito che ogni retta è parallela a se stessa. Possiamo inoltre dare la seguente:

Definizione. Si chiama **striscia** la parte di piano compresa tra due rette parallele. Le due rette definiscono il **contorno** della striscia (***figura 9***).

Figura 9

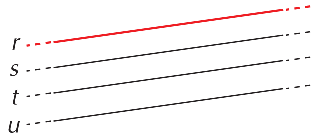


Quando due rette r ed s sono parallele si dice che hanno la stessa direzione.

Esse, insieme alle altre infinite rette a loro parallele, formano un **fascio di rette parallele** (***figura 10***). Pertanto:

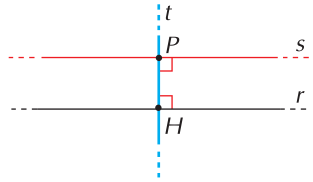
Definizione. In un piano, si chiama **fascio di rette parallele** l'insieme di tutte le rette del piano parallele ad una retta data.

Figura 10



Considerata ora una retta r e un punto P non appartenente ad essa, vogliamo disegnare una retta passante per P e parallela alla retta r. Per eseguire la costruzione tracciamo per P la retta t perpendicolare ad r nel punto H e, sempre per P, la retta s perpendicolare alla retta t (***figura 11***).
La retta s è la parallela richiesta. Infatti r ed s sono entrambe perpendicolari a t e sono pertanto tra loro parallele. È importante osservare che la retta s è unica; resta così confermato il **quinto postulato di Euclide** noto anche con il nome di **postulato delle parallele**:

Figura 11



Assioma. Per un punto passa una e una sola retta parallela ad una retta data.

Ricorda che postulato e assioma sono sinonimi.

Si tratta di un postulato molto importante. Nella storia della matematica, tuttavia, alcuni studiosi hanno provato a costruire delle geometrie non considerando valido questo postulato. Sono nate così le **geometrie non euclidee** che potrai studiare nella Scuola Secondaria Superiore (trovi un breve accenno nell'approfondimento di fine capitolo).

Sempre considerando la ***figura 11*** precedente, il segmento PH, appartenente alla retta t perpendicolare alle due rette r e s, è detto anche **distanza fra le due rette parallele**.

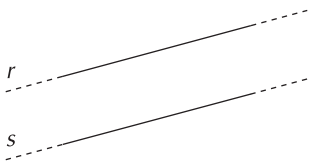
Definizione. La **distanza di due rette parallele** è la lunghezza di un qualsiasi segmento perpendicolare alle due rette.

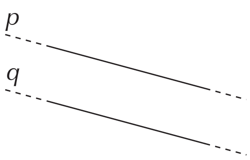
?! Verifica

① Stabilisci quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali false.

a. Due rette complanari non possono mai essere parallele V F
b. due rette parallele non possono essere incidenti V F
c. una striscia è una coppia di rette parallele V F
d. due rette parallele hanno sempre la stessa distanza. V F

② Colora nelle seguenti figure la parte di piano che rappresenta una striscia.

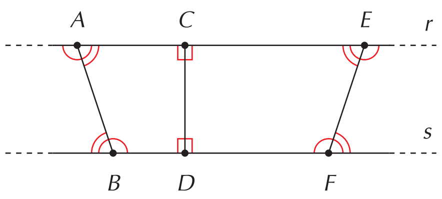
a.


b.


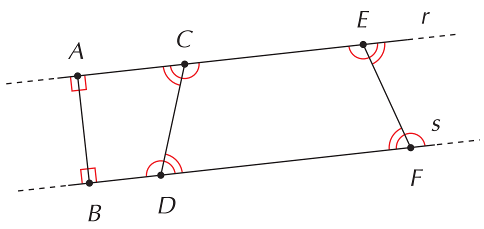
③ Il quinto postulato di Euclide afferma che per un punto:
a. passa una ed una sola parallela ad una retta data;
b. passano due parallele ad una retta data;
c. passano infinite parallele ad una retta data.

④ Osserva le seguenti rette parallele e stabilisci quale segmento rappresenta la loro distanza.

a.



b.



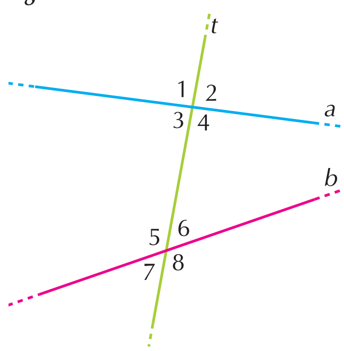
3 I criteri di parallelismo

esercizi pag. 193

Consideriamo in un piano due rette distinte *a* e *b* e una terza retta *t* che le interseca entrambe e che per questo motivo chiamiamo **trasversale**. Quest'ultima retta con le due rette precedenti divide il piano in otto angoli (quattro sulla prima retta e quattro sulla seconda) che, presi a coppie, vengono definiti con nomi particolari (***figura 12***):

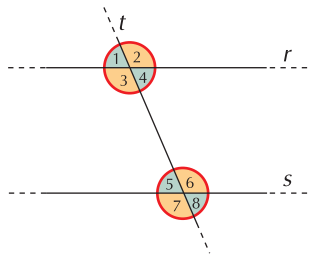
- angoli alterni interni: $\widehat{3}$ e $\widehat{6}$; $\widehat{4}$ e $\widehat{5}$
- angoli alterni esterni: $\widehat{1}$ e $\widehat{8}$; $\widehat{2}$ e $\widehat{7}$
- angoli coniugati interni: $\widehat{3}$ e $\widehat{5}$; $\widehat{4}$ e $\widehat{6}$
- angoli coniugati esterni: $\widehat{1}$ e $\widehat{7}$; $\widehat{2}$ e $\widehat{8}$
- angoli corrispondenti: $\widehat{1}$ e $\widehat{5}$; $\widehat{2}$ e $\widehat{6}$; $\widehat{3}$ e $\widehat{7}$; $\widehat{4}$ e $\widehat{8}$

Figura 12



In generale, le quattro coppie di angoli opposti al vertice sono congruenti ma, se le due rette *a* e *b* sono parallele, e solo in questo caso, si vengono a stabilire alcune importanti relazioni (***figura 13***):

Figura 13



Proprietà. Gli angoli **alterni** (sia interni che esterni) sono fra loro **congruenti**.

Proprietà. Gli angoli **corrispondenti** sono fra loro **congruenti**.

Proprietà. Gli angoli **coniugati** (sia interni che esterni) sono **supplementari**.

Le relazioni inverse di quelle enunciate costituiscono i cosidetti **criteri di parallelismo**; tali criteri consentono cioè di stabilire le condizioni necessarie perché due rette siano parallele. Non è necessario verificare tutte le proprietà; basta verificarne una per essere certi che valgano anche le altre. Ad esempio possiamo affermare che:

Criterio generale di parallelismo. Due rette sono parallele se, tagliate da una trasversale, formano una coppia di:

- angoli alterni congruenti, oppure
- angoli corrispondenti congruenti, oppure
- angoli coniugati supplementari.

?! Verifica

① Osserva la figura a lato in cui $r \parallel s$ e scrivi accanto ad ogni coppia di angoli la loro denominazione particolare.

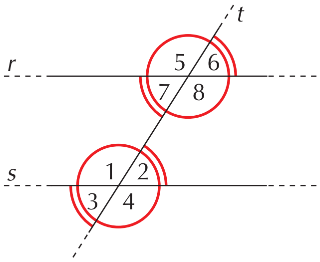
a. 2 e 7 o 1 e 8; angoli ....

b. 4 e 5 o 3 e 6; angoli ....

c. 5 e 1 o 7 e 3 o 6 e 2 o 8 e 4; angoli ....

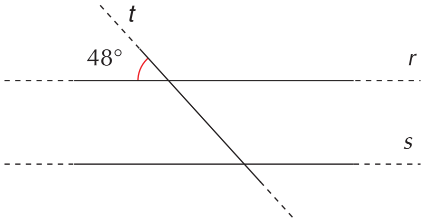
d. 1 e 7 o 2 e 8; angoli ....

e. 5 e 3 o 6 e 4; angoli ....

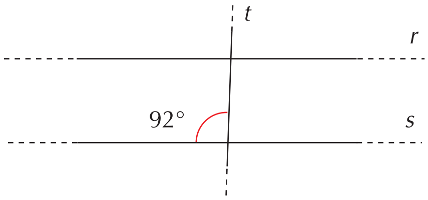


② Osserva le seguenti figure in cui $r \parallel s$ e calcola la misura degli altri sette angoli.

a.



b.

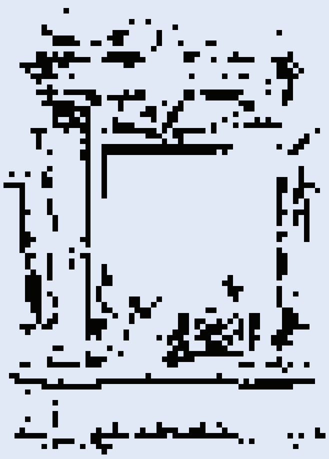


MATEMATICA E STORIA

Oltre la geometria euclidea

La nascita della geometria probabilmente avvenne quando l'uomo primitivo iniziò ad osservare la natura e cercò di riprodurre per mezzo di disegni quello che vedeva: guardando il Sole e la Luna è nato il concetto di cerchio, le stelle sono i punti, una grande pianura il piano, una montagna il triangolo. Per molti anni la geometria è stata così relegata a motivazioni pratiche come la costruzione di oggetti (frecce, ciotole...) ispirandosi alle forme "geometriche" osservabili in natura.

Dobbiamo arrivare alle grandi civiltà Egiziana e Assiro-Babilonese per vedere i primi calcoli di geometria applicati alla misurazione di lunghezze e superfici. Il grande sviluppo della geometria si fa risalire al VII secolo a.C. quando i matematici greci, grazie anche alle conoscenze acquisite nei numerosi viaggi in Oriente, iniziarono ad elaborare un sistema strutturato. Poco alla volta, la geometria diventò slegata da ogni applicazione pratica e gli enti geometrici diventarono concetti astratti dei quali cercare legami e proprietà. **Pitagora** prima (VI secolo a.C.) ed **Eudosso** poi (IV secolo a.C.) diedero un notevole contributo in questo senso, ma l'intervento più importante fu quello di **Euclide** (300 a.C. circa). Nella sua opera, i 13 libri degli *Elementi* che sono il primo trattato scientifico arrivato fino a noi, Euclide raccoglie le conoscenze geometriche dell'epoca e le espone in modo sistematico, astratto e generalizzato, creando così un modello di teoria matematica che è rimasto insuperato per secoli. Nei suoi libri Euclide segue uno schema logico ben preciso: inizia enunciando quali sono i "**termini**", cioè dà la definizione delle parole usate nel seguito; successivamente vengono enunciate le proposizioni non dimostrate, chiamate **assiomi** o **postulati**. Tutte le altre conseguenze, i **teoremi**, derivano dalle definizioni iniziali mediante processi di ragionamento chiamati **dimostrazioni**. Da secoli Euclide è considerato un'autorità scientifica indiscutibile e la sua geometria (la cosiddetta **geometria euclidea**) costituisce il modello di base per la rappresentazione della realtà in gran parte del mondo. Essa influenza anche l'arte, l'architettura e la stessa psicologia dell'uomo, il suo modo di vedere le cose e di pensare.

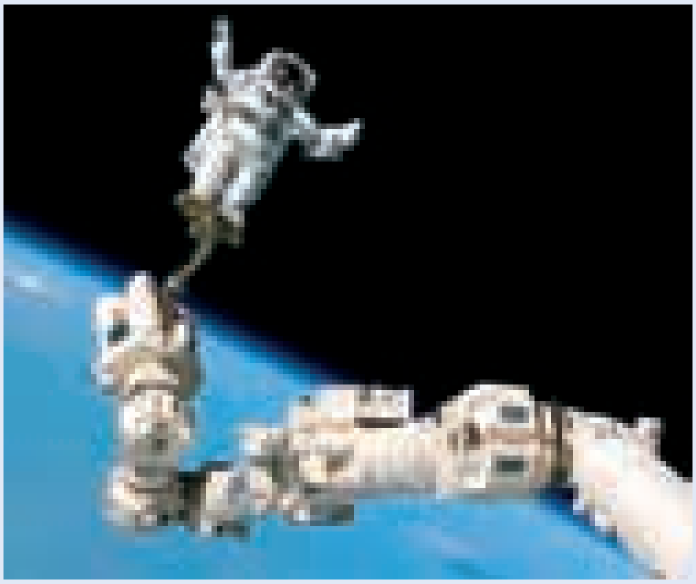


Frontespizio degli Elementi di Euclide stampato nel 1572.

Nel 1700 il gesuita italiano **Gerolamo Saccheri**, considerando gli assiomi di Euclide volle provare a dimostrare il 5° postulato (per un punto esterno ad una retta passa una ed una sola parallela) a partire dagli altri assiomi. Nel tentativo di provare la sua tesi riuscì a costruire una *pseudogeometria* che funzionava anche senza il 5° postulato. La sua opera conobbe una certa fama dopo la sua morte, ma poi andò dimenticata. La svolta avviene circa un secolo dopo, quando il matematico russo **Nikolaj Ivanovic Lobacewskij** (1793-1856) e l'ungherese **Janos Bolyai** (1802-1860), indipendentemente uno dall'altro, capirono che non era possibile dimostrare il 5° assioma di Euclide a partire dagli altri assiomi. Entrambi costruirono una geometria basata sulla considerazione che, *data una retta r ed un punto P fuori di essa, esiste più di una retta per P parallela alla retta r*. Con questo nuovo assioma riuscirono a costruire una nuova geometria alla quale fu dato il nome di **geometria iperbolica**.

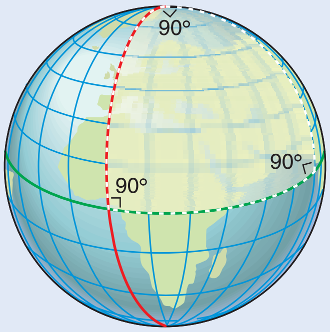

Molte delle opere di Escher rispettano le regole della geometria iperbolica.

Un secolo più tardi il tedesco **George F.B. Riemann** (1826-1866), sempre negando il 5° postulato di Euclide, costruì un'altra geometria, detta **geometria ellittica**, basata sul presupposto che *per un punto esterno ad una retta non si può condurre alcuna parallela*.
In entrambe le geometrie non valgono molti teoremi (per esempio, il teorema di Pitagora o quello relativo alla somma degli angoli interni di un triangolo) ed è possibile compiere operazioni geometriche che con la geometria euclidea sono impossibili (ad esempio la quadratura del cerchio).
Per avere un esempio e ragionare secondo gli schemi della geometria ellittica basta considerare un mappamondo. Su di esso è possibile costruire un triangolo con tre angoli retti (***figura 14***). Basta infatti:


L'orbita di un astronauta è descritta dalla geometria ellittica.

- posizionarsi sull'Equatore in corrispondenza del meridiano di Greenwick (0°)
- spostarsi a destra lungo l'Equatore per 90°
- salire verso il polo Nord
- ripercorrere il meridiano di Greenwick fino a giungere all'Equatore.

Figura 14



Ma allora perché studiare la geometria euclidea? Senza ombra di dubbio possiamo affermare che le sue conclusioni continueranno a valere ancora per molti anni. Sulla superficie terrestre continueremo ad usare questa geometria per costruire case, strade ed altro ancora. Allo stesso tempo però oggi disponiamo anche di altre geometrie che possiamo utilizzare a seconda dei nostri scopi.
Nello studio dell'astronomia spesso, soprattutto per gli oggetti più distanti (quasar), si ricorre alla geometria iperbolica.
Nella robotica invece si possono far muovere i bracci dei robot lungo circonferenze o su una sfera utilizzando le leggi della geometria ellittica. Troviamo un'altra applicazione nella determinazione delle rotte degli aerei. I piloti degli aerei sanno benissimo che per andare da Milano a New York è più veloce passare dal Polo Nord che viaggiare lungo il parallelo: utilizzano cioè la geometria ellittica anche se, forse, non l'hanno mai studiata.

I poligoni

Capitolo 4

Prerequisiti

- ✗ Conoscere le caratteristiche del sistema decimale
- ✗ Conoscere le proprietà delle quattro operazioni e saper operare con esse
- ✗ Conoscere gli enti fondamentali della geometria
- ✗ Conoscere le proprietà degli angoli e operare con le misure angolari

Obiettivi

CONOSCENZE

- ✗ Gli elementi e le caratteristiche di un poligono
- ✗ Le proprietà relative agli elementi di un poligono

ABILITÀ

- ✗ Saper operare con gli elementi di un poligono
- ✗ Saper applicare le proprietà relative agli elementi di un poligono

Perché studiare i poligoni

Sono innumerevoli le volte in cui quotidianamente incontriamo i poligoni nascosti dietro i mille oggetti che vediamo, manipoliamo e utilizziamo.
Gli antichi greci furono i primi a studiarli con lo scopo di cercarne le regole e le proprietà che ne permettessero poi la loro costruzione geometrica.
Il nome stesso di "*poligoni*" deriva proprio dalla lingua greca: *poli* vuol dire molti, *gonion* vuol dire angolo. Dunque "poligoni" vuol dire "figure con molti angoli". I greci hanno perciò descritto le proprietà che caratterizzano ciascun poligono, compresi quelli regolari.
In dimensioni macroscopiche è facile ritrovare i poligoni unendo con dei segmenti immaginari le stelle della volte celeste; si possono trovare numerosi esempi: il "rettangolo" nella costellazione dei Gemelli, il "quadrato" in Auriga, il "triangolo" nella costellazione omonima, ecc...
I greci non avrebbero certo immaginato di ritrovare i poligoni anche nel mondo infinitamente piccolo.

La figura a lato mostra delle diatomee, che sono alghe unicellulari caratterizzate dall'avere un rivestimento duro e resistente di silice la cui forma è ben definita e può essere rappresentata da poligoni.
In questo capitolo studieremo le regole e le proprietà generali dei poligoni.
Dedicheremo i due capitoli seguenti ad approfondire le proprietà e le regole dei triangoli e dei quadrilateri.
Impareremo infine le tecniche per risolvere i problemi geometrici che, una volta acquisite, si possono applicare all'intero programma di geometria.

I poligoni

Capitolo 4

Prerequisiti

- Conoscere le caratteristiche del sistema decimale
- Conoscere le proprietà delle quattro operazioni e saper operare con esse
- Conoscere gli enti fondamentali della geometria
- Conoscere le proprietà degli angoli e operare con le misure angolari

Obiettivi

CONOSCENZE
- Gli elementi e le caratteristiche di un poligono
- Le proprietà relative agli elementi di un poligono

ABILITÀ
- Saper operare con gli elementi di un poligono
- Saper applicare le proprietà relative agli elementi di un poligono

Perché studiare i poligoni

Sono innumerevoli le volte in cui quotidianamente incontriamo i poligoni nascosti dietro i mille oggetti che vediamo, manipoliamo e utilizziamo.
Gli antichi greci furono i primi a studiarli con lo scopo di cercarne le regole e le proprietà che ne permettessero poi la loro costruzione geometrica.
Il nome stesso di "*poligoni*" deriva proprio dalla lingua greca: *poli* vuol dire molti, *gonion* vuol dire angolo. Dunque "poligoni" vuol dire "figure con molti angoli". I greci hanno perciò descritto le proprietà che caratterizzano ciascun poligono, compresi quelli regolari.
In dimensioni macroscopiche è facile ritrovare i poligoni unendo con dei segmenti immaginari le stelle della volte celeste; si possono trovare numerosi esempi: il "rettangolo" nella costellazione dei Gemelli, il "quadrato" in Auriga, il "triangolo" nella costellazione omonima, ecc...
I greci non avrebbero certo immaginato di ritrovare i poligoni anche nel mondo infinitamente piccolo.

La figura a lato mostra delle diatomee, che sono alghe unicellulari caratterizzate dall'avere un rivestimento duro e resistente di silice la cui forma è ben definita e può essere rappresentata da poligoni.
In questo capitolo studieremo le regole e le proprietà generali dei poligoni.
Dedicheremo i due capitoli seguenti ad approfondire le proprietà e le regole dei triangoli e dei quadrilateri.
Impareremo infine le tecniche per risolvere i problemi geometrici che, una volta acquisite, si possono applicare all'intero programma di geometria.

1 Le caratteristiche dei poligoni

esercizi pag. 205

Come abbiamo già studiato nel capitolo 2, la spezzata è una linea formata da più segmenti a due a due consecutivi (***figura 1***).
Abbiamo anche detto che le spezzate possono essere semplici o intrecciate, aperte o chiuse (***figura 2***):

Figura 1

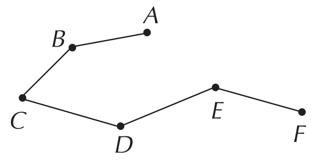
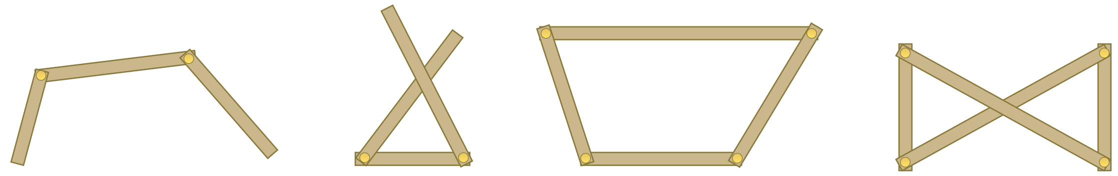
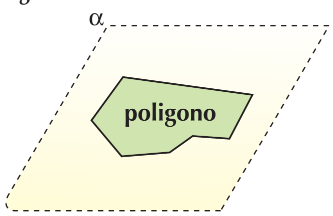


Figura 2



Ogni spezzata semplice chiusa divide il piano in due parti, una interna finita e una esterna infinita (***figura 3***). In particolare:

Figura 3

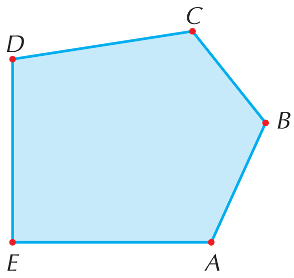


Definizione. Si dice **poligono** la parte di piano finita delimitata da una spezzata semplice chiusa.

Osserviamo la ***figura 4*** e definiamo quali sono gli elementi di un poligono.

- I punti A, B, C, D, E costituiscono i **vertici** del poligono.
- I segmenti AB, BC, CD, DE, EA costituiscono i **lati** del poligono.

Figura 4



Definizione. I lati che hanno un vertice in comune e i vertici che hanno un lato in comune si dicono **consecutivi**.

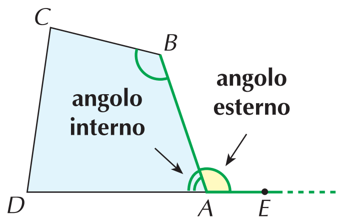
Ad esempio, sono consecutivi i lati AB e BC avendo il vertice B in comune e sono consecutivi i vertici A e B perché hanno il lato AB in comune.

Definizione. Il perimetro di un poligono è la somma delle misure dei suoi lati e lo indicheremo col simbolo ***2p*** (il semiperimetro verrà indicato con ***p***). Diremo inoltre che due poligoni sono **isoperimetrici** se hanno lo stesso perimetro.

In ogni poligono distinguiamo due tipi di angoli.

Definizione. Gli angoli **interni** sono formati da ogni coppia di lati consecutivi; gli angoli **esterni** sono formati da un lato con il prolungamento di un lato ad esso consecutivo (***figura 5***).

Figura 5



Sempre in riferimento alla ***figura 5*** possiamo dire che il lato AB è adiacente ai due angoli $\widehat{CBA}$ e $\widehat{DAB}$ e che quest'ultimo è compreso tra i lati AB e AD, cioè:

Definizione. Un lato è **adiacente** ai due angoli di cui è lato; un angolo è **compreso** tra i due lati che lo delimitano.

Ogni angolo esterno (ad esempio l'angolo $\widehat{BAE}$ della ***figura 5***), per come è stato costruito, è adiacente al rispettivo angolo interno $(\widehat{DAB})$.
Questi due angoli $(\widehat{BAE}$ e $\widehat{DAB})$ sono pertanto supplementari.

Definizione. In ogni poligono ciascun angolo interno è supplementare del relativo angolo esterno.

Il linguaggio della matematica

Il termine **adiacente** può essere riferito sia ad un angolo sia ad un lato; possiamo anche dire che un angolo è adiacente al lato cui appartiene.

Se contiamo gli elementi di un poligono, i vertici, gli angoli interni e i lati, notiamo che sono di uguale numero.

Definizione. In ogni poligono i vertici, gli angoli interni e i lati sono di uguale numero.

1.1 Tipi di poligoni

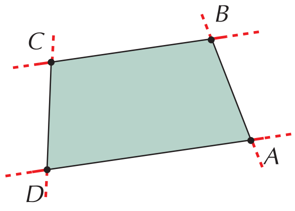
Osserviamo i due poligoni rappresentati in ***figura 6***. Notiamo che:

- i prolungamenti di tutti i lati (disegnati in rosso), non attraversano il poligono *ABCD*; esso cioè si trova nello stesso semipiano rispetto ad ogni retta cui appartiene un suo lato;
- nel poligono *EFGHI* i prolungamenti dei lati *FG* e *HG* attraversano invece il poligono.

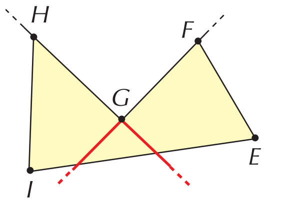
Per tale motivo il primo poligono si dice **convesso**; il secondo **concavo**.

Definizione. Un poligono si dice **convesso** se non viene attraversato dal prolungamento di alcun suo lato; si dice **concavo** se viene attraversato dal prolungamento di qualche suo lato.

Figura 6



a. Poligono convesso



b. Poligono concavo

In generale, quando si parla di poligoni si intende dire che si tratta di poligoni convessi a meno che non venga detto esplicitamente che si tratta di poligoni concavi.

Il nome di un poligono dipende dal numero dei suoi lati (o dei suoi angoli, che come abbiamo visto è sempre uguale). Elenchiamo i nomi dei poligoni più comuni:

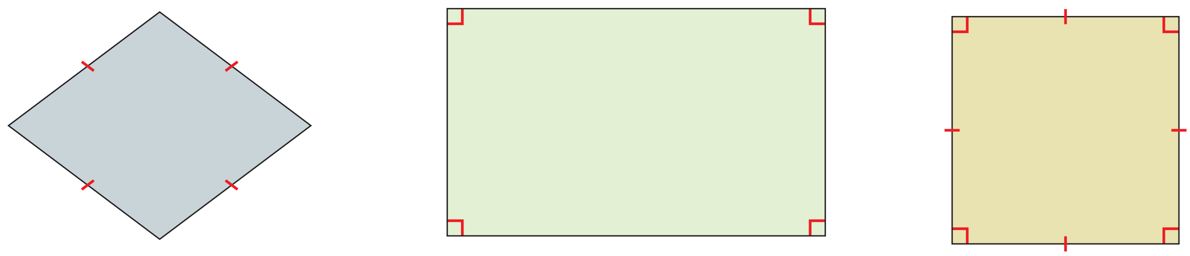
Triangolo	⟶	poligono di **tre** lati/angoli
Quadrilatero	⟶	poligono di **quattro** lati/angoli
Pentagono	⟶	poligono di **cinque** lati/angoli
Esagono	⟶	poligono di **sei** lati/angoli
Ettagono	⟶	poligono di **sette** lati/angoli
Ottagono	⟶	poligono di **otto** lati/angoli
Ennagono	⟶	poligono di **nove** lati/angoli
Decagono	⟶	poligono di **dieci** lati/angoli
Dodecagono	⟶	poligono di **dodici** lati/angoli

Inoltre:

Definizione.

- Se un poligono ha tutti i lati congruenti si dice **equilatero** (***figura 7a***).
- Se un poligono ha tutti gli angoli congruenti si dice **equiangolo** (***figura 7b***).
- Se un poligono ha tutti i lati e tutti gli angoli congruenti si dice **regolare** (***figura 7c***).

Figura 7

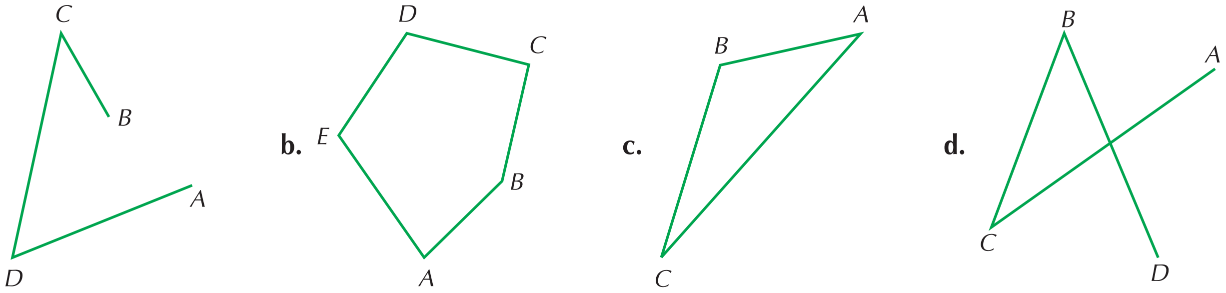


a. Poligono equilatero ***b.*** Poligono equiangolo ***c.*** Poligono regolare

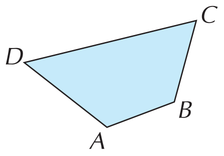
?! Verifica

① Indica quali delle seguenti spezzate rappresentano dei poligoni:

a. **b.** **c.** **d.**

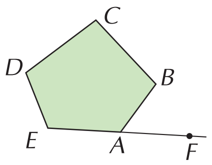


② Completa le seguenti affermazioni relative agli elementi del poligono in figura:



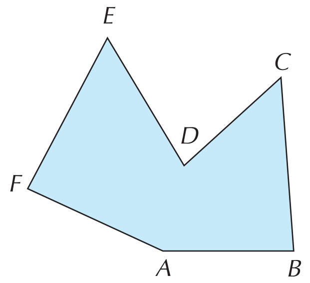
a. *A* è il vertice consecutivo del vertice .... e del vertice ....;
b. *AB* è il lato consecutivo di .... e di ....;
c. un lato consecutivo di *BC* è ....;
d. gli angoli adiacenti al lato *CD* sono ....;
e. l'angolo $\widehat{B}$ è compreso tra .... e ....

③ Osserva la figura a lato e completa le seguenti frasi:



a. gli angoli $\widehat{A}$ e $\widehat{B}$ sono adiacenti al lato ....;
b. l'angolo $\widehat{A}$ è compreso tra i lati ....;
c. l'angolo $\widehat{A}$ è supplementare dell'angolo ....;
d. un angolo consecutivo ad $\widehat{A}$ è ....

④ Osserva la figura a lato e completa le seguenti frasi:



a. siccome i prolungamenti dei lati *CD* e *ED* attraversano il poligono, si dice che *ABCDEF* è un poligono ....;
b. rispetto al numero di lati il poligono è un ....

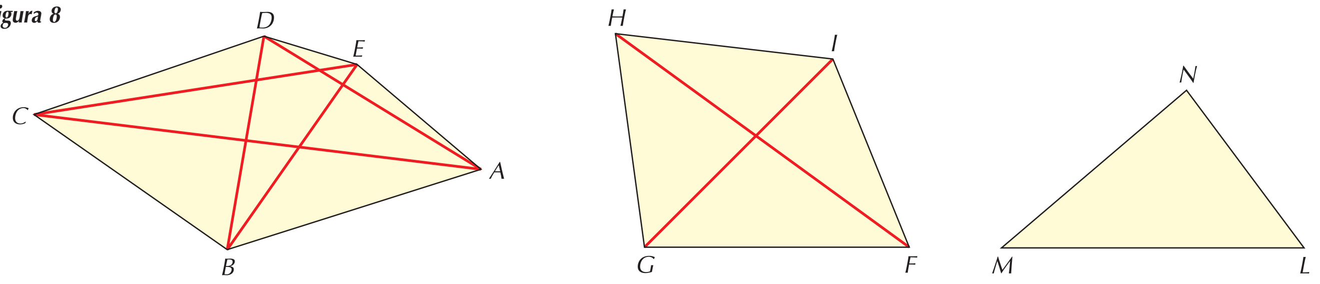
⑤ Completa la seguente definizione:
un poligono si dice regolare se ha tutti i .... e tutti gli angoli ....

1.2 Le diagonali di un poligono

Proprietà. La **diagonale** di un poligono è un segmento che unisce due vertici non consecutivi.

Disegniamo tre poligoni: un pentagono, un quadrilatero e un triangolo e tracciamo tutte le loro diagonali (***figura 8***).

Figura 8



Poligono	Diagonali uscenti da ogni vertice
Pentagono	2
Quadrilatero	1
Triangolo	0

Se contiamo quante diagonali escono da ogni vertice dei poligoni della ***figura 8*** notiamo che:

- dal vertice C del pentagono escono due diagonali: CA, CE;
- dal vertice G del quadrilatero esce una sola diagonale: GI;
- da qualunque vertice del triangolo non esce alcuna diagonale.

In generale, la differenza tra il numero dei lati di un poligono e il numero delle diagonali uscenti da un vertice dello stesso è costante e vale sempre 3.
La formula che fornisce il numero di diagonali uscenti da ciascun vertice di un poligono qualsiasi di n lati è quindi:

$$\boxed{\text{numero diagonali uscenti da un vertice} = n - 3}$$

Sempre nella ***figura 8*** contiamo il numero complessivo di diagonali per ciascun poligono: il pentagono $ABCDE$ presenta cinque diagonali, il quadrilatero $FGHI$ due e il triangolo LMN nessuna.

E' possibile individuare una relazione tra il numero n dei lati di un poligono e il numero delle sue diagonali che si può riassumere nella seguente formula:

$$\boxed{\text{n° diagonali} = n \cdot (n - 3) : 2}$$

?! Verifica

① Delle seguenti affermazioni indica quale è vera e quali sono false:

a. le diagonali di un poligono sono dei segmenti che uniscono due vertici consecutivi V F

b. il triangolo ha tre diagonali V F

c. in un poligono, escluso il triangolo, vi sono minimo due diagonali. V F

② Indicando con n il numero dei lati di un poligono, qual è la formula che permette di calcolare il numero delle diagonali uscenti da ogni vertice?

a. $n - 3$; **b.** $n - 2$; **c.** $n + 3$.

③ Indicando con n il numero dei lati di un poligono, qual è la formula che permette di calcolare il numero complessivo delle diagonali?

a. $n \cdot (n - 2) : 3$; **b.** $n \cdot (n - 3) : 2$; **c.** $n : (n - 3) \cdot 2$.

2 Come risolvere un problema

esercizi pag. 208

L'ostacolo maggiore che spesso incontriamo nella risoluzione dei problemi, riguarda la ricerca delle lunghezze dei lati o delle misure degli angoli dei poligoni, nota la loro somma o la loro differenza e il rapporto in cui sono posti i vari elementi della figura; pur avendo studiato tutte le definizioni, le proprietà e le regole non riusciamo ad individuare una corretta procedura.
I seguenti esempi servono per illustrare i metodi di risoluzione di un problema. Tali metodi si possono applicare all'intero programma di geometria e potrà quindi essere consultato più volte nel corso dell'anno.
Bisogna inoltre prestare particolare attenzione all'esempio 5 che contiene nei dati una frazione. Se non è stato ancora ancora affrontato tale argomento basta infatti seguire attentamente la procedura applicata per capire la metodologia di risoluzione.

Esempi

1. Calcoliamo la misura di due lati di un triangolo sapendo che la loro somma misura 60 cm e un lato è il triplo dell'altro.

Rappresentiamo graficamente i dati del problema:

il primo lato è il triplo dell'altro pertanto vale tre parti uguali

il secondo lato vale una di queste parti uguali

La somma dei due lati utilizzando le parti uguali vale 4, pertanto: = 60 cm

Per calcolare quanto vale il segmento unitario (in questo caso coincide con il secondo lato) basta dividere il valore della somma per quattro: $(60 : 4)$ cm $= 15$ cm.

Il primo lato è pertanto lungo: $(15 \cdot 3)$ cm $= 45$ cm.

2. Calcoliamo la misura di due angoli di un triangolo sapendo che la loro differenza è ampia 60° ed un angolo ha un'ampiezza pari alla terza parte dell'altro.

Il primo angolo vale tre parti uguali

Il secondo angolo è la terza parte dell'altro pertanto vale una di queste parti uguali

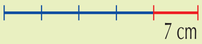
La differenza dei due angoli utilizzando le parti uguali vale 2, pertanto: $= 60°$

Per calcolare quanto vale una di queste parti basta dividere la loro differenza per 2: $(60° : 2) = 30°$.

Il secondo angolo ha dunque ampiezza di 30°, il primo angolo ha un'ampiezza di: $(30° \cdot 3) = 90°$.

3. Calcoliamo la misura di due lati di un triangolo sapendo che la loro somma è lunga 107 cm e un lato è il quadruplo dell'altro aumentato di 7 cm.

Il primo lato è il quadruplo dell'altro aumentato di 7 cm pertanto vale quattro parti uguali (in blu) più 7 cm (in rosso):



Il secondo lato vale una delle parti uguali (blu)

La somma dei due lati in parti uguali vale 5 parti blu più 7 cm (rosso) $= 107$ cm

Calcoliamo inizialmente quanto vale la somma delle parti uguali in blu e per questo basta togliere dalla somma 7 cm (rosso)

$$(107 - 7) \text{ cm} = 100 \text{ cm}$$

In questo modo ci siamo ricondotti alla tipologia dell'esempio 1 (conosciamo la somma e il rapporto fra le parti) e per calcolare il segmento unitario blu basta dividere il risultato del passaggio precedente per 5:

$$(100 : 5) \text{ cm} = 20 \text{ cm}$$

Il primo lato è lungo: $(20 \cdot 4 + 7)$ cm $= 87$ cm.

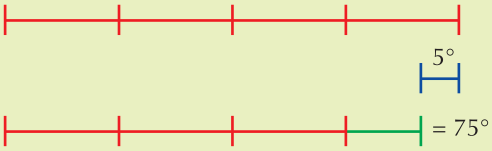
Il secondo lato è lungo: $(20 \cdot 1)$ cm $= 20$ cm.

4. Calcoliamo la misura di due angoli di un triangolo sapendo che la loro somma è ampia 75° e un angolo è il triplo dell'altro diminuito di 5°.

Il primo angolo è il triplo dell'altro diminuito di 5° pertanto vale tre parti uguali meno 5°.

Il secondo vale una di queste parti uguali

Possiamo dunque rappresentare la somma dei due angoli come la somma di quattro parti uguali (in rosso) diminuita di una certa quantità (in blu)



Per calcolare quanto vale una delle parti in rosso dobbiamo prima aggiungere alla somma dei due angoli i 5° mancanti in modo da ottenere 4 parti uguali:

$$(75° + 5°) = 80°$$

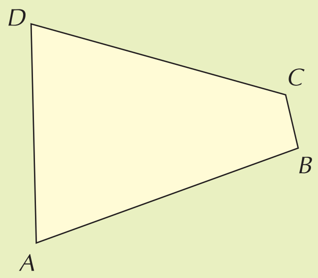
Anche in questo caso ci siamo ricondotti alla tipologia dall'esempio 1 (conosciamo la somma ed il loro rapporto) e per calcolare il segmento unitario rosso basta dividere il risultato del passaggio precedente per 4:

$$(80° : 4) = 20°$$

Il primo angolo è ampio: $(20° \cdot 3) - 5° = 55°$.

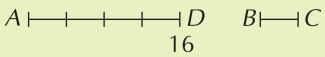
Il secondo angolo è ampio: $(20° \cdot 1) = 20°$.

5 Utilizzando la figura e i dati della tabella calcoliamo il perimetro del poligono.



Dati	Incognita
$\overline{AB} = 20$ cm	$2p_{(ABCD)}$
$BC = \frac{1}{4} \cdot AD$	
$\overline{DC} = 18$ cm	
$\overline{AD} = 16$ cm	

Poiché $BC = \frac{1}{4} \cdot AD$ possiamo anche dire che AD è quattro volte il segmento BC; per calcolare il lato BC facciamo un disegno che rappresenti le due grandezze:



Allora poiché $\overline{AD} = 16$ cm, per determinare la misura del lato BC basta dividere per quattro la lunghezza di AD.

$$\overline{BC} = \overline{AD} : 4 = (16 : 4) \text{ cm} = 4 \text{ cm}$$

Pertanto $2p = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA} = (20 + 4 + 18 + 16)$ cm $= 58$ cm.

?! Verifica

① Calcola il perimetro di un poligono $ABCD$ avente i lati che misurano rispettivamente 36 m, 28 m, 44 m e 12 m.

$2p = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA} = (36 + ... + ... + ...)$ m $= .....$ m.

② Calcola il perimetro di un triangolo ABC sapendo che:

$\overline{AB} = 50$ cm, $\overline{BC} = \overline{AB} + 15$ cm, $\overline{AC} = \overline{BC} - 30$ cm.

Svolgimento

Calcoliamo la misura di BC e AC:

$\overline{BC} = \overline{AB} + 15$ cm $= ..... + 15$ cm $= .....$

$\overline{AC} = \overline{BC} - 30$ cm $= ..... - .....$ cm $= .....$ cm

$2p = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = 50 + ... + ...$ cm $= .....$ cm.

③ Calcola le misure dei lati di un triangolo ABC sapendo che il perimetro è 42 cm e due lati sono uno il doppio dell'altro e la loro differenza misura 8 cm.

Svolgimento

$\overline{AB} = 1°$ lato $=$  $\overline{BC} = 2°$ lato $= .....$ differenza $= 8$ cm

Il lato BC misura quindi ..... cm

Il lato AB misura (..... · 2) cm = ... cm

Calcoliamo quindi per differenza la misura del terzo lato

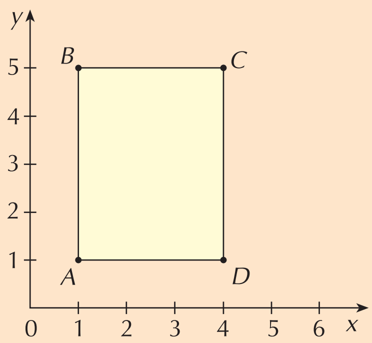
$\overline{AC} = 2p - \overline{AB} - \overline{BC} = (42 - ..... - .....)$ cm = ... cm.

APPROFONDIMENTI

Spezzate e poligoni nel piano cartesiano

Abbiamo già avuto modo di parlare del piano cartesiano e della rappresentazione di punti su di esso. Per rappresentare un poligono nel piano cartesiano basta individuare i vertici e unirli con una spezzata determinandone così i lati. Supponiamo, ad esempio, di voler rappresentare e studiare nel piano cartesiano il poligono $ABCD$ i cui vertici hanno le seguenti coordinate: $A(1; 1)$, $B(1; 5)$, $C(4; 5)$ e $D(4; 1)$.
Fissiamo l'unità di misura e rappresentiamo i punti dati; quindi uniamoli con dei segmenti (***figura 9***).
Come possiamo notare, otteniamo il rettangolo $ABCD$.
Per determinare il perimetro del rettangolo dobbiamo calcolare la misura dei lati AB e AD.
Essendo i lati paralleli agli assi cartesiani, la misura del lato AB si ottiene semplicemente contando quante volte l'unità di misura è compresa nel segmento:

Figura 9



$$\overline{AB} = 4$$

Osserviamo che è possibile ottenere lo stesso risultato calcolando la differenza fra le ordinate dei due punti partendo ovviamene dal più distante rispetto l'origine:

$$\overline{AB} = y_B - y_A = 5 - 1 = 4$$

Generalizzando possiamo dire che:

Regola. La misura della distanza tra due punti A e B di uguale ascissa è data dalla differenza delle reciproche ordinate.

Analogamente, il segmento AD è parallelo all'asse delle ascisse e la sua misura si ottiene contando quante volte l'unità di misura è compresa nel segmento:

$$\overline{AD} = 3$$

Osserviamo che è possibile ottenere lo stesso risultato calcolando la differenza fra le ascisse dei due punti partendo ovviamene dal più distante rispetto l'origine:

$$\overline{AD} = x_D - x_A = 4 - 1 = 3$$

Generalizzando possiamo dire che:

Regola. La misura della distanza tra due punti A e D di uguale ordinata è data dalla differenza delle reciproche ascisse.

Tornando al problema che volevamo risolvere inizialmente, siamo adesso in grado di calcolare il perimetro:

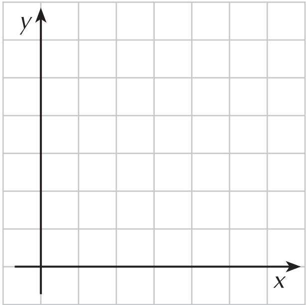
$$2p = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA} = 4 + 3 + 4 + 3 = 14.$$

N.B.: Affronteremo il calcolo della distanza fra due punti che formano un segmento non parallelo a uno dei due assi cartesiani il prossimo anno dopo aver studiato il teorema di Pitagora.

?! Verifica

① Rappresenta nel piano cartesiano a lato la spezzata definita dai punti:

$A(3; 2)$ $B(0; 5)$ $C(4; 1)$.



② Dopo aver disegnato sul tuo quaderno un piano cartesiano, calcola la distanza dei punti A e B e la distanza dei punti C e D definiti dalle seguenti coordinate:

$A(2; 2)$ $B(6; 2)$ $C(3; 5)$ $D(3; 7)$.

③ Dopo aver disegnato sul tuo quaderno un piano cartesiano, calcola il perimetro del quadrilatero ottenuto unendo i punti di coordinate:

$A(0; 5)$ $B(8; 5)$ $C(8; 0)$ $O(0; 0)$.

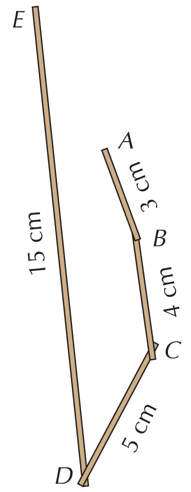
3 Le proprietà dei poligoni

esercizi pag. 214

3.1 La relazione fra i lati di un poligono

Se prendiamo dei listelli da un cartoncino, lunghi rispettivamente 3 cm, 4 cm, 6 cm e 8 cm, li foriamo alle estremità e li colleghiamo gli uni agli altri con dei piccoli fermagli possiamo costruire dei poligoni indipendentemente dall'ordine con cui vengono uniti i segmenti. Questo perché ciascun listello ha lunghezza minore della somma degli altri tre listelli.
Supponiamo ora di voler costruire un poligono collegando tra di loro quattro listelli aventi le misure rispettivamente di 15 cm, 5 cm, 4 cm e 3 cm (***figura 10***). Appare evidente che il collegamento tra gli estremi A ed E è impossibile. La spezzata $ABCDE$ rimane aperta.
Il poligono non si può costruire perché il listello DE, lungo 15 cm, è maggiore della somma degli altri tre $\overline{DC} + \overline{CB} + \overline{BA} = (5 + 4 + 3)$ cm $= 12$ cm.
Ne deduciamo una importante proprietà riguardante la relazione tra i lati di un poligono.

Figura 10



Proprietà. In un poligono la misura di ogni lato è sempre minore della somma di tutti gli altri.

?! Verifica

① Le seguenti misure si riferiscono ai lati di una spezzata. Quale fra i tre gruppi di misure può dare origine ad un poligono?
a. 3 cm; 4 cm; 10 cm;
b. 3 cm; 4 cm; 5 cm; 11 cm;
c. 6 cm; 8 cm; 9 cm; 25 cm.

② Affinché un poligono esista è necessario che ogni lato:
a. sia maggiore della somma di tutti gli altri;
b. sia minore o uguale della somma di tutti gli altri;
c. sia minore della somma di tutti gli altri.

3.2 La somma degli angoli interni di un poligono

Consideriamo il triangolo *ABC* e proponiamoci di calcolare la somma dei suoi angoli interni (***figura 11***). Se ritagliamo con delle forbici i tre angoli α, β e γ e li accostiamo in modo tale che siano a due a due consecutivi e con i vertici coincidenti nel punto *O*, otteniamo un angolo piatto. Pertanto:

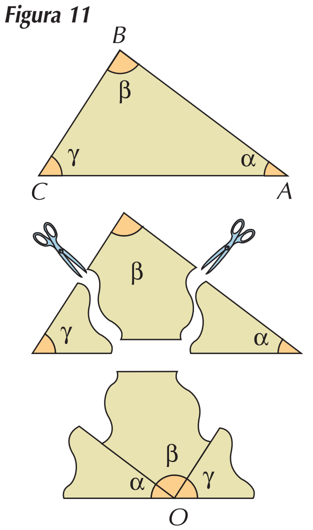


Figura 11

Proprietà. La **somma degli angoli interni di un triangolo** è pari ad un angolo piatto. In simboli:

$$S_i = 180°$$

Utilizziamo ora questa proprietà per determinare la somma degli angoli interni di altri poligoni, per esempio quadrilateri, pentagoni ed esagoni. Tracciamo da un vertice qualunque di ciascun poligono tutte le diagonali uscenti da quel vertice (***figura 12***).

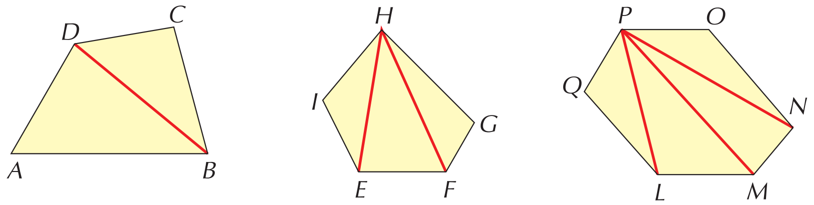


Figura 12

Così facendo si suddividono i poligoni in tanti triangoli, e precisamente:

- il quadrilatero *ABCD* è stato suddiviso in due triangoli; allora la somma degli angoli interni del quadrilatero sarà $180° \cdot 2 = 360°$;
- il pentagono *EFGHI* si può scomporre in tre triangoli; allora la somma degli angoli interni del pentagono sarà $180° \cdot 3 = 540°$;
- l'esagono *LMNOPQ* si può scomporre in quattro triangoli; allora la somma degli angoli interni dell'esagono sarà $180° \cdot 4 = 720°$.

POLIGONO	SOMMA DEGLI ANGOLI INTERNI
Triangolo	$180° \cdot 1 = 180°$
Quadrilatero	$180° \cdot 2 = 360°$
Pentagono	$180° \cdot 3 = 540°$
Esagono	$180° \cdot 4 = 720°$

Possiamo dunque concludere enunciando la seguente:

Proprietà. La **somma degli angoli interni di un poligono** di *n* lati è sempre $(n - 2)$ volte l'ampiezza di un angolo piatto. In simboli:

$$S_i = 180° \cdot (n - 2)$$

La formula inversa della precedente ci permette di calcolare il numero dei lati di un poligono conoscendo la somma degli angoli interni; in questo caso infatti basta dividere tale somma per 180° e aggiungere al risultato 2:

$$n = S_i : 180° + 2.$$

Esempi

1 Calcoliamo la somma degli angoli interni di un ottagono.
Basta applicare la formula diretta: $S_i = 180° \cdot (n - 2) = 180° \cdot (8 - 2) = 180° \cdot 6 = 1080°$.

2 Calcoliamo quanti sono i lati di un poligono sapendo che la somma dei suoi angoli interni misura 2340°.
In questo caso basta applicare la formula inversa: $n = 2340° : 180° + 2 = 13 + 2 = 15$
In definitiva dunque il poligono ha 15 lati.

3.3 La somma degli angoli esterni di un poligono

Consideriamo tre poligoni convessi rispettivamente di tre, quattro e cinque lati e per ciascun vertice tracciamo l'angolo interno e il corrispondente angolo esterno (***figura 13***). La proprietà studiata nel primo paragrafo ci assicura che ciascuna coppia di angoli forma un angolo ampio 180°.

Complessivamente la somma degli angoli interni ed esterni (S_t) è dunque:

$S_t = 3 \cdot 180°$ nel triangolo
$S_t = 4 \cdot 180°$ nel quadrilatero
$S_t = 5 \cdot 180°$ nel pentagono

Conosciamo però la somma degli angoli interni (S_i) di ciascun poligono considerato:

$S_i = 1 \cdot 180°$ nel triangolo
$S_i = 2 \cdot 180°$ nel quadrilatero
$S_i = 3 \cdot 180°$ nel pentagono

Con una sottrazione possiamo ora calcolare la somma degli angoli esterni (S_e):

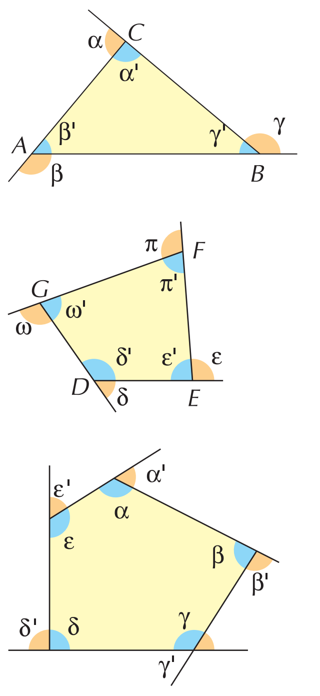
$S_e = S_t - S_i = 3 \cdot 180° - 1 \cdot 180° = 2 \cdot 180°$ nel triangolo
$S_e = S_t - S_i = 4 \cdot 180° - 2 \cdot 180° = 2 \cdot 180°$ nel quadrilatero
$S_e = S_t - S_i = 5 \cdot 180° - 3 \cdot 180° = 2 \cdot 180°$ nel pentagono

In definitiva il procedimento che abbiamo applicato per calcolare la somma degli angoli esterni può essere esteso ad un poligono qualsiasi ed il risultato è che tale somma vale sempre $2 \cdot 180°$. Pertanto:

Proprietà. La **somma degli angoli esterni** di un **qualunque poligono** è sempre uguale ad un angolo giro:

$$S_e = 360°$$

Figura 13



I quadrilateri sono gli unici poligoni che hanno la somma degli angoli interni e la somma degli angoli esterni pari allo stesso valore ovvero 360°.

?! Verifica

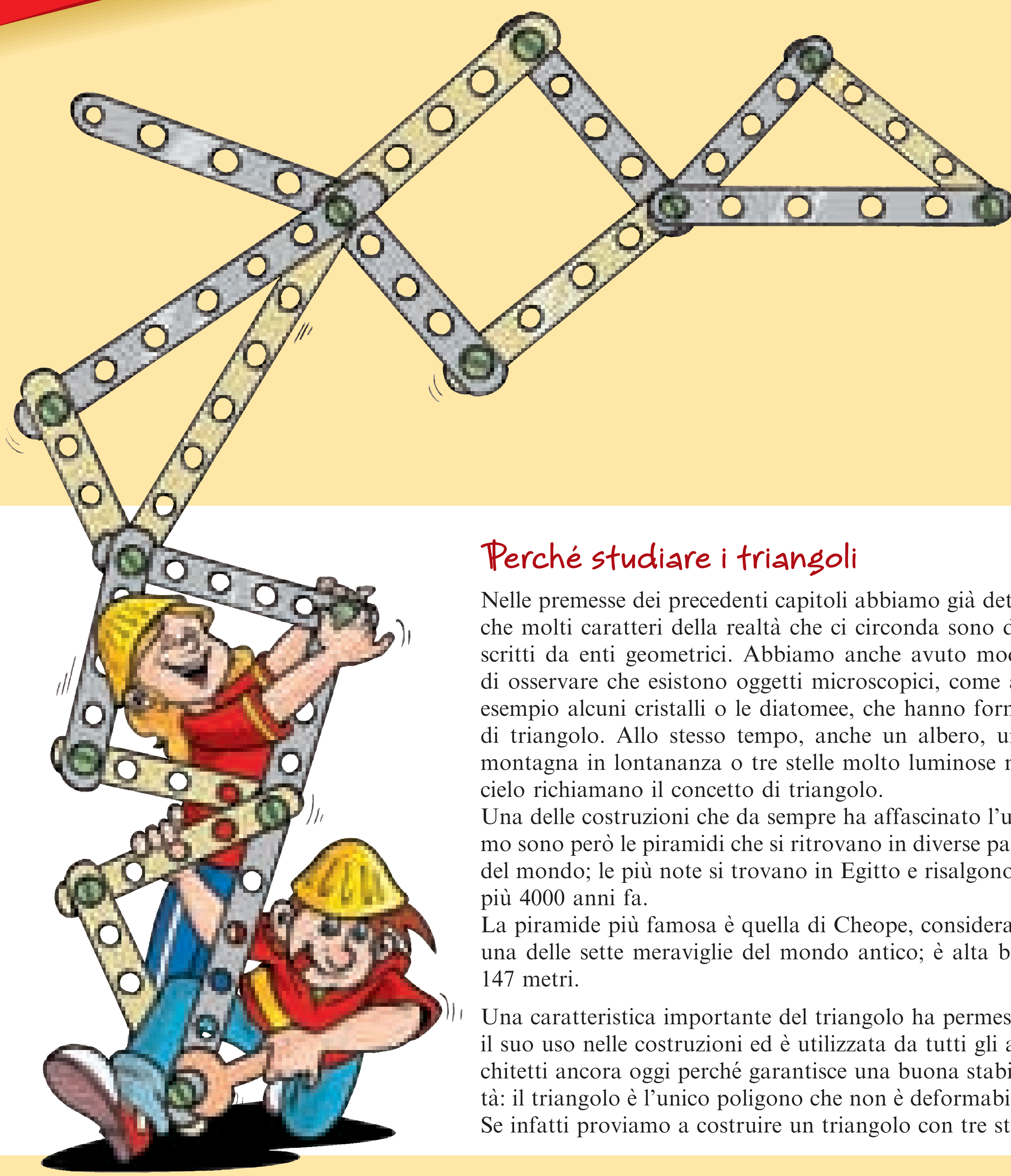
① In ogni poligono la somma degli angoli interni misura:
a. tanti angoli piatti quanti sono i lati;
b. tanti angoli piatti quante sono le diagonali;
c. tanti angoli piatti quanti sono i lati meno 2.

② Qual è la formula che permette di calcolare la somma degli angoli interni di un poligono conoscendo il numero dei lati?
a. $S_i = 180° : (n - 2)$; **b.** $S_i = 180° \cdot (n - 2)$; **c.** $S_i = 180° \cdot (n - 3)$.

③ In ogni poligono la somma degli angoli esterni è uguale:
a. ad un angolo piatto; **b.** ad un angolo giro; **c.** ad un angolo retto.

I triangoli

Capitolo 5



Prerequisiti

- ✗ Conoscere le caratteristiche del sistema di numerazione decimale
- ✗ Conoscere le proprietà delle quattro operazioni e operare con esse
- ✗ Conoscere gli enti geometrici e operare con essi
- ✗ Conoscere le proprietà generali dei poligoni

Obiettivi

CONOSCENZE

- ✗ Gli elementi e la classificazione dei triangoli
- ✗ Il teorema dell'angolo esterno di un triangolo
- ✗ I punti notevoli di un triangolo
- ✗ I criteri di congruenza dei triangoli

ABILITÀ

- ✗ Operare con gli elementi di un triangolo
- ✗ Costruire i punti notevoli di un triangolo
- ✗ Applicare i criteri di congruenza dei triangoli

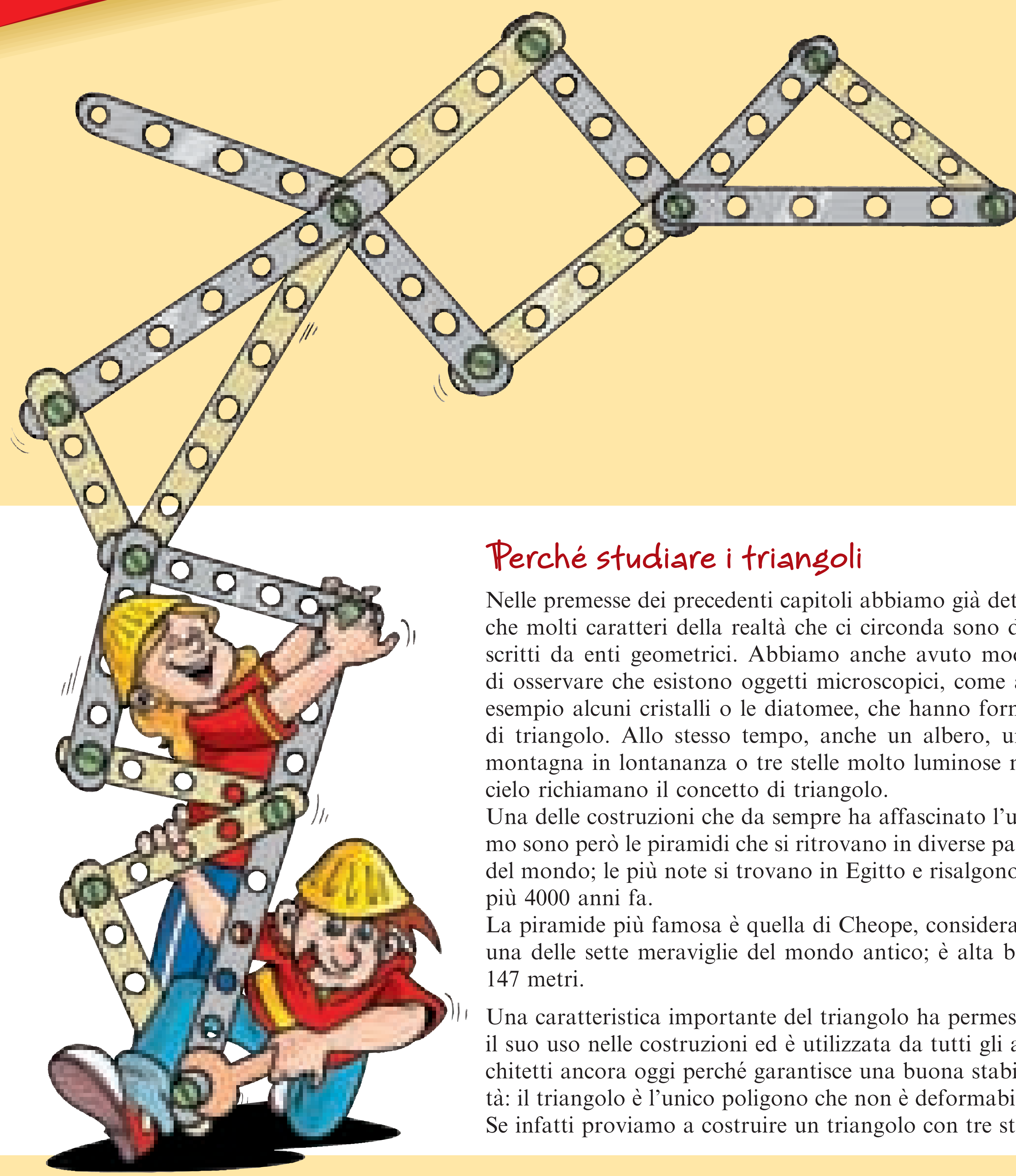
Perché studiare i triangoli

Nelle premesse dei precedenti capitoli abbiamo già detto che molti caratteri della realtà che ci circonda sono descritti da enti geometrici. Abbiamo anche avuto modo di osservare che esistono oggetti microscopici, come ad esempio alcuni cristalli o le diatomee, che hanno forma di triangolo. Allo stesso tempo, anche un albero, una montagna in lontananza o tre stelle molto luminose nel cielo richiamano il concetto di triangolo.
Una delle costruzioni che da sempre ha affascinato l'uomo sono però le piramidi che si ritrovano in diverse parti del mondo; le più note si trovano in Egitto e risalgono a più 4000 anni fa.
La piramide più famosa è quella di Cheope, considerata una delle sette meraviglie del mondo antico; è alta ben 147 metri.

Una caratteristica importante del triangolo ha permesso il suo uso nelle costruzioni ed è utilizzata da tutti gli architetti ancora oggi perché garantisce una buona stabilità: il triangolo è l'unico poligono che non è deformabile. Se infatti proviamo a costruire un triangolo con tre strisce di cartone o, meglio, con tre pezzi del meccano ed esercitiamo su uno dei lati o dei vertici una pressione, notiamo che la figura non si deforma. Questa sua caratteristica garantisce una notevole stabilità ed è per questo che sia nell'antichità che nell'era moderna molte strutture hanno forme triangolari.

I triangoli

Capitolo 5



Prerequisiti

- ✗ Conoscere le caratteristiche del sistema di numerazione decimale
- ✗ Conoscere le proprietà delle quattro operazioni e operare con esse
- ✗ Conoscere gli enti geometrici e operare con essi
- ✗ Conoscere le proprietà generali dei poligoni

Obiettivi

CONOSCENZE

- ✗ Gli elementi e la classificazione dei triangoli
- ✗ Il teorema dell'angolo esterno di un triangolo
- ✗ I punti notevoli di un triangolo
- ✗ I criteri di congruenza dei triangoli

ABILITÀ

- ✗ Operare con gli elementi di un triangolo
- ✗ Costruire i punti notevoli di un triangolo
- ✗ Applicare i criteri di congruenza dei triangoli

Perché studiare i triangoli

Nelle premesse dei precedenti capitoli abbiamo già detto che molti caratteri della realtà che ci circonda sono descritti da enti geometrici. Abbiamo anche avuto modo di osservare che esistono oggetti microscopici, come ad esempio alcuni cristalli o le diatomee, che hanno forma di triangolo. Allo stesso tempo, anche un albero, una montagna in lontananza o tre stelle molto luminose nel cielo richiamano il concetto di triangolo.
Una delle costruzioni che da sempre ha affascinato l'uomo sono però le piramidi che si ritrovano in diverse parti del mondo; le più note si trovano in Egitto e risalgono a più 4000 anni fa.
La piramide più famosa è quella di Cheope, considerata una delle sette meraviglie del mondo antico; è alta ben 147 metri.

Una caratteristica importante del triangolo ha permesso il suo uso nelle costruzioni ed è utilizzata da tutti gli architetti ancora oggi perché garantisce una buona stabilità: il triangolo è l'unico poligono che non è deformabile. Se infatti proviamo a costruire un triangolo con tre strisce di cartone o, meglio, con tre pezzi del meccano ed esercitiamo su uno dei lati o dei vertici una pressione, notiamo che la figura non si deforma. Questa sua caratteristica garantisce una notevole stabilità ed è per questo che sia nell'antichità che nell'era moderna molte strutture hanno forme triangolari.

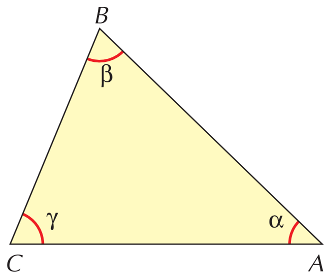
1 Gli elementi di un triangolo

esercizi pag. 228

Nel capitolo precedente abbiamo studiato che un poligono di tre lati si chiama triangolo. Per disegnare un triangolo occorre congiungere con dei segmenti tre punti non allineati. Ad esempio, nel triangolo ABC in ***figura 1*** distinguiamo:

- i vertici A, B e C;
- gli angoli α, β e γ;
- i lati AB, BC e CA.

Figura 1



I vertici, i lati e gli angoli costituiscono gli **elementi** di un triangolo. In particolare:

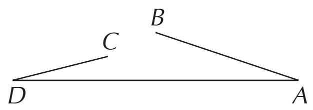
- un angolo e un vertice di un triangolo si dicono **opposti** ad un lato se il vertice di tale angolo non appartiene al lato considerato. Sempre in riferimento alla ***figura 1***, notiamo che:
  - il vertice C e l'angolo γ sono opposti al lato AB;
  - il vertice A e l'angolo α sono opposti al lato BC;
  - il vertice B e l'angolo β sono opposti al lato AC;
- ogni angolo interno si dice **compreso** fra i due lati che hanno il vertice in comune; ad esempio γ è compreso fra BC e CA;
- ogni lato si dice **adiacente** a ciascun angolo di cui è lato; ad esempio AB è adiacente ad α e β;
- ogni lato si dice **opposto** all'angolo formato dagli altri due lati; ad esempio AB è opposto a γ.

Come per tutti i poligoni, inoltre, vale la seguente:

Definizione. La somma della misura dei lati rappresenta il **perimetro** del triangolo. Due o più triangoli si dicono **isoperimetrici** quando hanno lo stesso perimetro.

Studiando i poligoni abbiamo inoltre visto che, affinché un poligono possa esistere, è necessario che la misura di ogni lato sia minore della somma delle misure di tutti gli altri.
Anche per il triangolo, deve valere la stessa proprietà che possiamo enunciare nel seguente modo (***figura 2***):

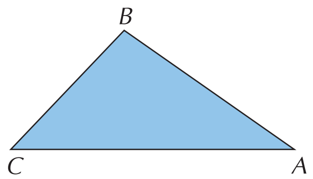
Figura 2



Proprietà. Affinché un triangolo esista è necessario che la misura di ogni lato sia minore della somma degli altri due, ovvero che la misura di ogni lato sia maggiore della differenza degli altri due.

In riferimento ad un generico triangolo ABC (***figura 3***), possiamo pertanto scrivere le seguenti relazioni:

Figura 3



$AB < BC + CA$; $\quad BC < CA + AB$; $\quad CA < AB + BC$.

$AB > CA - BC$; $\quad BC > CA - AB$; $\quad CA > AB - BC$.

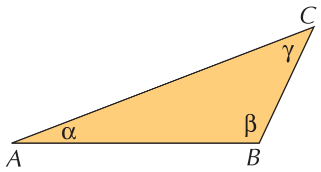
Ricordiamo inoltre che in un triangolo valgono le seguenti:

Proprietà. La somma delle ampiezze degli angoli interni è 180°.

Proprietà. La somma delle ampiezze degli angoli esterni è 360°.

?! Verifica

① In relazione al triangolo in figura indica quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali false:



a. l'angolo α è opposto al lato BC V F

b. l'angolo β è opposto al lato BC V F

c. il vertice C è opposto al lato AB V F

d. il lato AB è opposto all'angolo γ V F

e. il lato BC è adiacente all'angolo γ V F

f. l'angolo γ è adiacente al lato AB V F

g. l'angolo α è compreso fra AC e AB V F

h. l'angolo β è compreso fra AB e AC. V F

② Un triangolo può esistere se ciascun lato:
a. è minore della somma degli altri due;
b. è minore della differenza degli altri due;
c. è maggiore della differenza degli altri due.

③ Con quale delle seguenti terne, riferite alle misure dei lati in centimetri, non è possibile costruire un triangolo?
a. 2, 3, 3; **b.** 5, 6, 7; **c.** 10, 19, 35.

④ Completa le seguenti affermazioni:
a. il perimetro di un triangolo i cui lati sono lunghi rispettivamente 8 cm, 10 cm e 12 cm è ....;
b. la misura della somma degli angoli interni di un triangolo vale ....

2 La classificazione dei triangoli

esercizi pag. 232

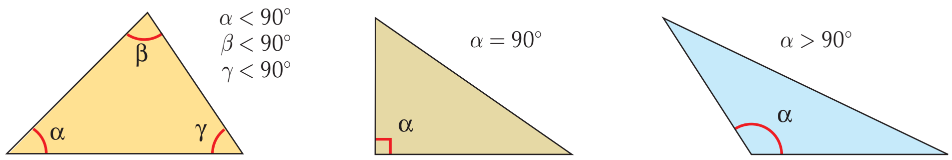
Nel precedente paragrafo abbiamo già detto che la somma degli angoli interni di un triangolo è pari a un angolo piatto; per questo motivo gli angoli di un triangolo possono essere:

- tutti e tre acuti;
- due acuti ed uno retto;
- due acuti ed uno ottuso.

Possiamo dunque dire che:

Definizione. Rispetto agli angoli un triangolo può essere:
- **acutangolo** se ha tre angoli acuti (***figura 4a***);
- **rettangolo** se ha un angolo retto (***figura 4b***);
- **ottusangolo** se ha un angolo ottuso (***figura 4c***).

Figura 4

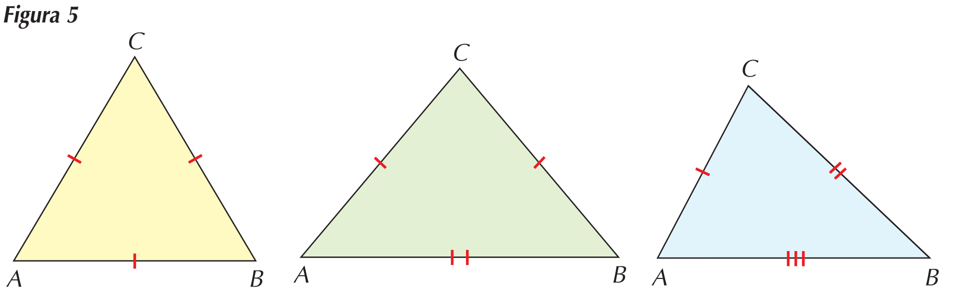


a. Triangolo acutangolo **b.** Triangolo rettangolo **c.** Triangolo ottusangolo

Se invece consideriamo la misura dei lati, un triangolo può avere tre lati congruenti, due lati congruenti, nessuna coppia di lati congruenti fra di loro. Possiamo dunque dire che:

Definizione. Rispetto ai lati un triangolo può essere:
- **equilatero** se ha i tre lati congruenti (***figura 5a***);
- **isoscele** se ha due lati congruenti (***figura 5b***);
- **scaleno** se ha i tre lati non congruenti fra di loro (***figura 5c***).

Figura 5



a. Triangolo equilatero **b.** Triangolo isoscele **c.** Triangolo scaleno

Analizziamo ora le caratteristiche di alcuni triangoli particolari.

Il triangolo rettangolo

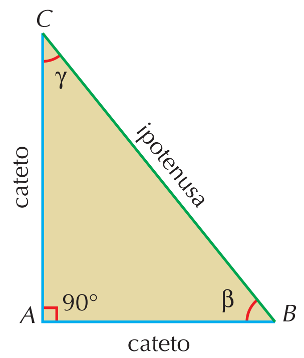
In un triangolo rettangolo (***figura 6***) i due lati che comprendono l'angolo retto si dicono **cateti**; il terzo lato, opposto all'angolo retto, si dice **ipotenusa**.
Sappiamo poi che in tutti i triangoli la somma delle ampiezze degli angoli interni è sempre pari a 180°. In un triangolo rettangolo, essendo un angolo ampio 90°, la somma delle misure degli altri due angoli acuti è ancora di 90°. Riferendoci sempre alla ***figura 6*** possiamo pertanto scrivere

$$\beta + \gamma = 90^\circ$$

ed enunciare la seguente:

Proprietà. In ogni triangolo rettangolo gli angoli acuti sono complementari.

Figura 6

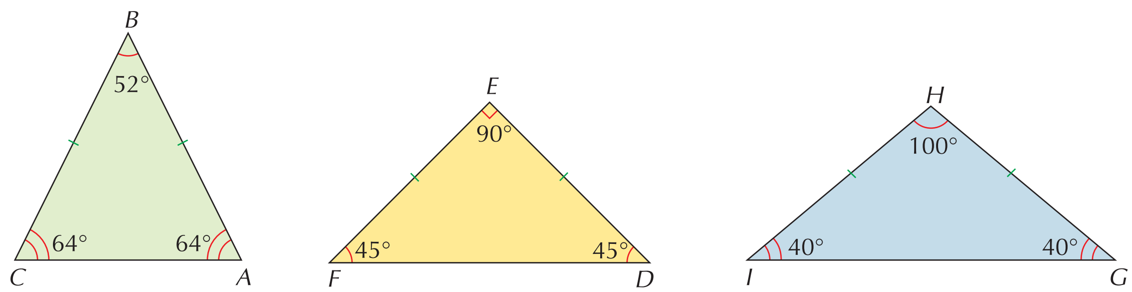


Il triangolo isoscele

Consideriamo ora i triangoli isosceli *ABC*, *DEF* e *GHI* (rispettivamente acutangolo, rettangolo e ottusangolo) rappresentati nella ***figura 7***. Nel triangolo isoscele adottiamo la convenzione di chiamare **lati obliqui** i due lati congruenti e **base** il lato diverso. L'angolo formato dell'intersezione dei due lati obliqui è detto **angolo al vertice**; gli altri due angoli sono detti **angoli alla base**. Se ora misuriamo con un goniometro l'ampiezza degli angoli, troviamo che gli angoli adiacenti alla base sono sempre congruenti.
Questa proprietà vale in generale cioè:

Proprietà. In ogni triangolo isoscele gli angoli adiacenti alla base sono sempre fra loro congruenti.

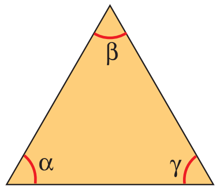
Figura 7



Il triangolo equilatero

Un triangolo equilatero si può considerare isoscele rispetto a ciascun lato preso come base. Ne consegue che gli angoli sono a due a due congruenti e quindi sono tutti congruenti fra di loro (***figura 8***). Pertanto:

Figura 8



Proprietà. Un triangolo equilatero ha i tre angoli congruenti e, avendo anche i lati congruenti, si può quindi dire che è un poligono regolare.

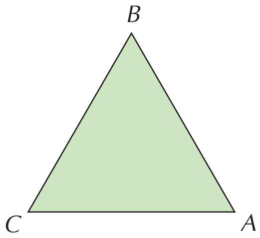
Poiché la somma degli angoli interni di un triangolo è sempre 180° possiamo anche concludere che l'ampiezza di ciascun angolo è:

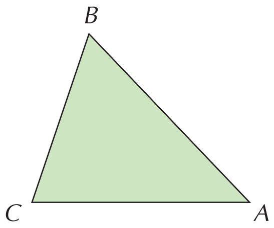
$$\alpha = \beta = \gamma = 180^\circ : 3 = 60^\circ$$

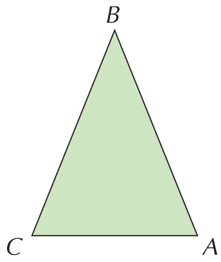
?! Verifica

① Come si classificano i triangoli rispetto agli angoli e rispetto ai lati?

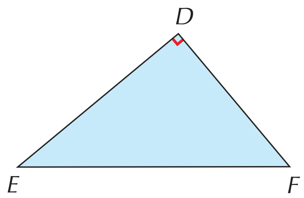
② Individua, misurando i lati con un righello, quale dei seguenti triangoli è scaleno, quale è equilatero e quale è isoscele.

a.


b.


c.


③ Nel triangolo rettangolo a lato individua i cateti e l'ipotenusa.



④ In ogni triangolo isoscele gli angoli alla base sono:
a. supplementari; **b.** congruenti; **c.** ampi 90°.

3 Linee particolari e punti notevoli del triangolo

esercizi pag. 237

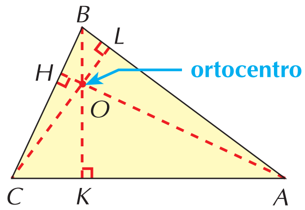
3.1 Le tre altezze e l'ortocentro

Definizione. In ogni triangolo il segmento di perpendicolare condotto da un vertice sul lato opposto (o sul suo prolungamento) si dice **altezza** del triangolo relativa a quel lato. Il punto dove l'altezza tocca il lato opposto (o il suo prolungamento) è detto **piede** dell'altezza.

Poiché in ogni triangolo sono presenti tre vertici e tre lati, vi sono complessivamente tre altezze.

Consideriamo un triangolo acutangolo ABC e, utilizzando opportunamente due squadre, tracciamo le tre altezze AH relativa al lato BC, BK relativa al lato CA, e CL relativa al lato AB (***figura 9***). Come possiamo notare le tre altezze si

Figura 9

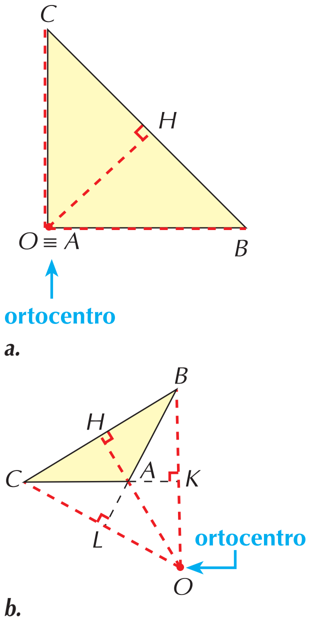


intersecano in uno stesso punto O detto **ortocentro** del triangolo ABC, che risulta interno al triangolo stesso.

Consideriamo ora un triangolo rettangolo ABC e tracciamo le altezze relative ai tre lati (***figura 10a***). Delle tre altezze, due coincidono con i cateti AB e AC, che sono tra loro perpendicolari e che si intersecano nel vertice A dell'angolo retto. Passa per questo punto anche la terza altezza AH, relativa all'ipotenusa BC. In questo caso l'ortocentro O coincide quindi con il vertice dell'angolo retto.

Consideriamo infine un triangolo ottusangolo ABC e tracciamo le tre altezze relative ai tre lati (***figura 10b***). Come possiamo notare le altezze BK e CL relative rispettivamente ai lati CA e AB sono esterne al triangolo ABC e affinché sia possibile la loro intersezione è necessario prolungarle. I prolungamenti delle tre altezze si intersecano nell'ortocentro O che risulta esterno al triangolo stesso.
In base alle costruzioni precedenti possiamo enunciare la seguente:

Figura 10



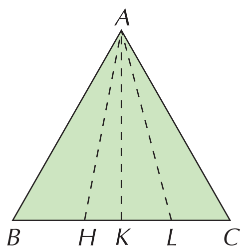
Proprietà. In un triangolo le tre altezze (o i loro prolungamenti) si intersecano sempre in un punto detto **ortocentro**. Questo può essere:
- **interno** se il triangolo è acutangolo;
- **coincidente** col vertice dell'angolo retto se il triangolo è rettangolo;
- **esterno** se il triangolo è ottusangolo.

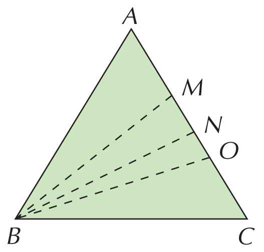
?! Verifica

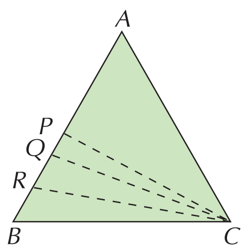
① In ogni triangolo:
a. vi è una sola altezza; **b.** vi sono due altezze; **c.** vi sono tre altezze.

② Completa la seguente definizione: in un triangolo l'intersezione delle tre altezze si chiama ....

③ Indica per ognuno dei seguenti triangoli qual è il segmento che rappresenta l'altezza e per ogni altezza il relativo piede.

a.


b.


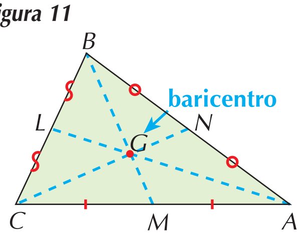
c.


3.2 Le tre mediane e il baricentro

Definizione. In ogni triangolo il segmento che unisce un vertice col punto medio del lato opposto si dice **mediana** del triangolo relativa a quel lato.

In ogni triangolo vi sono dunque tre mediane, una per ciascun lato.
Consideriamo un triangolo ABC e tracciamo le tre mediane AL, BM e CN relative rispettivamente ai lati BC, CA e AB (***figura 11***). Come possiamo notare le tre mediane si intersecano in uno stesso punto G, detto **baricentro** del triangolo ABC. Più in generale, se ripetiamo la stessa costruzione utilizzando i diversi tipi di triangolo (acutangolo, ottusangolo e rettangolo) possiamo ricavare la seguente:

Figura 11



Proprietà. Il baricentro di un triangolo è sempre **interno** ad esso.

Possiamo verificare, misurando con un righello, che il baricentro divide ciascuna mediana in due segmenti, l'uno il doppio dell'altro. In riferimento alla figura precedente:

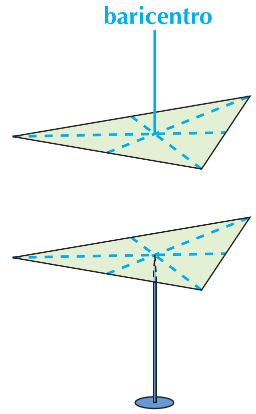
$$AG = 2 \cdot GL \qquad BG = 2 \cdot GM \qquad CG = 2 \cdot GN.$$

Diremo pertanto che:

Proprietà. Il baricentro divide ciascuna mediana in due segmenti tali che quello con estremo in un vertice ha lunghezza doppia rispetto all'altro segmento.

Il significato della parola baricentro deriva dal greco *barys* che vuol dire peso e *kénton* che vuol dire centro. Ciò significa che, dal punto di vista fisico, potremmo considerare il peso di un oggetto (di forma triangolare) concentrato nel suo baricentro. Nei triangoli il baricentro infatti costituisce l'unico punto di equilibrio. Ciò significa che se "appendiamo" al suo baricentro un triangolo costruito con materiale omogeneo, o lo "appoggiamo" su una punta, esso resta in equilibrio e non si inclina in alcuna direzione (***figura 12***).

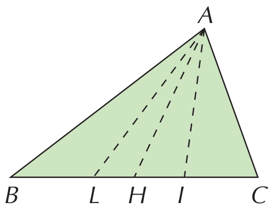
Figura 12



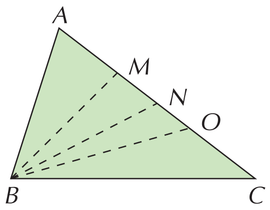
?! Verifica

① Indica per ognuno dei seguenti triangoli quale segmento rappresenta la mediana.

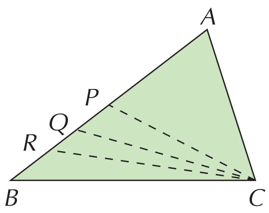
a.



b.



c.



② Completa la seguente definizione: in un triangolo l'intersezione delle sue mediane si chiama ....

③ Il baricentro di un triangolo può coincidere con un vertice del triangolo?

3.3 Le tre bisettrici e l'incentro

Definizione. In ogni triangolo la **bisettrice** è il segmento che unisce un vertice con il lato opposto dividendo a metà l'angolo da cui esce.

In ogni triangolo vi sono tre bisettrici, una per ciascun vertice.
Consideriamo un triangolo qualunque ABC e tracciamo le tre bisettrici AP, BQ e CR degli angoli $\widehat{A}$, $\widehat{B}$ e $\widehat{C}$ (***figura 13***). Come possiamo notare, le tre bisettrici si intersecano in uno stesso punto I detto **incentro**. Per capire il significato del nome incentro basta verificare, misurando con un righello, che l'incentro è *equidistante* dai suoi lati. Infatti dalla ***figura 14*** si nota che se I è l'incentro:

$$UI = VI = ZI$$

Quindi è possibile tracciare una circonferenza con centro in I interna al triangolo, che tocca i lati nei punti U, V, Z.
Possiamo riassumere le caratteristiche dell'incentro nella seguente:

Proprietà. L'incentro di un triangolo è sempre **interno** ad esso ed è equidistante dai tre lati.

Figura 13

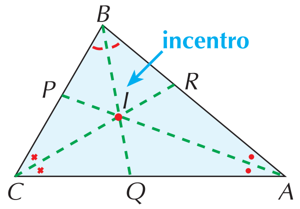
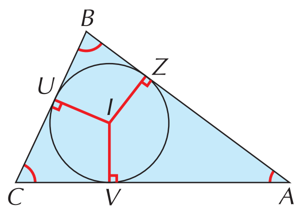
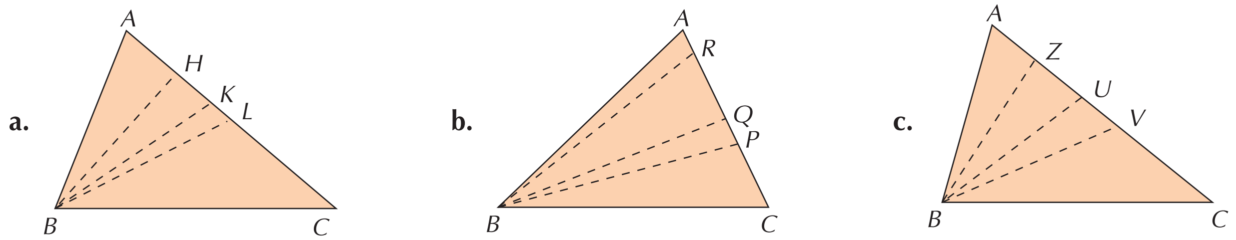


Figura 14



?! Verifica

① Indica per ognuno dei seguenti triangoli quale segmento rappresenta la bisettrice.



② Completa la seguente definizione:
in un triangolo l'intersezione delle bisettrici dei suoi angoli si chiama ....

③ È possibile che l'incentro di un triangolo sia ad esso esterno? Perché?

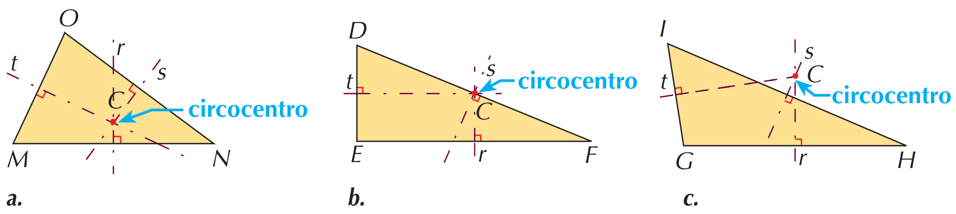
3.4 I tre assi e il circocentro

Definizione. In ogni triangolo la retta perpendicolare ad un suo lato passante per il suo punto medio si dice **asse**.

Ricorda che l'altezza, la mediana e la bisettrice sono segmenti mentre l'asse è una retta.

Consideriamo un triangolo acutangolo *MNO* e tracciamo gli assi *r*, *s* e *t* rispettivamente dei lati *MN*, *NO* e *OM* (***figura 15a***). Come possiamo notare i tre assi si intersecano in uno stesso punto *C* detto **circocentro** del triangolo, che risulta interno al triangolo stesso.
Nel caso di un triangolo rettangolo *DEF* o di un triangolo ottusangolo *GHI* (***figure 15b*** e ***15c***), il circocentro *C* coincide rispettivamente con il punto medio dell'ipotenusa oppure risulta esterno al triangolo.

Figura 15



In base alle costruzioni precedenti possiamo enunciare le seguenti:

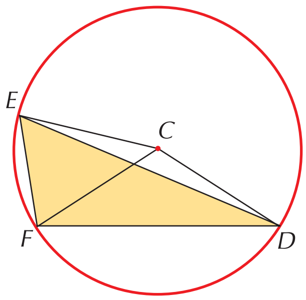
Proprietà. Il **circocentro** di un triangolo può essere:
- **interno** se il triangolo è acutangolo;
- **coincidente** col punto medio dell'ipotenusa se il triangolo è rettangolo;
- **esterno** se il triangolo è ottusangolo.

Per capire il significato del nome circocentro basta verificare, misurando con un righello, che il circocentro *C* di un triangolo è equidistante dai vertici (***figura 16***) cioè:

$$DC = EC = FC$$

Quindi è possibile tracciare una circonferenza con centro in *C*, esterna al triangolo, passante per i tre vertici del triangolo. Pertanto:

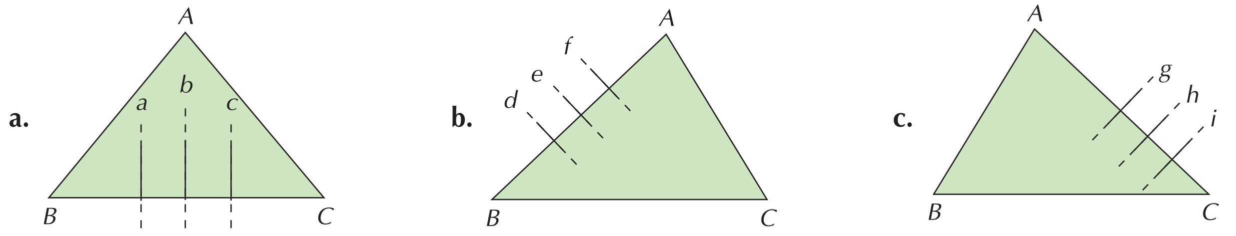
Figura 16



Proprietà. Il circocentro di un triangolo è sempre equidistante dai vertici.

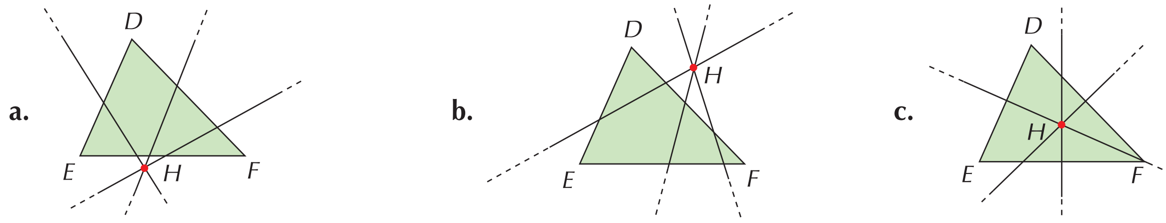
?! Verifica

① Indica per ognuno dei seguenti triangoli qual è la retta che rappresenta l'asse del lato.



② Completa la seguente definizione: in un triangolo l'intersezione degli assi dei suoi lati si chiama ....

③ Quale tra i seguenti punti rappresenta il circocentro?

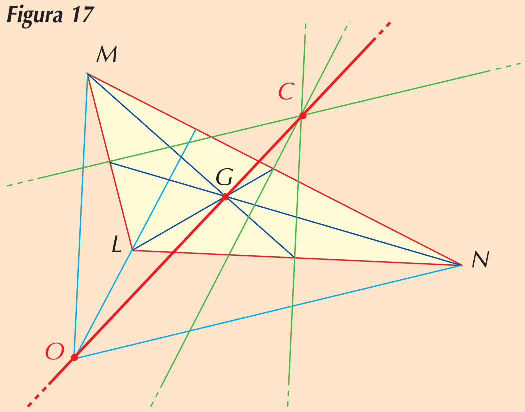


APPROFONDIMENTI

La retta di Eulero

Osserva la ***figura 17*** dove abbiamo disegnato un triangolo qualsiasi *LMN*. Nella stessa figura abbiamo poi tracciato le tre altezze (in azzurro), le tre mediane (in blu) ed i tre assi (in verde). Come abbiamo visto nei paragrafi precedenti tali linee si incontrano nei tre punti chiamati rispettivamente ortocentro (*O*), baricentro (*G*) e circocentro (*C*). Come puoi facilmente verificare dalla figura tali punti notevoli appartengono tutti contemporaneamente alla medesima retta (in rosso), chiamata **retta di Eulero**, dal suo scopritore (1707-1783).

Figura 17



4 Linee e punti notevoli nei triangoli particolari

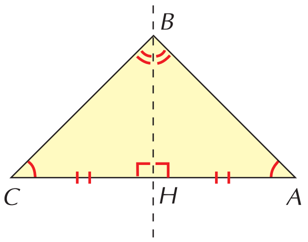
esercizi pag. 241

4.1 Triangolo isoscele

Disegniamo un triangolo isoscele *ABC* e tracciamo l'altezza *BH* relativa alla base *AC* (***figura 18***).
Osserviamo che individuiamo lo stesso segmento *BH* se consideriamo la bisettrice (relativa al vertice *B*) o l'asse e la mediana relativi alla base *AC*. Possiamo dunque concludere che:

Proprietà. In un triangolo isoscele asse, mediana, altezza e bisettrice relativi alla base si sovrappongono nello stesso segmento.

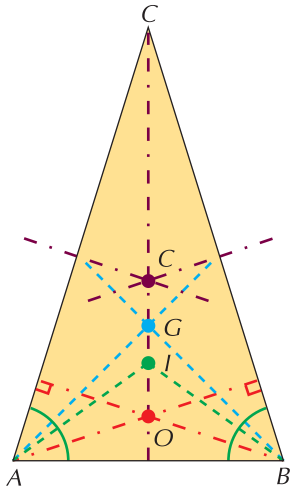
Figura 18



Inoltre se nello stesso triangolo tracciamo le tre altezze, i tre assi, le tre mediane e le tre bisettrici possiamo osservare che:

Proprietà. In un triangolo isoscele i punti notevoli appartengono tutti ad un unico segmento (***figura 19***).

Figura 19



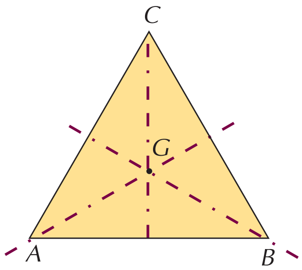
4.2 Triangolo equilatero

Sappiamo che il triangolo equilatero può essere considerato anche isoscele rispetto ad ognuno dei suoi lati assunto come base. Possiamo dunque estendere al triangolo equilatero tutte le proprietà del triangolo isoscele e dire che:

Proprietà. In un triangolo equilatero altezza, bisettrice, asse e mediana relativi ad ogni lato coincidono in un unico segmento.

Proprietà. I punti notevoli di un triangolo equilatero **concidono in un unico punto**, detto **centro**, dato dall'intersezione delle tre altezze, delle tre mediane, delle tre bisettrici e dei tre assi (***figura 20***).

Figura 20



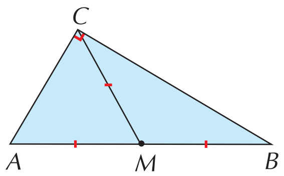
4.3 Triangolo rettangolo

Disegniamo un triangolo rettangolo ABC rettangolo in C e tracciamo la mediana CM relativa all'ipotenusa AB (***figura 21***). Abbiamo già detto che il punto M, essendo il circocentro del triangolo rettangolo, è equidistante dai tre vertici, cioè

$$AM = BM = CM$$

Quindi possiamo enunciare la seguente:

Figura 21

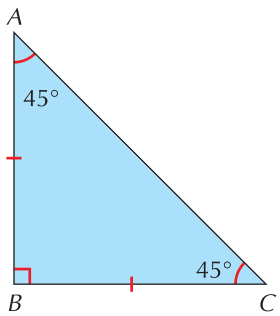


Proprietà. In ogni triangolo rettangolo la mediana relativa all'ipotenusa ha una lunghezza pari alla metà dell'ipotenusa stessa.

Triangolo rettangolo con angoli di 45°

Disegniamo un triangolo rettangolo ABC con l'angolo acuto $\widehat{A}$ ampio 45° (***figura 22***). Poiché in un triangolo rettangolo gli angoli acuti sono complementari, ne consegue che anche l'angolo $\widehat{C}$ misura 45° e, quindi, il triangolo ABC è isoscele. Pertanto:

Figura 22

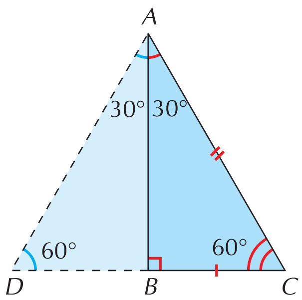


Proprietà. In un triangolo rettangolo con un angolo acuto ampio 45° i due cateti sono congruenti.

Triangolo rettangolo con angoli di 30° e 60°

Disegniamo un triangolo rettangolo ABC con l'angolo acuto $\widehat{BAC}$ ampio 30°. Il triangolo ABC può considerarsi la metà del triangolo equilatero ADC avente il lato congruente all'ipotenusa AC del triangolo rettangolo; infatti, l'angolo $\widehat{ACB}$ è ampio 60° come gli angoli $\widehat{CAD}$ e $\widehat{ADC}$.
Da queste considerazioni ne consegue che il cateto BC, opposto all'angolo di 30°, è la metà dell'ipotenusa AC (***figura 23***). Pertanto:

Figura 23



Proprietà. In un triangolo rettangolo con un angolo acuto ampio 30° il cateto opposto a quest'ultimo è la metà dell'ipotenusa.

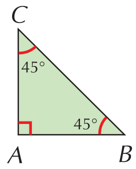
?! Verifica

① I punti notevoli di un triangolo isoscele:
a. coincidono in un unico punto;
b. si trovano sulla base del triangolo;
c. appartengono ad un unico segmento.

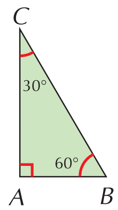
② I punti notevoli di un triangolo equilatero:
a. coincidono in un unico punto;
b. appartengono ad un unico segmento;
c. si trovano sul vertice di uno dei lati.

③ Completa la seguente affermazione:
in ogni triangolo rettangolo la mediana relativa all'ipotenusa ha una lunghezza pari alla ....

④ Dopo aver osservato la figura a lato completa la seguente affermazione:
il triangolo rettangolo *ABC* è anche .... perché ....



⑤ Dopo aver osservato la figura a lato completa le seguenti affermazioni:
a. l'ipotenusa *BC* è il .... del cateto ....;
b. il cateto *AB* è la .... dell'ipotenusa ....



5 La congruenza dei triangoli

esercizi pag. 242

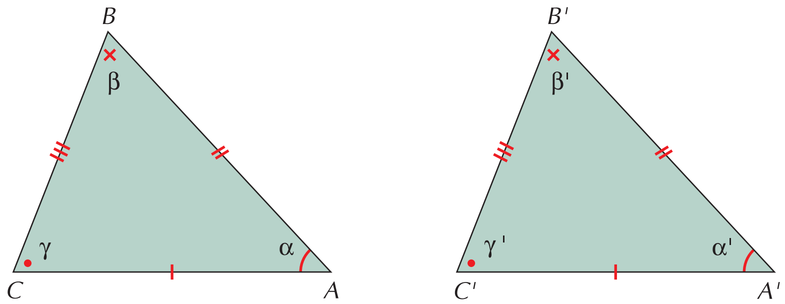
Analogamente a quanto abbiamo già fatto per segmenti e angoli, per verificare se due triangoli sono congruenti è necessario sovrapporli in modo tale che tutti i loro elementi coincidano. Più precisamente, è necessario che coincidano rispettivamente i loro vertici, i loro angoli e i loro lati.

Definizione. Due triangoli si dicono **congruenti** se, sovrapposti, risultano **coincidenti**.

Consideriamo due triangoli congruenti ABC e $A'B'C'$ (***figura 24***). Come possiamo notare sono verificate le sei seguenti congruenze:

$$AB = A'B'; \qquad BC = B'C'; \qquad CA = C'A'$$
$$\alpha = \alpha'; \qquad \beta = \beta'; \qquad \gamma = \gamma'$$

Figura 24



Il linguaggio della matematica

Il simbolo di **congruenza** $\cong$ è diverso dal simbolo di uguaglianza $=$; per semplificare la scrittura in questo testo abbiamo comunque utilizzato il simbolo di $=$ anche per indicare la congruenza.

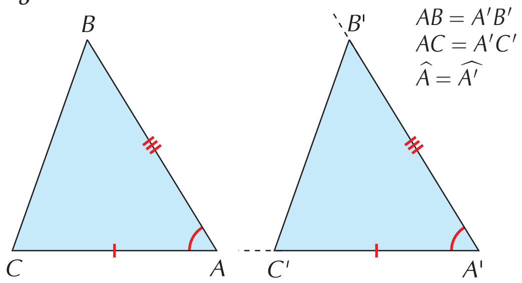
In realtà, per poter affermare che due triangoli sono congruenti, non è necessario controllare tutte le sei congruenze precedenti ma basta verificare l'esistenza di tre di esse, delle quali almeno una relativa ai lati.
Le regole che ci consentono di stabilire velocemente se due triangoli sono congruenti, vengono dette **criteri di congruenza dei triangoli**.

Il primo criterio di congruenza

Consideriamo il triangolo ABC ed applichiamo la seguente procedura che ci permette di costruire un triangolo congruente ad esso (***figura 25***).

Dopo aver disegnato un angolo $\widehat{A'}$ congruente ad $\widehat{A}$ stacchiamo sui suoi lati due segmenti: $A'B'$ congruente ad AB e $A'C'$ congruente ad AC; uniamo infine B' con C' e otteniamo il triangolo $A'B'C'$.
Mediante misurazione possiamo verificare che anche l'altra coppia di lati BC e $B'C'$, e le coppie di angoli $\widehat{B}$ e $\widehat{B'}$, $\widehat{C}$ e $\widehat{C'}$ sono rispettivamente congruenti, pertanto i due triangoli ABC e $A'B'C'$ sono congruenti. Possiamo allora enunciare il **primo criterio di congruenza** dei triangoli.

Figura 25

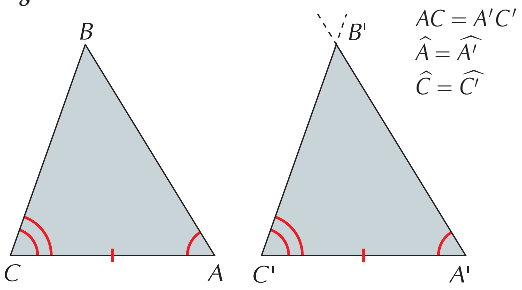


Criterio. Due triangoli sono congruenti se hanno **due lati e l'angolo tra essi compreso** rispettivamente congruenti.

Il secondo criterio di congruenza

Consideriamo il triangolo ABC ed applichiamo la seguente procedura che ci permette di costruire un triangolo congruente ad esso (***figura 26***).
Dopo aver disegnato il segmento $A'C'$ congruente ad AC, tracciamo dai suoi estremi gli angoli $\widehat{A'}$ congruente ad $\widehat{A}$ e $\widehat{C'}$ congruente a $\widehat{C}$, aventi in comune il lato $A'C'$; prolunghiamo, infine, i lati non comuni di tali angoli fino a che si intersecano in B': otteniamo il triangolo $A'B'C'$.
Mediante misurazione possiamo verificare che anche le altre coppie di lati AB e $A'B'$, BC e $B'C'$ e la coppia di angoli $\widehat{B}$ e $\widehat{B'}$ sono rispettivamente congruenti, pertanto i due triangoli ABC e $A'B'C'$ sono congruenti.
Possiamo allora enunciare il **secondo criterio di congruenza** dei triangoli.

Figura 26

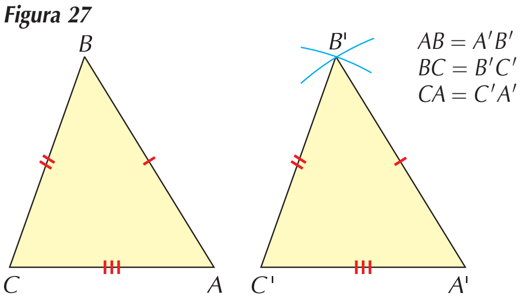


Criterio. Due triangoli sono congruenti se hanno **un lato e i due angoli ad esso adiacenti** rispettivamente congruenti.

Il terzo criterio di congruenza

Consideriamo il triangolo ABC ed applichiamo la seguente procedura che ci permette di costruire un triangolo congruente ad esso (***figura 27***).
Dopo aver disegnato il segmento $A'C'$ congruente ad AC, puntiamo il compasso prima in A' e poi in C' con aperture rispettivamente congruenti ai lati AB e BC e tracciamo due archi. Indichiamo la loro intersezione con B' e uniamo quest'ultimo punto con A' e C': otteniamo il triangolo $A'B'C'$.
Mediante misurazione possiamo verificare che le coppie di an-

Figura 27



goli $\widehat{A}$ e $\widehat{A'}$, $\widehat{B}$ e $\widehat{B'}$, $\widehat{C}$ e $\widehat{C'}$ sono rispettivamente congruenti e pertanto i due triangoli ABC e $A'B'C'$ sono congruenti.
Possiamo allora enunciare il **terzo criterio di congruenza** dei triangoli.

Criterio. Due triangoli sono congruenti se hanno i **tre lati** rispettivamente congruenti.

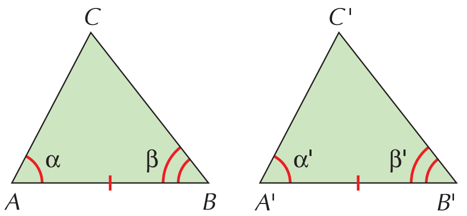
?! Verifica

① Due triangoli sono congruenti per il 1° criterio se hanno rispettivamente congruenti:
a. tre lati; **b.** tre angoli; **c.** due lati e l'angolo tra essi compreso.

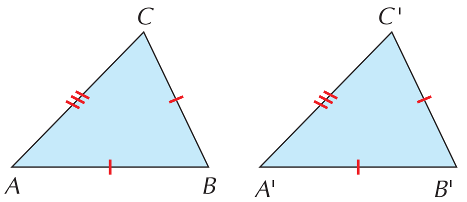
② Due triangoli sono congruenti per il 2° criterio se hanno rispettivamente congruenti:
a. tre lati; **b.** tre angoli; **c.** un lato e due angoli ad esso adiacenti.

③ Due triangoli sono congruenti per il 3° criterio se hanno rispettivamente congruenti:
a. tre lati; **b.** tre angoli; **c.** due lati e un angolo.

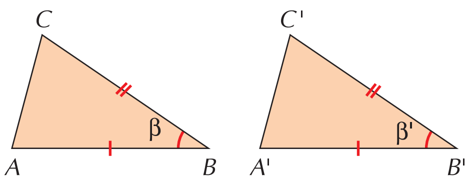
Osserva i seguenti triangoli e i dati segnati accanto. Stabilisci per quale criterio i triangoli si possono considerare congruenti.

④ 

$AB = A'B'$
$\alpha = \alpha'$
$\beta = \beta'$

⑤ 

$AB = A'B'$
$BC = B'C'$
$AC = A'C'$

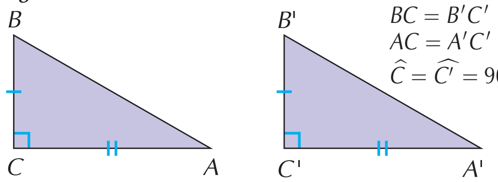
⑥ 

$AB = A'B'$
$BC = B'C'$
$\beta = \beta'$

5.1 I criteri di congruenza dei triangoli rettangoli

I criteri di congruenza dei triangoli presentano enunciati particolari nel caso dei triangoli rettangoli perché questi hanno sempre una coppia di angoli retti congruenti. Ci limitano ad enunciarli:

Figura 28



$BC = B'C'$
$AC = A'C'$
$\widehat{C} = \widehat{C'} = 90°$

Proprietà. Due triangoli rettangoli sono congruenti se hanno congruenti **i due cateti** (***figura 28***) (primo criterio di congruenza, infatti l'angolo compreso è quello retto).

Proprietà. Due triangoli rettangoli sono congruenti se hanno congruenti **l'ipotenusa e un angolo acuto** (***figura 29***) (secondo criterio di congruenza, infatti è congruente anche l'altra coppia di angoli perché complementari di angoli congruenti).

Proprietà. Due triangoli rettangoli sono congruenti se hanno congruenti **un cateto e l'angolo acuto ad esso adiacente** (***figura 30***) (secondo criterio di congruenza, infatti l'altro angolo congruente è quello retto).

Proprietà. Due triangoli rettangoli sono congruenti se hanno congruenti **un cateto e l'angolo acuto opposto ad esso** (***figura 31***) (secondo criterio, infatti è congruente anche l'altra coppia di angoli perché complementari di angoli congruenti).

Criterio. Due triangoli rettangoli sono congruenti se hanno **l'ipotenusa ed un cateto** rispettivamente congruenti (***figura 32***).

Figura 29

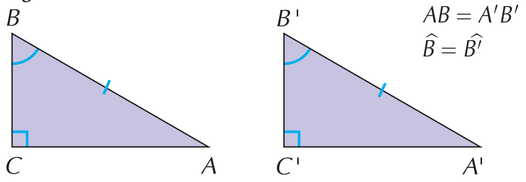


Figura 30

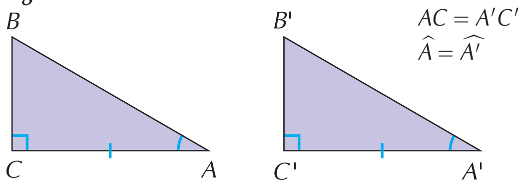


Figura 31

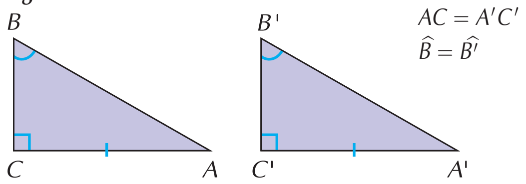
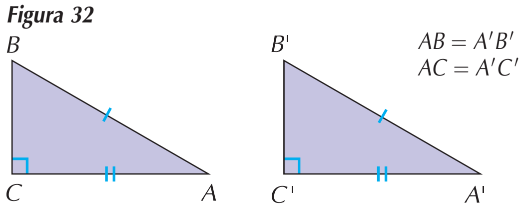


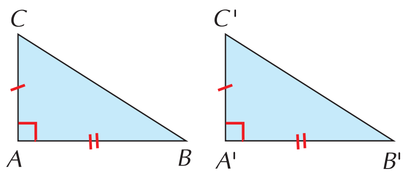
Figura 32



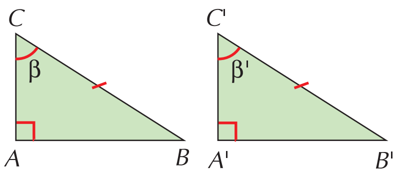
Quest'ultimo caso, detto anche **quarto criterio di congruenza dei triangoli rettangoli**, non è propriamente un caso particolare dei tre criteri di congruenza ma è conseguenza della relazione che si può stabilire fra le misure dei lati di un triangolo rettangolo. Studieremo nel dettaglio questa relazione il prossimo anno quando ci occuperemo del teorema di Pitagora; solo nel caso dei triangoli rettangoli, infatti, è possibile costruire un triangolo congruente ad un altro avendo solo due lati congruenti (un cateto e l'ipotenusa).

?! Verifica

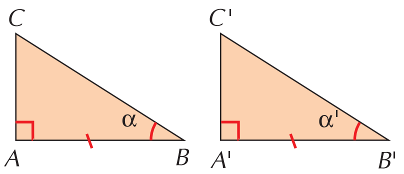
Osserva le seguenti coppie di triangoli rettangoli e i loro elementi congruenti indicati accanto; stabilisci per ogni coppia il criterio per cui è possibile affermare che i due triangoli sono congruenti.

① 

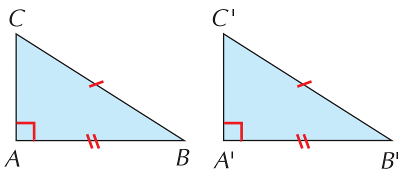
$AC = A'C'$
$AB = A'B'$

② 

$BC = B'C'$
$\beta = \beta'$

③ 

$AB = A'B'$
$\alpha = \alpha'$

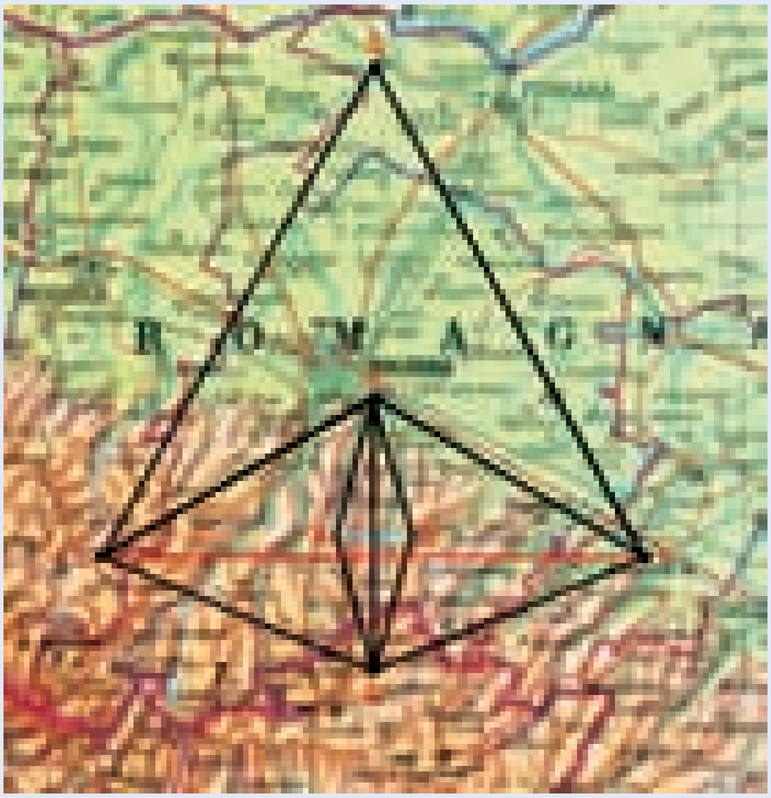
④ 

$BC = B'C'$
$AB = A'B'$

MATEMATICA E GEOGRAFIA

Come si costruisce una cartina geografica

Le relazioni tra angoli e lati permettono, noti solo tre elementi qualsiasi (dei tre lati e angoli), di costruire un unico triangolo. Un'applicazione di questa proprietà consente di realizzare le cartine geografiche. Inizialmente si fissano sul terreno due punti A e B che si trovano in luoghi aperti e visibili. Si riconoscono perché sono individuati da pilastrini di pietra con una piastrina che li contraddistingue come «*caposaldo geodetico*», con l'indicazione del luogo e di un numero di riferimento. Questi primi due punti A e B distano uno dall'altro fra i 4 e i 6 chilometri. Il segmento che li unisce (in azzurro) si chiama «*base misurata*» perché la distanza fra i due punti viene misurata con estrema precisione: ci si sbaglia meno di un millimetro a chilometro! Poi si scelgono altri due punti C e D disposti come in figura, che siano lontani fra loro più del doppio della distanza AB. I punti C e D devono essere ben visibili con il cannocchiale di uno strumento chiamato *teodolite* sia dal punto A che dal punto B.



Schema di triangolazione. Il segmento EF è una base geodetica. Il segmento AB è una base misurata.

Ora, conoscendo la lunghezza del segmento AB e misurando con il teodolite gli angoli $\widehat{BAC}$, $\widehat{ABC}$, $\widehat{BAD}$ e $\widehat{ABD}$, (il teodolite è munito di un goniometro che si legge attraverso un microscopio e il cui errore è al massimo di 1″) possiamo calcolare esattamente la lunghezza del segmento CD.
È ora possibile eseguire la stessa operazione scegliendo due punti E ed F, che siano visibili sia da C che da D e che distino fra loro oltre 20 chilometri. A questo punto è possibile localizzare esattamente un punto G visibile sia da E, sia da F, perché si conosce esattamente la lunghezza della base geodetica EF. Mediante la triangolazione l'intero territorio del Paese è coperto da un reticolo a maglie triangolari, ciascuna delle quali è misurata con precisione.

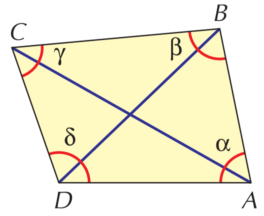
1 Le caratteristiche generali di un quadrilatero

esercizi pag. 256

Sappiamo già che un poligono di quattro lati si dice **quadrilatero**. Vediamo ora di approfondire le nostre conoscenze su questa figura geometrica.
Nel quadrilatero *ABCD* in ***figura 1*** distinguiamo:

- i **vertici** *A*, *B*, *C*, *D*;
- gli **angoli** α, β, γ, δ;
- i **lati** *AB*, *BC*, *CD*, *DA*;
- le **diagonali** *AC* e *BD*.

Figura 1



In particolare:

Definizione. Due angoli di un quadrilatero si dicono **opposti** se non sono adiacenti ad uno stesso lato.

Definizione. Due lati di un quadrilatero si dicono **opposti** se non sono consecutivi.

Nella ***figura 1*** sono opposti, ad esempio, gli angoli α e γ, β e δ e i lati *AB* e *CD*, *BC* e *AD*.

In ogni quadrilatero poi:

- la somma delle misure dei lati si chiama **perimetro** e si indica con $\mathbf{2}\boldsymbol{p}$;
- il numero delle diagonali è sempre uguale a 2 (otteniamo lo stesso risultato anche con la formula $n \cdot (n-3) : 2$, dove n è il numero dei lati, cioè $n = 4$);
- la somma degli angoli esterni è ampia $360°$;
- la somma degli angoli interni è ampia $360°$.

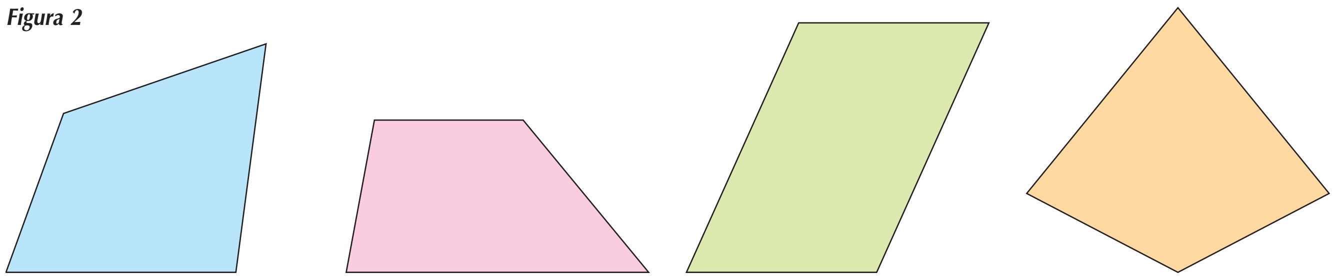
Ricordiamo infine che, come per tutti i poligoni, affinché un quadrilatero possa esistere è necessario che un lato sia minore della somma di tutti gli altri lati, cioè:

Proprietà. In un quadrilatero ogni lato è minore della somma degli altri tre lati.

Possiamo classificare i quadrilateri in relazione ai lati e agli angoli, avremo così:

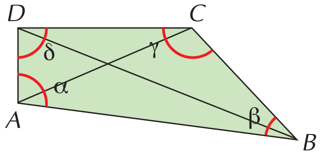
- **quadrilateri scaleni**: nessuna proprietà particolare nè sugli angoli nè sui lati (***figura 2a***);
- **trapezi**: quadrilateri con una coppia di lati opposti paralleli (***figura 2b***);
- **parallelogrammi**: quadrilateri con i lati opposti paralleli (***figura 2c***);
- **deltoidi**: quadrilateri con due coppie di lati consecutivi congruenti (***figura 2d***).

Figura 2



a. quadrilatero scaleno **b.** trapezio **c.** parallelogrammo **d.** deltoide

?! Verifica



① Indica nel quadrilatero a lato:
a. i lati; **b.** gli angoli; **c.** le diagonali;
d. i vertici; **e.** i lati opposti; **f.** gli angoli opposti.

② Un quadrilatero ha le misure dei lati di 5 cm, 6 cm, 8 cm e 10 cm. Indica quale dei seguenti calcoli permette di calcolare il perimetro:
a. $(5 + 6 + 8 + 10)$ cm : 2; **b.** $(5 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10)$ cm; **c.** $(5 + 6 + 8 + 10)$ cm.

③ In ogni quadrilatero:
a. la somma degli angoli interni è pari alla misura di un angolo piatto V F
b. ogni lato è minore della somma degli altri tre lati V F
c. il numero delle diagonali è sempre uguale a 2 V F
d. la somma delle misure dei lati si dice perimetro e si indica con p. V F

④ In ogni quadrilatero ciascun lato deve essere:
a. minore della somma degli altri tre lati;
b. maggiore della somma degli altri tre lati;
c. minore della somma di almeno due lati.

⑤ Le seguenti quaterne rappresentano le misure di quattro segmenti espresse in centimetri. Indica quali di queste quaterne possono formare i lati di un poligono e spiega il motivo della tua scelta:
a. 10, 20, 30, 80; **b.** 5, 7, 10, 20; **c.** 9, 9, 18, 18.

⑥ Le seguenti quaterne rappresentano le misure in gradi di quattro angoli. Indica quali di queste quaterne possono rappresentare gli angoli interni di un quadrilatero e spiega il motivo della tua scelta:
a. 100°; 100°; 100°; 100°; **b.** 25°; 75°; 100°; 160°; **c.** 10°; 20°; 30°; 300°.

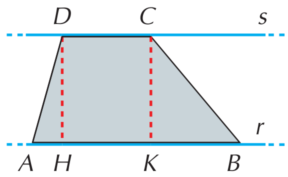
⑦ Completa le seguenti affermazioni. Un quadrilatero:
a. con una coppia di lati opposti paralleli si chiama ....;
b. con due coppie di lati consecutivi congruenti si chiama ....;
c. senza alcuna proprietà particolare né sugli angoli né sui lati si chiama ....;
d. con i lati opposti paralleli si chiama ....

2 Il trapezio

esercizi pag. 260

Tracciamo due rette parallele r ed s e scegliamo due punti A e B sulla retta r e due punti C e D sulla retta s (***figura 3***). Il quadrilatero ottenuto unendo nell'ordine i punti A, B, C e D ha la particolarità di avere due lati opposti paralleli. Questo genere di quadrilatero prende il nome di **trapezio**, dalla parola greca «*trapézion*», diminutivo di «*trapeza*», che vuol dire «tavola».

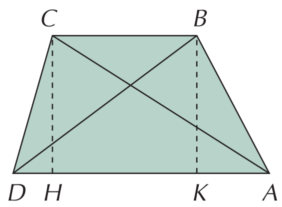
Figura 3



Definizione. Il **trapezio** è un quadrilatero che ha due lati opposti paralleli.

Consideriamo il trapezio $ABCD$ di ***figura 4***:

Figura 4

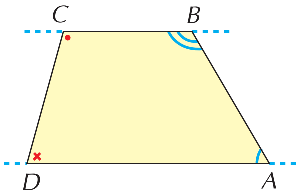


- i due lati opposti paralleli vengono detti **basi** del trapezio e precisamente **base maggiore** e **base minore** in relazione alla loro lunghezza (rispettivamente AD e CB);
- i due lati non paralleli vengono detti **lati obliqui** del trapezio (DC e AB);
- il segmento perpendicolare alle due basi uscente da un vertice della base minore viene detto **altezza** del trapezio (CH e BK);

- i segmenti sulla base maggiore individuati dai piedi delle altezze e dai vertici della base maggiore stessa si dicono **proiezioni** dei lati obliqui sulla base maggiore (*DH* e *AK*);
- i segmenti che congiungono vertici opposti sono le diagonali del trapezio (*DB* e *AC*).

Osservando la ***figura 5*** possiamo notare che gli angoli $\widehat{ADC}$ e $\widehat{DCB}$ sono angoli coniugati interni rispetto alle parallele *AD* e *CB* tagliate dalla trasversale *CD*: per tale ragione sono supplementari. La stessa proprietà è valida anche per gli angoli $\widehat{DAB}$ e $\widehat{ABC}$. Pertanto:

Figura 5

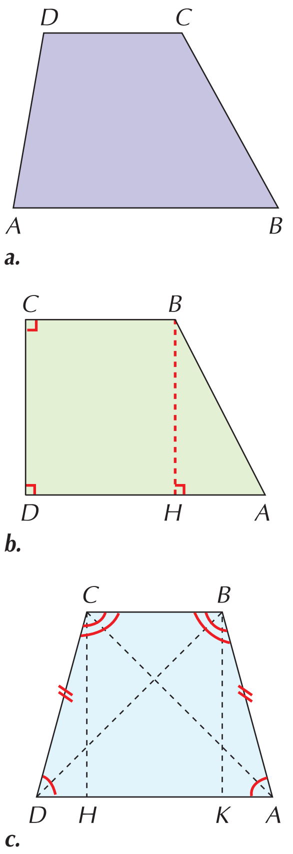


Proprietà. In ogni trapezio gli **angoli adiacenti** ad uno stesso lato obliquo sono **supplementari**.

Esistono tre tipi di trapezio: scaleno, rettangolo e isoscele che vengono così definiti:

Definizione.
- Un trapezio si dice **scaleno** se i lati obliqui non sono congruenti e nessuno di essi è perpendicolare alle basi (***figura 6a***);
- un trapezio si dice **rettangolo** se ha un lato obliquo perpendicolare alle due basi (***figura 6b***);
- un trapezio si dice **isoscele** se ha i due lati obliqui congruenti (***figura 6c***).

Figura 6



Escludendo il caso del **trapezio scaleno** che non gode di particolari proprietà, analizziamo nel dettaglio gli altri due trapezi.

Il **trapezio rettangolo** (***figura 6b***) presenta le seguenti:

Proprietà.
- Il lato perpendicolare alle basi è congruente all'altezza;
- la misura della proiezione del lato obliquo sulla base maggiore è data dalla differenza delle misure delle basi $HA = DA - CB$.

Nel caso di un **trapezio isoscele** (***figura 6c***), usando il goniometro e il righello, è facile verificare che valgono le seguenti:

Proprietà.
- Gli angoli adiacenti a ciascuna base sono congruenti;
- gli angoli opposti sono supplementari;
- le diagonali sono tra di loro congruenti;
- le proiezioni dei lati obliqui sulla base maggiore sono congruenti e la loro misura è data dalla semidifferenza delle basi:

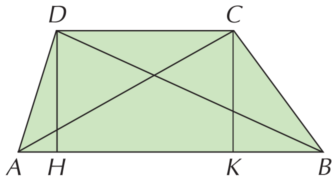
$$AK = DH = (AD - CB) : 2$$

?! Verifica

① Un trapezio è un quadrilatero avente:

a. due lati opposti congruenti; **b.** due lati perpendicolari;
c. due lati opposti paralleli; **d.** le diagonali perpendicolari.

② Nel trapezio a lato indica:
a. la base maggiore;
b. la base minore;
c. i lati obliqui;
d. l'altezza;
e. le proiezioni dei lati obliqui sulla base maggiore;
f. le diagonali.



③ Completa le seguenti frasi. In un trapezio isoscele:
a. gli angoli adiacenti a ciascuna base sono ....;
b. gli angoli opposti sono ....;
c. le diagonali sono ....;
d. i lati obliqui sono ....;
e. le proiezioni dei lati obliqui sulla base maggiore sono ....

3 Il parallelogrammo

esercizi pag. 263

Tracciamo due rette tra loro parallele, *a* e *b*, e poi altre due rette sempre tra loro parallele, *c* e *d*, che intersecano le prime due nei punti *A*, *B*, *C*, *D* (***figura 7***). Il quadrilatero ottenuto ha la particolarità di avere i lati opposti paralleli ed è denominato **parallelogrammo**.

Il linguaggio della matematica

I termini parallelogrammo e parallelogramma sono due sinonimi e pertanto possono essere utilizzati entrambi.

Definizione. Il **parallelogrammo** è un quadrilatero che ha i lati opposti paralleli.

Notiamo che il parallelogrammo, avendo i lati opposti a due a due paralleli può essere considerato un tipo particolare di trapezio.
L'altezza di un parallelogrammo, rispetto al lato considerato come base è il segmento perpendicolare ad un lato uscente da uno dei due vertici del lato opposto. Esistono quindi due altezze (***figura 8***).

- *DH* è l'altezza relativa alla base *AB*;
- *DK* è l'altezza relativa alla base *BC*.

Considerando il parallelogrammo di ***figura 9***, misurando e confrontando tra di loro gli angoli e i lati, possiamo verificare le seguenti:

Proprietà.
- Gli angoli opposti sono congruenti;
- gli angoli consecutivi sono supplementari;
- le diagonali si dimezzano scambievolmente;
- i lati opposti sono congruenti.

A seconda dell'ampiezza degli angoli e della misura dei lati è possibile classificare i parallelogrammi in rettangoli, rombi e quadrati. Studiamo nel dettaglio le varie figure.

Figura 7

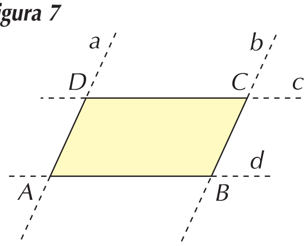


Figura 8

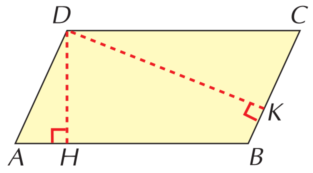
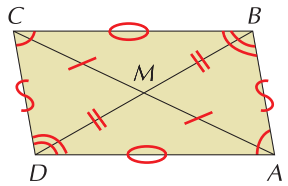


Figura 9

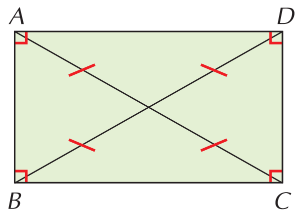


Il rettangolo

Definizione. Il **rettangolo** è un parallelogrammo che ha quattro angoli retti (***figura 10***).

Il rettangolo è quindi un poligono **equiangolo**.
Due lati consecutivi di un rettangolo possono rappresentare indifferentemente

Figura 10

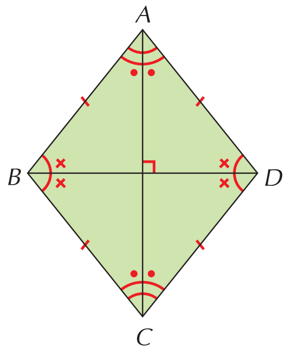


la base e l'altezza del rettangolo stesso e, quindi, vengono anche detti **dimensioni** del rettangolo. Oltre alle proprietà comuni a tutti i parallelogrammi, per il rettangolo vale la seguente:

Proprietà. In ogni rettangolo le diagonali sono fra loro congruenti.

Il rombo

Figura 11



Definizione. Il **rombo** è un parallelogrammo con i quattro lati congruenti (***figura 11***).

In ogni rombo, oltre alle proprietà di cui gode in quanto parallelogrammo, se ne riscontrano altre due:

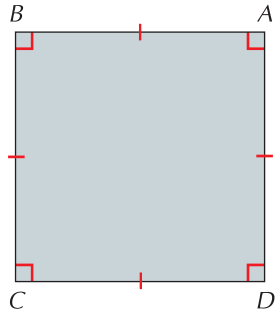
Proprietà.
- Le diagonali sono fra loro perpendicolari;
- le due diagonali sono bisettrici dei rispettivi angoli.

Sempre in riferimento alla ***figura 11*** si può dedurre la seguente:

Proprietà. Le diagonali di un rombo lo dividono in quattro triangoli rettangolo congruenti.

Il quadrato

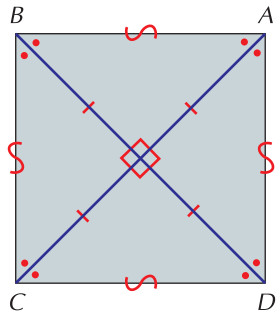
Figura 12



Definizione. Il **quadrato** è un parallelogrammo che ha i lati congruenti e tutti gli angoli retti (***figura 12***).

Il quadrato è quindi un **poligono regolare**. Dalla definizione osserviamo che un quadrato possiede sia le caratteristiche di un rombo (tutti i lati congruenti) sia di un rettangolo (tutti gli angoli retti). Il quadrato, quindi, gode di tutte le proprietà generali dei parallelogrammi ed anche di quelle specifiche del rombo e del rettangolo. Possiamo dunque dire che (***figura 13***):

Figura 13

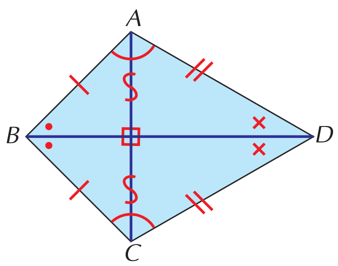


Proprietà.
- Le diagonali sono fra loro congruenti;
- le diagonali sono fra loro perpendicolari;
- le diagonali sono bisettrici dei rispettivi angoli.

4 Il deltoide

esercizi pag. 272

Figura 14



Definizione. Il **deltoide** è un quadrilatero che ha due coppie di lati consecutivi congruenti (***figura 14***).

Sempre in riferimento alla figura a lato, tracciamo le due diagonali e mediante un righello ed il goniometro misuriamo tutte le lunghezze e gli angoli. Possiamo osservare che un deltoide gode delle seguenti proprietà:

Proprietà.
- Le diagonali sono fra loro perpendicolari;

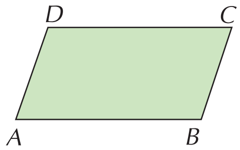
- la diagonale BD è bisettrice dei due angoli formati dai lati uguali;
- la diagonale AC resta divisa dall'altra diagonale in due segmenti congruenti;
- gli angoli opposti $\widehat{A}$ e $\widehat{C}$ sono fra loro congruenti.

?! Verifica

① Indica quali delle seguenti affermazioni relative alle proprietà del parallelogrammo sono vere e quali false. Un parallelogrammo è un quadrilatero avente:

a. i lati opposti paralleli V F
b. i lati opposti congruenti V F
c. le diagonali perpendicolari V F
d. le diagonali congruenti V F
e. gli angoli consecutivi supplementari V F
f. gli angoli opposti di ampiezza diversa V F
g. le diagonali che si tagliano scambievolmente a metà. V F

② Disegna le altezze uscenti dal vertice D relative al lato AB e al lato BC:



Indica quali delle affermazioni dei seguenti esercizi sono vere e quali false.

③ Un rettangolo ha:

a. quattro angoli congruenti V F
b. quattro lati congruenti V F
c. le diagonali perpendicolari V F
d. le diagonali congruenti V F
e. le diagonali che si dimezzano scambievolmente. V F

④ Un rombo ha:

a. le diagonali bisettrici dei rispettivi angoli V F
b. le diagonali congruenti V F
c. le diagonali perpendicolari V F
d. quattro lati congruenti. V F

⑤ Un quadrato ha:

a. quattro angoli retti V F
b. quattro lati congruenti V F
c. le diagonali perpendicolari V F
d. le diagonali disuguali. V F

⑥ Il deltoide è un quadrilatero che ha:

a. le diagonali congruenti V F
b. le diagonali perpendicolari V F
c. gli angoli opposti congruenti. V F

I quadrilateri

Capitolo 6

Prerequisiti

- ✗ Conoscere gli enti fondamentali della geometria e le loro proprietà
- ✗ Conoscere le proprietà delle quattro operazioni e operare con esse
- ✗ Conoscere gli elementi e le proprietà dei poligoni e dei triangoli

Obiettivi

CONOSCENZE

- ✗ Le caratteristiche generali e le proprietà dei quadrilateri
- ✗ La classificazione dei quadrilateri e le loro proprietà

ABILITÀ

- ✗ Operare con i lati e gli angoli di un quadrilatero
- ✗ Operare con gli elementi dei quadrilateri particolari

Perché studiare i quadrilateri

Ogni giorno tutti noi abbiamo a che fare con i quadrilateri. Una piscina, un libro, una cartina geografica o un tavolo sono alcuni possibili esempi di rettangolo; il ring del pugilato (o del wrestling) è un esempio di quadrato; l'aquilone ha spesso la forma di un rombo o di un deltoide e ritroviamo la stessa figura nei tralicci dell'alta tensione.....

Anche se la forma più utilizzata è senza dubbio il rettangolo, l'importanza dei quadrilateri nella vita di tutti i giorni è legata al fatto che tali figure si possono facilmente deformare (vedi a questo proposito anche la quarta esercizitazione di informatica).

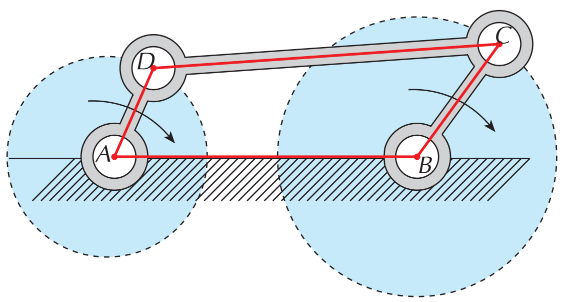
Ritroviamo l'applicazione di questo concetto anche nel meccanismo che prende il nome di *quadrilatero articolato* e che può essere schematizzato nella figura a lato.

Il lato AB è fisso; il lato BC può ruotare intorno al punto B, che è il centro di un albero ruotante su se stesso. L'estremo C del lato BC descrive una circonferenza ed è collegato al punto D con il lato CD.

Il punto D è collegato con il lato DA all'albero che ha centro in A. Così quando la manovella BC ruota attorno a B, l'elemento DA deve ruotare intorno al punto A.

Un tale meccanismo viene utilizzato in moltissimi oggetti di uso quotidiano. E' il caso, ad esempio, delle lampade da tavolo (figura in basso) oppure delle tende alla veneziana, dove le due cordicelle unite con una coppia di elementi della tenda individuano proprio un quadrilatero articolato.

Altri esempi si ritrovano nella bilancia con quadrilatero articolato, nei carrelli sollevatori e molto altro ancora.



I quadrilateri

Capitolo 6

Prerequisiti

- ✗ Conoscere gli enti fondamentali della geometria e le loro proprietà
- ✗ Conoscere le proprietà delle quattro operazioni e operare con esse
- ✗ Conoscere gli elementi e le proprietà dei poligoni e dei triangoli

Obiettivi

CONOSCENZE

- ✗ Le caratteristiche generali e le proprietà dei quadrilateri
- ✗ La classificazione dei quadrilateri e le loro proprietà

ABILITÀ

- ✗ Operare con i lati e gli angoli di un quadrilatero
- ✗ Operare con gli elementi dei quadrilateri particolari

Perché studiare i quadrilateri

Ogni giorno tutti noi abbiamo a che fare con i quadrilateri. Una piscina, un libro, una cartina geografica o un tavolo sono alcuni possibili esempi di rettangolo; il ring del pugilato (o del wrestling) è un esempio di quadrato; l'aquilone ha spesso la forma di un rombo o di un deltoide e ritroviamo la stessa figura nei tralicci dell'alta tensione.....

Anche se la forma più utilizzata è senza dubbio il rettangolo, l'importanza dei quadrilateri nella vita di tutti i giorni è legata al fatto che tali figure si possono facilmente deformare (vedi a questo proposito anche la quarta esercizitazione di informatica).

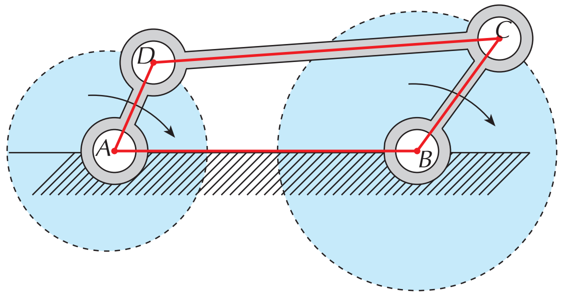
Ritroviamo l'applicazione di questo concetto anche nel meccanismo che prende il nome di *quadrilatero articolato* e che può essere schematizzato nella figura a lato.

Il lato AB è fisso; il lato BC può ruotare intorno al punto B, che è il centro di un albero ruotante su se stesso. L'estremo C del lato BC descrive una circonferenza ed è collegato al punto D con il lato CD.

Il punto D è collegato con il lato DA all'albero che ha centro in A. Così quando la manovella BC ruota attorno a B, l'elemento DA deve ruotare intorno al punto A.

Un tale meccanismo viene utilizzato in moltissimi oggetti di uso quotidiano. E' il caso, ad esempio, delle lampade da tavolo (figura in basso) oppure delle tende alla veneziana, dove le due cordicelle unite con una coppia di elementi della tenda individuano proprio un quadrilatero articolato.

Altri esempi si ritrovano nella bilancia con quadrilatero articolato, nei carrelli sollevatori e molto altro ancora.



La circonferenza e il cerchio

Capitolo 7

Prerequisiti

- Conoscere le proprietà delle quattro operazioni e operare con esse
- Conoscere gli enti fondamentali della geometria e le loro proprietà
- Possedere il concetto di parallelismo e perpendicolarità
- Conoscere gli elementi e le proprietà di triangoli e quadrilateri

Obiettivi

CONOSCENZE

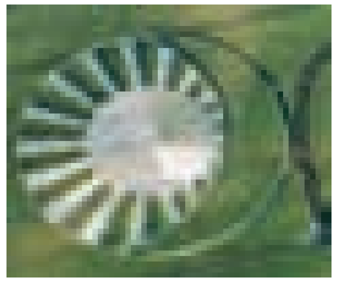
- La circonferenza e il cerchio
- Le posizioni reciproche fra retta e circonferenza e fra due circonferenze
- Gli angoli al centro ed alla circonferenza e le loro proprietà

ABILITÀ

- Operare con gli elementi di una circonferenza
- Applicare le proprietà sulla posizione reciproca di retta e circonferenza e di due circonferenze
- Applicare le proprietà relative agli angoli al centro ed alla circonferenza

Perché studiare la circonferenza e il cerchio

È da molto tempo (qualcuno dice secoli) che nei campi di grano vengono ritrovati misteriosi disegni. Nel gergo tecnico tali opere sono chiamate "crop circles", ovvero "cerchi nel grano", e ancora oggi non si riesce a dare una spiegazione plausibile al fenomeno: alcuni pensano sia opera di individui extraterrestri, altri del vento, altri ancora di allegri burloni che passano la notte a rovinare il raccolto di ignari contadini. Venuto di moda attorno agli anni '70 il fenomeno dei crop circles ha interessato soprattutto il mondo anglosassone. Nei primi anni '90 è stato finalmente svelato il mistero: due anziani inglesi (Doug Bower e David Chorley) affermarono infatti di aver creato da soli tutti i crops britannici con l'aiuto di semplici attrezzi: corde e assi.
Da alcuni anni anche in Italia assistiamo allo stesso fenomeno.
Basta accedere ad Internet ed utilizzare un qualsiasi motore di ricerca per trovare immagini di crop circles mozzafiato. Ovviamente non sta a noi dire se effettivamente tutte le costruzioni che si rinvengono ogni anno sulla Terra siano o meno mano dell'uomo. A noi, in questo capitolo, interessa esaminare la struttura base di tutte queste realizzazioni, che è una figura geometrica molto particolare: la **circonferenza** (e il cerchio).



La circonferenza e il cerchio

Capitolo 7

Prerequisiti

- Conoscere le proprietà delle quattro operazioni e operare con esse
- Conoscere gli enti fondamentali della geometria e le loro proprietà
- Possedere il concetto di parallelismo e perpendicolarità
- Conoscere gli elementi e le proprietà di triangoli e quadrilateri

Obiettivi

CONOSCENZE

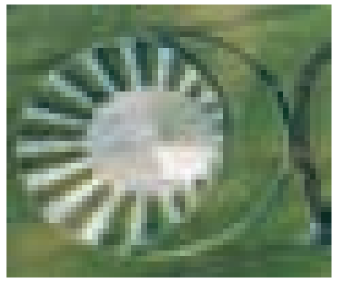
- La circonferenza e il cerchio
- Le posizioni reciproche fra retta e circonferenza e fra due circonferenze
- Gli angoli al centro ed alla circonferenza e le loro proprietà

ABILITÀ

- Operare con gli elementi di una circonferenza
- Applicare le proprietà sulla posizione reciproca di retta e circonferenza e di due circonferenze
- Applicare le proprietà relative agli angoli al centro ed alla circonferenza

Perché studiare la circonferenza e il cerchio

È da molto tempo (qualcuno dice secoli) che nei campi di grano vengono ritrovati misteriosi disegni. Nel gergo tecnico tali opere sono chiamate "crop circles", ovvero "cerchi nel grano", e ancora oggi non si riesce a dare una spiegazione plausibile al fenomeno: alcuni pensano sia opera di individui extraterrestri, altri del vento, altri ancora di allegri burloni che passano la notte a rovinare il raccolto di ignari contadini. Venuto di moda attorno agli anni '70 il fenomeno dei crop circles ha interessato soprattutto il mondo anglosassone. Nei primi anni '90 è stato finalmente svelato il mistero: due anziani inglesi (Doug Bower e David Chorley) affermarono infatti di aver creato da soli tutti i crops britannici con l'aiuto di semplici attrezzi: corde e assi.
Da alcuni anni anche in Italia assistiamo allo stesso fenomeno.
Basta accedere ad Internet ed utilizzare un qualsiasi motore di ricerca per trovare immagini di crop circles mozzafiato. Ovviamente non sta a noi dire se effettivamente tutte le costruzioni che si rinvengono ogni anno sulla Terra siano o meno mano dell'uomo. A noi, in questo capitolo, interessa esaminare la struttura base di tutte queste realizzazioni, che è una figura geometrica molto particolare: la **circonferenza** (e il cerchio).

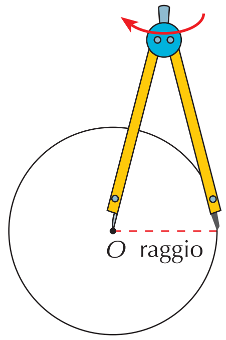


1 La circonferenza e il cerchio

esercizi pag. 284

Tutti sanno che per tracciare una circonferenza su un foglio si può usare il compasso (***figura 1***). Esso è costituito da una punta metallica che fissa sul foglio un punto, corrispondente al **centro** della circonferenza, e da una punta scrivente, che durante il suo scorrimento traccia una linea i cui punti hanno sempre la stessa distanza dal punto fisso. Il segmento che unisce il centro e un generico punto della linea, corrispondente all'apertura del compasso, viene detto **raggio** ed è spesso indicato con la lettera r.

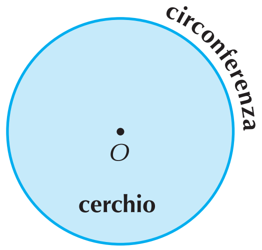
Figura 1



Definizione. La **circonferenza** è l'insieme di tutti e soli i punti di un piano equidistanti da un punto fisso detto centro (***figura 2***).

La parte di piano racchiusa da una circonferenza prende il nome di cerchio (***figura 2***).

Figura 2



Definizione. Il **cerchio** è la parte di piano costituita dalla circonferenza e dai punti ad essa interni.

Possiamo classificare i punti di un piano rispetto ad una circonferenza in tre categorie (***figura 3***):

a. i punti **esterni** hanno distanza dal centro della circonferenza maggiore del raggio (punto A)

$$AO > r$$

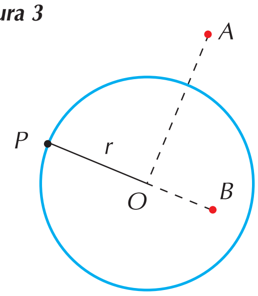
b. i punti **appartenenti** alla circonferenza hanno distanza dal centro uguale al raggio (punto P)

$$PO = r$$

c. i punti **interni** hanno distanza dal centro della circonferenza minore del raggio (punto B)

$$BO < r$$

Figura 3



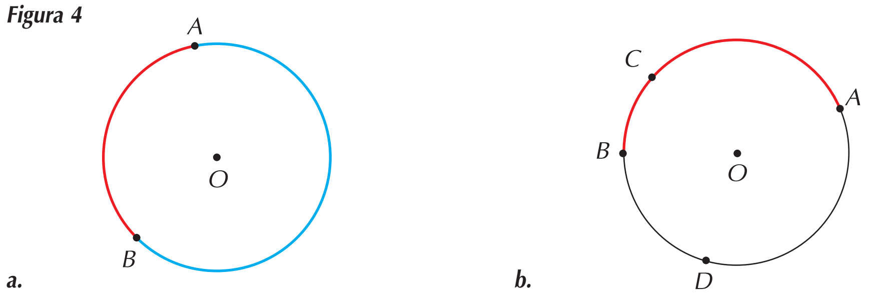
1.1 Le parti di una circonferenza

Se scegliamo due punti su una circonferenza, questa rimane divisa in due parti ognuna delle quali prende il nome di arco (***figura 4a***).

Definizione. Presi due punti A e B su una circonferenza, si chiama **arco** ciascuna delle due parti in cui la circonferenza viene divisa; lo si indica con la scrittura $\overset{\frown}{AB}$. I due punti scelti sulla circonferenza vengono detti **estremi** dell'arco.

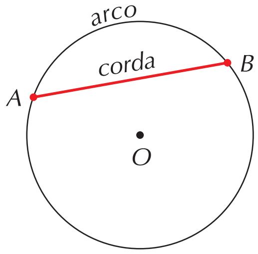
Per meglio individuare un arco è preferibile scegliere un suo punto intermedio e indicarlo tra i due estremi nella scrittura. In riferimento alla ***figura 4b*** scriveremo $\overset{\frown}{ACB}$ per indicare l'arco rosso e $\overset{\frown}{ADB}$ per indicare l'arco in nero.

Figura 4



Il segmento che unisce i due punti A e B prende il nome di **corda** (***figura 5***).

Figura 5

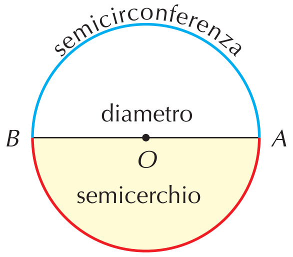


Definizione. Si dice **corda** di una circonferenza ogni segmento che abbia gli estremi appartenenti alla circonferenza.

I due estremi A e B dell'arco $\overset{\frown}{AB}$ sono anche estremi della corda AB: per questo si dice che la corda **sottende** l'arco e viceversa che l'arco **è sotteso** dalla corda.

La corda più lunga che riusciamo a tracciare passa per il centro della circonferenza e prende il nome di **diametro** (***figura 6***).

Figura 6



Definizione. Si dice **diametro** di una circonferenza ogni corda passante per il centro della circonferenza.

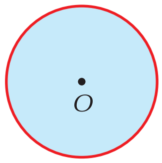
Gli estremi di un diametro si dicono punti diametralmente opposti. Essi dividono una circonferenza in due archi congruenti detti **semicirconferenze**. Ogni diametro divide un cerchio in due parti congruenti detti **semicerchi**.
Ovviamente il diametro di una circonferenza è il doppio del corrispondente raggio. Quindi:

Proprietà. I diametri di una circonferenza sono tutti fra loro congruenti; in particolare $d = 2 \cdot r$.

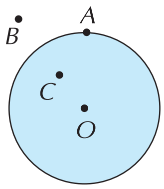
?! Verifica

① Nella prima figura individua le parti colorate che costituiscono il cerchio e la circonferenza; nella seconda figura indica come sono i punti A, B e C rispetto alla circonferenza.

a.

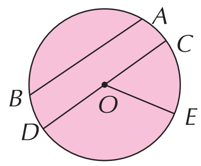


b.

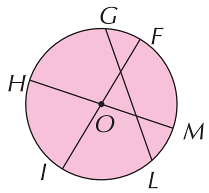


② Colora in rosso i diametri e in blu i raggi presenti in ognuna delle circonferenze a lato.

a.

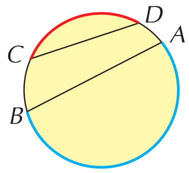


b.

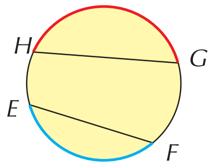


③ In ognuna delle circonferenze a lato quali corde sottendono gli archi indicati?

a.



b.

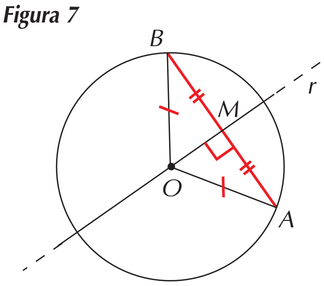


2 Le proprietà della circonferenza

esercizi pag. 286

Disegniamo una circonferenza di centro O e su di essa consideriamo una corda AB (***figura 7***); possiamo enunciare le seguenti:

Figura 7



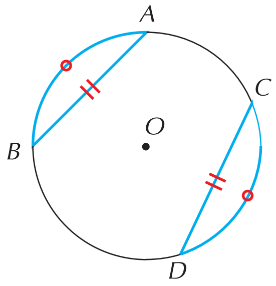
Proprietà. La perpendicolare condotta dal centro di una circonferenza ad una corda divide tale corda a metà.

Proprietà. La perpendicolare ad una corda nel suo punto medio (asse della corda) passa per il centro della circonferenza.

Infatti, unendo A e B con O otteniamo il triangolo AOB che è isoscele perché i lati OA e OB sono congruenti essendo raggi della circonferenza. Per le proprietà del triangolo isoscele, la perpendicolare OM è contemporaneamente asse, bisettrice, mediana e altezza del triangolo AOB relativa al lato AB. Il segmento di perpendicolare condotto dal centro della circonferenza ad una corda è detta **distanza** della corda dal centro.

Disegniamo ora una circonferenza e su di essa prendiamo due archi $\overset{\frown}{AB}$ e $\overset{\frown}{CD}$ congruenti e misuriamo le loro corde sottese AB e CD. Notiamo che anche le due corde sono congruenti (***figura 8***).

Figura 8

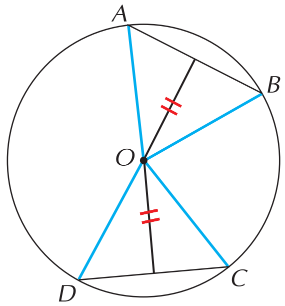


Proprietà. In una stessa circonferenza ad archi congruenti corrispondono corde congruenti e viceversa.

È facile verificare infine che:

Teorema. Due corde congruenti di una stessa circonferenza hanno la stessa distanza dal centro (***figura 9***).

Figura 9

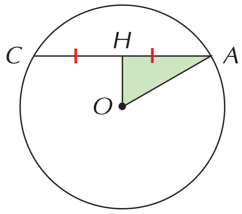


Basta infatti unire gli estremi della corde AB e DC con il centro della circonferenza ed osservare che i triangoli ABO e DCO sono congruenti avendo i tre lati ordinatamente congruenti.

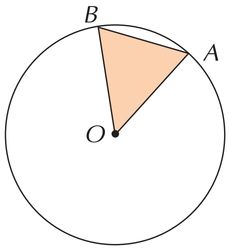
?! Verifica

① Per quale punto passa la perpendicolare al punto medio di una corda?
a. Per il centro della circonferenza;
b. per un punto qualunque della circonferenza;
c. per l'altro estremo della corda.

② Nella figura a lato $CH = HA$. Stabilisci che tipo di triangolo è AHO. Perché?



③ Osserva la figura a lato e stabilisci che tipo di triangolo è ABO. Perché?

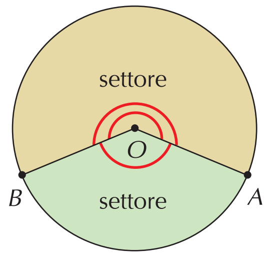


3 Le parti di un cerchio

esercizi pag. 288

Disegniamo una circonferenza di centro O e tracciamo due suoi raggi OA e OB. Come possiamo notare (***figura 10***), i due raggi dividono il cerchio in due parti, ognuna delle quali si chiama **settore circolare** o semplicemente **settore**.

Figura 10

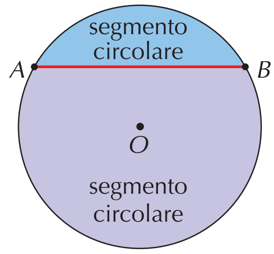


Definizione. Si chiama **settore circolare** ognuna delle due parti in cui un cerchio è diviso da due suoi raggi.

Per **ampiezza** del settore si intende la misura del corrispondente angolo avente il vertice nel centro della circonferenza e come lati i due raggi.

Disegniamo ora una circonferenza di centro O e tracciamo una sua corda AB (***figura 11***). Come possiamo notare, la corda AB divide il cerchio in due parti, ognuna delle quali si chiama **segmento circolare ad una base**. La corda AB è la **base** del segmento.

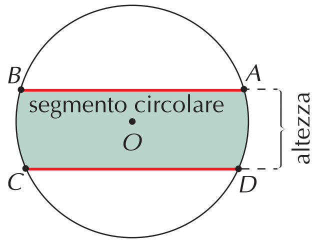
Figura 11



Definizione. Si chiama **segmento circolare ad una base** ognuna delle due parti in cui un cerchio è diviso da una sua corda.

Disegniamo ora una circonferenza di centro O e tracciamo due corde AB e CD fra di loro parallele (***figura 12***). La parte di cerchio compresa fra le due corde si chiama **segmento circolare a due basi**.

Figura 12



Definizione. Si chiama **segmento circolare a due basi** la parte di cerchio compresa fra due corde parallele. La distanza tra le due basi si chiama **altezza**.

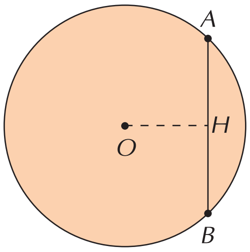
?! Verifica

① Si chiama settore circolare ognuna delle due parti in cui un cerchio è diviso:
a. da due archi; **b.** da due generiche corde; **c.** da due raggi.

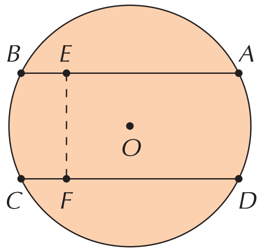
② Si chiama segmento circolare ad una base:
a. ognuna delle due parti in cui una circonferenza è divisa da una sua corda;
b. ognuna delle due parti in cui un cerchio è diviso da una sua corda;
c. la parte compresa tra due corde parallele.

③ Individua, colorandoli, tutti i segmenti circolari rappresentati nelle seguenti figure e in ognuno di essi indica le relative basi e altezze.

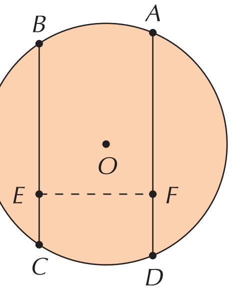
a.



b.



c.



4 Le condizioni per individuare una circonferenza

esercizi pag. 289

Ci chiediamo quanti punti sono necessari per disegnare univocamente una circonferenza.

- Per un punto A del piano (***figura 13a*** di pagina seguente) passano infinite circonferenze.
- Per due punti distinti A e B del piano (***figura 13b***) passano ancora infinite circonferenze.
  In particolare l'insieme infinito delle circonferenze che passano per due punti è detto **fascio di circonferenze**. I punti A e B si dicono **punti base** del fascio.

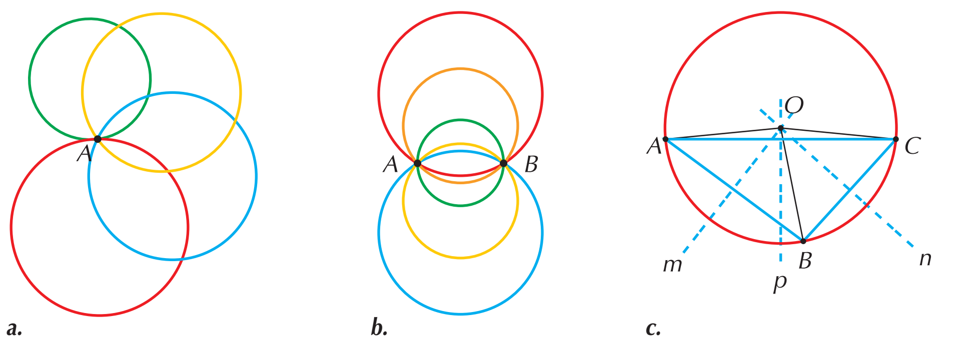
Siano A, B, C tre punti di un piano, non allineati (***figura 13c***). Dopo aver costruito il triangolo ABC, tracciamo gli assi m, n, e p, dei suoi lati. Gli assi si incontrano in un punto O che è il circocentro del triangolo ABC. Quindi, per quanto detto nel capitolo 5: $AO = BO = CO$. Questi tre segmenti, congruenti tra di loro, hanno l'estremo O in comune e pertanto possiamo ritenerli raggi di una stessa circonferenza di centro O e passante per gli estremi A, B, e C.
In base a quanto detto possiamo enunciare la seguente:

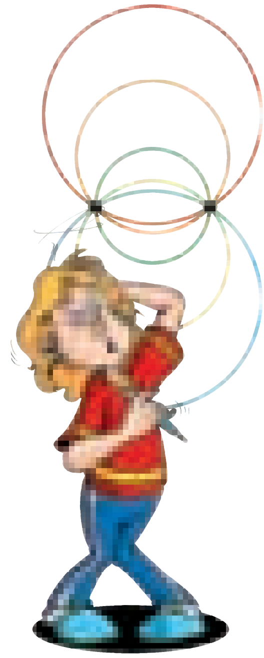
HELP

Se i tre punti sono allineati, per essi passa una retta che si può considerare una circonferenza di raggio infinito.

Proprietà. Per tre punti non allineati passa una ed una sola circonferenza.

Figura 13

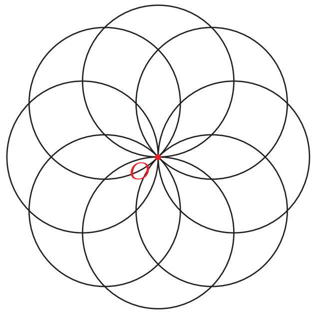




?! Verifica

① Completa le seguenti affermazioni relative al rapporto tra la circonferenza e i punti di un piano:
a. per tre punti non allineati passa ....;
b. per un punto passano ....;
c. per due punti distinti passano ....

② La figura a lato rappresenta otto circonferenze passanti per lo stesso punto O ed aventi lo stesso raggio. Dove si trovano i centri di queste circonferenze?



③ Il fascio di circonferenze è l'insieme delle circonferenze passanti per:
a. due punti; **b.** tre punti; **c.** un punto.

5 Le posizioni di una retta rispetto ad una circonferenza

esercizi pag. 290

Data una retta s e una circonferenza di centro O e raggio r, appartenenti allo stesso piano, ci chiediamo quali sono le situazioni che si possono presentare. Esaminiamo separatamente i tre casi indicando con P il piede della perpendicolare tracciata dal centro della circonferenza alla retta s (cioè OP è la distanza della retta dal centro della circonferenza).

I CASO $\quad$ $OP > r$

In questo caso il punto P è esterno alla circonferenza ed essendo P il punto della retta con distanza minore da O, perché appartiene alla perpendicolare condotta da O verso la retta s, anche tutti gli altri punti della retta sono esterni alla circonferenza (***figura 14a***). Diremo dunque che:

Definizione. Una retta è **esterna** ad una circonferenza se non ha con essa alcun punto in comune.

II Caso $\quad OP = r$

In questo caso il punto P appartiene alla circonferenza ed ogni altro punto della retta è esterno alla circonferenza (***figura 14b***). Retta e circonferenza hanno quindi un solo punto in comune che è proprio il punto P. Diremo dunque che:

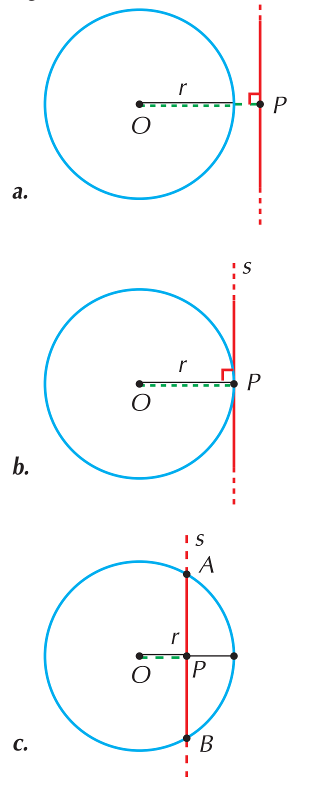
Definizione. Una retta è **tangente** ad una circonferenza se ha un solo punto in comune con essa; questo è detto **punto di tangenza**.

III Caso $\quad OP < r$

In questo caso il punto P è interno alla circonferenza (***figura 14c***); la retta s taglia la circonferenza in due punti distinti A e B e diremo che:

Definizione. Una retta è **secante** ad una circonferenza se ha due punti distinti in comune con essa.

Figura 14



Di particolare interesse è il caso della retta tangente ad una circonferenza. Disegniamo una circonferenza di centro O e raggio OP e tracciamo una retta s ad essa tangente in P (ritroviamo la ***figura 14b***). Per come è stato costruito il punto P possiamo osservare che:

Proprietà. La tangente ad una circonferenza è sempre perpendicolare al raggio nel punto di tangenza.

Il linguaggio della matematica

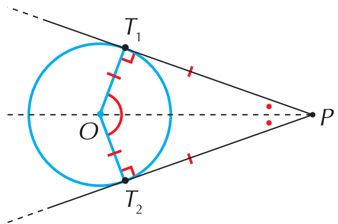
Tangente deriva dal verbo latino ***tangere*** che significa «toccare».

Secante deriva dal verbo latino ***secare*** che significa «incidere», «tagliare».

Consideriamo ora una circonferenza di centro O, un punto P ad essa esterno e tracciamo da P le due tangenti alla circonferenza PT_1 e PT_2 (***figura 15***). Congiungendo il punto P con il centro O della circonferenza otteniamo due triangoli rettangoli PT_1O e PT_2O in quanto gli angoli $\widehat{T_1}$ e $\widehat{T_2}$ sono retti. Inoltre avendo i lati OT_1 e OT_2 congruenti perché raggi di una stessa circonferenza, e un lato OP in comune essi sono due triangoli congruenti (quarto criterio dei triangoli rettangoli). Saranno dunque congruenti anche:

$$PT_1 = PT_2 \qquad \text{e} \qquad T_1\widehat{PO} = T_2\widehat{PO}.$$

Figura 15



Possiamo pertanto enunciare le seguenti:

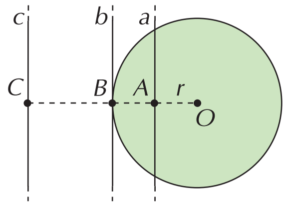
Proprietà.
- Se da un punto esterno ad una circonferenza conduciamo le tangenti a quest'ultima, otteniamo due segmenti di tangente (dal punto esterno ai punti di tangenza) tra loro congruenti;
- la semiretta che congiunge il punto esterno con il centro della circonferenza è bisettrice dell'angolo formato dalle due tangenti stesse.

?! Verifica

① Una retta è secante ad una circonferenza se la sua distanza dal centro è:

a. minore del raggio; **b.** maggiore del raggio; **c.** congruente al raggio.

② Osserva la figura a lato e completa le seguenti relazioni inserendo i simboli di maggiore, minore o uguale:
a. OA ..... r; **b.** OB ..... r; **c.** OC ..... r.



③ Facendo riferimento alla figura dell'esercizio precedente completa le seguenti affermazioni:
a. il segmento OB è il .... della circonferenza;
b. la retta b è .... al raggio nel punto di tangenza.

6 Le posizioni di due circonferenze *esercizi pag. 293*

Due circonferenze distinte possono avere due, uno o nessun punto in comune. Esaminiamo i singoli casi, indicando con O e O' i centri delle due circonferenze e con r e r' i loro raggi.

I Caso

Definizione. Due circonferenze si dicono **esterne** l'una all'altra se la distanza dei loro centri è maggiore della somma dei loro raggi, cioè:

$$OO' > r + r'$$

Le due circonferenze non hanno alcun punto in comune (***figura 16a***).

II Caso

Definizione. Due circonferenze si dicono **tangenti esternamente** se la distanza dei loro centri è congruente alla somma dei loro raggi, cioè:

$$OO' = r + r'$$

Le due circonferenze hanno un solo punto in comune e tutti i punti di una sono esterni all'altra e viceversa. Tale punto si chiama punto di tangenza (***figura 16b***).

III Caso

Definizione. Due circonferenze si dicono **secanti** se la distanza dei loro centri è minore della somma dei loro raggi e maggiore della loro differenza, cioè:

$$OO' < r + r' \qquad \text{e} \qquad OO' > r - r'$$

Le due circonferenze hanno due punti in comune. Tali punti si dicono **punti di intersezione** (***figura 16c***). Si può giustificare la relazione considerando il triangolo OBO' avente $OB = r$, $BO' = r'$ e OO' come terzo lato.

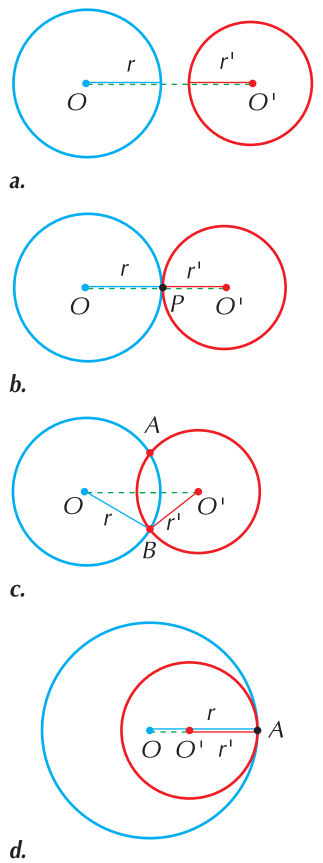
IV Caso

Definizione. Due circonferenze si dicono **tangenti internamente** se la distanza dei loro centri è congruente alla differenza dei loro raggi (***figura 16d***), cioè:

$$OO' = r - r'$$

Le due circonferenze hanno un solo punto in comune e tutti i punti di una sono interni all'altra.

Figura 16



V Caso

Definizione. Due circonferenze si dicono **una interna all'altra** se la distanza dei loro centri è minore della differenza dei loro raggi, cioè:

$$OO' < r - r'$$

Le due circonferenze non hanno alcun punto in comune (***figura 16e***).

Se inoltre i centri delle due circonferenze coincidono ($O \equiv O'$), allora la relazione:

$$OO' < r - r' \qquad \text{diventa} \qquad OO' = 0$$

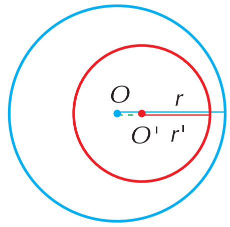
e le due circonferenze si dicono **concentriche** (***figura 16f***).

Definizione. Due circonferenze si dicono **concentriche** se hanno lo stesso centro.

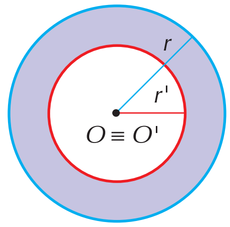
In questo caso:

Definizione. La parte di piano delimitata da due circonferenze concentriche di raggi disuguali è detta **corona circolare**.

Figura 16



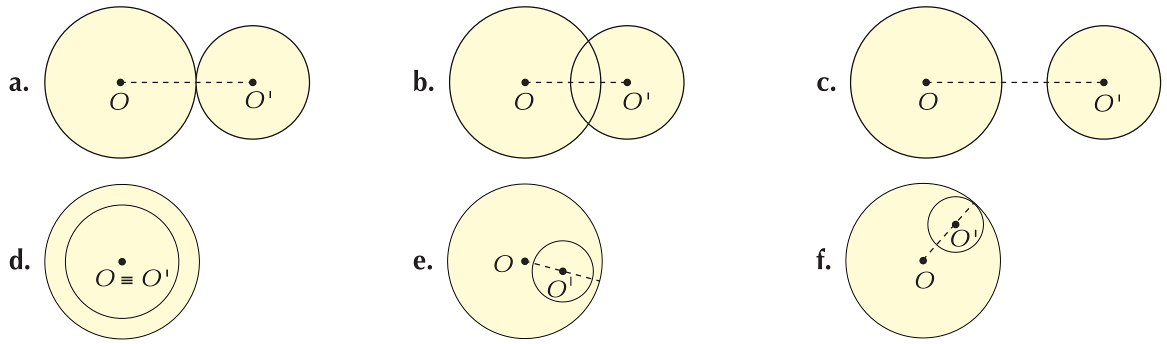
e.



f.

?! Verifica

① Indica, per ciascuna delle seguenti figure, qual è la posizione reciproca delle due circonferenze:



② Due circonferenze sono secanti se la distanza dei loro centri è:
a. minore della somma dei loro raggi;
b. maggiore della differenza dei loro raggi;
c. minore della somma dei loro raggi e maggiore della loro differenza.

③ Due circonferenze sono tangenti esternamente se la distanza dei loro centri è:
a. minore della somma dei loro raggi;
b. maggiore della somma dei loro raggi;
c. congruente alla somma dei loro raggi.

④ Due circonferenze sono una interna all'altra se la distanza dei loro centri è:
a. maggiore della differenza dei loro raggi;
b. minore della differenza dei loro raggi;
c. congruente alla differenza dei loro raggi.

⑤ La corona circolare è la parte di piano delimitata da due circonferenze concentriche:
a. di raggi congruenti; **b.** di raggi disuguali.

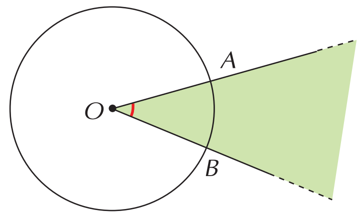
7 Gli angoli al centro e alla circonferenza

esercizi pag. 296

Disegniamo una circonferenza di centro O e raggio r, scegliamo due punti A e B su di essa e tracciamo le semirette OA e OB (***figura 17***). L'angolo $\widehat{AOB}$ ottenuto prende il nome di **angolo al centro**.

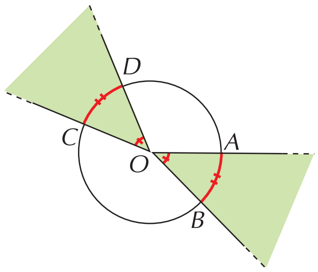
Definizione. Si chiama **angolo al centro** di una circonferenza ogni angolo avente il vertice nel suo centro.

Figura 17



Le due semirette OA e OB determinano in realtà due angoli al centro, uno convesso ($\widehat{AOB}$) e l'altro concavo ($\overset{\smile}{AOB}$). Faremo riferimento, da qui in avanti, solo all'angolo convesso.
Sappiamo che i punti A e B delimitano l'arco $\overset{\frown}{AB}$; si dice pertanto che l'angolo $\widehat{AOB}$ insiste sull'arco $\overset{\frown}{AB}$ (oppure corrisponde all'arco $\overset{\frown}{AB}$).
Consideriamo ora la circonferenza di centro O e prendiamo su di essa due angoli al centro $\widehat{AOB}$ e $\widehat{COD}$ tra di loro congruenti (***figura 18***). Si può facilmente verificare che sono congruenti tra di loro anche gli archi $\overset{\frown}{AB}$ e $\overset{\frown}{CD}$ corrispondenti agli angoli al centro considerati. Ne deduciamo la seguente:

Figura 18



Proprietà. Angoli al centro congruenti insistono su archi congruenti e viceversa ad archi congruenti corrispondono angoli al centro congruenti.

Consideriamo una circonferenza di centro O, scegliamo tre punti P, A e B su di essa e tracciamo le due semirette PA e PB (***figura 19***). L'angolo $\widehat{APB}$ ottenuto prende il nome di **angolo alla circonferenza**.

Definizione. Si chiama **angolo alla circonferenza** un angolo convesso con il vertice su di essa e i lati entrambi secanti la circonferenza (***figura 19a***) oppure uno secante e l'altro tangente la circonferenza (***figura 19b***) oppure entrambi tangenti la circonferenza (***figura 19c***).

Anche per l'angolo alla circonferenza si dice che insiste sull'arco dai cui estremi passano i suoi lati. Nel nostro esempio, l'angolo $\widehat{APB}$ insiste sull'arco $\overset{\frown}{AB}$.

Figura 19

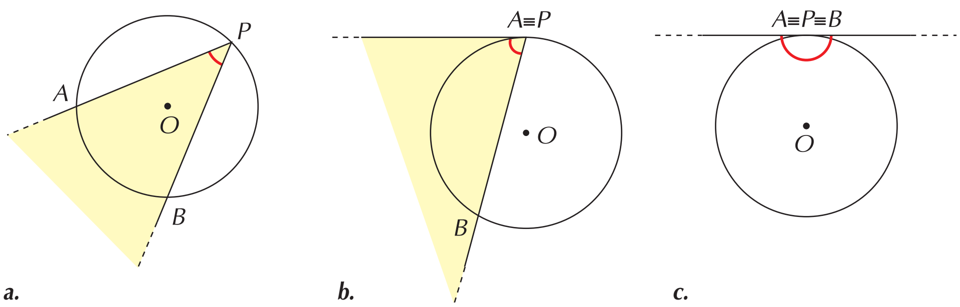
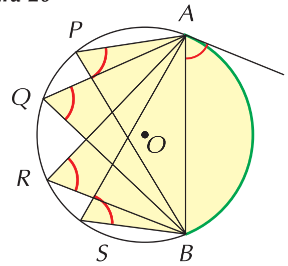


Figura 20



Consideriamo ora la circonferenza di ***figura 20***. In essa sono rappresentati alcuni angoli alla circonferenza che insistono sullo stesso arco $\overset{\frown}{AB}$. Notiamo che:

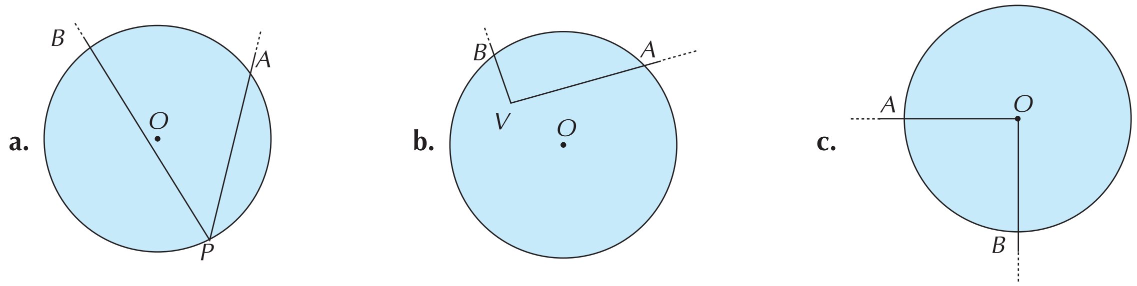
Proprietà. Ad ogni angolo alla circonferenza corrisponde un solo arco sul quale insiste; viceversa ad ogni arco corrispondono infiniti angoli alla circonferenza.

?! Verifica

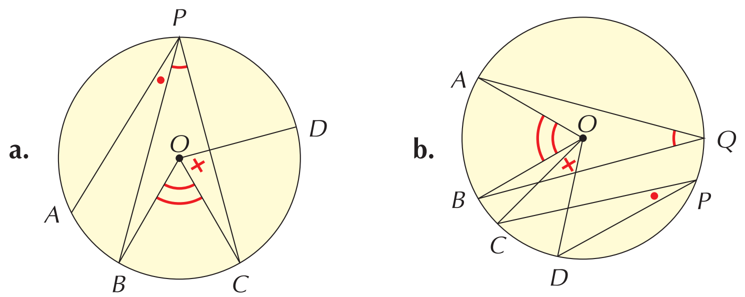
① L'angolo al centro di una circonferenza ha il vertice:
a. fuori della circonferenza; **b.** nel centro della circonferenza; **c.** sulla circonferenza.

② L'angolo alla circonferenza ha il vertice:
a. fuori della circonferenza; **b.** nel centro della circonferenza; **c.** sulla circonferenza.

③ Indica in quale delle seguenti circonferenze di centro O è rappresentato un angolo al centro e in quale è rappresentato un angolo alla circonferenza.



④ Indica nelle seguenti circonferenze di centro O quali sono gli angoli al centro e quali gli angoli alla circonferenza che insistono sugli stessi archi.



8 Le relazioni tra gli angoli al centro e alla circonferenza

esercizi pag. 297

Disegniamo un angolo al centro $\widehat{AOB}$ e un angolo alla circonferenza $\widehat{APB}$ (***figura 21a***). I due angoli insistono sullo stesso arco $\overset{\frown}{AB}$ e vengono detti **corrispondenti**. Se misuriamo col goniometro l'angolo alla circonferenza e l'angolo al centro corrispondente scopriamo un'importante teorema:

Teorema. Ogni angolo alla circonferenza è la metà del corrispondente angolo al centro.

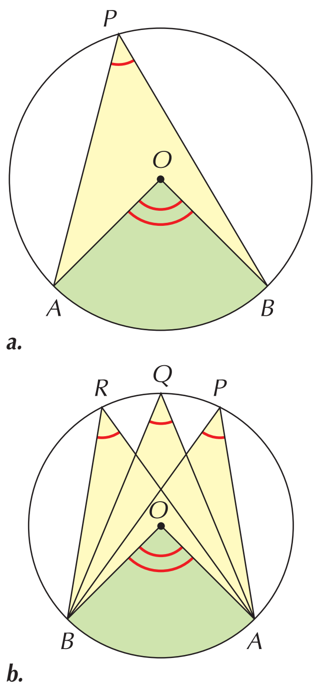
Se invece consideriamo l'angolo al centro $\widehat{AOB}$, osserviamo che sull'arco $\overset{\frown}{AB}$ insistono infiniti angoli alla circonferenza (***figura 21b***); considerando anche il teorema precedente deduciamo che:

Proprietà. Tutti gli angoli alla circonferenza che insistono su uno stesso arco sono fra loro congruenti.

Infatti, ognuno di essi è la metà dello stesso angolo al centro:

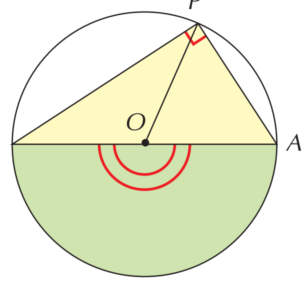
$$\widehat{APB} = \widehat{AQB} = \widehat{ARB} = \widehat{AOB} : 2$$

Figura 21



Consideriamo un angolo alla circonferenza che insiste su un arco pari ad una semicirconferenza (***figura 22***). Vale in questo caso la seguente:

Figura 22



Proprietà. Ogni angolo alla circonferenza che insiste su una semicirconferenza è retto.

Infatti, ognuno di essi è la metà del corrispondente angolo al centro, che è un angolo piatto:

$$\widehat{APB} = \widehat{AOB} : 2 = 180^\circ : 2 = 90^\circ$$

Pertanto:

Proprietà. Tutti i triangoli aventi un vertice sulla circonferenza e un lato coincidente con il diametro sono triangoli rettangoli.

Sempre considerando la ***figura 22*** notiamo anche che, essendo *O* il punto medio dell'ipotenusa del triangolo rettangolo *APB*, *PO* è la mediana relativa all'ipotenusa, oltre che essere raggio della circonferenza; abbiamo ottenuto per altra via quanto abbiamo già detto nel capitolo sui triangoli, cioè:

Proprietà. In ogni triangolo rettangolo la mediana relativa all'ipotenusa è congruente alla metà dell'ipotenusa stessa.

APPROFONDIMENTI

L'angolo alla circonferenza e il corrispondente angolo al centro

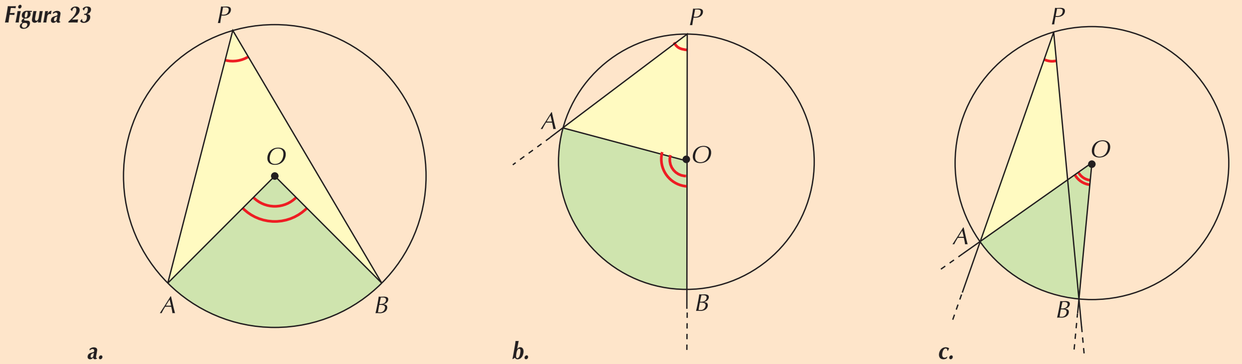
Abbiamo studiato che ogni angolo alla circonferenza è la metà dell'angolo al centro corrispondente. Tale relazione è sempre valida a prescindere dalla posizione che l'angolo alla circonferenza e il corrispondente angolo al centro assumono nella circonferenza. Si possono presentare i seguenti casi che analizziamo separatamente.

I CASO Il centro *O* è interno all'angolo alla circonferenza; questa condizione è quella esaminata nella pagina precedente e corrisponde alla ***figura 23a***.

II CASO Il centro *O* appartiene alla retta di uno dei lati dell'angolo alla circonferenza (***figura 23b***).

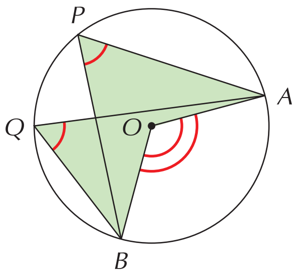
III CASO Il centro *O* è esterno all'angolo alla circonferenza (***figura 23c***).

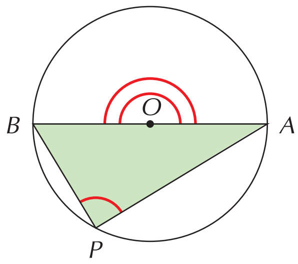
Figura 23



?! Verifica

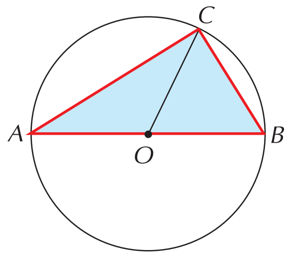
① Misura col goniometro gli angoli al centro e gli angoli alla circonferenza raffigurati in ognuna delle seguenti figure. Che cosa noti?

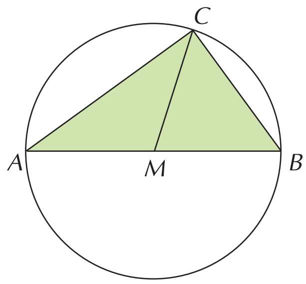
a. 

b. 

② Tutti gli angoli alla circonferenza che insistono su uno stesso arco sono:
a. retti; **b.** congruenti; **c.** allineati.

③ Dopo aver osservato la figura a lato completa le seguenti uguaglianze:
a. $OC = ... : 2$;
b. $\widehat{ACB} = ...$;
c. $AO = ... = ...$

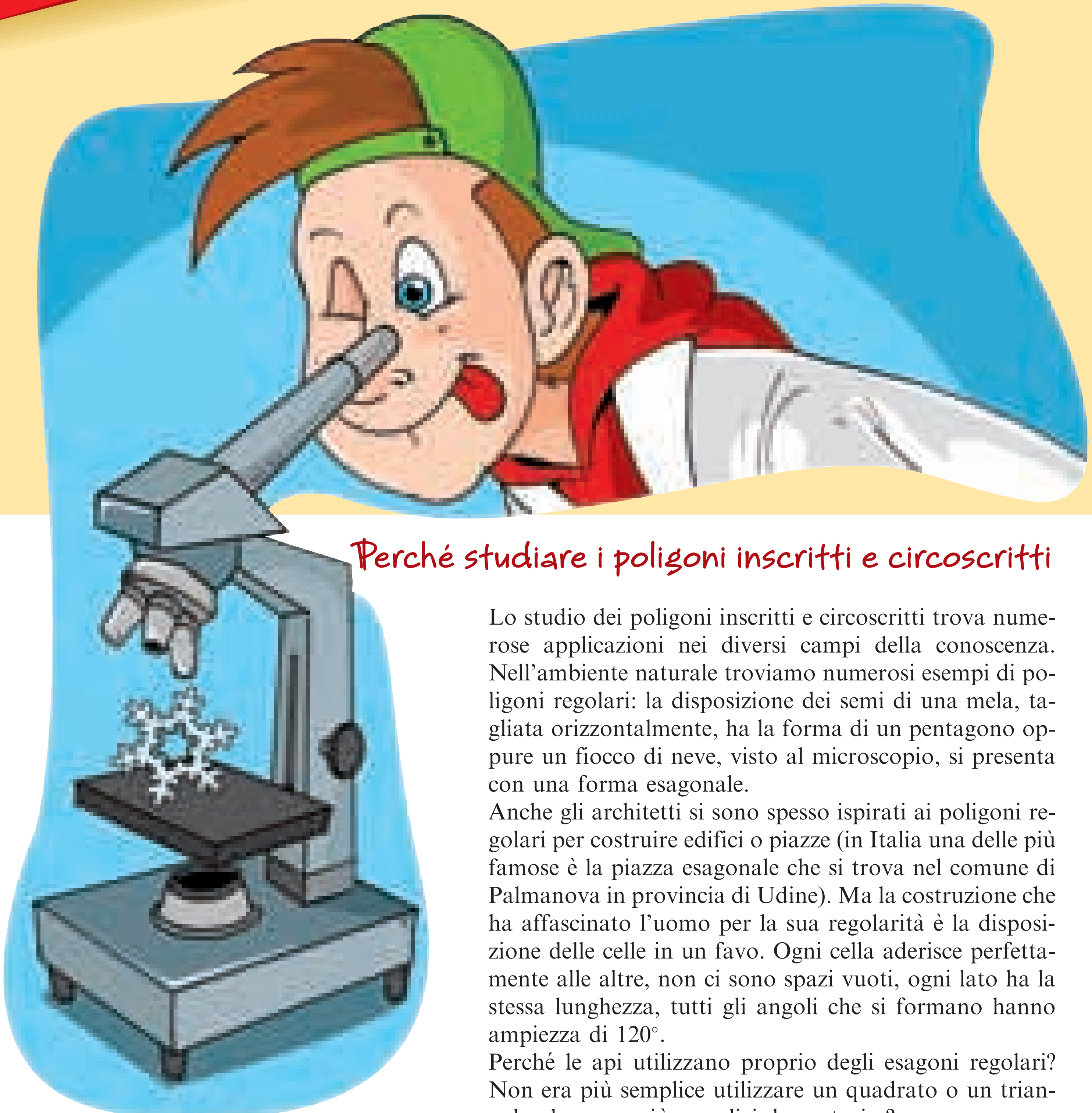




④ Considera la figura a lato. Sapendo che $\overline{CM} = 17{,}5$ cm; $\overline{AC} = 28$ cm; $\overline{BC} = 21$ cm; calcola il perimetro del triangolo ABC.

Capitolo 8

I poligoni inscritti e circoscritti



Prerequisiti

- ✗ Conoscere le proprietà delle quattro operazioni e operare con esse
- ✗ Conoscere gli enti fondamentali della geometria e le loro proprietà
- ✗ Conoscere gli elementi e le proprietà dei poligoni
- ✗ Conoscere la circonferenza, i suoi elementi e le loro proprietà

Obiettivi

CONOSCENZE

- ✗ Le proprietà dei poligoni inscritti e circoscritti
- ✗ Le proprietà dei poligoni regolari

ABILITÀ

- ✗ Applicare le proprietà dei poligoni inscritti e circoscritti
- ✗ Applicare le proprietà dei poligoni regolari

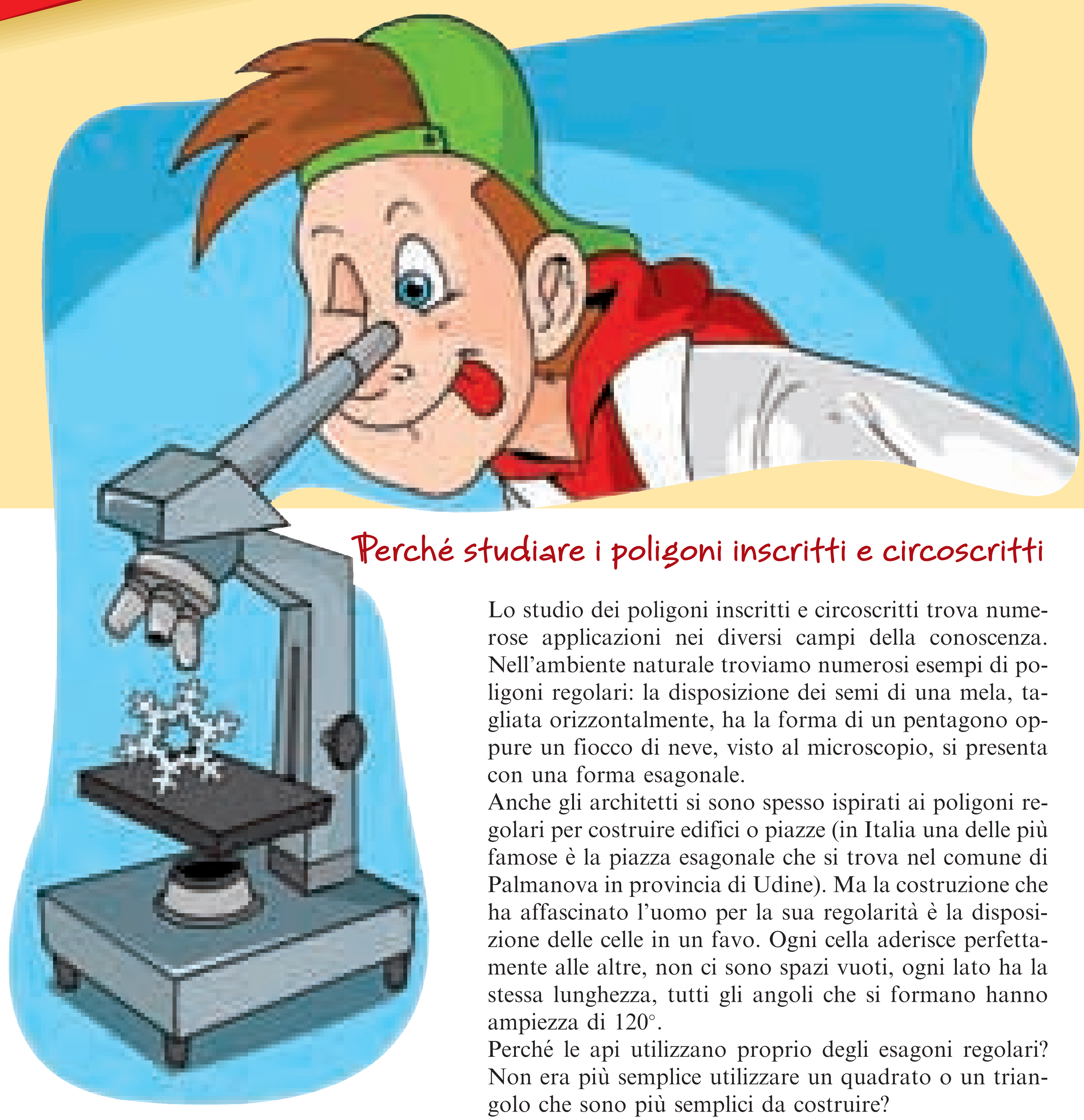
Perché studiare i poligoni inscritti e circoscritti

Lo studio dei poligoni inscritti e circoscritti trova numerose applicazioni nei diversi campi della conoscenza. Nell'ambiente naturale troviamo numerosi esempi di poligoni regolari: la disposizione dei semi di una mela, tagliata orizzontalmente, ha la forma di un pentagono oppure un fiocco di neve, visto al microscopio, si presenta con una forma esagonale.
Anche gli architetti si sono spesso ispirati ai poligoni regolari per costruire edifici o piazze (in Italia una delle più famose è la piazza esagonale che si trova nel comune di Palmanova in provincia di Udine). Ma la costruzione che ha affascinato l'uomo per la sua regolarità è la disposizione delle celle in un favo. Ogni cella aderisce perfettamente alle altre, non ci sono spazi vuoti, ogni lato ha la stessa lunghezza, tutti gli angoli che si formano hanno ampiezza di 120°.
Perché le api utilizzano proprio degli esagoni regolari? Non era più semplice utilizzare un quadrato o un triangolo che sono più semplici da costruire?
La risposta a tali domande è legata a spiegazioni strettamente matematiche. Una prima ragione consiste nella possibilità di riempire uno spazio piano con dei poligoni regolari. La soluzione alla tassellazione dello spazio è infatti possibile solo con alcuni poligoni regolari: il triangolo equilatero, il quadrato e l'esagono. Ogni altra figura non riesce a riempire tutto lo spazio disponibile; unendo tre pentagoni, ad esempio, rimane uno spazio vuoto, utilizzandone quattro due di essi si intersecano.

Un altro motivo per cui le api costruiscono celle esagonali è che ogni cella non serve solo a contenere il miele, ma anche per allevare le larve. Ogni larva, vista in sezione, assomiglia infatti ad un cerchio. Fra le possibili forme che le api avrebbero potuto utilizzare per la costruzione delle celle, l'esagono è la forma che più si avvicina alla circonferenza ed è dunque tale da lasciare più spazio a disposizione di ogni singola larva.

Capitolo 8

I poligoni inscritti e circoscritti



Prerequisiti

- Conoscere le proprietà delle quattro operazioni e operare con esse
- Conoscere gli enti fondamentali della geometria e le loro proprietà
- Conoscere gli elementi e le proprietà dei poligoni
- Conoscere la circonferenza, i suoi elementi e le loro proprietà

Obiettivi

CONOSCENZE

- Le proprietà dei poligoni inscritti e circoscritti
- Le proprietà dei poligoni regolari

ABILITÀ

- Applicare le proprietà dei poligoni inscritti e circoscritti
- Applicare le proprietà dei poligoni regolari

Perché studiare i poligoni inscritti e circoscritti

Lo studio dei poligoni inscritti e circoscritti trova numerose applicazioni nei diversi campi della conoscenza. Nell'ambiente naturale troviamo numerosi esempi di poligoni regolari: la disposizione dei semi di una mela, tagliata orizzontalmente, ha la forma di un pentagono oppure un fiocco di neve, visto al microscopio, si presenta con una forma esagonale.
Anche gli architetti si sono spesso ispirati ai poligoni regolari per costruire edifici o piazze (in Italia una delle più famose è la piazza esagonale che si trova nel comune di Palmanova in provincia di Udine). Ma la costruzione che ha affascinato l'uomo per la sua regolarità è la disposizione delle celle in un favo. Ogni cella aderisce perfettamente alle altre, non ci sono spazi vuoti, ogni lato ha la stessa lunghezza, tutti gli angoli che si formano hanno ampiezza di 120°.
Perché le api utilizzano proprio degli esagoni regolari? Non era più semplice utilizzare un quadrato o un triangolo che sono più semplici da costruire?
La risposta a tali domande è legata a spiegazioni strettamente matematiche. Una prima ragione consiste nella possibilità di riempire uno spazio piano con dei poligoni regolari. La soluzione alla tassellazione dello spazio è infatti possibile solo con alcuni poligoni regolari: il triangolo equilatero, il quadrato e l'esagono. Ogni altra figura non riesce a riempire tutto lo spazio disponibile; unendo tre pentagoni, ad esempio, rimane uno spazio vuoto, utilizzandone quattro due di essi si intersecano.

Un altro motivo per cui le api costruiscono celle esagonali è che ogni cella non serve solo a contenere il miele, ma anche per allevare le larve. Ogni larva, vista in sezione, assomiglia infatti ad un cerchio. Fra le possibili forme che le api avrebbero potuto utilizzare per la costruzione delle celle, l'esagono è la forma che più si avvicina alla circonferenza ed è dunque tale da lasciare più spazio a disposizione di ogni singola larva.

1 I poligoni inscritti e circoscritti

esercizi pag. 312

1.1 I poligoni inscritti in una circonferenza

Consideriamo una circonferenza di centro *O* e raggio *r* e disegniamo il poligono *ABCDE* con tutti i vertici appartenenti alla circonferenza (***figura 1a***).
Notiamo che i vertici del poligono sono tutti equidistanti dal centro *O* poiché i segmenti *OA*, *OB*, *OC*, *OD*, *OE* sono raggi della stessa circonferenza.
Il poligono *ABCDE* si dice **inscritto** nella circonferenza e questa si dice **circoscritta** al poligono.

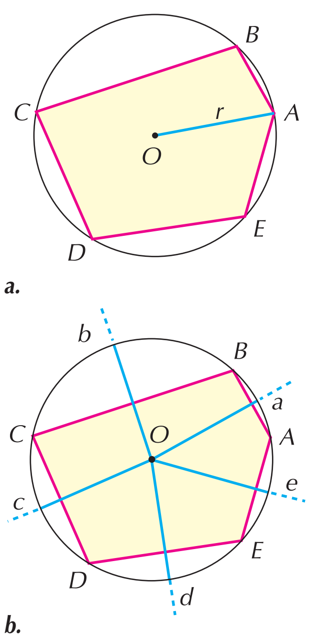
Definizione. Un poligono si dice **inscritto** in una circonferenza se tutti i suoi vertici appartengono alla circonferenza.

Definizione. Se un poligono è inscritto in una circonferenza il raggio di quest'ultima è detto anche **raggio del poligono inscritto**.

Se consideriamo gli assi dei lati del poligono possiamo notare che essi si intersecano tutti in uno stesso punto *O*, detto **circocentro** del poligono che coincide con il centro della circonferenza (***figura 1b***). Una prima proprietà dei poligoni inscritti in una circonferenza è dunque:

Proprietà. Un poligono è inscrivibile in una circonferenza se gli assi dei suoi lati si intersecano in uno stesso punto (il centro della circonferenza), che si chiama **circocentro** del poligono.

Figura 1



1.2 I poligoni circoscritti ad una circonferenza

Consideriamo una circonferenza di centro *O* e raggio *r* e disegniamo il poligono *ABCDE* con i lati tangenti alla circonferenza (***figura 2a***).
Il poligono *ABCDE* si dice **circoscritto** alla circonferenza e questa si dice **inscritta** nel poligono.

Definizione. Un poligono si dice **circoscritto** ad una circonferenza se tutti i suoi lati sono tangenti alla circonferenza.

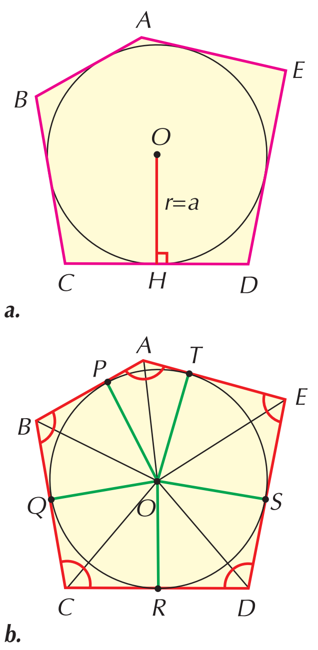
Per la proprietà studiata nel paragrafo 5 del capitolo precedente, i raggi che congiungono il centro *O* della circonferenza con i punti di tangenza sono perpendicolari ai lati del poligono; questo vuol dire che i lati del poligono *ABCDE* sono tutti equidistanti dal centro *O* (***figura 2b***) in quanto i segmenti *OR*, *OS*, *OT*, *OP* e *OQ* sono raggi della circonferenza.

Definizione. Se un poligono è circoscritto ad una circonferenza il raggio di quest'ultima si dice **apotema** del poligono.

Le bisettrici degli angoli del poligono, come possiamo notare sempre dalla ***figura 2b***, si intersecano tutte in uno stesso punto *O*, detto **incentro** del poligono, che coincide con il centro della circonferenza. Pertanto:

Definizione. Un poligono è circoscrivibile ad una circonferenza se le bisettrici di tutti i suoi angoli si intersecano in uno stesso punto (il centro della circonferenza), che si chiama **incentro** del poligono.

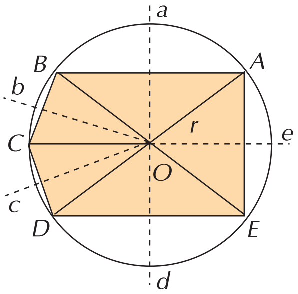
Figura 2



?! Verifica

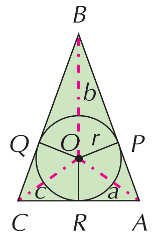
① Se un poligono è inscritto in una circonferenza, il raggio di quest'ultima si dice:
a. raggio del poligono; **b.** asse di un lato del poligono; **c.** apotema del poligono.

② Osserva il poligono *ABCDE* inscritto nella circonferenza di centro *O* e raggio *r* e indica quali sono gli assi dei lati del poligono e come si chiama il loro punto di intersezione.



③ Un poligono è inscrivibile in una circonferenza se:
a. gli assi dei suoi lati si intersecano in uno stesso punto;
b. le bisettrici dei suoi angoli si intersecano in uno stesso punto;
c. le altezze dei suoi lati si intersecano in uno stesso punto.

④ Se un poligono è circoscritto ad una circonferenza il raggio di quest'ultima si dice:
a. raggio del poligono;
b. bisettrice di un lato del poligono;
c. apotema del poligono.



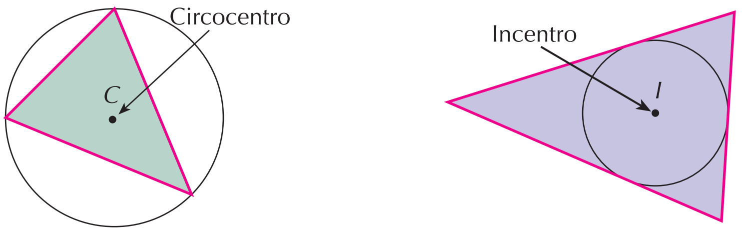
⑤ Osserva il poligono *ABC* circoscritto alla circonferenza di centro *O* e raggio *r* e indica quali sono le bisettrici degli angoli del poligono e come si chiama il loro punto di intersezione.

⑥ Un poligono è circoscrivibile ad una circonferenza se:
a. le mediane dei suoi lati si intersecano in uno stesso punto;
b. le bisettrici dei suoi angoli si intersecano in uno stesso punto;
c. le altezze dei suoi lati si intersecano in uno stesso punto.

1.3 I triangoli inscritti e circoscritti

Come abbiamo già avuto modo di studiare nel capitolo 5, i triangoli sono sempre inscrivibili e circoscrivibili ad una circonferenza (***figura 3***) poiché in ogni triangolo esistono sempre sia il circocentro che l'incentro.

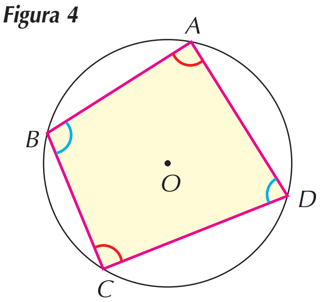
Figura 3



1.4 I quadrilateri inscritti e circoscritti

I **quadrilateri** sono inscrivibili e circoscrivibili ad una circonferenza solo a certe condizioni. Vediamo quali.

Figura 4



I quadrilateri inscritti

Consideriamo il quadrilatero *ABCD* inscritto nella circonferenza di centro *O* (***figura 4***). Se misuriamo con un goniometro gli angoli opposti $\widehat{A}$ e $\widehat{C}$, $\widehat{B}$ e $\widehat{D}$ ed eseguiamo la somma delle loro misure, notiamo che:

$$\widehat{A} + \widehat{C} = 180°; \qquad \widehat{B} + \widehat{D} = 180°.$$

Possiamo dunque enunciare una prima:

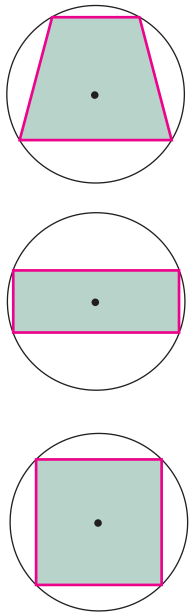
Proprietà. In un quadrilatero inscritto in una circonferenza gli angoli opposti sono supplementari.

Si può facilmente verificare anche il viceversa, cioè:

Proprietà. Se gli angoli opposti di un quadrilatero sono supplementari allora il quadrilatero è inscrivibile in una circonferenza.

Sono quindi sempre inscrivibili in una circonferenza il trapezio isoscele, il rettangolo e il quadrato (***figura 5***).

Figura 5



I quadrilateri circoscritti

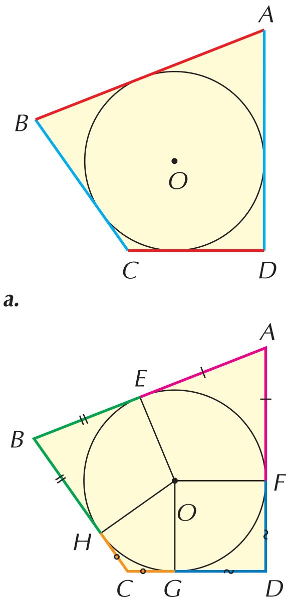
Consideriamo il quadrilatero $ABCD$ circoscritto alla circonferenza di centro O (***figura 6a***).
Se misuriamo con un righello i lati opposti AB e CD, AD e BC ed eseguiamo la somma delle loro misure notiamo che:

$$AB + CD = AD + BC.$$

Possiamo dunque dire che:

Proprietà. In un quadrilatero circoscritto ad una circonferenza la somma delle misure di due lati opposti è congruente alla somma delle misure degli altri due.

Figura 6



a. **b.**

Questa proprietà può essere facilmente dimostrata anche per via geometrica. Consideriamo, infatti, i quattro punti di tangenza dei lati: E, F, G ed H (***figura 6b***).
Per la proprietà studiata nel paragrafo 5 del capitolo precedente, le distanze di ciascun vertice dai punti di tangenza sono fra loro congruenti cioè:

$$AE = AF \qquad BE = BH \qquad DG = DF \qquad GC = CH$$

Dalle quattro congruenze si ricava che la somma dei primi termini dell'uguaglianza deve essere congruente alla somma dei secondi termini,

$$\underbrace{AE + EB} + \underbrace{DG + GC} = \underbrace{BH + HC} + \underbrace{AF + FD}$$

cioè, associando a due a due i termini dell'addizione:

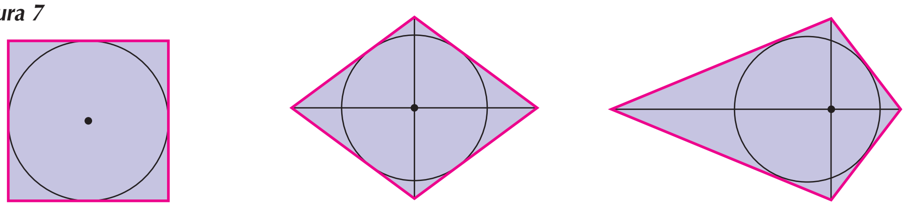
$$AB + DC = BC + AD$$

Della proprietà appena dimostrata vale anche l'inverso:

Proprietà. Se la somma delle misure di due lati opposti è congruente a quella degli altri due, allora il quadrilatero è circoscrivibile ad una circonferenza.

Sono quindi sempre circoscrivibili ad una circonferenza il quadrato, il rombo, il deltoide e, più in generale, un qualsiasi quadrilatero con le diagonali perpendicolari (***figura 7***).

Figura 7

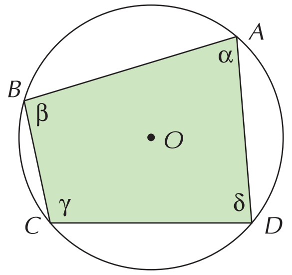


?! Verifica

① Misura con un goniometro l'ampiezza degli angoli α, β, γ e δ del quadrilatero a lato inscritto nella circonferenza di centro O e completa le scritture seguenti. Che cosa noti?

a. $\alpha + \gamma =$ .... + ... = ...

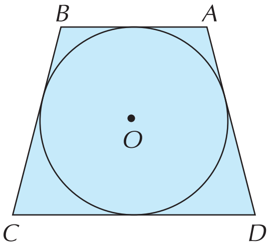
b. $\beta + \delta =$ .... + ... = ...



② Nella figura a lato misura i lati del trapezio circoscritto alla circonferenza di centro O e completa le scritture seguenti. Che cosa noti?

a. $\overline{AB} + \overline{CD} =$ .... + ... = ...

b. $\overline{BC} + \overline{AD} =$ .... + ... = ...



2 I poligoni regolari

esercizi pag. 318

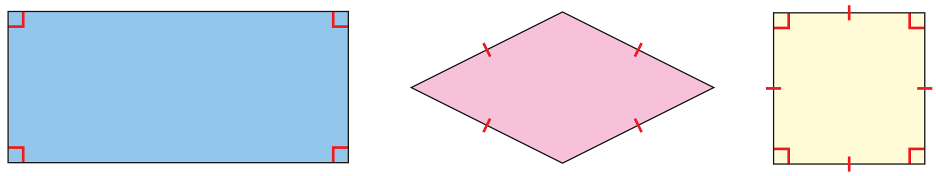
Abbiamo visto che vi sono dei poligoni, come ad esempio il rettangolo, che hanno tutti gli angoli congruenti; altri, come il rombo, che hanno tutti i lati congruenti, ed altri ancora, come il quadrato e il triangolo equilatero, che hanno congruenti sia gli angoli che i lati. Distinguiamo quindi i poligoni in (***figura 8***):

- **equiangoli**: hanno tutti gli angoli congruenti;
- **equilateri**: hanno tutti i lati congruenti.

Diciamo inoltre che:

Definizione. Un poligono si dice **regolare** quando ha tutti gli angoli e tutti i lati congruenti.

Figura 8



Poligono equiangolo — Poligono equilatero — Poligono regolare

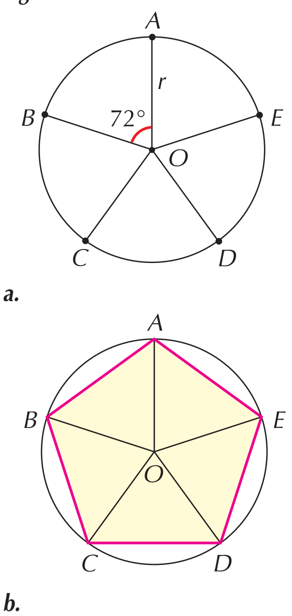
Consideriamo ora una circonferenza e supponiamo di volerla dividere in cinque archi congruenti. Poiché possiamo far corrispondere alla circonferenza un angolo giro (360°) basta dividere tale angolo per cinque:

$$360° : 5 = 72°.$$

Se dunque sulla circonferenza di centro O tracciamo un raggio qualunque, ad esempio OA, e poi ci muoviamo di 72° per cinque volte in senso antiorario (***figura 9a***), otteniamo cinque punti sulla circonferenza che uniti definiscono il pentagono $ABCDE$ (***figura 9b***). Per capire il motivo per cui il pentagono è regolare basta osservare che

- è equilatero:
  - ad angoli al centro congruenti corrispondono archi congruenti;
  - ad archi congruenti corrispondono corde congruenti;

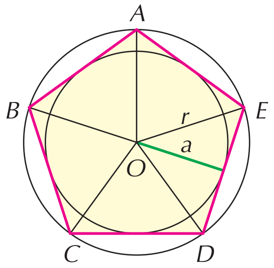
Figura 9



- è equiangolo:
  - ogni triangolo è isoscele perché ha due lati congruenti;
  - in un triangolo isoscele gli angoli alla base sono congruenti;
  - tutti i triangoli sono fra loro congruenti perchè formati da elementi congruenti.

Da quanto osservato, possiamo anche dedurre che i raggi della circonferenza circoscritta sono bisettrici degli angoli del poligono e che quindi il centro O della circonferenza circoscritta è anche l'incentro del poligono $ABCDE$ (**figura 9c**).
Nei nostri ragionamenti abbiamo diviso la circonferenza in cinque parti ma avremmo potuto dividerla anche per 6, per 7, per 8 ... parti, ottenendo esagoni, ettagoni, ottagoni, ... regolari.
Più in generale:

Figura 9c



Proprietà. Un poligono regolare è sempre inscrivibile e circoscrivibile ad una circonferenza.

Proprietà. Il centro O del poligono regolare è il centro sia della circonferenza circoscritta (*circocentro*) che della circonferenza inscritta (*incentro*).

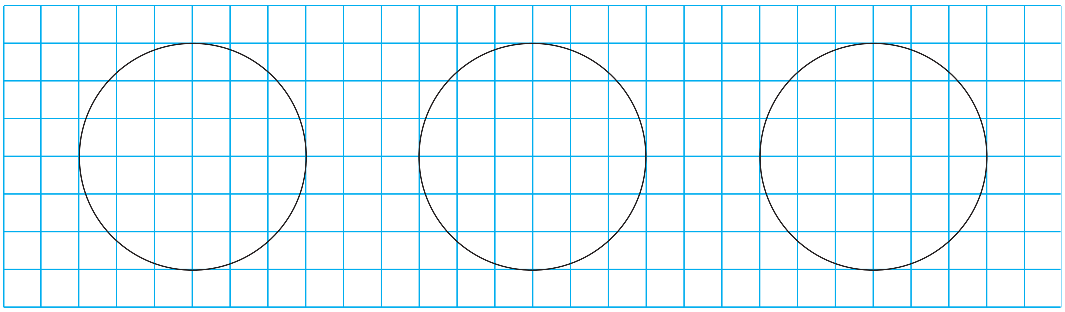
Proprietà. Il raggio della circonferenza circoscritta è il raggio del poligono; il raggio della circonferenza inscritta è l'apotema del poligono.

?! Verifica

① Un poligono regolare si può:
a. solo inscrivere in una circonferenza;
b. inscrivere e circoscrivere ad una circonferenza;
c. solo circoscrivere ad una circonferenza.

② Come si chiamano il raggio della circonferenza circoscritta e il raggio di quella inscritta ad un poligono regolare?

③ Inscrivi nelle seguenti circonferenze un quadrato, un esagono regolare ed un triangolo equilatero dividendo la circonferenza in tanti archi congruenti quanti sono i lati del poligono.



2.1 Osservazioni su alcuni poligoni regolari

Il triangolo equilatero

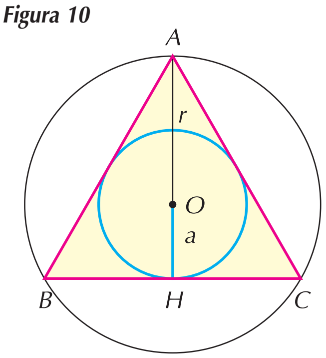
Consideriamo il triangolo equilatero ABC e due circonferenze concentriche, una inscritta e l'altra circoscritta al triangolo, di centro O.
Sappiamo che in un triangolo equilatero altezza, mediana, bisettrice e asse re-

lativi ad un lato (BC, nel nostro caso) coincidono in un unico segmento (AH, nel nostro caso) e che ortocentro, baricentro, incentro e circocentro coincidono in un unico punto O, centro delle due circonferenze (***figura 10***).
Sappiamo inoltre che il baricentro O divide la mediana in due parti di cui una è il doppio dell'altra, cioè:

$$AO = 2 \cdot OH$$

Essendo AO il raggio r della circonferenza circoscritta ed OH il raggio della circonferenza inscritta, possiamo enunciare la seguente:

Figura 10

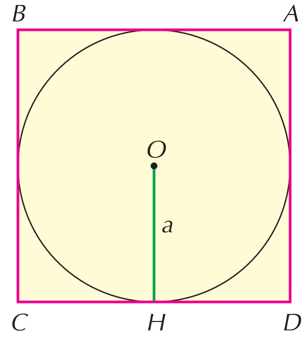


Proprietà. In un triangolo equilatero:
- il raggio della circonferenza circoscritta è il doppio del raggio di quella inscritta;
- l'apotema è un terzo dell'altezza del triangolo.

Il quadrato

Consideriamo il quadrato $ABCD$ e una circonferenza di centro O in esso inscritta (***figura 11***). Il segmento OH, raggio del cerchio inscritto, è l'apotema del quadrato ed appare evidente che è la metà del lato.

Figura 11

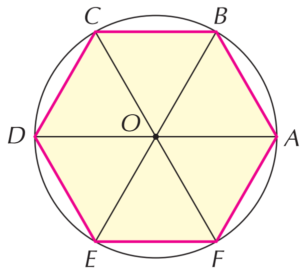


Proprietà. In un quadrato l'apotema è la metà del lato.

L'esagono regolare

Consideriamo l'esagono regolare $ABCDEF$ inscritto in una circonferenza di centro O (***figura 12***); se congiungiamo i vertici con il centro O, l'esagono resta diviso in 6 triangoli equilateri.
Possiamo dunque dire che:

Figura 12

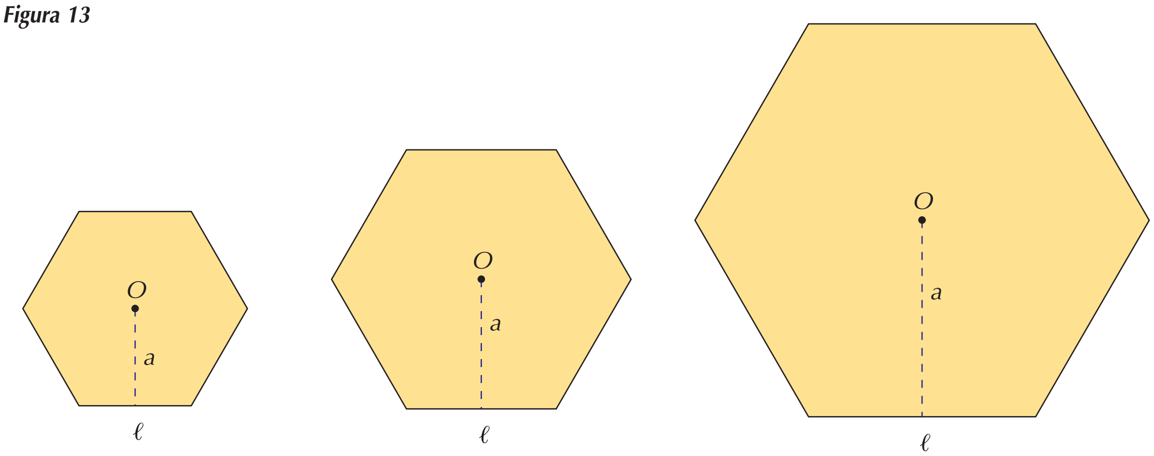


Proprietà. In un esagono regolare il lato è congruente al raggio della circonferenza circoscritta.

2.2 La relazione tra il lato e l'apotema nei poligoni regolari

Ci chiediamo ora se è possibile trovare una qualche relazione tra il lato di un poligono regolare e il suo apotema.
Per capire come questo sia possibile osserviamo i tre esagoni regolari della ***figura 13***.

Figura 13

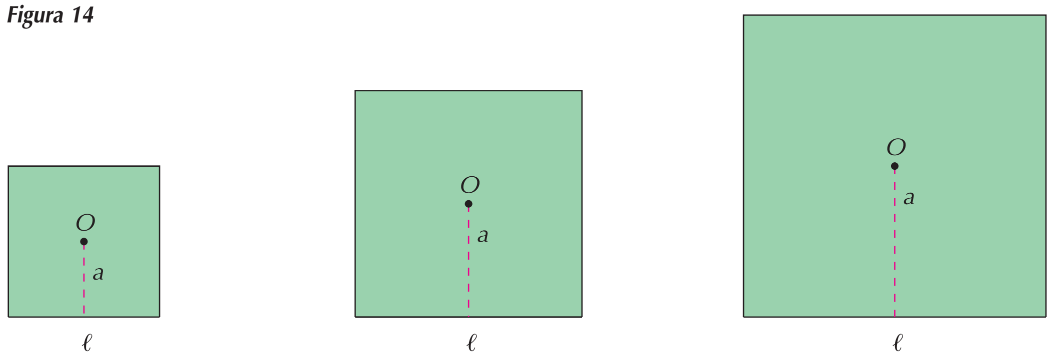


Se misuriamo con uno strumento di precisione l'apotema e il lato di ciascun esagono regolare e calcoliamo il rapporto tra i due valori (approssimato fino alla terza cifra decimale) otteniamo:

Primo esagono	Secondo esagono	Terzo esagono
$\frac{a}{\ell} = \frac{1{,}299 \text{ cm}}{1{,}5 \text{ cm}}$	$\frac{a}{\ell} = \frac{1{,}732 \text{ cm}}{2 \text{ cm}}$	$\frac{a}{\ell} = \frac{2{,}598 \text{ cm}}{3 \text{ cm}}$
rapporto $= 0{,}866$	rapporto $= 0{,}866$	rapporto $= 0{,}866$

Eseguiamo ora un'operazione analoga con i tre quadrati della ***figura 14***.

Figura 14



Primo quadrato	Secondo quadrato	Terzo quadrato
$\frac{a}{\ell} = \frac{1 \text{ cm}}{2 \text{ cm}}$	$\frac{a}{\ell} = \frac{1{,}5 \text{ cm}}{3 \text{ cm}}$	$\frac{a}{\ell} = \frac{2 \text{ cm}}{4 \text{ cm}}$
rapporto $= 0{,}5$	rapporto $= 0{,}5$	rapporto $= 0{,}5$

Come possiamo notare, anche in questo caso, il rapporto tra apotema e lato si mantiene costante.
In base ai risultati di queste due misurazioni possiamo dedurre una regola generale:

Regola. Il rapporto tra la misura dell'apotema e quella del lato dei poligoni regolari è costante e varia col variare del numero dei lati. Tale rapporto viene denominato **numero fisso**. In simboli:

$$\boxed{\frac{a}{\ell} = \text{numero fisso}}$$

L'esistenza del numero fisso ci consente di calcolare la misura dell'apotema conoscendo il lato o viceversa. Possiamo dunque ricavare la seguente:

Regola. L'**apotema di un poligono regolare** è uguale al prodotto della misura del **lato** per il valore del relativo **numero fisso**. In simboli:

$$\boxed{a = \ell \cdot n}$$

Dalla precedente regola deduciamo anche la seguente formula:

$$\boxed{\ell = a : n}$$

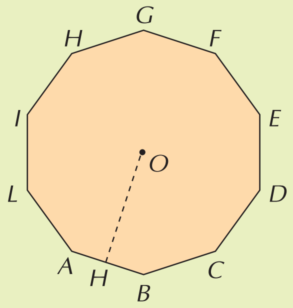
Nella tabella a lato abbiamo riportato i **numeri fissi *n*** (approssimati fino alla terza cifra decimale) di alcuni poligoni regolari.

Poligono regolare con:	Numero fisso
3 lati	$n = 0{,}289$
4 lati	$n = 0{,}5$
5 lati	$n = 0{,}688$
6 lati	$n = 0{,}866$
7 lati	$n = 1{,}038$
8 lati	$n = 1{,}207$
9 lati	$n = 1{,}374$
10 lati	$n = 1{,}539$
12 lati	$n = 1{,}866$

Esempi

1 Calcola il perimetro di un decagono regolare che ha l'apotema lungo 70,794 cm.

Svolgimento



Dato	Incognita
$\overline{OH} = 70{,}794$ cm	$2p_{(ABCDEFGHIL)}$

Calcoliamo la misura del lato del decagono: $\ell = a : n = OH : n = (70{,}794 : 1{,}539)$ cm $= 46$ cm.

Calcoliamo il perimetro del decagono: $2p = \ell \cdot 10 = \overline{AB} \cdot 10 = (46 \cdot 10)$ cm $= 460$ cm.

Risposta: il perimetro del decagono è di 460 cm.

?! Verifica

① Completa le seguenti affermazioni:
a. in un quadrato l'apotema è la .... del lato;
b. in un esagono regolare il lato è congruente al .... della circonferenza ....;
c. in un triangolo equilatero l'apotema è .... del triangolo.

② Un quadrato è circoscritto ad una circonferenza che ha la misura del raggio di 7,5 cm: calcola il perimetro del quadrato.

Svolgimento

Il lato del quadrato è .... del raggio

pertanto $\ell = 7{,}5$ ..... 2 cm = ... cm.

Il perimetro è quindi $2p = 4 \cdot \ell =$ ......

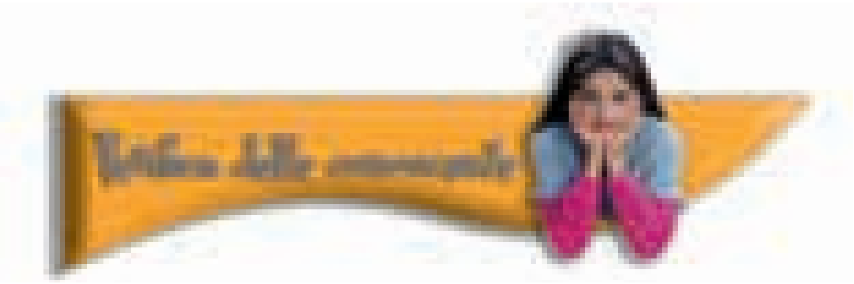
③ Un triangolo equilatero è circoscritto ad una circonferenza il cui raggio misura 12 cm; calcola il raggio della circonferenza circoscritta e l'apotema.

Svolgimento

Siccome il raggio della circonferenza circoscritta è .... del raggio della circonferenza inscritta:

$r = (12$ ..... $2)$ cm = ... cm.

L'apotema coincide con .... pertanto $a =$ ..... cm.

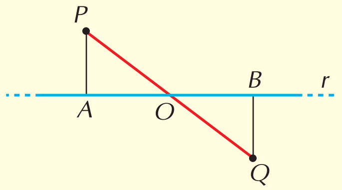


Verifica la tua preparazione eseguendo i seguenti esercizi relativi agli obiettivi di **conoscenza**. Controlla quindi l'esattezza delle soluzioni alla fine del volume ed assegnati un punto per ciascun esercizio svolto correttamente.

✗ Le proprietà delle rette parallele e perpendicolari

1 Indica quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali false:
a. due rette si dicono incidenti se giacciono sullo stesso piano V F
b. due rette incidenti si dicono perpendicolari se hanno un punto in comune V F
c. la retta perpendicolare ad un'altra retta passante per un punto esterno è unica V F
d. la distanza di un punto da una retta è la lunghezza del segmento di perpendicolare condotto per quel punto alla retta. V F

2 Qual è la proiezione del segmento PQ sulla retta r?



a. PA; **b.** BQ; **c.** AB; **d.** PO.

3 Completa la seguente definizione:
l'asse di un segmento è la .... ad esso .... che lo interseca nel suo punto ....

4 Due rette complanari si dicono parallele se:
a. hanno un solo punto in comune; **b.** non hanno alcun punto in comune;
c. hanno tutti i punti in comune; **d.** nessuna delle precedenti.

5 Il quinto postulato di Euclide afferma che per un punto esterno ad una retta passa .... alla retta data.

6 Completa la seguente definizione:
la distanza di due rette parallele è la .... di un qualsiasi segmento .... alle due rette.

✗ Gli angoli formati da due rette parallele tagliate da una trasversale e le loro proprietà

7 Due rette parallele tagliate da una trasversale formano angoli alterni interni:
a. complementari; **b.** supplementari; **c.** congruenti; **d.** esplementari.

8 Quanto è ampio uno dei due angoli coniugati interni di due rette parallele tagliate da una trasversale se l'altro misura 75°?
a. 15°; **b.** 105°; **c.** 75°; **d.** 285°.

..... / 8

Da 0 a 2: Non conosci gli argomenti trattati nel capitolo. **Devi ristudiarlo**.
Da 3 a 5: Conosci solo superficialmente i contenuti del capitolo. **Devi ripassare** gli argomenti corrispondenti alle conoscenze non acquisite.
Da 6 a 8: Conosci in modo sufficientemente approfondito i contenuti del capitolo. **Puoi affrontare il prossimo capitolo**.

Verifica la tua preparazione eseguendo i seguenti esercizi relativi agli obiettivi di **abilità**. Controlla quindi l'esattezza delle soluzioni alla fine del volume ed assegnati un punto per ciascun esercizio svolto correttamente.

✗ Saper operare con rette parallele e perpendicolari

1 Disegna una retta r ed un punto A fuori di essa; costruisci la retta passante per A parallela ad r.

2 Disegna una retta r e due punti A e B fuori di essa posti da parti opposte rispetto ad r; dopo aver costruito le rette perpendicolari alla retta data e passanti per A e B, cosa puoi dire a riguardo delle due rette?

3 Disegna un angolo retto $\widehat{AOB}$ e da un punto P del piano, interno all'angolo, traccia le perpendicolari ai lati dell'angolo. Verifica che tali perpendicolari formano un angolo congruente a quello dato.

4 Disegna due rette incidenti r ed s, traccia le bisettrici delle coppie di angoli opposti al vertice da esse individuate e verifica che le bisettrici sono perpendicolari tra di loro.

5 Disegna un angolo convesso $\widehat{AOB}$ e la sua bisettrice b. Stacca su OA e su OB due punti C e D tali che OC sia congruente a OD. Verifica che CD è perpendicolare alla bisettrice b.

6 Disegna un angolo convesso $\widehat{AOB}$ e la sua bisettrice b. Per un punto P di b traccia le perpendicolari PH e PK ai lati dell'angolo e verifica che H e K hanno la stessa distanza da b.

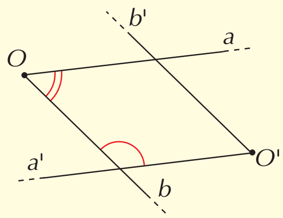
7 Disegna una retta r e due punti A e B posti da parti opposte rispetto ad r. Puoi dire che la distanza fra i due punti è sempre maggiore rispetto alla somma delle distanze dei due punti dalla retta r?

8 Disegna una retta r e prendi da parti opposte rispetto alla retta due punti A e B. Colora in rosso la proiezione del segmento AB sulla retta.

9 Disegna due segmenti consecutivi AB e BC; per ciascuno di essi traccia il relativo asse. Dopo aver verificato che tali assi si intersecano in un punto P del piano, verifica che $PA = PB = PC$.

✗ Applicare i criteri di parallelismo

10 Osserva la figura a lato e verifica con un goniometro che la somma delle ampiezze degli angoli evidenziati è 180°. Cosa puoi dire delle due semirette a e a'? Come vengono chiamati gli angoli evidenziati?



11 Due rette parallele tagliate da una trasversale formano due angoli adiacenti di cui il primo è quattro volte il secondo. Calcola l'ampiezza di ciascuno degli otto angoli che si formano.

12 Disegna due rette parallele r ed s tagliate dalla trasversale m. Traccia quindi le bisettrici degli angoli alterni interni. Come sono fra loro tali bisettrici? Motiva la tua risposta.

13 Date due rette parallele r ed s tagliate dalla trasversale t, calcola la misura degli otto angoli che si formano sapendo che la differenza di due angoli coniugati interni è $29° \, 25' \, 36''$.

..... / 13

Da 0 a 4:	Non hai sviluppato adeguate abilità. Devi studiare nuovamente il capitolo ed eseguire tutti gli **esercizi del recupero**.
Da 5 a 9:	Non possiedi le abilità richieste. Prima di affrontare gli **esercizi di consolidamento** devi svolgere gli **esercizi del recupero** relativi alle abilità non ancora acquisite.
Da 10 a 13:	Hai raggiunto pienamente le abilità specifiche del capitolo. Puoi affrontare gli **esercizi per il potenziamento** e le **gare della matematica**.

La misura delle grandezze

Capitolo 1
ESERCIZI

1 Misurare una grandezza

teoria pag. 10

- ✗ **Misurare** una grandezza significa confrontarla con una grandezza dello stesso tipo, assunta come **unità di misura**, per stabilire quante volte quest'ultima è contenuta nella grandezza che vogliamo misurare;
- ✗ per essere confrontate tra loro due grandezze devono essere **omogenee**, ovvero essere della stessa natura;
- ✗ Il **sistema metrico decimale** è il sistema di misurazione delle grandezze in cui i **multipli** sono 10, 100, 1000... volte più grandi dell'unità base; i **sottomultipli** sono 10, 100, 1000... volte più piccoli dell'unità base;
- ✗ per passare da una unità ad un'altra, multipla della prima, è necessario dividere la prima per 10, 100, 1000... mentre per passare da una unità ad un'altra, sottomultipla della prima, è necessario moltiplicare la prima per 10, 100, 1000...

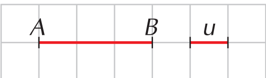
Comprensione della teoria

1 Sottolinea quali delle seguenti caratteristiche si possono misurare:
a. l'intelligenza di una persona;
b. il peso del libro di matematica;
c. il tempo impiegato per studiare una poesia a memoria;
d. la bellezza della natura;
e. la velocità di un treno;
f. la temperatura della tua cameretta;
g. la simpatia di un'amica;
h. la tristezza di una vedova.

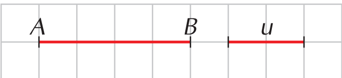
2 Misurare una grandezza significa:
a. determinare la sua misura;
b. confrontarla con una grandezza campione;
c. calcolare l'unità di misura relativa a quella grandezza.

3 I fattori che entrano in gioco nella misurazione di una grandezza sono:
a. la grandezza da misurare e l'entità della misura;
b. la grandezza da misurare e il valore della misura;
c. la grandezza da misurare, l'unità di misura e il valore della misura.

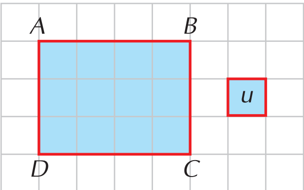
Osserva le misure effettuate nei seguenti esercizi e stabilisci qual è l'uguaglianza corretta.

4 

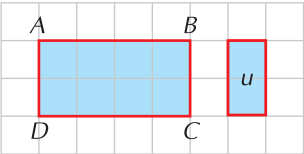
$AB = 3u$ $\quad AB = \frac{1}{3}u$ $\quad AB = u$

5 

$AB = 2u$ $\quad AB = 4u$ $\quad AB = \frac{1}{2}u$

6 

$Area = 4u$ $\quad Area = 3u$ $\quad Area = 12u$

7 

Area = 4*u* *Area* = 10*u* *Area* = 2*u*

8 Indica quali delle seguenti grandezze si possono confrontare:
a. il peso di un cubo e la lunghezza di un segmento;
b. i volumi di due corpi che occupano uno spazio rispettivamente di 50 dm^3 e 100 dm^3;
c. le lunghezze di due segmenti che misurano rispettivamente 5 m e 45 cm.

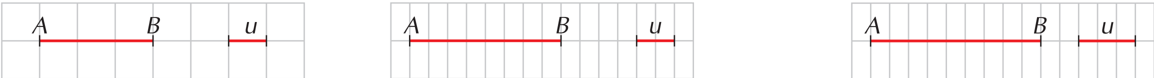
9 Quante sono le unità di misura fondamentali? **a.** infinite; **b.** 54; **c.** 7; **d.** 10.

10 Il nome tera corrisponde, rispetto all'unità di misura a:
a. 1 000 miliardi; **b.** 1 miliardo; **c.** 0,001 miliardesimi; **d.** 1 miliardesimo.

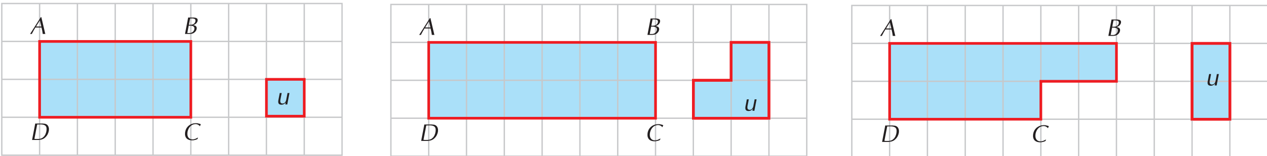
11 Quale fra le seguenti scritture esprime grandezze in ordine decrescente?
a. giga, exa, pico, nano; **b.** pico, giga, exa, nano; **c.** giga, pico, exa, nano; **d.** exa, giga, nano, pico.

Applicazione

12 Per ciascuna delle seguenti figure determina la misura del segmento rispetto all'unità di misura indicata a lato.



13 Per ciascuna delle seguenti figure determina la misura dell'area del poligono in relazione all'unità di misura indicata a lato.



Indica il valore delle cifre nelle seguenti misure del Sistema Internazionale.

14 Esercizio guida

a. 34,87 h; **b.** 56,07 da; **c.** 1,009 d.

Svolgimento

a. 34,87 h = 3 .... 4 ...., 8 .... e 7....; **b.** 56,07 da = 5 .... 6 .... e 7....; **c.** 1,009 d = 1 .... e 9 ....

15 **a.** 1,32 n; **b.** 3,245 c; **c.** 4,25 k.

16 **a.** 16,4 T; **b.** 3,5 da; **c.** 4,3 p.

Completa le seguenti uguaglianze relative a misure del Sistema Internazionale.

17 Esercizio guida

a. 12 T = ... M; **b.** 6 000 n = ... c.

Svolgimento

a. 12 T = ... M → per trasformare i Tera in Mega occorre moltiplicare il valore dato per 1 000 000: pertanto 12 T = 12 000 000 M;

b. 6 000 n = ... c → per trasformare i nano in centi occorre .... il valore dato per 10 000 000: pertanto 6000 n = ... c.

18 **a.** 1 da = ... k; **b.** 14 h = ... da; **c.** 3 c = ... m.

19 **a.** 15 h = ... c; **b.** 32 M = ... P; **c.** 12 h = ... G.

20 **a.** 24 m = ... c; **b.** 1 E = ... T; **c.** 31,25 m = ... μ.

21 **a.** 10 m = ... d; **b.** 2,6 p = ... m; **c.** 0,02 c = ... n.

22 **a.** 127,3 h = ... M; **b.** 215 m = ... n; **c.** 0,3 n = ... p.

Esegui le seguenti operazioni con misure del S.I., calcolando il risultato nell'unità di misura indicata.

23 Esercizio guida

a. 34 da + 8 M + 4 k = ... k; **b.** 0,005 d + 6 m + 8900 μ = ... μ.

Svolgimento

a. 34 da = 0,34 k; 8 M = 8 000 k pertanto (0,34 + 8000 + 4) k = 8 004,34 k;

b. 0,005 d = 500 μ; 6 m = ... μ pertanto (500 + ... + 8 900) μ = ... μ.

24 31 da + 0,00000006 T + 0,00006 G = ... k.

25 89 m + 678 c + 7 895 d + 87 943 μ = ... μ.

26 789 c + 0,78 h + 783 m − 9 000 000 n = ... d.

27 0,0000000007 P + 4,67543 M + 98 000 G − 1 T = ... T.

2 La misura della lunghezza

teoria pag. 12

- Per la misura della **lunghezza** l'unità base è il **metro** (simbolo m) definito come la distanza percorsa dalla luce nel vuoto in un intervallo di tempo pari a $\frac{1}{299792458}$ di secondo;
- per passare da una unità ad un'altra, multipla della prima, è necessario dividere la prima per 10, 100, 1 000... mentre per passare da una unità ad un'altra, sottomultipla della prima, è necessario moltiplicare la prima per 10, 100, 1 000...

Comprensione della teoria

28 Stabilisci qual è l'unità di misura più corretta per misurare le seguenti distanze:
a. la lunghezza di una matita; **b.** l'altezza di una persona; **c.** la distanza Milano-Roma.

29 A quanti hm corrisponde 1 cm?
a. 0,01; **b.** 0,001; **c.** 0,0001; **d.** 0,00001.

30 Completa la seguente tabella che rappresenta i multipli e i sottomultipli del metro:

Unità di misura	Simbolo	Equivalenze in m
Chilometro		1 km = 10 hm = 100 dam = 1000 m
Ettometro		
	dam	
Metro		
Millimetro		1 mm = 0,1 cm = 0,01 dm = 0,001 m

Completa le seguenti uguaglianze.

31 **a.** 1 km = ... dm; **b.** 1 dam = ... cm; **c.** 1 cm = ... hm.

32 **a.** 1 hm = ... km; **b.** 1 mm = ... cm; **c.** 1 hm = ... dm.

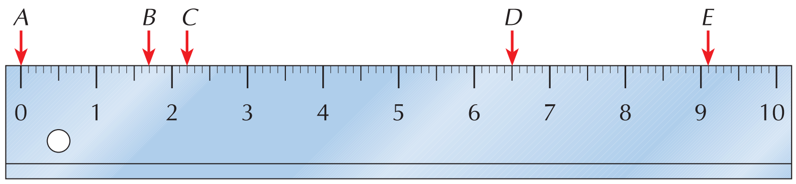
33 **a.** 0,1 km = ... dm; **b.** 0,01 dam = ... cm; **c.** 0,01 dm = ... m.

34 **a.** 100 dam = ... km; **b.** 10 mm = ... dam; **c.** 1000 cm = ... hm.

Applicazione

Osserva i seguenti righelli e stabilisci le misure dei segmenti.

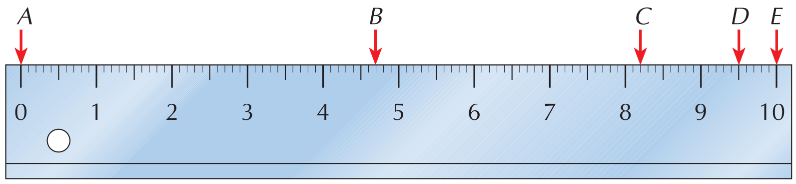
35



$\overline{AB}$ = ... cm; $\overline{BD}$ = ... dm;

$\overline{CE}$ = ... mm; $\overline{AC}$ = ... m.

36



$\overline{AB}$ = ... mm; $\overline{BC}$ = ... m;

$\overline{CE}$ = ... dm; $\overline{AD}$ = ... cm.

Scrivi sotto forma di numero decimale le seguenti misure di lunghezza.

37 Esercizio guida

a. 5 m e 6 cm; **b.** 8 km, 9 dam e 5 dm; **c.** 18 hm e 8 cm.

Svolgimento

a. 5 m e 6 cm = 5, 0 6 m; **b.** 8 km, 9 dam e 5 dm = 8, ... km; **c.** 18 hm e 8 cm = ... km.

↓ ↓ ↓

m dm cm

38 **a.** 3 hm e 9 m; **b.** 2 km, 4 hm e 5 m; **c.** 9 dam e 5 cm.

39 **a.** 5 m, 4 dm e 3 cm; **b.** 8 km, 3 dam e 6 mm; **c.** 1 m, 3 dm e 5 mm.

40 **a.** 2 hm, 4 m e 7 dm; **b.** 8 dam, 3 cm e 1 mm; **c.** 3 hm e 5 mm.

Indica il valore delle cifre nelle seguenti misure di lunghezza.

41 **a.** 467,5492 hm; **b.** 11,002 hm; **c.** 137,8672 dam.

42 **a.** 627,3 cm; **b.** 58,972 m; **c.** 35159,64 dm.

Completa le seguenti uguaglianze.

43 Esercizio guida

a. 45 dm = ... hm; **b.** 0,007 km = ... cm; **c.** 3,678 m = ... mm.

Svolgimento

a. 45 dm = ... hm → per passare dai decimetri agli ettometri occorre dividere la misura data per 1 000, pertanto: 45 dm = 0,045 hm. In alternativa si può considerare il valore relativo delle cifre:
5 dm 4 m 0 dam 0 hm pertanto 45 dm = 0,045 hm;

b. 0,007 km = ... cm → per passare dai chilometri ai centimetri occorre .... la misura data per 100 000: pertanto 0,007 km = ... cm;

c. 3,678 m = ... mm → per passare dai metri ai millimetri occorre .... la misura data per ....: pertanto 3,678 m = ... mm.

44 **a.** 0,58 m = ... dm; **b.** 54,5 dm = ... km; **c.** 71 mm = ... m.

45 **a.** 35,5 dam = ... cm; **b.** 128,3 cm = ... dam; **c.** 31,1 mm = ... m.

46 **a.** 0,87 hm = ... dm; **b.** 5,89 dm = ... mm; **c.** 615 m = ... hm.

47 **a.** 314 dm = ... m; **b.** 31,5 dam = ... km; **c.** 3,14 dam = ... hm.

48 **a.** 35 m = ... cm; **b.** 47 dm = ... m; **c.** 7 dm = ... hm.

49 **a.** 4 dm = ... mm; **b.** 6,5 dam = ... cm; **c.** 324 m = ... km.

50 **a.** 124 m = ... dm; **b.** 18 cm = ... m; **c.** 32,44 m = ... mm.

51 **a.** 32 m = ... mm; **b.** 99 dam = ... dm; **c.** 36 cm = ... km.

52 **a.** 82,6 cm = ... dam; **b.** 23 km = ... hm; **c.** 78,6 dm = ... hm.

53 **a.** 19 hm = ... cm; **b.** 41,93 m = ... km; **c.** 0,0123 km = ... m.

54 **a.** 78 cm = ... hm; **b.** 92,4 km = ... dm; **c.** 78,6 mm = ... cm.

55 **a.** 47,9 hm = ... dm; **b.** 14 cm = ... m; **c.** 45,42 dam = ... m.

56 **a.** 83 cm = ... mm; **b.** 92,98 hm = ... dam; **c.** 547 mm = ... dam.

57 **a.** 45,2 m = ... cm; **b.** 41,7 dam = ... hm; **c.** 0,07 km = ... m.

58 **a.** 77,82 dm = ... m; **b.** 12 hm = ... dm; **c.** 4,25 cm = ... dam.

59 **a.** 0,31 dm = ... mm; **b.** 1422 dam = ... km; **c.** 96 mm = ... m.

Nelle seguenti equivalenze inserisci l'unità di misura mancante.

60 **a.** 157 m = 15 700 .....; **b.** 14,5 dm = 0,0145 .....; **c.** 32 km = 320 ....

61 **a.** 170 dam = 17000 .....; **b.** 2,8 cm = 0,00028 .....; **c.** 0,25 m = 2,5 ....

62 **a.** 375 m = 3750 .....; **b.** 5,9 dm = 590 .....; **c.** 0,005 hm = 5 ....

63 **a.** 970 km = 97000 .....; **b.** 58,2 hm = 582 .....; **c.** 16 dm = 0,016 ....

64 **a.** 47,23 dm = 0,04723 .....; **b.** 79 m = 79000 .....; **c.** 0,009 hm = 9 ....

65 **a.** 78 cm = 0,0078 .....; **b.** 5 mm = 0,00005 .....; **c.** 2700 cm = 2,7 ....

66 **a.** 46 dm = 460 .....; **b.** 97 km = 9700 .....; **c.** 6 hm = 0,6 ....

67 **a.** 23 cm = 0,23 .....; **b.** 49 hm = 490 .....; **c.** 5700 cm = 5,7 ....

68 **a.** 0,74 m = 0,0074 .....; **b.** 0,26 km = 260000 .....; **c.** 0,0004 dam = 4 ....

Completa le seguenti uguaglianze.

69 **a.** 789 m = ... cm = ... dam; **b.** 0,7643 km = ... dm = ... hm.

70 **a.** 45,8 dam = ... dm = ... km; **b.** 30 cm = ... dm = ... m.

71 **a.** 92 m = ... hm = ... cm; **b.** 325 dm = ... m = ... km.

72 **a.** 25,6 km = ... hm = ... cm; **b.** 31,8 dm = ... mm = ... dam.

73 **a.** 0,003 dam = ... dm = ... hm; **b.** 78 m = ... mm = ... hm.

74 **a.** 0,77 dam = ... cm = ... m; **b.** 56 cm = ... km = ... hm.

75 a. 48,4 dm = ... km = ... cm; b. 12,1 hm = ... km = ... mm.

76 a. 65 m = ... dm = ... km; b. 36,45 km = ... hm = ... dm.

77 a. 59 dam = ... dm = ... mm; b. 32 mm = ... m = ... cm.

78 a. 87,2 dam = ... mm = ... km; b. 54,86 m = ... hm = ... cm.

79 a. 7,4 cm = ... dm = ... dam; b. 9 hm = ... km = ... cm.

80 a. 24,896 dam = ... hm = ... cm; b. 79,3 cm = ... m = ... dam.

Esegui le seguenti operazioni con misure di lunghezza calcolando il risultato nell'unità di misura indicata.

81 345 hm + 23 m + 6,10 km = ... dm.

82 456,2 dm + 67,8 m + 8 711 mm = ... m.

83 453 hm + 56 m − 6 789 cm + 390 dm = ... km.

84 21,7 m + 569 dm − 675 mm + 9 hm = ... cm.

85 0,654 km + 6,89 hm + 432 dm − 8 967 mm = ... mm.

86 3,5 dm + 8,4 hm − 1,6 m − 500 cm = ... dam.

87 8,4 km + 796 m − 87 hm + 540 dm = ... cm.

88 47 m + 326 mm − 3,7 dm − 452 cm = ... dm.

89 12 hm − 751 m + 86,3 mm − 58 cm = ... dm.

90 19 dam − 73 m + 5 km − 45 dm = ... hm.

91 39,2 dam + 58 hm − 1700,7 m − 22 mm = ... cm.

92 43 m + 0, 66 dm − 1,345 dam + 58 cm = ... km.

93 29 dm + 23,7 dam + 0,71 km + 68 cm = ... m.

94 0,46 m + 2 km + 46 dam + 27,54 hm = ... dam.

Risolvi i seguenti problemi con misure di lunghezza.

95 In una gara di atletica leggera di 10 km i partecipanti percorrono 25 giri. Quanti metri è lunga la pista? [400 m]

96 Nel corso di una festa di paese è stata organizzata una competizione sportiva che comprendeva:
- un percorso ciclistico di 8 km;
- una gara di nuoto di 200 m;
- una corsa campestre di 2,5 km.

Quanti chilometri ha dovuto compiere ogni partecipante per completare il percorso? [10,7 km]

97 Un circuito automobilistico è lungo 3,5 km. I piloti devono compiere un totale di 252 km. Quanti giri devono percorrere? [72]

98 La mamma di Sara per confezionare un maglione ha a disposizione 6 gomitoli di lana ognuno dei quali è lungo 3 000 cm. Quanti cm di filo di lana avanzano se ne sono stati utilizzati 177 m? [300 cm]

99 Per trasportare una certa quantità di sabbia occorrono 16 automezzi ognuno dei quali compie 4 viaggi. Sapendo che il percorso di sola andata è di 5,2 km, quanti chilometri percorreranno in totale gli automezzi? [665,6 km]

100 La distanza della Terra dal Sole è di circa 150 000 000 di chilometri; esprimi tale misura in gigametri. [150 Gm]

101 Calcola la misura di due distanze sapendo che la loro somma e la loro differenza sono rispettivamente 71 m e 21 m. [25 m; 46 m]

102 La distanza fra due paesi è di 18 hm. Calcola la misura della somma fra il suo triplo e la sua metà. [63 hm]

103 La somma di tre distanze è di 72 dm. Sapendo che la prima è il triplo della seconda e la seconda è il doppio della terza, calcola quanto misura ciascuna distanza. [48 dm; 16 dm; 8 dm]

●● **104** Due distanze sono tali che la prima supera di 12 cm il doppio della seconda. Calcola quanto misura ciascuna distanza sapendo che la loro differenza misura 108 cm. [204 cm; 96 cm]

●● **105** Tre distanze sono tali che la prima è il doppio della seconda e la terza è il triplo della seconda. Calcola la misura delle tre distanze sapendo che la loro somma misura 336 cm. [112 cm; 56 cm; 168 cm]

●● **106** La somma di due distanze misura 61,6 cm e la prima è il triplo della seconda. Calcola la misura di altre due distanze congruenti rispettivamente alla metà della maggiore e ad un quinto della minore. [23,1 cm; 3,08 cm]

●● **107** Il signor Bianchi percorre la distanza di 650 km in tre tappe. Calcola la lunghezza di ciascuna tappa sapendo che la seconda supera la prima di 50 km e la terza supera la seconda di 40 km. [170 km; 220 km; 260 km]

3 La misura della superficie

teoria pag. 13

- ✗ Per la misura della **superficie** l'unità base è il **metro quadrato** (simbolo m^2) che rappresenta la superficie di un quadrato con il lato lungo 1 metro;
- ✗ per passare da una unità ad un'altra, multipla della prima, è necessario dividere la prima per 100, 10 000... mentre per passare da una unità ad un'altra, sottomultipla della prima, è necessario moltiplicare la prima per 100, 10 000...

Comprensione della teoria

108 Stabilisci qual è l'unità di misura più corretta per misurare le seguenti superfici:
a. l'area di un campo di calcio;
b. la superficie di una stanza;
c. la superficie di una nazione;
d. l'area della tua mano.

109 A quanti dm^2 corrisponde 1 dam^2?
a. 100; **b.** 1 000; **c.** 10 000; **d.** 100 000.

110 Completa la seguente tabella relativa al sistema di misura delle superfici:

Unità di misura	Simbolo	Equivalenze in metri quadrati
		1 km^2 = 100 hm^2 = 10 000 dam^2 = 1 000 000 m^2
Ettometro quadrato	hm^2	
		1 dam^2 = 100 m^2
Centimetro quadrato		1 cm^2 = 0,01 dm^2 = 0,0001 m^2
	mm^2	

Completa le seguenti uguaglianze.

111 **a.** 1 m^2 = ... dam^2; **b.** 1 hm^2 = ... dm^2; **c.** 1 cm^2 = ... dam^2.

112 **a.** 0,01 dm^2 = ... mm^2; **b.** 0,01 dam^2 = ... dm^2; **c.** 0,000001 hm^2 = ... dam^2.

113 **a.** 100 dm^2 = ... dam^2; **b.** 10 000 m^2 = ... km^2; **c.** 10 000 cm^2 = ... dam^2.

114 Quanti m^2 ci sono in 1 ara?
a. 10; **b.** 100; **c.** 1 000; **d.** non sono grandezze omogenee.

115 Per trasformare 1 ara in 1 ettaro dobbiamo
a. dividere per 100; **b.** moltiplicare per 10; **c.** moltiplicare per 100; **d.** dividere per 10.

Applicazione

Scrivi sotto forma di numero decimale le seguenti misure di superficie.

116 Esercizio guida

a. 56 m^2, 74 dm^2 e 39 cm^2; **b.** 56 hm^2, 9 dam^2, 76 m^2 e 34 dm^2.

Svolgimento

a. 56 m^2, 74 dm^2 e 39 cm^2 = $\underset{m^2}{56},\ \underset{dm^2}{74}\ \underset{cm^2}{39}$ m^2; **b.** 56 hm^2, 9 dam^2, 76 m^2 e 34 dm^2 = ...,09.......... hm^2.

117 **a.** 5 m^2 e 35 dm^2; **b.** 62 hm^2 e 3 m^2.

118 **a.** 25 dm^2 e 12 cm^2; **b.** 8 m^2, 31 dm^2 e 10 cm^2.

119 **a.** 12 hm^2, 3 m^2 e 1 cm^2; **b.** 7 km^2 e 3 m^2.

120 **a.** 5 dam^2, 2 dm^2 e 1 mm^2; **b.** 12 dam^2, 3 dm^2 e 15 cm^2.

121 **a.** 5 dam^2, 3 m^2 e 12 mm^2; **b.** 13 hm^2, 10 cm^2 e 8 mm^2.

122 **a.** 6 m^2, 4 dm^2 e 9 mm^2; **b.** 18 dam^2, 6 m^2 e 15 dm^2.

123 Indica il valore delle cifre nelle seguenti misure di superficie:
a. 14,02 dm^2; **b.** 0,06 dam^2; **c.** 89,23 cm^2.

Completa le seguenti uguaglianze.

124 Esercizio guida

a. 56 dm^2 = ... m^2; **b.** 0,000023 hm^2 = ... cm^2; **c.** 9 dam^2 = ... dm^2.

Svolgimento

a. 56 dm^2 = ... m^2 → per passare dai dm^2 ai m^2 occorre dividere la misura data per 100: pertanto 56 dm^2 = 0,56 m^2;

b. 0,000023 hm^2 = ... cm^2 → per passare dagli hm^2 ai cm^2 occorre .... la misura data per 100 000 000: pertanto 0,000023 hm^2 = ... cm^2;

c. 9 dam^2 = ... dm^2 → per passare dai dam^2 ai dm^2 occorre .... la misura data per ....: pertanto 9 dam^2 = ... dm^2.

125 **a.** 0,35 m^2 = ... dm^2; **b.** 13,68 dm^2 = ... mm^2; **c.** 58 cm^2 = ... dm^2.

126 **a.** 124 dm^2 = ... cm^2; **b.** 68,07 dam^2 = ... mm^2; **c.** 87,9 hm^2 = ... dam^2.

127 **a.** 34,8 hm^2 = ... km^2; **b.** 2,68 cm^2 = ... dam^2; **c.** 342 km^2 = ... dam^2.

128 **a.** 35,213 dam^2 = ... dm^2; **b.** 123,32 m^2 = ... km^2; **c.** 76,654 m^2 = ... cm^2.

129 **a.** 5 km^2 = ... m^2; **b.** 18 m^2 = ... cm^2; **c.** 50 dm^2 = ... hm^2.

130 **a.** 0,001 mm^2 = ... cm^2; **b.** 19,4 dam^2 = ... cm^2; **c.** 0,02 m^2 = ... cm^2.

131 **a.** 1 564 dm^2 = ... hm^2; **b.** 5,002 m^2 = ... dam^2; **c.** 1,054 dam^2 = ... dm^2.

132 **a.** 4 312 cm^2 = ... dam^2; **b.** 7,415 hm^2 = ... km^2; **c.** 7,53 dm^2 = ... m^2.

133 **a.** 37 dam^2 = ... cm^2; **b.** 64,002 km^2 = ... dm^2; **c.** 42005 cm^2 = ... km^2.

134 **a.** 320,608 cm^2 = ... dam^2; **b.** 63 hm^2 = ... km^2; **c.** 65,4 dm^2 = ... mm^2.

135 **a.** 4578 cm^2 = ... m^2; **b.** 47,39 m^2 = ... km^2; **c.** 0,00007 km^2 = ... dam^2.

136 **a.** 726 cm^2 = ... hm^2; **b.** 498,36 m^2 = ... dam^2; **c.** 69,24 dm^2 = ... cm^2.

137 **a.** $12{,}9\ \text{hm}^2 =$ .... dm^2; **b.** $154\ \text{mm}^2 =$ .... hm^2; **c.** $1778{,}4\ \text{dam}^2 =$ .... mm^2.

138 **a.** $42\ \text{cm}^2 =$ .... mm^2; **b.** $7800{,}75\ \text{km}^2 =$ .... dam^2; **c.** $0{,}0547\ \text{m}^2 =$ .... hm^2.

139 **a.** $78\ \text{dm}^2 =$ .... cm^2; **b.** $0{,}53\ \text{hm}^2 =$ .... dm^2; **c.** $1{,}45\ \text{cm}^2 =$ .... mm^2.

140 **a.** $159{,}7\ \text{dam}^2 =$ .... m^2; **b.** $1900\ \text{m}^2 =$ .... cm^2; **c.** $0{,}0012\ \text{dam}^2 =$ .... km^2.

Nelle seguenti equivalenze inserisci l'unità di misura mancante.

141 **a.** $12{,}57\ \text{m}^2 = 125700$..........; **b.** $114{,}3\ \text{dm}^2 = 0{,}01143$ ....

142 **a.** $145\ \text{dam}^2 = 1{,}45$ .....; **b.** $34{,}3\ \text{cm}^2 = 0{,}00343$ .....

143 **a.** $7855\ \text{cm}^2 = 785500$ .....; **b.** $89{,}9\ \text{m}^2 = 8990$ .....

144 **a.** $0{,}03246\ \text{km}^2 = 3{,}246$ .....; **b.** $123{,}1\ \text{hm}^2 = 123100000$ .....

145 **a.** $5444{,}1\ \text{dm}^2 = 0{,}0054441$ .....; **b.** $12{,}564\ \text{m}^2 = 0{,}000012564$ .....

146 **a.** $78\ \text{cm}^2 = 0{,}0078$ .....; **b.** $321{,}8\ \text{mm}^2 = 0{,}000003218$ .....

147 **a.** $0{,}0056\ \text{hm}^2 = 560000$ .....; **b.** $456\ \text{km}^2 = 456000000$ ....

Completa le seguenti uguaglianze.

148 **a.** $0{,}004567\ \text{m}^2 =$ .... $\text{mm}^2 =$ .... dm^2; **b.** $674\,511\ \text{dm}^2 =$ .... $\text{m}^2 =$ .... cm^2.

149 **a.** $653\,212\ \text{m}^2 =$ .... $\text{cm}^2 =$ .... km^2; **b.** $2{,}54\ \text{dm}^2 =$ .... $\text{dam}^2 =$ .... hm^2.

150 **a.** $56\ \text{m}^2 =$ .... $\text{dm}^2 =$ .... dam^2; **b.** $31\ \text{km}^2 =$ .... $\text{hm}^2 =$ .... cm^2.

151 **a.** $12{,}62\ \text{m}^2 =$ .... $\text{cm}^2 =$ .... dm^2; **b.** $0{,}002\ \text{dm}^2 =$ .... $\text{m}^2 =$ .... cm^2.

152 **a.** $0{,}0052\ \text{m}^2 =$ .... $\text{cm}^2 =$ .... mm^2; **b.** $87\ \text{m}^2 =$ .... $\text{dm}^2 =$ .... hm^2.

153 **a.** $0{,}41\ \text{dam}^2 =$ .... $\text{cm}^2 =$ .... m^2; **b.** $345\ \text{mm}^2 =$ .... $\text{m}^2 =$ .... dm^2.

154 **a.** $1703\ \text{dm}^2 =$ .... $\text{hm}^2 =$ .... m^2; **b.** $1147{,}2\ \text{hm}^2 =$ .... $\text{dm}^2 =$ .... km^2.

155 **a.** $0{,}709\ \text{km}^2 =$ .... $\text{m}^2 =$ .... cm^2; **b.** $3{,}5\ \text{cm}^2 =$ .... $\text{mm}^2 =$ .... dm^2.

156 **a.** $0{,}34\ \text{dam}^2 =$ .... $\text{mm}^2 =$ .... cm^2; **b.** $0{,}7\ \text{m}^2 =$ .... $\text{hm}^2 =$ .... km^2.

157 **a.** $4250{,}2\ \text{dm}^2 =$ .... $\text{m}^2 =$ .... hm^2; **b.** $5477{,}6\ \text{mm}^2 =$ .... $\text{hm}^2 =$ .... cm^2.

158 **a.** $326{,}52\ \text{hm}^2 =$................... $\text{dm}^2 =$ .... km^2; **b.** $17\ \text{km}^2 =$ .... $\text{hm}^2 =$ .... dm^2.

Esegui le seguenti operazioni con misure di superficie, calcolando il risultato nell'unità di misura indicata.

159 $45{,}89\ \text{m}^2 + 0{,}567841\ \text{km}^2 - 1{,}34\ \text{dm}^2 =$ .... cm^2.

160 $34\,867\ \text{hm}^2 + 6780\ \text{dam}^2 - 89\,543\ \text{m}^2 =$ .... km^2.

161 $0{,}00478\ \text{dam}^2 + 7{,}56\ \text{m}^2 + 321\ \text{cm}^2 =$ .... dm^2.

162 $46\ \text{m}^2 + 0{,}0021\ \text{dam}^2 - 90\,880\ \text{cm}^2 + 65{,}66\ \text{dm}^2 =$ .... mm^2.

163 $12{,}8\ \text{dam}^2 + 764\ \text{km}^2 + 98{,}054\ \text{dm}^2 - 321\,789\ \text{mm}^2 =$ .... m^2.

164 $2\,789\ \text{m}^2 + 3216\ \text{hm}^2 + 678\,990\ \text{dm}^2 - 2\,136\,678\ \text{mm}^2 =$ .... cm^2.

165 $320\,000\ \text{mm}^2 + 57\,310\ \text{dm}^2 - 1{,}4\ \text{m}^2 + 0{,}6\ \text{hm}^2 =$ .... dam^2.

166 $420\ \text{cm}^2 + 0{,}317\ \text{dm}^2 - 85\ \text{mm}^2 + 0{,}000023\ \text{dam}^2 =$ .... dm^2.

167 $21\ \text{dam}^2 - 1758\ \text{m}^2 - 37\ \text{dm}^2 + 12\ \text{hm}^2 =$ .... m^2.

168 $78\ \text{km}^2 + 2103\ \text{m}^2 - 211{,}4\ \text{hm}^2 - 85\text{m}^2 =$ .... dm^2.

169 $0{,}075\ \text{hm}^2 + 34\ \text{km}^2 + 170\ \text{m}^2 + 42\ \text{dam}^2 =$ .... dam^2.

Completa le seguenti uguaglianze relative a misure agrarie.

170 Esercizio guida

a. 23 ha = ... a; **b.** 0,45 ca = ... a; **c.** 0,04 ha = ... ca.

Svolgimento

a. 23 ha = ... a → per passare dall'ettaro all'ara occorre moltiplicare la misura data per 100: pertanto 23 ha = 2300 a;

b. 0,45 ca = ... a → per passare dalla centiara all'ara occorre .... la misura data per ....: pertanto 0,45 ca = ... a;

c. 0,04 ha = ... ca → per passare dall'ettaro alla centiara occorre .... la misura data per ....: pertanto 0,04 ha = ... ca.

171 **a.** 12 a = ... ca; **b.** 15 ha = ... ca; **c.** 0,43 ha = ... a.

172 **a.** 14 ca = ... a; **b.** 0,0034 ha = ... a; **c.** 24632 ca = ... ha.

173 **a.** 525 ha = ... ca = ... a; **b.** 0,0143 ha = ... a = ... ca; **c.** 40 ha = ... a = ... ca.

● **174** **a.** 5 678 ca = ... a = ... ha; **b.** 67,4 a = ... ca = ... ha; **c.** 0,001 a = ... ca = ... ha.

Risolvi i seguenti problemi con misure di superficie.

175 Un appartamento di tre stanze più servizi è formato dai seguenti vani:
a. una sala avente una superficie di 45,4 m^2;
b. due stanze da letto aventi una superficie rispettivamente di 22 m^2 e 19,5 m^2;
c. una cucina avente una superficie di 12,5 m^2;
d. due bagni ognuno dei quali ha una superficie di 9,3 m^2.
Calcola quanto misura complessivamente la superficie di quell'appartamento. [118 m^2]

176 Un appartamento ha un'estensione di 132 m^2. Quante mattonelle da 6,25 dm^2 ciascuna occorrono per pavimentarlo? [2 112]

177 Un salone avente una superficie di 900 000 cm^2 viene pavimentato con piastrelle di 0,20 m^2 ciascuna. Quante piastrelle occorreranno per ricoprire il pavimento? [450]

178 Deve essere rifatto il manto erboso di un campo da calcio avente una superficie di 13 200 m^2. Sapendo che deve essere ricoperto da zolle d'erba e che ogni zolla ha una superficie di 6 400 cm^2 quante zolle occorrono per ricoprire tutto il campo? [20 625]

179 Un campo avente un'estensione di 25 hm^2 viene suddiviso in tre parti; la prima di 75 000 m^2, la seconda di 850 dam^2. Quanti m^2 misura la terza parte? [90 000 m^2]

180 La somma e la differenza delle superfici di due lastre di marmo è rispettivamente 3,8 dm^2 e 0,8 dm^2. Calcola quanto è la superficie di ciascuna lastra. [2,3 dm^2; 1,5 dm^2]

● **181** La superficie di tre negozi misura 420 m^2; il primo supera il secondo di 18 m^2 e il secondo supera il terzo di 15 m^2. Quanto misura la superficie di ciascun negozio? [157 m^2; 139 m^2; 124 m^2]

● **182** Per tinteggiare le pareti di un appartamento di 450 m^2 si sono spesi € 2 025. Calcola il costo al m^2 della vernice sapendo che due imbianchini per completare il lavoro hanno impiegato complessivamente 18 ore, percependo ciascuno una paga oraria di € 30. [€ 3,30]

● **183** Un'industria tessile per confezionare dei fazzoletti, ognuno dei quali ha una superficie di 80 cm^2, acquista 120 m^2 di stoffa spendendo € 12 000. Calcola quanto guadagna quell'azienda se ogni fazzoletto viene venduto a € 1,35? [€ 8 250]

●● **184** Per imbiancare un locale due imbianchini impiegano 4 giorni e utilizzano 3 contenitori di pittura gialla da 5 litri ciascuna al costo di € 6,25 il litro e 5 contenitori di pittura bianca da 5 litri al costo di € 5,75 il litro. Calcola quanto si spende complessivamente se il costo della manodopera è di € 105 al giorno per ogni imbianchino. [€ 1 077,50]

●● **185** Un'impresa edile acquista un terreno di 18 ha a € 100 il metro quadrato. Calcola quanto guadagna se rivende 1 200 are e 600 are rispettivamente a € 120 e € 132 il metro quadrato. [€ 4 320 000]

●● **186** Per confezionare dei tovaglioli, ognuno dei quali ha superficie di 400 cm^2, sono stati acquistati 1500 m^2 di stoffa con una spesa di € 1400. Calcola il guadagno sapendo che ogni confezione da 15 tovaglioli è stata venduta a € 1,20. [€ 1600]

4 La misura del volume

teoria pag. 15

✗ Per la misurazione del **volume** l'unità di misura base è il **metro cubo** (simbolo m^3) che rappresenta il volume di un cubo che ha lo spigolo lungo 1 metro;

✗ per passare da una unità ad un'altra, multipla della prima, è necessario dividere la prima per 1000, 1000000... mentre per passare da una unità ad un'altra, sottomultipla della prima, è necessario moltiplicare la prima per 1000, 1000000...

Comprensione della teoria

187 Stabilisci qual è l'unità di misura più corretta per misurare i seguenti volumi:
a. il volume di un libro; **b.** il volume di una stanza; **c.** il volume di un palazzo.

188 Quanti dm^3 sono presenti in 1 km^3?
a. 100; **b.** 0,001; **c.** 1 000 000; **d.** 1 000 000 000 000.

189 Completa la seguente tabella relativa al sistema di misura dei volumi:

Unità di misura	Simbolo	Equivalenze in metri cubi
	hm^3	1 hm^3 = 1 000 dam^3 = 1 000 000 m^3
Metro cubo		
		1 cm^3 = 0,001 dm^3 = 0,000001 m^3
Millimetro cubo		

Completa le seguenti uguaglianze.

190 **a.** 1 hm^3 = ... m^3; **b.** 1 cm^3 = ... dam^3; **c.** 1 dam^3 = ... hm^3.

191 **a.** 0,001 dm^3 = ... mm^3; **b.** 0,001 km^3 = ... dam^3; **c.** 0,001 dam^3 = ... dm^3.

192 **a.** 1000 dm^3 = ... dam^3; **b.** 1000000 cm^3 = ... m^3; **c.** 1000000 dam^3 = ... km^3.

Applicazione

Scrivi sotto forma di numero decimale le seguenti misure di volume.

193 Esercizio guida

a. 45 hm^3 e 83 cm^3; **b.** 78 km^3, 9 m^3 e 45 dm^3.

Svolgimento

a. 45 hm^3 e 83 cm^3 = 45, 000 000 000 083 hm^3;

$$\underset{\text{hm}^3}{45,}\quad \underset{\text{dam}^3}{000}\quad \underset{\text{m}^3}{000}\quad \underset{\text{dm}^3}{000}\quad \underset{\text{cm}^3}{083}$$

b. 78 km^3, 9 m^3 e 45 dm^3 = 78,000 ..... 009 ..... km^3

194 **a.** 6 m^3, 2 dm^3 e 1 cm^3; **b.** 3 km^3, 2 dam^3 e 1 m^3.

195 **a.** 13 m^3, 16 dm^3 e 52 cm^3; **b.** 71 dam^3, 3 m^3 e 40 cm^3.

196 **a.** 71 dam^3, 3 m^3 e 40 mm^3; **b.** 13 m^3, 42 cm^3 e 11 mm^3.

197 **a.** 13 dm^3, 14 cm^3 e 15 mm^3; **b.** 18 km^3 e 124 hm^3.

198 **a.** 11 hm^3, 3 m^3 e 4 cm^3; **b.** 73 m^3, 35 dm^3 e 404 mm^3.

199 **a.** 33 km^3, 21 dam^3 e 45 dm^3; **b.** 953 m^3 e 561 mm^3.

200 **a.** 1 hm^3, 325 dm^3 e 47 cm^3; **b.** 210 km^3, 684 dam^3 e 206 cm^3.

201 Indica il valore delle cifre nelle seguenti misure di volume: **a.** 2,003 hm^3; **b.** 342,807 m^3; **c.** 456,210 km^3.

Completa le seguenti uguaglianze.

202 Esercizio guida

a. 48 000 m^3 = ... hm^3; **b.** 0,0076 dam^3 = ... dm^3.

Svolgimento

a. 48 000 m^3 = ... hm^3 → per passare dai m^3 agli hm^3 occorre dividere la misura data per 1 000 000: pertanto 48 000 m^3 = 0,048 hm^3;

b. 0,0076 dam^3 = ... dm^3 → per passare dai dam^3 ai dm^3 occorre .... la misura data per ....: pertanto 0,0076 dam^3 = ... dm^3.

203 **a.** 31 km^3 = ... hm^3; **b.** 25 m^3 = ... cm^3; **c.** 0,04 km^3 = ... dm^3.

204 **a.** 3,21 m^3 = ... dam^3; **b.** 0,32 dm^3 = ... mm^3; **c.** 2,4 m^3 = ... dam^3.

205 **a.** 568,9 cm^3 = ... m^3; **b.** 9,876 km^3 = ... hm^3; **c.** 543 dam^3 = ... km^3.

206 **a.** 5,24 m^3 = ... dm^3; **b.** 24,54 dm^3 = ... mm^3; **c.** 214,5 cm^3 = ... dm^3.

207 **a.** 0,8709 hm^3 = ... dm^3; **b.** 38,076 dm^3 = ... mm^3; **c.** 4575 m^3 = ... hm^3.

208 **a.** 2,345 dam^3 = ... dm^3; **b.** 8 766,506 m^3 = ... km^3; **c.** 356,64 m^3 = ... cm^3.

209 **a.** 628 dm^3 = ... cm^3; **b.** 6,097 dam^3 = ... mm^3; **c.** 7,9 hm^3 = ... dam^3.

Nelle seguenti equivalenze inserisci l'unità di misura mancante.

210 **a.** 718 m^3 = 0,000718 .... **b.** 31,5 dam^3 = 0,0315 ....

211 **a.** 472 km^3 = 472000 ......; **b.** 98,3 cm^3 = 0,0000983 .....

212 **a.** 0,00023 m^3 = 230 .....; **b.** 58 km^3 = 58000000 .....

213 **a.** 0,00103 hm^3 = 1030000000 .....; **b.** 298000 mm^3 = 0,298 .....

214 **a.** 23879,02 dm^3 = 0,02387902 .....; **b.** 78,2 m^3 = 0,0000000782 .....

215 **a.** 56,075 cm^3 = 56075 ....; **b.** 42,41 dam^3 = 0,00004241 .....

Completa le seguenti uguaglianze.

● **216** **a.** 674 871 000 mm^3 = ... dm^3 = ... m^3; **b.** 8,6543021 km^3 = ... dm^3 = ... dam^3.

● **217** **a.** 65,2891 dam^3 = ... cm^3 = ... hm^3; **b.** 53 dm^3 = ... cm^3 = ... mm^3.

● **218** **a.** 40 m^3 = ... hm^3 = ... dam^3; **b.** 0,0012 km^3 = ... dam^3 = ... m^3.

● **219** **a.** 67 894 mm^3 = ... dm^3 = ... m^3; **b.** 432,9 m^3 = ... cm^3 = ... dm^3.

● **220** **a.** 209,6 m^3 = ... mm^3 = ... dm^3; **b.** 0,05714 km^3 = ... hm^3 = ... dam^3.

Esegui le seguenti operazioni con misure di volume, calcolando il risultato nell'unità di misura indicata.

221 $0{,}007875\ hm^3 + 56{,}749\ m^3 - 321\,887\ cm^3 - 90\,887\,654\ mm^3 =$ .... dm^3.

222 $32\,445\ cm^3 + 678\,990\ dm^3 + 980\,000\ mm^3 =$ .... m^3.

223 $500\,987\ mm^3 + 5\,432\ cm^3 + 54\ m^3 - 4\ dam^3 =$ .... dm^3.

224 $0{,}005432\ hm^3 + 0{,}654\ dam^3 - 8\ m^3 + 78\,900\ dm^3 =$ .... cm^3.

225 $345\,009\,543\,965\ mm^3 + 0{,}0000543\ dam^3 + 675\ m^3 =$ .... hm^3.

226 $7{,}5643390\ hm^3 + 8{,}90554\ m^3 + 9\,876\ cm^3 - 8\,733\,210\,054\ mm^3 =$ .... m^3.

227 $3\,200\ cm^3 + 0{,}005\ m^3 + 24\,300\,000\ mm^3 + 0{,}125\ m^3 =$ .... dm^3.

Risolvi i seguenti problemi con misure di volume.

228 Una scatola ha il volume di 60 000 cm³ e contiene alcune confezioni ognuna delle quali ha un volume di 0,3 dm³. Quante confezioni contiene la scatola? [200]

229 Un container contiene 100 scatole ognuna delle quali ha un volume di 2 500 dm³. Qual è il volume complessivo espresso in m³ del container? [250 m³]

230 Un autocarro può trasportare al massimo un volume di 10 m³. Quanti viaggi deve effettuare per trasportare 100 casse ognuna delle quali ha un volume di 500 dm³? [5]

231 In un cassone avente un volume di 2,16 m³ sono state collocate alcune enciclopedie ognuna delle quali è composta da 25 volumi e ogni volume occupa uno spazio di 3600 cm³. Calcola quante enciclopedie sono contenute nel cassone se questo è completamente pieno. [24]

232 Il volume complessivo di due solidi è di 1560 dm³. Calcola il volume di ciascun solido sapendo che la loro differenza è di 180 000 cm³. [870 dm³; 690 dm³]

233 Dati tre solidi A, B, C, di volume rispettivamente 50 m³, 45000 dm³ e 0,036 dam³, calcola:
a. il volume di un solido che è uguale al doppio del solido B; [90 000 dm³]
b. il volume di un solido che è uguale alla somma di $A + B + C$; [131 000 dm³]
c. il volume di un solido che è uguale alla differenza di A e C; [14 000 dm³]
d. il volume di un solido che è uguale alla metà della somma di B e C. [40 500 dm³]

234 Due tubi cilindrici hanno un volume complessivo di 70 650 dm³ e il minore è la metà del maggiore. Calcola il volume complessivo di 30 tubi uguali al minore e 16 uguali al maggiore. [1 460,1 m³]

235 Una ditta per allevare trote ha bisogno di una vasca della capacità di 36 hl. La vasca è alimentata da una pompa che versa 250 dm³ di acqua al minuto, mentre da uno scarico fuoriescono 0,15 m³. Dopo quanti minuti si riempirà la vasca? [36 minuti]

5 La misura della capacità

teoria pag. 16

- Per la misurazione della **capacità** l'unità di misura base è il **litro** (simbolo ℓ) che corrisponde al volume di un decimetro cubo;
- per passare da una unità ad un'altra, multipla della prima, è necessario dividere la prima per 10, 100, 1 000... mentre per passare da una unità ad un'altra, sottomultipla della prima, è necessario moltiplicare la prima per 10, 100, 1 000...

Comprensione della teoria

236 Rispondi alle seguenti domande:
a. qual è l'unità di misura base della capacità?
b. Come si definisce?
c. Perché l'unità di misura base della capacità è una grandezza derivata?

237 Stabilisci quale unità di misura è utile usare per indicare le seguenti capacità:
a. una botte di vino;
b. una bottiglia di acqua minerale;
c. una lattina di aranciata.

238 Il volume di un corpo è lo spazio occupato:
a. dal corpo stesso considerato come pieno;
b. da un corpo cavo, che può essere anche vuoto;
c. da un corpo cavo che non può essere vuoto.

239 La capacità di un corpo è lo spazio occupato:
a. dal corpo stesso considerato come pieno;
b. da un corpo cavo, che può essere anche vuoto;
c. da un corpo cavo che non può essere vuoto.

240 Completa la seguente tabella relativa al sistema di misura delle capacità:

Unità di misura	Simbolo	Equivalenza in litri
Kilolitro	kl	
	hl	1 hl = 10 dal = 100 ℓ
	dal	
	ℓ	
	dl	
Centilitro		1 cl = 0,1 dl = 0,01 ℓ
	ml	

241 L'unità di misura della capacità (litro):
a. fa parte di quelle definite dal S.I. come fondamentali;
b. deriva da quelle di peso (1 kg = 1 ℓ);
c. deriva dal metro (1 dm^3 = 1 ℓ);
d. nessuna delle precedenti.

Completa le seguenti uguaglianze.

242 **a.** 1 dal = ... cl; **b.** 1 hl = ... dal; **c.** 1 ml = ... cl.

243 **a.** 0,01 dl = ... dal; **b.** 0,1 hl = ... dl; **c.** 0,001 dal = ... ml.

244 **a.** 100 hl = ... dal; **b.** 1000 dl = ... hl; **c.** 10 dal = ... cl.

Esegui le seguenti equivalenze tra misure di capacità e di volume.

245 **a.** 1 cm^3 = ... ℓ; **b.** 1 dm^3 = ... dal; **c.** 10 dl= ..... m^3.

246 **a.** 1 dl = ... dm^3; **b.** 0,001 cm^3 = ... ml; **c.** 0,01 m^3 = ... dal.

247 **a.** 1 dal = ... cm^3; **b.** 100 hl= ..... dm^3; **c.** 0,01 dl = ... cm^3.

Applicazione

Scrivi sotto forma di numero decimale le seguenti misure di capacità.

248 **a.** 51 cl e 3 ml; **b.** 5 hl, 8 ℓ e 9 ml; **c.** 3 kl, 6 ℓ e 7 ml.

249 **a.** 8 ℓ e 9 ml; **b.** 1 dal, 6 cl e 8 ml; **c.** 8 hl, 5 cl e 7 ml.

250 **a.** 2 dl, 6 cl e 6 ml; **b.** 4 kl e 5 dl; **c.** 9 dal e 5 ml.

251 Indica il valore delle cifre nelle seguenti misure di capacità:
a. 54,3 hl; **b.** 4,5 kl; **c.** 0,52 dal.

Completa le seguenti uguaglianze.

252 Esercizio guida

a. 24 098 ml = ... dal; **b.** 56 ℓ = ... hl; **c.** 6,986 dl = ... ml.

Svolgimento

a. 24 098 ml = ... dal → per passare dai ml ai dal occorre dividere la misura data per 10 000: pertanto 24 098 ml = 2,4098 dal;

b. 56 ℓ = ... hl → per passare dai litri agli hl occorre .... la misura data per ....: pertanto 56 ℓ = ... hl;

c. 6,986 dl = ... ml → per passare dai dl ai ml occorre .... la misura data per ....: pertanto 6,986 dl = ... ml.

253 **a.** 5 hl = ... ℓ; **b.** 23 ml = ... cl; **c.** 0,05 kl = ... dl.

254 **a.** 65,4 ℓ = ... cl; **b.** 0,32 ℓ = ... hl; **c.** 321 cl = ... hl.

255 **a.** 210 dal = ... ℓ; **b.** 21 dal = ... dl; **c.** 9,321 dl = ... kl.

256 **a.** 5,24 ℓ = ... dl; **b.** 38,07 dl = ... ℓ; **c.** 123,7 ml = ... ℓ.

257 **a.** 67,4 dal = ... cl; **b.** 680,7 cl = ... dal; **c.** 76,03 ml = ... ℓ.

258 **a.** 5,84 hl = ... dl; **b.** 0,87 dl = ... ml; **c.** 0,786 ℓ = ... hl.

259 **a.** 34,74 dl = ... ℓ; **b.** 769,98 dal = ... hl; **c.** 1,309 dal = ... hl.

260 **a.** 12,1 ml = ... ℓ; **b.** 90,4 cl = ... hl; **c.** 0,4 dal = ... ℓ.

261 **a.** 89 kl = ... ℓ; **b.** 98,3 hl = ... dl; **c.** 32 dl = ... ℓ.

262 **a.** 39 cl = ... dal; **b.** 0,015 ℓ = ... hl; **c.** 65 ml = ... ℓ.

263 **a.** 192 dal = ... hl; **b.** 0,12 kl = ... dal; **c.** 45,7 cl = ... ml.

264 **a.** 17,18 hl = ... kl; **b.** 2,4 ℓ = ... dl; **c.** 23,98 dal = ... kl.

265 **a.** 47,5 cl = ... dl; **b.** 1275 ml = ... kl; **c.** 84,72 hl = ... ℓ.

266 **a.** 14 dl = ... ml; **b.** 145 ℓ = ... cl; **c.** 67,692 kl = ... hl.

267 **a.** 39,2 dal = ... kl; **b.** 13 dl = ... cl; **c.** 92,4 cl = ... ml.

268 **a.** 23 ml = ... ℓ; **b.** 43,87 dal = ... hl; **c.** 79,02 kl = ... cl.

Nelle seguenti equivalenze inserisci l'unità di misura mancante.

269 **a.** 13,5 dal = 1350 .....; **b.** 157,35 dl = 0,15735 .....

270 **a.** 140 hl = 14000 .....; **b.** 2,8 dl = 0,0028 .....

271 **a.** 35 ℓ = 350 .....; **b.** 4,7 cl = 0,00047 .....

272 **a.** 356,4 kl = 356400 .....; **b.** 1,2 hl = 1200 .....

273 **a.** 4,23 dl = 0,0423 .....; **b.** 12000 ml = 12 .....

274 **a.** 73 cl = 0,0073 .....; **b.** 21 hl = 2100 .....

275 **a.** 4,234 ℓ = 4234 .....; **b.** 0, 0123 kl = 1,23 ....

Completa le seguenti uguaglianze.

276 **a.** 0,321 kl = ... dl = ... cl = ... ℓ; **b.** 12 hl = ... dal = ... ml = ... cl.

277 **a.** 675 432 ml = ... dal = ... hl = ... dl; **b.** 492 dl = ... ℓ = ... cl = ... dal.

278 **a.** 27 dal = ... cl = ... ℓ = ... hl; **b.** 58 cl = ... kl = ... dl = ... ml.

279 **a.** 277,4 kl = ... hl = ... dal = ... cl; **b.** 92,1 hl = ... ℓ = ... dal = ... kl.

280 **a.** 0,48 hl = ... dl = ... kl = ... ℓ; **b.** 36,45 dal = ... ℓ = ... ml = ... cl.

281 **a.** 0,76 ℓ = ... dl = ... ml = ... dal; **b.** 14,7 ml = ... dal = ... cl = ... ℓ.

282 **a.** 1,234 kl = ... ℓ = ... hl = ... dal; **b.** 578 ℓ = ... kl = ... hl = ... dl.

283 **a.** 2,3 dl = ... ml = ... dal = ... hl; **b.** 7 cl = ... ml = ... dl = ... dal.

284 **a.** 0,9 dal = ... kl = ... hl = ... cl; **b.** 79 ml = ... ℓ = ... dal = ... cl.

285 **a.** 49,32 kl = ... hl = ... dal = ... ℓ; **b.** 39 ℓ = ... ml = ... cl = ... dl.

286 Qual è la capacità, espressa in ettolitri, di un recipiente il cui volume è:
a. 896 dm^3 = ... hl; **b.** 6,87 m^3 = ... hl; **c.** 7,432 m^3 = ... hl.

287 Qual è il volume, espresso in cm^3, occupato dalle seguenti misure:
a. 2,45 ℓ = ... cm^3; **b.** 78 cl = ... cm^3; **c.** 781 dal = ... cm^3.

Esegui le seguenti operazioni con misure di capacità, calcolando il risultato nell'unità di misura indicata.

288 3 456 dl + 543 ℓ − 8,16 dal + 3 421 ml = ... dl.

289 0,56 kl + 0,3 dal + 6 ℓ = ... ℓ.

290 98 765 ml + 4 567 cl + 345 dl − 0,56 ℓ = ... dal.

291 43,7 ℓ + 5 432 cl + 2 007 dl − 54 ml = ... cl.

292 7 980 dal + 45 678 cl − 9 089 ml + 45 ℓ = ... hl.

293 3 250 cl − 2 413 ml + 50 ℓ − 260 dl = ... ℓ.

294 5 cm^3 + 7 ℓ + 18 m^3 + 64 dal = ... hl.

Risolvi i seguenti problemi con misure di capacità.

295 Con il vino contenuto in una botte sono state riempite 200 bottiglie ognuna delle quali ha una capacità di 75 cl. Qual è la capacità della botte? [150 ℓ]

296 Un automezzo trasporta 300 bidoni di olio ognuno dei quali ha un volume di 12 560 cm^3. Quanti litri d'olio trasporta l'automezzo? [3 768 ℓ]

297 Con il vino contenuto in una damigiana che ha una capacità di 50 litri, si riempiono 40 bottiglioni. Calcola la capacità di ogni bottiglione. [1,25 ℓ]

298 Due damigiane contengono complessivamente 92 ℓ di vino. Se si travasano 6 litri dalla seconda alla prima, le due damigiane arrivano a contenere la stessa quantità di vino. Calcola quanti litri conteneva ciascuna damigiana prima del travaso. [40 ℓ; 52 ℓ]

299 Un detersivo per piatti viene venduto in confezioni di 750 ml ognuna delle quali è posta in vendita all'ingrosso a € 2,25. Calcola quanto spende un negoziante per acquistare 60 litri di quel detersivo. [€ 180]

300 Una vasca può contenere 18 m^3 di acqua ed è alimentata da un rubinetto che versa 150 ℓ di acqua al minuto. Calcola il tempo necessario a riempire la vasca. [2^h]

301 Con la benzina contenuta in una cisterna della capacità di 3,56 m^3 sono stati riempiti 35 fusti ciascuno dei quali ha una capacità di 4 000 cl e alcuni bidoni aventi ciascuno una capacità di 4 500 cl. Calcola il numero di bidoni. [48]

302 Una società vitivinicola produce una certa quantità di vino che conserva in 6 botti contenenti ciascuna rispettivamente 7,6 hl, 8,4 hl, 6,5 hl, 5 hl, 10 hl e 7,5 hl. Dopo due anni di invecchiamento tutto il vino viene travasato in bottiglie da 0,75 litri ciascuna che vengono sistemate in casse uguali ognuna delle quali contiene 12 bottiglie. Quanto ricava dalla vendita la società se ogni cassa viene venduta a € 102. [€ 51 000]

6 La misura della massa

teoria pag. 17

- ✗ Per la misurazione del **peso** l'unità di misura base è il **chilogrammo** (simbolo kg) che corrisponde al peso del prototipo di platino-iridio conservato nel museo di Sèvres a Parigi;
- ✗ per passare da una unità ad un'altra, multipla della prima, è necessario dividere la prima per 10, 100, 1000... mentre per passare da una unità ad un'altra, sottomultipla della prima, è necessario moltiplicare la prima per 10, 100, 1000...

Comprensione della teoria

303 Indica quale unità di misura è utile usare per indicare i seguenti pesi:
a. una persona; **b.** un moscerino; **c.** un treno.

304 L'unità di misura fondamentale per il peso è il:
a. grammo; **b.** chilogrammo; **c.** megagrammo; **d.** ettogrammo.

305 Completa la seguente tabella relativa al sistema di misura dei pesi:

Unità di misura	Simbolo	Equivalenze in kilogrammi
Megagrammo	Mg	1 Mg = 1000 kg
Quintale	q	
	kg	
	g	1 g = 0,1 dag = 0,01 hg = 0,001 kg
	mg	1 mg = 0,1 cg = 0,01 dg = 0,001 g = 0,0001 dag = = 0,00001 hg = 0,000001 kg

Completa le seguenti uguaglianze.

306 **a.** 1 dag = ... dg; **b.** 1 hg = ... g; **c.** 1 mg = ... dg.

307 **a.** 0,001 dag = ... dg; **b.** 0,1 Mg = ... kg; **c.** 0,01 kg = ... dg.

308 **a.** 100 hg = ... Mg; **b.** 1000 dg = ... hg; **c.** 10 dag = ... kg.

309 **a.** 0,001 kg = ... cg; **b.** 1 q = ... kg; **c.** 0,1 dg = ... mg.

Applicazione

Scrivi sotto forma di numero decimale le seguenti misure di peso.

310 **a.** 3 g e 6 mg; **b.** 7 kg e 1 dag; **c.** 8 hg e 9 g.

311 **a.** 15 kg e 3 dag; **b.** 7 hg e 3 dg; **c.** 8 dag e 5 cg.

312 **a.** 8 kg, 9 dag e 5 mg; **b.** 75 hg, 4 g e 9 mg; **c.** 6 g, 7 dg e 9 mg.

Indica il valore delle cifre nelle seguenti misure di peso.

313 **a.** 5,2 dag; **b.** 127,05 g; **c.** 325,87 dg.

314 **a.** 64,5 hg; **b.** 471,25 dag; **c.** 212,4 cg.

Completa le seguenti uguaglianze.

315 Esercizio guida

a. 45 hg = ... dg; **b.** 0,00056 kg = ... cg; **c.** 89 005 mg = ... Mg.

Svolgimento

a. 45 hg = ... dg → per passare dagli hg ai dg occorre moltiplicare la misura data per 1 000: pertanto 45 hg = 45 000 dg;

b. 0,00056 kg = ... cg → per passare dai kg ai cg occorre .... la misura data per ....: pertanto 0,00056 kg = ... cg;

c. 89 005 mg = ... Mg → per passare dai mg ai Mg occorre .... la misura data per ....: pertanto 89 005 mg = ... Mg.

316 **a.** 430 hg = ... dag; **b.** 0,543 kg = ... mg; **c.** 14 cg = ... dg.

317 **a.** 439 cg = ... hg; **b.** 0,76 g = ... kg; **c.** 216 dag = ... kg.

318 **a.** 12345 hg = ... mg; **b.** 0,54 g = ... dg; **c.** 32 cg = ... g.

319 **a.** 2,4 dg = ... g; **b.** 0,98 dag = ... hg; **c.** 15,39 q = ... hg.

320 **a.** 223 g = ... dg; **b.** 87,7 dg = ... g; **c.** 197,7 cg = ... g.

321 **a.** 8,21 q = ... dg; **b.** 4,217 dg = ... mg; **c.** 0,23 g = ... hg.

322 **a.** 5,09 dag = ... cg; **b.** 159,36 q = ... dag; **c.** 49,3 mg = ... g.

323 **a.** 9,3 dag = ... mg; **b.** 49 hg = ... g; **c.** 45,12 kg = ... q.

324 **a.** 82,6 cg = ... g; **b.** 0,12 g = ... mg; **c.** 34,45 dg = ... hg.

325 **a.** 23 hg = ... cg; **b.** 14,93 g = ... kg; **c.** 0,41 kg = ... dag.

326 **a.** 723 mg = ... dg; **b.** 94 cg = ... dag; **c.** 78,6 dag = ... g.

327 **a.** 41,37 hg = ... dg; **b.** 14 cg = ... hg; **c.** 42,67 kg = ... g.

328 **a.** 3 mg = ... cg; **b.** 49 dag = ... q; **c.** 0,23 hg = ... q.

329 **a.** 452 cg = ... kg; **b.** 0,632 kg = ... dag; **c.** 27 mg = ... dg.

Nelle seguenti equivalenze inserisci l'unità di misura mancante.

330 **a.** 12,31 cg = 0,1231 .....; **b.** 171310 g = 1713,1 .....; **c.** 2,321 kg = 232,1 .....

331 **a.** 140 hg = 14000 .....; **b.** 22 dg = 0,0022 .....; **c.** 42 g = 4200 .....

332 **a.** 37 kg = 0,37 .....; **b.** 2,9 cg = 0,29 ....; **c.** 132 g = 0,132 .....

333 **a.** 35,4 q = 3540 .....; **b.** 1,2 hg = 120 .....; **c.** 0,0004 hg = 0,4 .....

334 **a.** 4,21 dg = 0,0421 .....; **b.** 12000 g = 12 .....; **c.** 5,1 kg = 5100 .....

335 **a.** 73 mg = 0,000073 .....; **b.** 0,52 hg = 520 .....; **c.** 6,7 dag = 670 .....

336 **a.** 9,231 dag = 9231 .....; **b.** 0,85 q = 8500 .....; **c.** 2324 mg = 2,324 .....

337 **a.** 42,166 g = 4216,6 ......; **b.** 3,89 hg = 0,389 .....; **c.** 1,47 g = 147 .....

338 **a.** 614 dg = 61400 .....; **b.** 2,478 g = 24,78 ......; **c.** 0,0006 kg = 6 .....

Completa le seguenti uguaglianze.

339 **a.** 2345 dag = ... dg = ... cg; **b.** 0,0045 kg = ... g = ... q.

340 **a.** 31,4 hg = ... dg = ... g; **b.** 0,8765 Mg = ... q = ... dg.

341 **a.** 43,89 cg = ... mg = ... dg; **b.** 14 dg = ... hg = ... kg.

342 **a.** 144 dag = ... cg = ... g; **b.** 56,12 dg = ... mg = ... dag.

343 **a.** 48,2 kg = ... g = ... hg; **b.** 0,1 hg = ... kg = ... dg.

344 **a.** 5 cg = ... dg = ... hg; **b.** 35 mg = ... g = ... dg.

345 **a.** 12,58 dag = ... cg = ... mg; **b.** 32,71 kg = ... g = ... hg.

346 **a.** 43 hg = ... mg = ... g; **b.** 679,8 cg = ... mg = ... dag.

347 **a.** 3,4 dg = ... g = ... dag; **b.** 90 hg = ... kg = ... dg.

348 **a.** 7,65 cg = ... mg = ... g; **b.** 79,3 g = ... dg = ... dag.

349 **a.** 72,51 kg = ... hg = ... cg; **b.** 97,3 dg = ... dag = ... hg.

350 **a.** 123 hg = ... dag = ... dg; **b.** 345 cg = ... mg = ... g.

351 **a.** 0,9 g = ... hg = ... dag; **b.** 33 kg = ... dag = ... dg.

352 **a.** 1,8 q = ... g = ... cg; **b.** 2345 g = ... hg = ... q.

Esegui le seguenti operazioni relative a misure di peso, calcolando il risultato nell'unità di misura indicata.

353 908 003 mg + 54 dag − 8 g + 5 432 dg = ... cg.

354 321 dag + 56 g + 78,9 hg = ... dg.

355 7,57 kg + 0,7 g + 35,007 hg = ... dg.

356 0,0065 q + 765 dag − 78 g + 8 907 cg = ... q.

357 0,00432 Mg + 564 hg − 5 678 cg + 9 805 dg = ... g.

358 23,88 g + 0,0043 kg + 476 hg − 980 000 mg = ... hg.

359 543 986 cg + 980 g + 0,654 kg − 6,44 dag = ... mg.

360 670 dag + 432 hg + 6 q − 8 090 dg = ... kg.

361 0,007 dg + 707 dag + 13,452 g + 89 Mg = ... g.

Risolvi i seguenti problemi con misure di peso.

362 Un ascensore ha la portata di 520 000 g. Calcola quante persone possono utilizzarlo contemporaneamente se il peso medio di ciascuna persona è di 65 kg. [8]

363 Un'azienda alimentare ha acquistato 5 Mg di zucchero e 5 000 hg di farina che sono stati rivenduti rispettivamente a € 1,25 e € 0,75 il chilogrammo. Calcola quanto ha ricavato l'azienda dalla vendita dei due prodotti. [€ 6 625]

364 Tre sacchi di sabbia pesano complessivamente 13,5 kg. Calcola il peso di ciascun sacco sapendo che il secondo pesa il doppio del primo e il terzo pesa il triplo del secondo. [1,5 kg; 3 kg; 9 kg]

365 Il peso di due casse di frutta è 26 000 g. Calcola il peso in kg di ciascuna cassa sapendo che la più piccola pesa un terzo della più grande. [6,5 kg; 19,5 kg]

366 Un fruttivendolo rivende a € 2,50 il chilogrammo alcune cassette di frutta realizzando un ricavo complessivo di € 240. Calcola il numero di cassette vendute, se ciascuna in media pesava 8 kg. [12]

367 Un commerciante acquista 25 fusti di olio del peso di 30 kg ciascuno a € 2,60 il chilogrammo. Rivende l'olio in bottiglie di 750 g ciascuna a € 2,50. Quanto guadagna? [€ 550]

368 Tre sacchi di patate pesano complessivamente 108,5 kg. Calcola il peso di ogni sacco sapendo che il primo supera il secondo di 5 kg e il secondo supera il terzo di 450 dag. [41 kg; 36 kg; 31,5 kg]

369 Il peso di una persona è inferiore di 12 kg rispetto al doppio del peso di una seconda persona. Sapendo che la differenza dei pesi delle due persone è di 38 kg calcola quanto pesa ciascuna persona. [88 kg; 50 kg]

7 Il peso specifico

teoria pag. 19

- ✗ Il **peso specifico** di una sostanza è il peso per unità di volume: $Ps = P : V$;
- ✗ il **peso** di un corpo si ricava moltiplicando il suo volume per il relativo peso specifico: $P = Ps \cdot V$;
- ✗ il **volume** di un corpo si ricava dividendo il suo peso per il relativo peso specifico: $V = P : Ps$;
- ✗ tabella di equivalenza tra volumi, pesi e capacità:

VOLUMI	CAPACITÀ	PESI
cm^3	Millilitri (ml)	Grammi (g)
dm^3	Litri (ℓ)	Chilogrammi (kg)
m^3	Kilolitri (kl)	Megagrammi (Mg)

Comprensione della teoria

370 Il peso specifico dell'alcool è 0,8 perché:
a. 1 m^3 di alcool pesa 0,8 kg; **b.** 1 cm^3 di alcool pesa 0,8 dg; **c.** 1 dm^3 di alcool pesa 0,8 kg.

371 Sapendo che il peso specifico dell'acqua distillata è 1, possiamo dire che 15 litri di acqua:
a. pesano 15 kg; **b.** hanno volume di 15 dm^3;
c. pesano 15 dm^3; **d.** hanno volume di 15 kg.

● **372** Completa le seguenti equivalenze, riducendo le misure assegnate ai sottomultipli opportuni:

PESI	CAPACITÀ	VOLUMI
	10 ml	
10 dag		
	1 hl	
		10 dm^3
100 g		
	10 dl	
		100 mm^3

373 Il peso specifico di un corpo si ottiene:
a. moltiplicando il suo peso (P) per il suo volume (V);
b. dividendo il suo peso (P) per il suo volume (V);
c. dividendo il suo volume (V) per il suo peso (P).

374 Il volume di un corpo si ottiene:
a. dividendo il suo peso (P) per il rispettivo peso specifico (Ps);
b. dividendo il suo peso specifico (Ps) per il suo peso (P);
c. moltiplicando il suo peso (P) per il rispettivo peso specifico (Ps).

375 Il peso di un corpo si ottiene:
a. dividendo il suo volume (V) per il suo peso specifico (Ps);
b. moltiplicando il suo volume (V) per il rispettivo peso specifico (Ps);
c. dividendo il suo peso specifico (Ps) per il suo volume (V).

376 1 m^3 di legno di faggio ($Ps = 0,85$) e 1 m^3 di legno di abete ($Ps = 0,5$):
a. hanno lo stesso peso; **b.** pesa di più il legno di faggio; **c.** pesa di più il legno di abete.

377 1 kg di ferro ($Ps = 7,8$) e 1 kg di piombo ($Ps = 11,35$):
a. il piombo ha un volume minore; **b.** il ferro ha un volume minore; **c.** hanno lo stesso volume.

Applicazione

Completa le seguenti affermazioni tenendo conto che le misure indicate sono riferite all'acqua distillata.

378 **a.** 50 m^3 pesano ..... kg; **b.** 34 dm^3 pesano ..... hg.

379 **a.** 30 m^3 pesano ..... g; **b.** 64 dm^3 pesano ..... dag.

380 **a.** 67 cm^3 pesano ..... cg; **b.** 17 cm^3 pesano ..... dg.

381 **a.** 56 g hanno volume di ..... cm^3; **b.** 45 kg hanno volume di ..... dm^3.

382 **a.** 10 hg hanno un volume di ..... m^3; **b.** 6 t hanno volume di ..... m^3.

383 **a.** 67 dg hanno volume di ..... cm^3; **b.** 10 cg hanno un volume di ..... cm^3.

384 **a.** 67 hg hanno volume di ..... dm^3; **b.** 667 g hanno volume di ..... dm^3.

385 78 cm^3 corrispondono a .... ml e pesano .... g.

386 450 dm^3 corrispondono a .... ℓ e pesano .... hg.

387 0,0564 m^3 corrispondono a .... hl e pesano .... kg.

388 65 m^3 corrispondono a .... ℓ e pesano .... Mg.

389 127 mm^3 corrispondono a .... hl e pesano .... q.

Risolvi i seguenti problemi relativi al peso specifico consultando eventualmente la tabella dei pesi specifici.

390 Esercizio guida

Calcola il volume di un oggetto di marmo ($Ps = 2,6$) avente il peso di 325 cg.

Svolgimento

In questo problema è necessaria una ....: 325 cg = ... g.

Sapendo che: $V = \dots\dots : \dots\dots = (3,25 : \dots\dots)\ cm^3 = \dots\dots\ cm^3$.

Pertanto il volume dell'oggetto è di .... cm^3.

391 Esercizio guida

Con una quantità di liquido del peso di 56 hg si riempie un recipiente della capacità di 700 cl. Calcola il peso specifico di quel liquido.

Svolgimento

Siccome le unità di misura non hanno corrispondenza sono necessarie delle .... e precisamente:

56 hg = ... kg; 700 cl = ... ℓ = ... dm^3.

Quindi sapendo che $Ps = \dots\dots : \dots\dots$ cioè $Ps = \dots\dots : \dots\dots = 0,8$ che è ....
(vedi la tabella nella parte di teoria e scegli l'elemento con peso specifico corrispondente).

392 Esercizio guida

Ho comprato 5 ℓ di olio d'oliva a € 11,10 al litro. Quanto risparmio pagando per lo stesso olio € 11,70 al kg?

Svolgimento

€ (5 · 11,10) = € .... spesa effettuata

5 ℓ = ... dm^3 volume dell'olio comperato

$P = Ps \cdot \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \cdot \dots\dots\dots$ kg = ... kg peso dell'olio comperato

€ (11,70 · ....) = € .... spesa sostenuta considerando il prezzo al kg.

Confrontando i due valori puoi dedurre che ....

393 Qual è il volume di un blocco di ferro del peso di 9,75 kg? [1,25 dm^3]

394 Un sacco di cemento pesa 50,7 kg ed ha un volume di 26 000 cm^3. Qual è il suo peso specifico? [1,95]

395 Una statua di bronzo ha un volume di 92,5 dm^3. Quanto pesa? [809,375 kg]

396 Calcola il volume che occupa un serbatoio che pesa 12,5 kg pieno di petrolio. [15,625 dm^3]

397 Calcola il peso di un'asse di legno di abete che occupa un volume di 23 dm^3. [11,5 kg]

398 Un gioiello d'oro pesa 28,95 g. Qual è il suo volume? [1,5 cm^3]

399 Un camion ha un volume di carico di 12 m^3. Calcola il peso della sabbia $(Ps = 1{,}4 \text{ kg}/dm^3)$ trasportata dal camion in 10 viaggi. [168 000 kg]

400 Quanta aria ($Ps = 0{,}0013$) contiene una stanza avente il volume di 41,6 m^3? [54,08 kg]

401 Il peso specifico dell'aria, alla temperatura di zero gradi centigradi e alla pressione di una atmosfera, è 0,0013. Quanti chilogrammi pesano 5 m^3 di aria? [6,5 kg]

• **402** Un monumento è costituito da una statua di marmo che ha un volume di 3 250 dm^3 e un piedistallo di cemento che ha un volume di 500 000 cm^3. Calcola quanto pesa il monumento. [9 425 kg]

• **403** Per scolpire una statua uno scultore ha utilizzato un blocco di marmo avente un volume di 0,016 m^3. Calcola il peso della statua sapendo che durante la lavorazione si sono scartate 4 parti su 10 del blocco iniziale. [24,96 kg]

• **404** Un gioiello d'oro occupa un volume di 4,2 cm^3. Quanto pesa? Quanto è costato se il prezzo dell'oro lavorato è di € 26,50 al g? [$P = 81{,}06$ g; € 2 148,09]

• **405** Che volume dovrà avere un recipiente contenente ammoniaca per un valore di € 30, se il costo commerciale della sostanza è di € 2 al chilogrammo? [10 dm^3]

• **406** Una lattina di olio d'oliva pesa, piena, 6,152 kg e vuota 1,42 kg. Calcola la capacità del recipiente. [5,2 ℓ]

• **407** Qual è il peso del mercurio contenuto in un tubicino dalla capacità di 0,76 dl? Quanto peserebbe l'acqua contenuta nello stesso tubicino? [$P_{(mercurio)} = 1{,}033296$ kg; $P_{(acqua)} = 0{,}076$ kg]

• **408** Il peso lordo di una lattina di olio di oliva è di 5,9 kg. Calcola quanti litri di olio contengono 8 lattine uguali sapendo che la tara di ciascuna lattina è di 440 g. [48 ℓ]

• **409** Pesa di più 1 m^3 di legno di pino o 0,73 m^3 di legno di faggio? Quanto è la diffferenza? [faggio; 120,5 kg]

• **410** Pesano di più 2 m^3 di platino o 6 000 dm^3 di ferro? Quanto è la differenza? [ferro; 4 200 kg]

• **411** Un oggetto di ottone pesa 297,5 g; quanto peserebbe se fosse di vetro ($Ps = 2{,}5$)? [87,5 g]

• **412** Una tanica contiene 18,75 kg di benzina ($Ps = 0{,}75$) che deve essere travasata in lattine della capacità di 2,5 dl ciascuna. Calcola quante se ne possono riempire. [100]

•• **413** Una tanica vuota pesa 3 hg e piena di benzina pesa 1,2 kg. Se la benzina ($Ps = 0{,}75$) costa € 1,25 al litro, quanto si spende per riempire la tanica? [€ 1,50]

•• **414** Un negoziante acquista 252 kg di olio extravergine di oliva e spende € 1 120. A quanto deve rivendere quell'olio al litro se vuole realizzare un guadagno di € 140? [€ 4,55]

•• **415** Si spende di più ad acquistare un lingottino d'oro che occupa un volume di 2,80 cm^3 e costa € 18,50 al g, oppure un lingottino di argento che occupa un volume di 38 cm^3 e costa € 3,50 al g? Qual è la differenza fra le due spese? [argento; € 396,76]

•• **416** Una latta di olio di semi ($Ps = 0{,}90$) ha un peso lordo di 5,9 kg. Sapendo che la tara è di 500 g calcola quante bottiglie della capacità di 1,25 dl si possono riempire con l'olio contenuto nella latta. [48]

•• **417** Un cilindro di ferro ($Ps = 7{,}8$) ha un volume di 31,5 cm^3 e pesa 218,4 g. È massiccio o presenta una cavità? Se presenta una cavità calcolane il volume. [il cilindro presenta una cavità di 3,5 cm^3]

•• **418** Una statuetta di bronzo ($Ps = 8{,}75$) avente un volume di 500 cm^3 poggia su un piedistallo di rame ($Ps = 8{,}3$) avente un volume di 0,25 dm^3. Calcola il peso di tutta la composizione. [6,45 kg]

8 La misura degli angoli

teoria pag. 21

- ✗ Il **grado** è l'unità base per la misura degli angoli; i suoi sottomultipli sono il **primo** e il **secondo**;
- ✗ una misura angolare **ridotta in forma normale** ha i primi ed i secondi che non superano il valore di 59.

Comprensione della teoria

Indica quali delle seguenti uguaglianze nel sistema di misurazione angolare sono esatte e correggi quelle errate.

419 **a.** $1^\circ = 60'$; **b.** $1' = 60^\circ$; **c.** $1^\circ = 3600''$.

420 **a.** $120' = 2^\circ$; **b.** $180'' = 3^\circ$; **c.** $7200'' = 2^\circ$.

421 **a.** $4^\circ = 240''$; **b.** $480' = 8^\circ$; **c.** $300'' = 5'$.

422 Sottolinea quali delle seguenti misure angolari sono scritte in forma normale:
a. $56^\circ\ 36'\ 54''$; **b.** $65^\circ\ 50'\ 38''$; **c.** $12^\circ\ 63'\ 44''$.

423 Per trasformare una misura angolare in un sottomultiplo del grado si deve:
a. dividere per 10; **b.** dividere per 60; **c.** moltiplicare per 10; **d.** moltiplicare per 60.

Applicazione

Riduci in forma normale le seguenti misure angolari.

424 Esercizio guida

$56^\circ\ 202'\ 80''$.

Svolgimento

$56^\circ\ 202'\ 80'' = 56^\circ\ (180' + ...')\ (..... + 20'') = (56^\circ\ + ...)\ (22' + ...)\ 20'' = ...$

425 **a.** $34^\circ\ 76'\ 34''$; **b.** $10^\circ\ 65'\ 67''$; **c.** $87^\circ\ 98'\ 105''$.

426 **a.** $34^\circ\ 15'\ 77''$; **b.** $90^\circ\ 120'\ 154''$; **c.** $21^\circ\ 6'\ 200''$.

427 **a.** $23^\circ\ 67'\ 54''$; **b.** $78^\circ\ 19'\ 83''$; **c.** $21^\circ\ 128'\ 76''$.

428 **a.** $30^\circ\ 254'\ 2''$; **b.** $1^\circ\ 420'\ 263''$; **c.** $90^\circ\ 60'\ 129''$.

429 **a.** $32^\circ\ 456'\ 1''$; **b.** $11^\circ\ 2'\ 683''$; **c.** $29^\circ\ 210'$.

430 **a.** $64^\circ\ 458''$; **b.** $180^\circ\ 610'$; **c.** $42^\circ\ 756''$.

431 **a.** $144^\circ\ 120'$; **b.** $89'\ 235''$; **c.** $32^\circ\ 430''$.

432 **a.** $36^\circ\ 42'\ 323''$; **b.** $98^\circ\ 89'\ 61''$; **c.** $12^\circ\ 456'\ 712''$.

433 **a.** $192^\circ\ 73'\ 123''$; **b.** $74^\circ\ 86'\ 416''$; **c.** $34^\circ\ 67'\ 598''$.

434 **a.** $57^\circ\ 17'\ 229''$; **b.** $19^\circ\ 891'\ 75''$; **c.** $23^\circ\ 213'\ 412''$.

435 **a.** $71^\circ\ 754'\ 317''$; **b.** $213^\circ\ 99'\ 98''$; **c.** $142^\circ\ 236'\ 513''$.

436 **a.** $95^\circ\ 368'\ 714''$; **b.** $180^\circ\ 13'\ 76''$; **c.** $237^\circ\ 691'\ 138''$.

437 **a.** $101^\circ\ 89'\ 3''$; **b.** $252^\circ\ 156'\ 110''$; **c.** $144^\circ\ 144'\ 144''$.

438 **a.** $270^\circ\ 180'\ 90''$; **b.** $300^\circ\ 180'\ 180''$; **c.** $256^\circ\ 250'\ 196''$.

Trasforma le seguenti misure angolari, scritte nell'unità di ordine inferiore, nelle rispettive forme normali.

439 **Esercizio guida**

240 321″.

Svolgimento

Trasformiamo la misura in primi; il resto rappresenta i secondi $240\,321'' : 60 = 4005' \rightarrow$ quoziente
$21'' \rightarrow$ resto

Trasformiamo la misura in gradi; il resto rappresenta i primi $4005' : 60 = 66° \rightarrow$ quoziente
$45' \rightarrow$ resto

pertanto $240\,321'' = 66°\ 45'\ 21''$.

440 **a.** 76 952″; **b.** 181 810″; **c.** 47 405″. [21° 22′ 32″; 50° 30′ 10″; 13° 10′ 5″]

441 **a.** 19 880″; **b.** 39 296″; **c.** 34 340″. [5° 31′ 20″; 10° 54′ 56″; 9° 32′ 20″]

442 **a.** 18 984″; **b.** 12 764″; **c.** 55 176″. [5° 16′ 24″; 3° 32′ 44″; 15° 19′ 36″]

443 **a.** 10 845″; **b.** 2136″; **c.** 333′. [3° 45″; 35′ 36″; 5° 33′]

444 **a.** 86 732″; **b.** 55 614″; **c.** 77 410″. [24° 5′ 32″; 15° 26′ 54″; 21° 30′ 10″]

445 **a.** 160 585″; **b.** 181 455″; **c.** 142 096″. [44° 36′ 25″; 50° 24′ 15″; 39° 28′ 16″]

Trasforma le seguenti misure angolari nell'unità di ordine inferiore.

446 **Esercizio guida**

22° 31′ 10″.

Svolgimento

$22°\ 31'\ 10'' = (22 \cdot 3600)'' + (31 \cdot .....)'' + 10'' = 79\,200'' + ...'' + 10'' = 81\,070''$.

447 **a.** 21° 32′ 44″; **b.** 10° 12′ 41″; **c.** 1° 55′ 59″. [77 564″; 36761″; 6959″]

448 **a.** 6° 2′ 33″; **b.** 15° 21′ 19″; **c.** 9° 3′ 57″. [21753″; 55279″; 32637″]

449 **a.** 22° 31′ 10″; **b.** 76° 29′ 20″; **c.** 90° 54′ 1″. [81070″; 275360″; 327241″]

450 **a.** 88° 40′ 31″; **b.** 91° 49′ 44″; **c.** 124° 3′ 6″. [319231″; 330584″; 446586″]

451 **a.** 16° 5′ 36″; **b.** 21° 31′ 39″; **c.** 45° 13′ 55″. [57936″; 77499″; 162835″]

452 **a.** 34° 48″; **b.** 56′ 50″; **c.** 80° 27′. [122448″; 3410″; 4827′]

Esegui le seguenti addizioni con misure angolari e, se necessario, trasforma il risultato in forma normale.

453 **Esercizio guida**

$18°\ 25'\ 36'' + 57°\ 6'\ 44''$

Svolgimento

Eseguiamo l'addizione mettendo in colonna

$18°\ 25'\ 36''\ +$
$57°\ \ 6'\ 44''\ =$

....° ....′ 80″ → angolo ridotto in forma normale: .....° .....′ 20″.

454 **a.** 4° 34′ 56″ + 45° 13′ 13″; **b.** 19° 32′ 14″ + 54° 48′ 59″. [49° 48′ 9″; 74° 21′ 13″]

455 **a.** $7° \, 53' \, 15'' + 71° \, 25' \, 38''$; **b.** $24° \, 19' \, 29'' + 33° \, 6' \, 4''$. [$79° \, 18' \, 53''$; $57° \, 25' \, 33''$]

456 **a.** $48° \, 50' \, 19'' + 16° \, 21' \, 27''$; **b.** $26° \, 52' \, 24'' + 89° \, 32' \, 58''$. [$65° \, 11' \, 46''$; $116° \, 25' \, 22''$]

457 **a.** $54° \, 27' \, 25'' + 74° \, 21' \, 23''$; **b.** $37° \, 46' \, 12'' + 19° \, 2' \, 11''$. [$128° \, 48' \, 48''$; $56° \, 48' \, 23''$]

458 **a.** $19° \, 45' \, 49'' + 24° \, 32' \, 13''$; **b.** $37° \, 17' \, 12'' + 46° \, 22' \, 37''$. [$44° \, 18' \, 2''$; $83° \, 39' \, 49''$]

459 **a.** $68° \, 18' \, 43'' + 110° \, 47' \, 12''$; **b.** $3° \, 8' \, 25'' + 78° \, 42' \, 41''$. [$179° \, 5' \, 55''$; $81° \, 51' \, 6''$]

460 **a.** $87° \, 37' \, 12'' + 12° \, 66' \, 53''$; **b.** $62° \, 31' \, 35'' + 96° \, 27' \, 29''$. [$100° \, 44' \, 5''$; $158° \, 59' \, 4''$]

461 **a.** $37° \, 55' \, 52'' + 43° \, 55' \, 9''$; **b.** $71° \, 56' \, 41'' + 33° \, 23' \, 3''$. [$81° \, 51' \, 1''$; $105° \, 19' \, 44''$]

462 **a.** $88° \, 2' \, 54'' + 42° \, 27' \, 7''$; **b.** $13° \, 19' \, 5'' + 24° \, 17' \, 56''$. [$130° \, 30' \, 1''$; $37° \, 37' \, 1''$]

463 **a.** $43° \, 21' \, 12'' + 63° \, 59' \, 54''$; **b.** $82° \, 42' \, 52'' + 40° \, 3' \, 53''$. [$107° \, 21' \, 6''$; $122° \, 46' \, 45''$]

464 $3° \, 1' \, 54'' + 79° \, 13' \, 25'' + 37° \, 17' \, 12''$. [$119° \, 32' \, 31''$]

465 $12° \, 25' \, 36'' + 16° \, 38' \, 40'' + 36° \, 44' \, 56''$. [$65° \, 49' \, 12''$]

466 $41° \, 18' \, 27'' + 36° \, 30' \, 17'' + 7° \, 19' \, 45''$. [$85° \, 8' \, 29''$]

467 $20° \, 42' \, 34'' + 98° \, 54' \, 41'' + 23° \, 20' \, 5''$. [$142° \, 57' \, 20''$]

468 $85° \, 51' \, 16'' + 40° \, 18' \, 41'' + 17° \, 29' \, 19''$. [$143° \, 39' \, 16''$]

469 $4° \, 13' \, 19'' + 62° \, 29' \, 37'' + 29° \, 57' \, 32''$. [$96° \, 40' \, 28''$]

470 $26° \, 50' \, 27'' + 15° \, 16'' + 134° \, 14' \, 42''$. [$176° \, 5' \, 25''$]

471 $46° \, 38' \, 2'' + 24° \, 13' \, 11'' + 64° \, 3' \, 37''$. [$134° \, 54' \, 50''$]

472 $102° \, 16' \, 26'' + 59° \, 7' \, 45'' + 77° \, 28' \, 2''$. [$238° \, 52' \, 13''$]

473 $10° \, 24' \, 47'' + 37° \, 1' \, 20'' + 31° \, 23' \, 16''$. [$78° \, 49' \, 23''$]

474 $21° \, 16' \, 27'' + 12° \, 12' \, 54'' + 24° \, 46' \, 3''$. [$58° \, 15' \, 24''$]

475 $40° \, 1' \, 54'' + 11° \, 30' \, 39'' + 147° \, 18' \, 25''$. [$198° \, 50' \, 58''$]

476 $88° \, 27' \, 14'' + 64° \, 17' \, 14'' + 1° \, 21' \, 8''$. [$154° \, 5' \, 36''$]

477 $71° \, 23' \, 29'' + 41° \, 56' \, 32'' + 110° \, 42' \, 58''$. [$224° \, 2' \, 59''$]

478 $46° \, 59' \, 58'' + 13° \, 39' \, 44'' + 34° \, 24' \, 55''$. [$95° \, 4' \, 37''$]

479 $83° \, 53' \, 44'' + 69° \, 22' \, 50'' + 53° \, 54' \, 49''$. [$207° \, 11' \, 23''$]

480 $45° \, 57' \, 28'' + 28° \, 23' \, 55'' + 37° \, 57' \, 44''$. [$112° \, 19' \, 7''$]

481 $22° \, 51' \, 47'' + 17° \, 44' \, 43'' + 101° \, 28' \, 51''$. [$142° \, 5' \, 21''$]

482 $46° \, 7' \, 47'' + 92° \, 33' \, 42'' + 10° \, 11' \, 58''$. [$148° \, 53' \, 27''$]

483 $4° \, 40' \, 40'' + 91° \, 15' \, 56'' + 79° \, 16' \, 54'' + 37° \, 37' \, 49''$. [$212° \, 51' \, 19''$]

484 $90° \, 58' \, 7'' + 12° \, 47' \, 46'' + 5° \, 52' \, 9'' + 42° \, 50' \, 51''$. [$152° \, 28' \, 53''$]

485 $7° \, 12' \, 36'' + 10° \, 33' \, 36'' + 25° \, 33' + 36° \, 47' \, 57''$. [$80° \, 7' \, 9''$]

486 $34° \, 51' + 50° \, 22' \, 56'' + 29° \, 26' \, 49'' + 25' \, 58''$. [$115° \, 6' \, 43''$]

487 $2° \, 27' + 13° \, 29' \, 24'' + 26° \, 30' \, 36'' + 44° \, 48' \, 36''$. [$87° \, 15' \, 36''$]

Esegui le seguenti sottrazioni con misure angolari.

488 Esercizio guida

$56° \, 18' \, 4'' - 24° \, 32' \, 16''$.

Svolgimento
Per svolgere la sottrazione osserviamo che non possiamo sottrarre né i primi né i secondi e dobbiamo andare a prestito dei gradi:

$$\begin{array}{l} 56°\ 18'\ \ 4'' - \\ 24°\ 32'\ 16'' = \\ \hline \end{array} \longrightarrow \begin{array}{l} 55°\ 77'\ 64'' - \\ 24°\ 32'\ 16'' = \\ \hline ....°\ ....'\ ....'' \end{array}$$

489 **a.** 84° 28′ 22″ – 3° 6′ 13″; **b.** 100° 44′ 49″ – 7° 25′ 28′. [81° 22′ 9″; 93° 19′ 21″]

490 **a.** 45° 31′ 18″ – 32° 43′ 15″; **b.** 103° 17′ 24″ – 46° 20′ 47′. [12° 48′ 3″; 56° 56′ 37″]

491 **a.** 37° 22′ 8″ – 19° 8′ 15″; **b.** 73° 40′ 17″ – 68° 42′ 34″. [18° 13′ 53″; 4° 57′ 43″]

492 **a.** 34° 12′ 54″ – 27° 56′ 14″; **b.** 342° 53′ 14″ – 23° 5′ 31″. [6° 16′ 40″; 319° 47′ 43″]

493 **a.** 47° 37′ 15″ – 17° 6′ 53″; **b.** 94° 58′ 11″ – 86° 55′ 14″. [30° 30′ 22″; 8° 2′ 57″]

494 **a.** 123° 46′ 36″ – 74° 57′ 47″; **b.** 117° 37′ 12″ – 18° 16′ 26″. [48° 48′ 49″ 99° 20′ 46″]

495 **a.** 40° 22′ 51″ – 38° 25′ 25″; **b.** 51° 48′ 16″ – 34° 35′ 21″. [1° 57′ 26″; 17° 12′ 55″]

496 **a.** 114° 56′ 12″ – 12° 57′ 30″; **b.** 74° 14′ 11″ – 2° 43′ 56″. [101° 58′ 42″; 71° 30′ 15″]

● **497** 52° 10′ 48″ – 16° 15′ 36″ – 14° 32′ 24″. [21° 22′ 48″]

● **498** 36° 12′ 36″ – 15° 49′ 12″ – 10° 20′ 24″. [10° 3′]

● **499** 24° 15′ – 12° 31′ 48″ – 2° 29′ 24″. [9° 13′ 48″]

● **500** 17° 23′ – 4° 25′ 25″ – 5° 13′ 17″. [7° 44′ 18″]

●● **501** 31° 45″ – 20° 15′ 53″ – 6° 49′ 56″. [3° 54′ 56″]

●● **502** 56° 25′ – 18° 30″ – 16° 50″. [22° 23′ 40″]

●● **503** 136°32′ – 100° 39″ – 16° 56′ 42″. [19° 34′ 39″]

Esegui le seguenti moltiplicazioni di una misura angolare per un numero naturale e scrivi il risultato in forma normale.

504 Esercizio guida

25° 45′ 32″ · 4.

Svolgimento

$$\begin{array}{r} 25°\ 45'\ \ \ 32''\ \cdot \\ 4\ = \\ \hline \end{array}$$

....° ....′ 128″ → angolo ridotto in forma normale .....° .....′ 8″.

505 **a.** 21° 2′ 12″ · 3; **b.** 18° 15′ 36″ · 5. [63° 6′ 36″; 91° 18′]

506 **a.** 1° 39′ · 6; **b.** 45° 12′ 36″ · 3. [9° 54′; 135° 37′ 48″]

507 **a.** 92° 37′ 46″ · 2; **b.** 45° 19′ 31″ · 4. [185° 15′ 32″; 181° 18′ 4″]

508 **a.** 19° 42′ 14″ · 6; **b.** 71° 7′ 14″ · 5. [118° 13′ 24″; 355° 36′ 10″]

509 **a.** 36° 42′ 18″ · 3; **b.** 73° 3′ 17″ · 3. [110° 6′ 54″; 219° 9′ 51′]

510 **a.** 74° 56′ 41″ · 4; **b.** 29° 47′ 9″ · 7. [299° 46′ 44″; 208° 30′ 3″]

511 **a.** 19° 27′ 31″ · 8; **b.** 83° 55′ 12″ · 4. [155° 40′ 8″; 335° 40′ 48″]

512 **a.** 52° 4′ 59″ · 3; **b.** 89° 41′ 12″ · 2. [156° 14′ 57″; 179° 22′ 24″]

513 **a.** $76° 45' 19'' \cdot 4$; **b.** $91° 8' 9'' \cdot 3$. [307° 1′ 16″; 273° 24′ 27″]

514 **a.** $44° 8' 33'' \cdot 6$; **b.** $78° 24' 49'' \cdot 4$. [264° 51′ 18″; 313° 39′ 16″]

515 **a.** $12° 33' 42'' \cdot 8$; **b.** $113° 25' 51'' \cdot 3$. [100° 29′ 36″; 340° 17′ 33″]

516 **a.** $25° 27' 46'' \cdot 7$; **b.** $18° 12' 56'' \cdot 16$. [178° 14′ 22″; 291° 26′ 56″]

517 **a.** $52° 16' 18'' \cdot 4$; **b.** $11° 14' 34'' \cdot 12$. [209° 5′ 12″; 134° 54′ 48″]

518 **a.** $64° 21' 10'' \cdot 5$; **b.** $29° 21' 42'' \cdot 10$. [321° 45′ 50″; 293° 37′]

519 **a.** $74° 8' 56'' \cdot 2$; **b.** $85° 11' 51'' \cdot 3$. [148° 17′ 52″; 255° 35′ 33″]

520 **a.** $47° 24' 57'' \cdot 6$; **b.** $71° 45' 12'' \cdot 5$. [284° 29′ 42″; 358° 46′]

521 **a.** $31° 17' 45'' \cdot 7$; **b.** $7° 29' 28'' \cdot 21$. [219° 4′ 15″; 157° 18′ 48″]

522 **a.** $56° 14' 26'' \cdot 3$; **b.** $29° 31' 40'' \cdot 6$. [168° 43′ 18″; 177° 10′]

523 **a.** $49° 47' 35'' \cdot 5$; **b.** $5° 41' 26'' \cdot 15$. [248° 57′ 55″; 85° 21′ 30″]

524 **a.** $16° 28' 49'' \cdot 9$; **b.** $69° 24' 34'' \cdot 3$. [148° 19′ 21″; 208° 13′ 42″]

525 **a.** $74° 38' 31'' \cdot 2$; **b.** $12° 24' 14'' \cdot 11$. [149° 17′ 2″; 136° 26′ 34″]

Esegui le seguenti divisioni di una misura angolare per un numero naturale.

526 **Esercizio guida**

$69° 21' 39'' : 3$.

Svolgimento

$69° 21' 39'' : 3 \quad \rightarrow \quad 69° : 3 = 23°; \qquad 21' : 3 = ...'; \qquad .....'' : 3 = ...''$

Pertanto $69° 21' 39'' : 3 = ...° \ .....' \ .....''$.

527 **a.** $34° 16' 48'' : 8$; **b.** $85° 12' : 10$. [4° 17′ 6″; 8° 31′ 12″]

528 **a.** $214° 12' : 12$; **b.** $46° 18' 25'' : 5$. [17° 51′; 9° 15′ 41″]

529 **a.** $29° 42' 10'' : 2$; **b.** $55° 21' 10'' : 5$. [14° 51′ 5″; 11° 4′ 14″]

530 **a.** $47° 16' 42'' : 3$; **b.** $13° 54' 12'' : 6$. [15° 45′ 34″; 2° 19′ 2″]

531 **a.** $232° 42' 33'' : 3$; **b.** $39° 8' 20'' : 4$. [77° 34′ 11″; 9° 47′ 5′]

532 **a.** $101° 45' 42' : 3$; **b.** $145° 52' 24'' : 2$. [33° 55′ 14″; 72° 56′ 12″]

533 **a.** $290° 5' 48'' : 2$; **b.** $328° 22' 51'' : 3$. [145° 2′ 54″; 109° 27′ 37″]

534 **a.** $342° 10' : 10$; **b.** $296° 4' 50'' : 5$. [34° 13′; 59° 12′ 58″]

535 **a.** $308° 44' 6'' : 2$; **b.** $350° 25' 12'' : 3$. [154° 22′ 3″; 116° 48′ 24″]

536 **a.** $243° 38' 12'' : 3$; **b.** $291° 52' 45'' : 5$. [81° 12′ 44″; 58° 22′ 33″]

537 **a.** $330° 37' 32'' : 7$; **b.** $64° 23' 5'' : 5$. [47° 13′ 56″; 12° 52′ 37″]

538 **a.** $189° 27' 50'' : 5$; **b.** $14° 29' 44'' : 4$. [37° 53′ 34″; 3° 37′ 26″]

539 **a.** $257° 17' 48'' : 14$; **b.** $226° 14' 5'' : 5$. [18° 22′ 42″; 45° 14′ 49″]

540 **a.** $188° 16' 56'' : 8$; **b.** $218° 22' 22'' : 7$. [23° 32′ 7″; 31° 11′ 46″]

541 **a.** $169° 19' 8'' : 4$; **b.** $192° 3' 14'' : 11$. [42° 19′ 47″; 17° 27′ 34″]

542 **a.** $170° 29' 56'' : 4$; **b.** $328° 20' 9'' : 19$. [42° 37′ 29″; 17° 16′ 51″]

543 **a.** $251° 33' 42'' : 6$; **b.** $271° 6' 45'' : 23$. [41° 55′ 37″; 11° 47′ 15″]

544 a. $145° 41' 9'' : 11$; b. $238° 34' 4'' : 7$. [$13° 14' 39''$; $34° 4' 52''$]

545 a. $306° 56' 40'' : 20$; b. $322° 4' 48'' : 16$. [$15° 20' 50''$; $20° 7' 48''$]

Calcola il valore delle seguenti espressioni.

546 Esercizio guida

$(37° 16' : 4) + (81° 26' 24'' + 5° 39' 36'') : 3$.

Svolgimento

$(37° 16' : 4) + (81° 26' 24'' + 5° 39' 36'') : 3 = 9° 19' + ...° 6' : 3 = 9° 19' + 29° 2' =$ ....

547 $14° 51' + 12° 37' 12'' - 11° 24'$. [$16° 4' 12''$]

548 $56° 7' 12'' - 8° 57' 36'' + 19° 13' 48''$. [$66° 23' 24''$]

549 $12° 28' 48'' + 93° 33' - 16° 14' 24'' + 31° 25' 48''$. [$121° 13' 12''$]

● **550** $(69° 12' 36'' - 12° 45' 36'' + 5° 58' 48'') : 4 \cdot 5$. [$78° 2' 15''$]

● **551** $[(56° 27' 30'' : 5 - 10° 15' 25'') \cdot 3] + 3° 54''$. [$6° 7' 9''$]

● **552** $[(23° 42' + 77° 30') : 5] - (6° 16' 12'' + 39° 33' 36'') : 4 + 28° 36'$. [$37° 22' 57''$]

●● **553** $\{[(2° 26' 24'' + 5° 49' 12'' - 3° 14' 24'') \cdot 2] + (5° 36'' + 2° 53' 24'') \cdot 3\} : 2$. [$16° 52' 12''$]

Risolvi i seguenti problemi con misure angolari.

554 La somma delle ampiezze di due angoli è 150°. Calcola la misura dell'angolo maggiore sapendo che il minore è ampio 72°. [78°]

555 La differenza delle ampiezze di due angoli è 82°. Calcola la misura dell'angolo maggiore sapendo che il minore è ampio 36°. [118°]

556 La somma delle ampiezze di due angoli è $83° 27' 42''$. Calcola la misura dell'angolo maggiore, sapendo che l'angolo minore è ampio $23° 20' 50''$. [$60° 6' 52''$]

557 La differenza delle ampiezze di due angoli è $54° 12' 36''$. Calcola la misura dell'angolo minore, sapendo che l'angolo maggiore è ampio $145° 49' 12''$. [$91° 36' 36''$]

558 Calcola la differenza di due angoli ampi rispettivamente $5792'$ e $2780'$ e scrivi il risultato in forma normale. [$50° 12'$]

559 Calcola la somma di due angoli ampi rispettivamente $6330'$ e $6020'$ e scrivi il risultato in forma normale. [$205° 50'$]

560 Calcola la somma di due angoli ampi rispettivamente $171318''$ e $142103''$ e scrivi il risultato in forma normale. [$87° 3' 41''$]

561 Calcola la differenza di due angoli ampi rispettivamente $563387''$ e $143818''$ e scrivi il risultato in forma normale. [$116° 32' 49''$]

562 Calcola le ampiezze di tre angoli sapendo che il primo è ampio $31° 25' 12''$, il secondo è doppio del primo e il terzo è tre volte più piccolo del secondo. [$62° 50' 24''$; $20° 56' 48''$]

● **563** Sapendo che $\alpha = 7 \cdot \beta$ e che $\alpha + \beta = 180°$, calcola la misura di α e β. [$\alpha = 157° 30'$; $\beta = 22° 30'$]

● **564** Sapendo che $\alpha = 4 \cdot \beta$ e che $\alpha - \beta = 54° 54' 54''$, calcola la misura di α e β. [$\alpha = 73° 13' 12''$; $\beta = 18° 18' 18''$]

● **565** La somma di due angoli vale $53° 3' 43''$ e la loro differenza vale $24° 24' 11''$. Calcola la misura dei due angoli. [$38° 43' 57''$; $14° 19' 46''$]

● **566** Calcola le ampiezze di due angoli sapendo che la loro somma misura $64° 34' 12''$, mentre la loro differenza misura $12° 27' 36''$. [$26° 3' 18''$; $38° 30' 54''$]

567 La somma e la differenza delle ampiezze di due angoli misurano rispettivamente 131° 46′ 44″ e 36° 36′ 12″. Quanto sono ampi i due angoli? [84° 11′ 28″; 47° 35′ 16″]

568 La somma di tre angoli misura 285°. Calcola l'ampiezza di ciascun angolo sapendo che il secondo supera il primo di 15° ed il terzo supera il secondo di 45°. [70°; 85°; 130°]

569 La somma di due angoli misura 349° 34′ 28″. Calcola l'ampiezza dei due angoli sapendo che la misura del secondo supera il doppio dell'ampiezza del primo di 12° 46′ 28″. [112° 16′; 237° 18′ 28″]

570 La differenza di due angoli misura 10° 12′ 30′′. Calcola l'ampiezza dei due angoli sapendo che il più piccolo è congruente alla metà di un angolo ampio 50° 33′ 4″. [25° 16′ 32″; 35° 29′ 2″]

571 La somma di due angoli misura 225° 47′ 46″. Calcola l'ampiezza dei due angoli sapendo che il maggiore è congruente al doppio di un angolo ampio 59° 34′ 31″. [119° 9′ 2″; 106° 38′ 44″]

572 La somma delle ampiezze di tre angoli è 90° 26′ 40″. Sapendo che il primo è ampio 35° 25′ 12″ e gli altri due sono congruenti, calcolane l'ampiezza. [27° 30′ 44″]

573 Un angolo è ampio 325° ed è diviso in tre parti. La prima è il triplo della seconda e questa è uguale alla terza. Calcola la misura di ciascuna parte. [195°; 65°; 65°]

574 Due angoli hanno per somma 170°; sapendo che l'ampiezza del primo supera di 20° il doppio dell'ampiezza del secondo, calcola la misura dei due angoli. [120°; 50°]

575 La somma di quattro angoli misura 180°. Calcola l'ampiezza di ciascun angolo sapendo che il secondo è il doppio del primo, il terzo è il triplo del primo e il quarto è il doppio del terzo. [15°; 30°; 45°; 90°]

576 La somma delle ampiezze di due angoli è 128° 37′ 19″. Calcola l'ampiezza dei due angoli sapendo che il primo supera il doppio del secondo di 13° 20′ 13″. [90° 11′ 37″; 38° 25′ 42″]

577 Siano dati tre angoli tali che l'ampiezza del secondo sia doppia di quella del primo più 10°, quella del terzo sia doppia di quella del secondo più 20°. Calcola la misura dei tre angoli sapendo che la loro somma è ampia 190°. [20°; 50°; 120°]

578 Siano dati tre angoli tali che il secondo è il doppio del primo più 18° 20′, il terzo è il doppio del secondo più 30° 12′. Sapendo che la somma dei tre angoli misura 256° 7′, calcola l'ampiezza di ognuno dei tre angoli. [24° 25′; 67° 10′; 164° 32′]

579 La somma delle misure di quattro angoli è 79° 18′ 38″. Calcola l'ampiezza di ciascun angolo sapendo che il secondo è maggiore del primo di 32′, il terzo supera il secondo di 38′ e il quarto è maggiore del terzo di 50″. [19° 6′ 27″; 19° 38′ 27″; 20° 16′ 27″; 20° 17′ 17″]

9 Le misure di tempo

teoria pag. 24

- Il **secondo** è l'unità base per la misura del tempo; i principali multipli sono il **minuto**, l'**ora**, il **giorno**, il **mese**, l'**anno**; i principali sottomultipli sono il **decimo** e il **centesimo**;
- una misura di tempo **ridotta in forma normale** ha un numero di secondi e di minuti che non supera il numero 59; un numero di ore che non supera 23; un numero di giorni che non supera 29; un numero di mesi che non supera 11.

Comprensione della teoria

580 Per trasformare il secondo in un suo sottomultiplo si deve moltiplicare per:
a. 60; **b.** 10; **c.** 365; **d.** 24.

581 Il sistema di misurazione del tempo è un sistema misto; in particolare per i sottomultipli del secondo il sistema è:
a. sessagesimale; **b.** decimale;
c. con salti di ampiezza variabile; **d.** nessuna delle precedenti.

582 Sottolinea quali delle seguenti misure di tempo sono scritte in forma normale:
a. $60^h\ 59^m\ 59^s$; **b.** $23^h\ 50^m\ 56^s$; **c.** $29^g\ 23^h\ 59^m$.

Applicazione

Riduci in forma normale le seguenti misure di tempo.

583 **Esercizio guida**

$62^h\ 135^m\ 60^s$.

Svolgimento

$62^h\ 135^m\ 60^s = (48^h + ...)\ (120^m + ...)\ (..... + ...) = ...^g\ (..... + ...)\ (..... + ...) = ...$

584 **a.** $4^h\ 26^m\ 78^s$; **b.** $14^h\ 75^m\ 23^s$; **c.** $25^h\ 32^m\ 78^s$.

585 **a.** $8^g\ 31^h\ 128^s$; **b.** $21^h\ 140^m\ 102^s$; **c.** $8^g\ 49^h\ 38^m$.

586 **a.** $20^h\ 65^m\ 76^s$; **b.** $34^h\ 235^s$; **c.** $45^g\ 32^h\ 68^m\ 432^s$.

587 **a.** $7^g\ 36^h\ 128^s$; **b.** $42^h\ 89^m\ 61^s$; **c.** $2^g\ 784^m\ 46^s$.

588 **a.** $3^g\ 13^h\ 34^m\ 141^s$; **b.** $18^g\ 34^m\ 1198^s$; **c.** $4^g\ 78^h\ 75^m\ 471^s$.

589 **a.** $37^h\ 99^m\ 423^s$; **b.** $113^h\ 45^m\ 629^s$; **c.** $62^g\ 458^h\ 77^m\ 41^s$.

590 **a.** $3^g\ 85^m\ 174^s$; **b.** $4^g\ 27^h\ 62^s$; **c.** $97^h\ 218^m\ 124^s$.

591 **a.** $45^g\ 19^m\ 541^s$; **b.** $145^h\ 66^m\ 17^s$; **c.** $44^g\ 96^h\ 1000^s$.

592 **a.** $14^M\ 45^g\ 18^h\ 210^m$; **b.** $25^M\ 87^h\ 480^s$; **c.** $124^h\ 205^m\ 560^s$.

593 **a.** $5^M\ 48^g\ 27^h$; **b.** $10^M\ 84^g\ 44^h$; **c.** $16^M\ 35^h\ 89^m$.

594 **a.** $15^M\ 32^g\ 25^h\ 36^m\ 154^s$; **b.** $42^M\ 73^g\ 90^h\ 324^s$; **c.** $19^M\ 54^g\ 45^h\ 77^m\ 140^s$.

595 **a.** $16^A\ 18^M\ 27^h\ 86^m\ 105^s$; **b.** $32^M\ 102^g\ 105^h\ 124^m$; **c.** $13^A\ 50^M\ 150^g\ 200^h\ 125^m 24^s$.

Trasforma le seguenti misure di tempo, scritte nell'unità di ordine inferiore, nelle rispettive forme normali.

596 **Esercizio guida**

36882^m.

Svolgimento

Trasformiamo la misura in ore dividendo 36882 per 60.

$36882^m \rightarrow 36882^m : 60 = ...^h \rightarrow$ quoziente

$42^m \rightarrow$ resto

Trasformiamo il quoziente ottenuto in giorni dividendo .... per 24.

$.......^h : 24 = ...^g \rightarrow$ quoziente

$14^h \rightarrow$ resto

pertanto $36882^m = 25^g\ 14^h\ 42^m$.

597 **a.** 91548^s; **b.** 128556^s; **c.** 144^m. [$1^g\ 1^h\ 25^m\ 48^s$; $1^g\ 11^h\ 42^m\ 36^s$; $2^h\ 24^m$]

598 **a.** 1728^s; **b.** 21852^s; **c.** 3265^m. [$28^m\ 48^s$; $6^h\ 4^m\ 12^s$; $2^g\ 6^h\ 25^m$]

599 **a.** 3682^m; **b.** 3952^h; **c.** 840^g. [$2^g\ 13^h\ 22^m$; $5^M\ 14^g\ 16^h$; $2^A\ 4^M$]

600 **a.** 8180^m; **b.** 2233^h; **c.** 2600184^s. [$5^g\ 16^h\ 20^m$; $3^M\ 3^g\ 1^h$; $1^M\ 2^h\ 16^m\ 24^s$]

● **601** **a.** $12\,256^h$; **b.** $266\,426^m$; **c.** $12\,330^h$. $[1^A\ 5^M\ 16^h;\ 6^M\ 5^g\ 26^m;\ 1^A\ 5^M\ 3^g\ 18^h]$

● **602** **a.** $131\,099^s$; **b.** $163\,964^s$; **c.** $291\,804^s$. $[1^g\ 12^h\ 24^m\ 59^s;\ 1^g\ 21^h\ 32^m\ 44^s;\ 3^g\ 9^h\ 3^m\ 24^s]$

● **603** **a.** 520^g; **b.** $152\,170^m$; **c.** $58\,320\,018^s$. $[1^A\ 5^M\ 10^g;\ 3^M\ 15^g\ 16^h\ 10^m;\ 1^A\ 10^M\ 15^g\ 18^s]$

Riduci le seguenti misure di tempo, scritte in forma normale, nelle unità di ordine inferiore.

604 **Esercizio guida**

$25^g\ 14^h\ 1^s$.

Svolgimento

$25^g\ 14^h\ 1^s = (\ldots\ldots \cdot 24 \cdot 3600)^s + (\ldots\ldots \cdot \ldots\ldots)^s + \ldots\ldots = \ldots\ldots + \ldots\ldots + \ldots\ldots = \ldots\ldots$

605 **a.** $3^h\ 16^m\ 23^s$; **b.** $13^h\ 15^m\ 45^s$; **c.** $4^g\ 12^h$. $[11783^s;\ 47745^s;\ 108^h]$

606 **a.** $4^h\ 32^m\ 54^s$; **b.** $8^h\ 6^m\ 41^s$; **c.** $10^h\ 3^m\ 30^s$. $[16374^s;\ 29201^s;\ 36210^s]$

607 **a.** $5^g\ 16^m\ 4^s$; **b.** $24^g\ 21^h\ 44^m$; **c.** $9^g\ 10^h\ 16^s$. $[432964^s;\ 35864^m;\ 813616^s]$

608 **a.** $4^M\ 12^h$; **b.** $5^M\ 5^g\ 1^h$; **c.** $1^A\ 4^g\ 10^m$. $[2892^h;\ 3721^h;\ 524170^m]$

● **609** **a.** $10^g\ 20^h\ 15^m\ 16^s$; **b.** $3^A\ 20^h\ 51^m$; **c.** $6^A\ 25^g\ 13^s$. $[936916^s;\ 1556451^m;\ 188784013^s]$

●● **610** **a.** $2^M\ 5^g\ 34^m$; **b.** $2^A\ 5^M\ 3^g\ 4^h\ 2^m\ 6^s$; **c.** $5^A\ 1^g\ 1^h$. $[93634^m;\ 75441726^s;\ 43225^h]$

●● **611** **a.** $2^A\ 3^M\ 1^g\ 2^h\ 50^m$; **b.** $10^A\ 5^M\ 25^s$; **c.** $1^A\ 4^M\ 6^g\ 6^h\ 45^m\ 16^s$. $[1168010^m;\ 324000025^s;\ 42014716^s]$

Esegui le seguenti addizioni con misure di tempo e scrivi il risultato in forma normale.

612 **Esercizio guida**

$25^h\ 16^m\ 54^s + 6^h\ 32^m\ 9^s$.

Svolgimento

Eseguiamo l'addizione mettendo in colonna:

$$\begin{array}{r} 25^h\ 16^m\ 54^s\ + \\ 6^h\ 32^m\ \ 9^s\ = \\ \hline \ldots^h\ \ldots^m\ \ldots^s \end{array}$$

che ridotto in forma normale diventa ....

● **613** **a.** $6^h\ 12^m\ 22^s + 13^h\ 4^m\ 56^s$; **b.** $3^h\ 45^m\ 27^s + 12^h\ 5^m\ 23^s$. $[19^h\ 17^m\ 18^s;\ 15^h\ 50^m\ 50^s]$

● **614** **a.** $23^h\ 55^m\ 36^s + 3^g\ 17^h\ 52^m\ 41^s$; **b.** $15^h\ 36^m\ 41^s + 19^h\ 27^m\ 36^s$. $[4^g\ 17^h\ 48^m\ 17^s;\ 1^g\ 11^h\ 4^m\ 17^s]$

● **615** **a.** $19^h\ 35^m\ 49^s + 21^h\ 19^m\ 12^s$; **b.** $17^h\ 5^m\ 31^s + 5^h\ 58^m\ 12^s$. $[1^g\ 16^h\ 55^m\ 1^s;\ 23^h\ 3^m\ 43^s]$

● **616** **a.** $14^h\ 23^m\ 47^s + 18^h\ 54^m\ 14^s$; **b.** $22^h\ 47^m\ 7^s + 8^h\ 16^m\ 28^s$. $[1^g\ 9^h\ 18^m\ 1^s;\ 1^g\ 7^h\ 3^m\ 35^s]$

● **617** **a.** $2^g\ 21^h\ 14^m\ 45^s + 23^h\ 19^m\ 18^s$; **b.** $4^h\ 24^m\ 26^s + 9^g\ 20^h\ 7^m\ 46^s$. $[3^g\ 20^h\ 34^m\ 3^s;\ 10^g\ 32^m\ 12^s]$

● **618** **a.** $7^g\ 19^h\ 54^m\ 23^s + 4^h\ 52^m\ 19^s$; **b.** $8^h\ 14^m\ 25^s + 1^g\ 23^h\ 36^m\ 9^s$. $[8^g\ 46^m\ 42^s;\ 2^g\ 7^h\ 50^m\ 34^s]$

● **619** **a.** $10^g\ 22^h\ 5^m\ 17^s + 8^g\ 14^h\ 12^m\ 57^s$; **b.** $6^g\ 6^h\ 12^m\ 34^s + 9^g\ 20^h\ 10^m\ 15^s$. $[19^g\ 12^h\ 18^m\ 14^s;\ 16^g\ 2^h\ 22^m\ 49^s]$

● **620** **a.** $18^h\ 20^m\ 51^s + 4^h\ 37^m\ 12^s$; **b.** $11^h\ 17^m\ 32^s + 4^g\ 13^h\ 47^m\ 49^s$. $[22^h\ 58^m\ 3^s;\ 5^g\ 1^h\ 5^m\ 21^s]$

● **621** **a.** $16^h\ 18^m\ 7^s + 1^g\ 13^h\ 43^m\ 48^s$; **b.** $19^h\ 14^m\ 59^s + 23^h\ 14^m\ 37^s$. $[2^g\ 6^h\ 1^m\ 55^s;\ 1^g\ 18^h\ 29^m\ 36^s]$

● **622** **a.** $4^g\ 14^h\ 57^m\ 27^s + 5^g\ 19^h\ 32^m\ 16^s$; **b.** $17^h\ 29^m\ 25^s + 2^g\ 4^h\ 27^m\ 19^s$. $[10^g\ 10^h\ 29^m\ 43^s;\ 2^g\ 21^h\ 56^m\ 44^s]$

● **623** **a.** $2^h\ 3^m\ 36^s + 5^h\ 20^m\ 24^s + 12^h\ 36^m\ 36^s$; **b.** $1^M\ 2^g\ 16^h\ 40^m + 1^g\ 6^h\ 25^m + 57^m$. $[20^h\ 36^s;\ 1^M\ 4^g\ 2^m]$

●**624** $5^A\,6^M\,20^h + 8^M\,16^h\,25^m + 3^A\,2^M\,36^m$. [$9^A\,4^M\,1^g\,13^h\,1^m$]

●**625** $14^h\,54^m\,6^s + 3^g\,18^h\,32^m\,19^s + 4^h\,16^m\,43^s$. [$4^g\,13^h\,43^m\,8^s$]

●**626** $2^M\,4^g\,13^h\,24^m\,1^s + 29^g\,4^h\,58^m\,37^s + 3^h\,27^m\,56^s$. [$3^M\,3^g\,21^h\,50^m\,34^s$]

●**627** $25^g\,8^h\,40^m\,18^s + 2^M\,14^g\,1^h\,27^m\,19^s + 3^h\,18^m\,57^s$. [$3^M\,9^g\,13^h\,26^m\,34^s$]

●**628** $4^M\,19^h\,38^m\,50^s + 7^h\,59^m\,10^s + 4^M\,21^h\,31^m\,46^s$. [$8^M\,2^g\,1^h\,9^m\,46^s$]

●**629** $6^M\,27^g\,19^h\,45^m\,15^s + 7^g\,17^h\,39^m\,13^s + 12^g\,14^h\,37^m$. [$7^M\,18^g\,4^h\,1^m\,28^s$]

●**630** $8^M\,29^g\,25^m\,38^s + 9^g\,18^h\,19^m\,54^s + 4^M\,14^g\,16^h\,59^s$. [$1^A\,1^M\,23^g\,10^h\,46^m\,31^s$]

●**631** $11^M\,22^g\,19^h\,49^m\,16^s + 23^g\,7^h\,10^m\,10^s + 23^h\,9^m\,53^s$. [$1^A\,17^g\,2^h\,9^m\,19^s$]

●**632** $7^A\,4^M\,17^g\,12^h\,42^m\,9^s + 27^g\,10^h\,57^m\,14^s + 9^A\,8^M\,7^g\,15^h\,15^m\,46^s$. [$17^A\,1^M\,22^g\,14^h\,55^m\,9^s$]

Esegui le seguenti sottrazioni con misure di tempo.

633 **Esercizio guida**

$18^h\,35^m\,56^s - 9^h\,50^m\,44^s$.

Svolgimento

Per svolgere la sottrazione osserviamo che non possiamo sottrarre i minuti e dobbiamo andare a prestito dalle ore:

$$\begin{array}{r} 18^h\,35^m\,56^s\ - \\ 9^h\,50^m\,44^s\ = \\ \hline \end{array} \quad \longrightarrow \quad \begin{array}{r} 17^h\,95^m\,56^s\ - \\ 9^h\,50^m\,44^s\ = \\ \hline \dots^h\ \dots^m\ \dots^s \end{array}$$

634 **a.** $9^h\,32^m\,24^s - 3^h\,12^m\,36^s$; **b.** $7^h\,45^m\,48^s - 3^h\,36^m\,48^s$. [$6^h\,19^m\,48^s$; $4^h\,9^m$]

635 **a.** $9^h\,47^m\,14^s - 1^h\,38^m\,10^s$; **b.** $4^h\,7^m\,58^s - 2^h\,16^m\,24^s$. [$8^h\,9^m\,4^s$; $1^h\,51^m\,34^s$]

636 **a.** $17^h\,38^m\,41^s - 8^h\,57^m\,9^s$; **b.** $15^h\,32^m\,13^s - 7^h\,1^m\,19^s$. [$8^h\,41^m\,32^s$; $8^h\,30^m\,54^s$]

637 **a.** $14^h\,23^m\,10^s - 8^h\,45^m\,20^s$; **b.** $23^h\,44^m\,12^s - 10^h\,54^m\,12^s$. [$5^h\,37^m\,50^s$; $12^h\,50^m$]

638 **a.** $2^g\,12^h\,37^m\,21^s - 23^h\,14^m\,11^s$; **b.** $21^h\,13^m\,56^s - 58^m\,59^s$. [$1^g\,13^h\,23^m\,10^s$; $20^h\,14^m\,57^s$]

639 **a.** $4^g\,10^h\,10^m\,46^s - 1^g\,4^h\,17^m\,29^s$; **b.** $12^h\,45^m\,44^s - 9^h\,50^m\,55^s$. [$3^g\,5^h\,53^m\,17^s$; $2^h\,54^m\,49^s$]

640 **a.** $20^h\,42^m\,19^s - 17^h\,45^m\,27^s$; **b.** $14^h\,27^m\,19^s - 12^h\,16^m\,48^s$. [$2^h\,56^m\,52^s$; $2^h\,10^m\,31^s$]

●**641** $18^h\,25^m\,12^s - 3^h\,14^m\,24^s - 3^m\,33^s$. [$15^h\,7^m\,15^s$]

●**642** $6^A\,2^M\,16^g\,18^h - 5^M\,22^g\,20^h - 10^M\,28^g\,23^h\,19^m$. [$4^A\,9^M\,24^g\,22^h\,41^m$]

●●**643** $17^h\,20^m\,19^s - 1^h\,14^m\,50^s - 4^h\,19^m\,17^s$. [$11^h\,46^m\,12^s$]

●●**644** $14^h\,15^m\,27^s - 3^h\,19^m\,59^s - 7^h\,41^m\,37^s$. [$3^h\,13^m\,51^s$]

●●**645** $3^g\,19^h\,28^m\,16^s - 2^g\,21^h\,56^m\,41^s - 13^h\,14^m\,56^s$. [$8^h\,16^m\,39^s$]

●●**646** $4^M\,27^g\,7^h\,50^m\,19^s - 2^M\,19^g\,22^h\,36^m - 14^g\,2^h\,45^m\,12^s$. [$1^M\,23^g\,6^h\,29^m\,7^s$]

Esegui le seguenti moltiplicazioni di una misura di tempo per un numero naturale e scrivi il risultato in forma normale.

647 **Esercizio guida**

$4^g\,5^h\,16^m\,12^s \cdot 8$.

Svolgimento
Eseguiamo la moltiplicazione:

$$\begin{array}{r} 4^g\quad 5^h\quad 16^m\quad 12^s\ \cdot \\ 8 = \\ \hline .....^g\quad 40^h\quad .....^m\quad .....^s \end{array}$$

che in forma normale diventa: ....

●648 a. $2^h\ 5^m\ 24^s \cdot 3$; b. $5^h\ 23^m\ 34^s \cdot 4$. [$6^h\ 16^m\ 12^s$; $21^h\ 34^m\ 16^s$]

●649 a. $17^h\ 17^m\ 24^s \cdot 5$; b. $3^A\ 11^M\ 18^g\ 22^h\ 15^m\ 34^s \cdot 4$. [$3^g\ 14^h\ 27^m$; $15^A\ 10^M\ 15^g\ 17^h\ 2^m\ 16^s$]

●650 a. $14^h\ 19^m\ 37^s \cdot 3$; b. $17^h\ 59^m\ 46^s \cdot 7$. [$1^g\ 18^h\ 58^m\ 51^s$; $5^g\ 5^h\ 58^m\ 22^s$]

●651 a. $2^g\ 7^h\ 54^m\ 25^s \cdot 4$; b. $28^g\ 4^h\ 32^m\ 10^s \cdot 4$. [$9^g\ 7^h\ 37^m\ 40^s$; $3^M\ 22^g\ 18^h\ 8^m\ 40^s$]

●652 a. $7^M\ 14^g\ 4^h\ 39^m\ 54^s \cdot 2$; b. $11^h\ 46^m\ 17^s \cdot 9$. [$1^A\ 2^M\ 28^g\ 9^h\ 19^m\ 48^s$; $4^g\ 9^h\ 56^m\ 33^s$]

●653 a. $2^g\ 15^h\ 43^m\ 22^s \cdot 8$; b. $6^M\ 3^g\ 19^h\ 7^m \cdot 10$. [$21^g\ 5^h\ 46^m\ 56^s$; $5^A\ 1^M\ 7^g\ 23^h\ 10^m$]

●654 a. $7^h\ 47^m\ 18^s \cdot 15$; b. $2^A\ 19^g\ 23^h\ 40^m\ 8^s \cdot 3$. [$4^g\ 20^h\ 49^m\ 30^s$; $6^A\ 1^M\ 29^g\ 23^h\ 24^s$]

●●655 a. $11^M\ 7^g\ 3^h\ 36^m\ 49^s \cdot 11$; b. $3^A\ 4^M\ 19^g\ 21^h\ 8^m\ 17^s \cdot 6$. [$10^A\ 3^M\ 18^g\ 15^h\ 44^m\ 59^s$; $20^A\ 3^M\ 29^g\ 6^h\ 49^m\ 42^s$]

Esegui le seguenti divisioni di una misura di tempo per un numero naturale.

656 **Esercizio guida**

$24^h\ 21^m\ 36^s : 4$.

Svolgimento
Mostriamo i passaggi della divisione:

$$\begin{array}{llll} 24^h & 21^m & 36^s : 4 = 6^h\ 5^m\ 24^s \\ 24^h & & \\ \hline 0^h & 21^m & \\ & 20^m & \\ \hline & 1^m = & 60^s \\ & & \overline{96^s} \\ & & \boxed{0} \rightarrow \text{resto} \end{array}$$

657 a. $2^h\ 28^m\ 48^s : 2$; b. $18^h\ 25^m\ 9^s : 3$. [$1^h\ 14^m\ 24^s$; $6^h\ 8^m\ 23^s$]

658 a. $1^g\ 10^h\ 12^m : 3$; b. $10^A\ 15^M\ 20^g\ 35^h\ 12^m : 5$. [$11^h\ 24^m$; $2^A\ 3^M\ 4^g\ 7^h\ 2^m\ 24^s$]

●659 a. $1^g\ 1^h\ 29^m\ 3^s : 3$; b. $18^g\ 17^h\ 31^m\ 5^s : 5$. [$8^h\ 29^m\ 41^s$; $3^g\ 17^h\ 54^m\ 13^s$]

●660 a. $22^h\ 56^m\ 20^s : 5$; b. $6^M\ 24^g\ 12^h\ 52^m : 7$. [$4^h\ 35^m\ 16^s$; $29^g\ 5^h\ 16^m$]

●661 a. $1^M\ 7^g\ 19^h\ 12^m\ 24^s : 8$; b. $1^g\ 22^h\ 15^m\ 58^s : 2$. [$4^g\ 17^h\ 24^m\ 3^s$; $23^h\ 7^m\ 59^s$]

●662 a. $4^M\ 22^g\ 8^h\ 3^m\ 10^s : 10$; b. $1^A\ 3^M\ 16^g\ 20^h : 4$. [$14^g\ 5^h\ 36^m\ 19^s$; $3^M\ 26^g\ 17^h$]

●663 a. $17^g\ 18^h\ 28^m\ 20^s : 20$; b. $7^g\ 1^h\ 14^m\ 42^s : 6$. [$21^h\ 19^m\ 25^s$; $1^g\ 4^h\ 12^m\ 27^s$]

●664 a. $10^A\ 5^M\ 1^g\ 18^h : 3$; b. $15^g\ 22^h\ 28^m\ 18^s : 2$. [$3^A\ 5^M\ 20^g\ 14^h$; $7^g\ 23^h\ 14^m\ 9^s$]

●●665 a. $4^M\ 13^g\ 23^h\ 33^m\ 27^s : 9$; b. $2^A\ 2^M\ 17^g\ 4^h\ 58^m\ 48^s : 4$. [$14^g\ 21^h\ 17^m\ 3^s$; $6^M\ 19^g\ 7^h\ 14^m\ 42^s$]

●●666 a. $3^A\ 1^M\ 8^g\ 16^h\ 36^m\ 8^s : 8$; b. $3^g\ 12^h\ 41^m\ 49^s : 11$. [$4^M\ 19^g\ 20^h\ 4^m\ 31^s$; $7^h\ 41^m\ 59^s$]

Calcola il valore delle seguenti espressioni.

667 $8^h\ 54^m\ 16^s + 16^h\ 31^m\ 44^s - 15^h\ 28^m\ 5^s$. [$9^h\ 57^m\ 55^s$]

668 $16^h\ 25^m\ 28^s + 6^h\ 19^m\ 18^s \cdot 3 - 12^h\ 15^m\ 2^s \cdot 2$. [$10^h\ 53^m\ 18^s$]

669 $(2^h\ 32^m\ 24^s + 3^h\ 12^m\ 36^s - 14^m\ 24^s) \cdot 2$. [$11^h\ 1^m\ 12^s$]

670 $[(15°\ 25'\ 18'' + 56°\ 25'\ 16'') \cdot 2] : 2$. [$71°\ 50'\ 34''$]

671 $(2 \cdot 1^g\ 6^h\ 28^m + 3^g\ 12^h\ 18^m\ 24^s : 3 - 23^h\ 34^m\ 2^s) + 1^g\ 20^h\ 36^m\ 10^s$. [$4^g\ 14^h\ 4^m\ 16^s$]

672 $5^h\ 14^m\ 24^s : 2 + 3^h\ 12^m\ 36^s \cdot 3 - 6^h\ 11^m\ 24^s$. [$6^h\ 3^m\ 36^s$]

673 $[(5^g\ 12^h\ 21^m\ 32^s + 15^h\ 32^m 48^s) \cdot 3] - 16^h\ 24^m\ 35^s$. [$17^g\ 19^h\ 18^m\ 25^s$]

●**674** $(43^h\ 14^m\ 24^s - 36^m \cdot 2) - (15^h\ 19^m\ 12^s + 4^h\ 48^m\ 36^s \cdot 2) - 13^h\ 13^m\ 48^s$. [$3^h\ 52^m\ 12^s$]

●●**675** $[(10^g\ 18^h\ 31^m\ 12^s \cdot 3) - (24^h\ 7^m\ 12^s + 15^h\ 48^m)] : 2$. [$15^g\ 7^h\ 49^m\ 12^s$]

●●**676** $[(5^A\ 3^M\ 12^g\ 16^h + 10^M\ 14^g\ 20^h) \cdot 2 - 5^A\ 9^M\ 16^g\ 22^h\ 48^m] : 3$. [$2^A\ 2^M\ 2^g\ 16^h\ 24^m$]

Risolvi i seguenti problemi con misure di tempo.

677 Un automobilista parte da casa alle ore 7 e 53 minuti e impiega $23^m\ 16^s$ per percorrere il tragitto che lo separa dal luogo di lavoro. A che ora è arrivato a destinazione? [$8^h\ 16^m\ 16^s$]

678 La famiglia di Federica parte alle $6^h\ 46^m$ per il mare e, per arrivarci, impiega $3^h\ 48^m\ 46^s$. A che ora arriva? [$10^h\ 34^m\ 46^s$]

679 Un rubinetto versa 150 dl di acqua ogni minuto. Calcola quanti litri verserà in $3^h\ 4^m\ 30^s$? [2767,5 ℓ]

680 Una macchina ha impiegato $1^h\ 48^m\ 16^s$ per percorrere un quarto del suo tragitto. Calcola quanto tempo dura l'intero viaggio. [$7^h\ 13^m\ 4^s$]

681 Stefano trascorre $2^h\ 25^m$ al giorno in media davanti alla televisione. Quante ore passa in un mese davanti alla televisione? [$72^h\ 30^m$]

682 Per recarsi al lavoro il papà di Chiara parte alle ore $6^h\ 48^m$ e arriva alle ore $7^h\ 55^m$. Calcola quanto è durato effettivamente il viaggio se ha fatto benzina in 4^m e colazione al bar in 12^m. [51^m]

683 Un orologio in una settimana ha accumulato un ritardo di $2^m\ 27^s$. Calcola quanto ritarda ogni giorno. [21^s]

684 Un ciclista per compiere un quarto del percorso di una tappa del Giro d'Italia impiega $1^h\ 7^m\ 48^s$. Quanto tempo occorre per percorrere l'intera tappa alla stessa velocità media? [$4^h\ 31^m\ 12^s$]

685 Matteo trascorre $2^h\ 45^m$ al giorno in media al computer. Quanto tempo trascorre in una settimana? [$19^h\ 15^m$]

686 Il Signor Rossi impiega $1^h\ 22^m$ per rientrare a casa dal lavoro. Se arriva alle ore $18^h\ 52^m\ 32^s$, a che ora è partito dall'ufficio? [$17^h\ 30^m\ 32^s$]

●**687** L'orario d'ingresso di una scuola è alle ore 8 e 5 minuti. A che ora è partito da casa un alunno se è giunto a scuola con 3^m di ritardo impiegando in tutto $13^m\ 34^s$? [$7^h\ 54^m\ 26^s$]

●**688** Un orologio anticipa di 40^s ogni ora. Se alle $12^h\ 30^m$ è esatto, che ora segnerà alle $17^h\ 30^m$? [$17^h\ 33^m\ 20^s$]

●**689** Un orologio ritarda $1^m\ 2^s$ ogni ora. Se alle $14^h\ 30^m$ segna l'ora esatta, che ora segnerà alle ore $18^h\ 30^m$? [$18^h\ 25^m\ 52^s$]

●**690** Un automobilista percorre un tragitto di 300 km in $2^h\ 30^m$. Calcola quanti chilometri percorrerà in $240^m\ 3600^s$ mantenendo sempre la stessa velocità media. [600 km]

●**691** Un orologio ha accumulato un ritardo di 30^m in 15 giorni. Quanto ritarda ogni ora? [5^s]

●**692** Una partita di basket si svolge in 4 tempi di 10^m ciascuno. Calcola quanto è durata effettivamente la partita se si sono avute le seguenti interruzioni: 2 time out (richiesta di fermare il gioco per 1 minuto) per tempo; 2 sostituzioni di giocatori per tempo in ognuna delle quali si sono persi 20^s; 2 infortuni nell'arco dei 4 tempi con un'interruzione di 45^s ciascuna. [$52^m\ 10^s$]

●**693** Calcola la velocità media oraria che un treno rapido mantiene se per percorrere un tragitto di 320 km ha impiegato $2^h\ 30^m$.
(Suggerimento: ricorda che nel moto rettilineo uniforme vale la relazione: $v = s : t$ e che devi trasformare la misura in ore nella forma decimale) [128 km/h]

694 Calcola la distanza tra due località sapendo che un'autovettura impiega un tempo di $4^h\ 30^m$ viaggiando alla velocità media di 80 km/h.
(Suggerimento: ricorda che nel moto rettilineo uniforme vale la relazione: $s = v \cdot t$ e che devi trasformare la misura in ore nella forma decimale) [360 km]

695 Calcola quanto tempo impiega un'autovettura se, viaggiando alla velocità media di 80 km/h percorre 172 km.
(Suggerimento: ricorda che nel moto rettilineo uniforme vale la relazione: $t = s : v$ e che devi trasformare la misura decimale del tempo in forma normale) [$2^h\ 9^m$]

696 La lancetta più lunga di un orologio descrive un angolo di 150° in 25^m. Quale angolo descrive in $10^m\ 20'$? [62°]

697 La Luna impiega 28^g per ruotare intorno alla Terra (descrivendo un angolo di 360°). Quale arco avrà descritto dopo $4^g\ 16^h$? [60°]

698 La Terra impiega 24^h per compiere un giro completo attorno al proprio asse. Quanto tempo impiega la Terra per compiere una rotazione di 90° 30′? [$6^h\ 2^m$]

699 L'orologio del campanile di una chiesa anticipa di $1^s\ 5^d$ ogni tre ore, mentre l'orologio del comune ritarda di 1^s ogni due ore. Sapendo che alle ore 15.00 di martedì i due orologi segnavano la stessa ora, calcola l'orario di entrambi dopo una settimana alla stessa ora. [$14^h\ 58^m\ 36^s$; $15^h\ 1^m\ 24^s$]

700 Il raggio di una ruota girando ad una certa velocità descrive un angolo ampio 32° 32′ al minuto. Quanto tempo impiegherà il raggio per descrivere un angolo di 81° 15′? [$\approx 2^m\ 30^s$]

701 Una ruota che gira con velocità costante descrive un angolo di 15° 45′ in $2^m\ 15^s$. Qual è l'angolo che la ruota descrive in un secondo? E in trenta secondi? [7′; 3° 30′]

Verifica la tua preparazione eseguendo i seguenti esercizi relativi agli obiettivi di **conoscenza**. Controlla quindi l'esattezza delle soluzioni alla fine del volume ed assegnati un punto per ciascun esercizio svolto correttamente.

✗ I multipli e i sottomultipli del S.I.

1 A quanti m corrisponde 1 km?
a. 10; **b.** 100; **c.** 1000; **d.** 10000.

2 A quanti cm^2 corrisponde 1 mm^2 ?
a. 0,001; **b.** 0,01; **c.** 0,1; **d.** 0,0001.

3 Per trasformare i dm^3 in mm^3 dobbiamo:
a. moltiplicare per mille; **b.** dividere per 1 milione;
c. moltiplicare per 1 milione; **d.** dividere per mille.

4 Completa le seguenti affermazioni:
a. l'unità di misura fondamentale per la capacità è ....
b. l'unità di misura fondamentale per la massa è ....
c. l'unità di misura fondamentale la lunghezza è ....

✗ Il concetto di peso specifico

5 Completa la seguente definizione:
il peso specifico di una sostanza è il peso per .... di ....

6 È esatto dire che 1 litro di mercurio equivale a 1 dm^3? Giustifica la tua risposta.

7 La formula per il calcolo del peso (P) di un oggetto conoscendo il peso specifico (Ps) e il volume (V) è:
a. $P = Ps : V$; **b.** $P = V : Ps$; **c.** $P = Ps \cdot V$; **d.** $P = Ps + V$.

8 Un oggetto di ferro ($Ps = 7{,}8$) pesa 156 g; qual è il suo volume?
a. 200 cm^3; **b.** 20 dm^3; **c.** 20 cm^3; **d.** 2 m^3.

✗ I sistemi di misurazione non decimale

9 Completa la seguente definizione:
l'unità di misura degli angoli nel sistema sessagesimale è il .... che corrisponde a .... primi, ognuno dei quali corrisponde a 60 ....

10 Indica quali delle seguenti misure angolari sono ridotte in forma normale:
a. $23° \, 45' \, 60''$; **b.** $65° \, 59' \, 28''$; **c.** $72° \, 59' \, 59''$; **d.** $60° \, 60' \, 60''$.

11 Associa gli elementi della prima riga con i rispettivi simboli nella seconda riga:

decimo di secondo	secondo	giorno	ora	centesimo di secondo	anno
A	h	s	d	g	c

..... / 11

Da 0 a 3: Non conosci gli argomenti trattati nel capitolo. **Devi ristudiarlo**.
Da 4 a 7: Conosci solo superficialmente i contenuti del capitolo. **Devi ripassare** gli argomenti corrispondenti alle conoscenze non acquisite.
Da 8 a 11: Conosci in modo sufficientemente approfondito i contenuti del capitolo. **Puoi affrontare il prossimo capitolo**.

Verifica la tua preparazione eseguendo i seguenti esercizi relativi agli obiettivi di **abilità**. Controlla quindi l'esattezza delle soluzioni alla fine del volume ed assegnati un punto per ciascun esercizio svolto correttamente.

✗ Trasformare una grandezza in un suo multiplo o sottomultiplo

1 Risolvi le seguenti equivalenze:

a. 125,23 dm = ... dam; **b.** 65,7 cm^2 = ... mm^2; **c.** 31,7 ha = ... ca;

d. 135,5478 hm^3 = ... dm^3; **e.** 76,23 cl = ... ml; **f.** 47,125 dag = ... Mg.

✗ Operare con grandezze omogenee espresse con ordine di grandezza diverso

2 Risolvi le seguenti operazioni:

a. 32,5 hm + 26,478 km + 1 m = ... m;

b. 615 dam^2 − 2,35 hm^2 + 563 m^2 = ... m^2;

c. 16,5 hl − 31,478 dal + 127,3 dl = ... dl;

d. 15,3 kg + 24,4 hg + 0,12 Mg = ... hg.

3 Calcola quante bottiglie da 150 cl sono necessarie per travasare una damigiana della capacità di 60 litri.

4 Una parete di un bagno misura 2,6 m^2 e deve essere piastrellata con delle mattonelle decorate a mano della superficie di 25 cm^2. Calcola la spesa sapendo che il prezzo di ciascuna mattonella è di € 2,25.

✗ Risolvere problemi inerenti al peso specifico

5 Calcola il peso di una statua di ferro ($Ps = 7{,}8$) che ha un volume di 92,5 dm^3.

6 Calcola il volume di un oggetto in ottone ($Ps = 8{,}5$) sapendo che il suo peso è di 144,5 kg.

✗ Operare con sistemi di misura non decimali

7 Trasforma in secondi la misura dell'angolo $\alpha = 18°\ 21'\ 35''$.

8 Riduci in forma normale la misura di tempo $3\,114^m$.

Calcola il valore delle seguenti espressioni.

9 $12°\ 24'\ 36'' + 16°\ 55'\ 32'' - 15°\ 23''$.

10 $18^h\ 24^m\ 40^s \cdot 3 + 2^g\ 14^m$.

11 $(3 \cdot 30°\ 28'\ 15'' + 28°\ 18'\ 24'' : 3 - 23°\ 34') + 44°\ 36'$.

12 $[1^g\ 14^h\ 45^m\ 24^s : 3 + 1^g\ 3^h\ 53^m\ 8^s \cdot 5 : 2] \cdot 3$.

13 Un angolo è ampio $22°\ 24'\ 36''$. Calcola la misura di altri due angoli sapendo che il secondo è il triplo del primo e il terzo è inferiore di $2°\ 15'$ rispetto all'ampiezza del secondo.

14 Un automobilista per compiere un terzo di un determinato percorso impiega $3^h\ 45^m\ 20^s$. In quanto tempo compie l'intero percorso viaggiando alla stessa velocità media?

..... / 14

Da 0 a 5: Non hai sviluppato adeguate abilità. Devi studiare nuovamente il capitolo ed eseguire tutti gli **esercizi del recupero**.

Da 6 a 9: Non possiedi le abilità richieste. Prima di affrontare gli **esercizi di consolidamento** devi svolgere gli **esercizi del recupero** relativi alle abilità non ancora acquisite.

Da 10 a 14: Hai raggiunto pienamente le abilità specifiche del capitolo. Puoi affrontare gli **esercizi per il potenziamento** e le **gare della matematica**.

✗ Saper operare con rette parallele e perpendicolari

1 **Vero o Falso?**

Stabilisci quali delle seguenti affermazioni sono errate e correggi gli errori.

a. Due rette complanari si dicono incidenti se intersecandosi formano quattro angoli retti. V F
b. Una retta è sempre parallela a se stessa. V F
c. La distanza di un punto da una retta è la lunghezza del segmento che unisce il punto alla retta. V F
d. L'asse di un segmento è una retta perpendicolare al segmento passante per un suo vertice. V F
e. La proiezione di un segmento su una retta è sempre congruente al segmento stesso. V F
f. Per un punto passa sempre una sola perpendicolare e una sola parallela ad una retta data. V F

2 Disegna sul tuo quaderno due rette incidenti, due rette parallele, due rette coincidenti e due rette perpendicolari. Traccia inoltre da un punto P la perpendicolare ad una retta r; come si chiama il punto H, intersezione delle due rette? Come si chiama il segmento PH?

3 Traccia su un foglio a quadretti (usa il righello) due rette r ed s. Osserva ora le due rette:
a. se si incontrano scrivi P nel loro punto di incontro (lo abbiamo definito anche punto di intersezione);
b. se non si incontrano (anche dopo averle prolungate da entrambi i versi) misura la loro distanza considerando due coppie di punti presi su di esse e uniti da segmenti perpendicolari alle due rette. Cosa noti?
Stabilisci il nome delle due rette nei due casi precedenti.

4 Disegna due rette in modo tale che incontrandosi formino quattro angoli congruenti.

5 Quando due rette si dicono perpendicolari?

6 Quando due rette si dicono parallele?

7 Osserva l'ambiente in cui ti trovi. Riesci ad individuare dei segmenti appartenenti a rette perpendicolari e a rette parallele? Descrivile.

8 Quante perpendicolari si possono tracciare da un punto P ad una retta r?

9 Disegna due rette in modo tale che abbiano sempre la stessa distanza tra di loro.

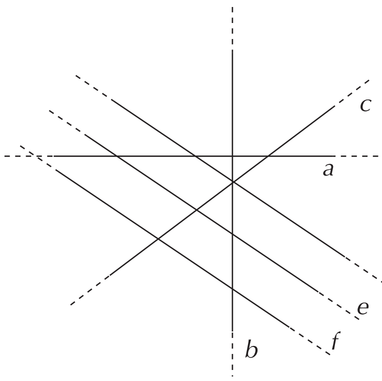
10 Completa la seguente affermazione:
se due rette sono parallele i punti di una di esse hanno .... distanza ....

11 Disegna una retta r ed un segmento AB parallelo alla retta r. Traccia la proiezione di AB su r.

12 Dopo aver tracciato un segmento AB lungo 5 cm, disegna l'asse del segmento.

13 Dopo aver disegnato due segmenti adiacenti, traccia i relativi assi; che cosa noti a proposito degli assi?

14 Dopo aver disegnato due segmenti paralleli, traccia i loro assi; che cosa noti a proposito degli assi?



15 Che cos'è un fascio di rette parallele?

16 Quante parallele ad una retta r si possono tracciare da un punto P? Come si chiama tale proprietà?

17 Nella figura a lato sono state disegnate sei rette. Individua le rette tra loro parallele, le rette tra loro perpendicolari e le rette trasversali del fascio di rette parallele; scrivi le relazioni ottenute con i simboli di parallelismo $\parallel$ o di perpendicolarità $\perp$.

✗ Applicare i criteri di parallelismo

18 **Vero o Falso?**

Stabilisci quali delle seguenti affermazioni sono errate e correggi gli errori.

a. Due rette parallele tagliate da una trasversale formano otto angoli congruenti. V F

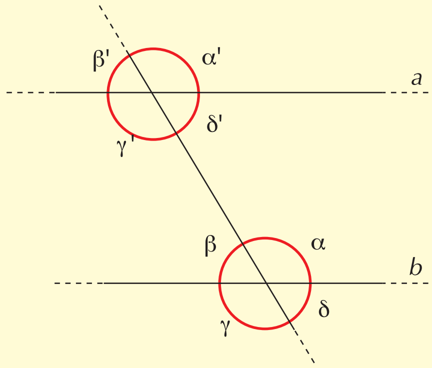
b. Gli angoli α e α' sono congruenti perché coniugati. V F

c. Gli angoli γ e α' sono congruenti perché alterni esterni. V F

d. Gli angoli β e δ' sono congruenti perché corrispondenti. V F

e. Gli angoli γ e β' sono supplementari perché corrispondenti. V F

f. Gli angoli δ e δ' sono corrispondenti. V F



19 Facendo riferimento alla figura a lato completa le seguenti frasi:

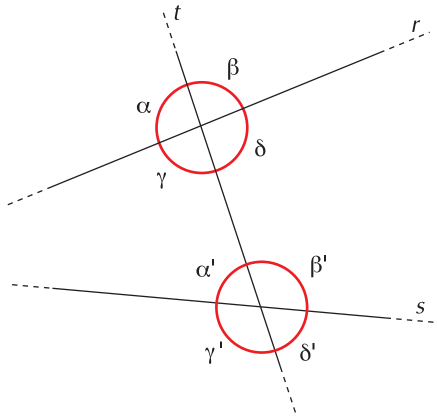
a. gli angoli .... e .... sono alterni interni;

b. gli angoli .... e .... sono alterni esterni;

c. gli angoli .... e .... sono corrispondenti;

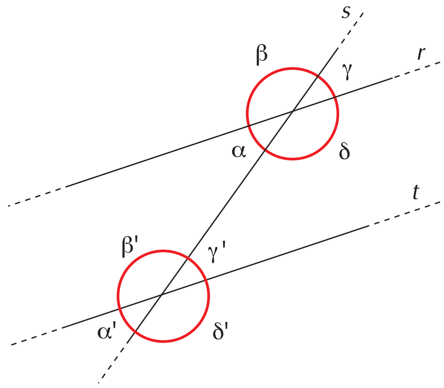
d. gli angoli .... e .... sono coniugati interni;

e. gli angoli .... e .... sono coniugati esterni.



20 Disegna due rette parallele tagliate da una trasversale; scegli uno qualunque degli otto angoli che si formano e di questo angolo segna il suo alterno interno, il suo corrispondente ed il suo coniugato esterno.

21 Sapendo che $r \parallel t$ e che $\alpha = 36°$, determina l'ampiezza di tutti gli altri angoli della figura a lato.



22 Date due rette parallele *r* ed *s* tagliate dalla trasversale *t*, calcola la misura degli otto angoli che si formano sapendo che un angolo è ampio 110°. [110°; 70°; .....]

23 Calcola l'ampiezza di ciascuno degli otto angoli formati da due rette parallele tagliate da una trasversale, sapendo che due angoli coniugati interni sono uno il doppio dell'altro. [60°; 120° .....]

24 Due rette parallele tagliate da una trasversale formano angoli alterni interni ampi 46° 30′. Quanto misurano gli altri angoli? [133° 30′; 46° 30′ .....]

25 Due rette tagliate da una trasversale formano quattro angoli alterni interni tutti congruenti fra loro. Come sono le due rette? Quanto misura ciascun angolo?

26 Due rette parallele tagliate da una trasversale formano otto angoli uno dei quali è la metà del suo coniugato. Quanto misurano gli altri angoli? [120°; 60° .....]

Scheda di Valutazione del Recupero

Dopo aver rivisto la teoria e svolto l'attività di recupero, metti alla prova la tua preparazione rispondendo ai seguenti quesiti (scegli tra le soluzioni proposte), controlla l'esattezza delle risposte a pag. 382 e calcola il punteggio ottenuto in base alla griglia. Se hai totalizzato **almeno 11 punti** puoi ritenere colmato il debito, altrimenti riguarda gli argomenti sui quali hai commesso errori.

1 Due rette si dicono incidenti quando:
a. hanno tutti i punti in comune;
b. hanno un punto in comune;
c. non hanno alcun punto in comune.

2 Due rette si dicono perpendicolari quando intersecandosi formano:
a. 4 angoli acuti; **b.** 4 angoli retti; **c.** 4 angoli piatti.

3 Due rette si dicono parallele quando:
a. hanno tutti i punti in comune;
b. hanno un punto in comune;
c. non hanno alcun punto in comune.

4 Due rette si dicono coincidenti quando:
a. hanno tutti i punti in comune;
b. hanno un punto in comune;
c. non hanno alcun punto in comune.

5 La distanza di un punto da una retta è:
a. il segmento condotto per quel punto alla retta;
b. il segmento di perpendicolare condotto per quel punto alla retta;
c. la retta perpendicolare condotta per quel punto alla retta.

6 L'asse di un segmento è:
a. il segmento ad esso perpendicolare che lo interseca nel suo punto medio;
b. la retta ad esso perpendicolare;
c. la retta ad esso perpendicolare che lo interseca nel suo punto medio.

7 Per un punto:
a. passano infinite rette parallele ad una retta data;
b. passa una sola retta parallela ad una retta data;
c. passa almeno una retta parallela ad una retta data.

8 Si chiama fascio di rette parallele:
a. l'insieme di tutte le rette del piano perpendicolari ad una retta data;
b. l'insieme di tutte le rette del piano;
c. l'insieme di tutte le rette del piano parallele ad una retta data.

9 Due rette parallele tagliate da una trasversale formano coppie di angoli alterni interni:
a. supplementari; **b.** congruenti; **c.** acuti.

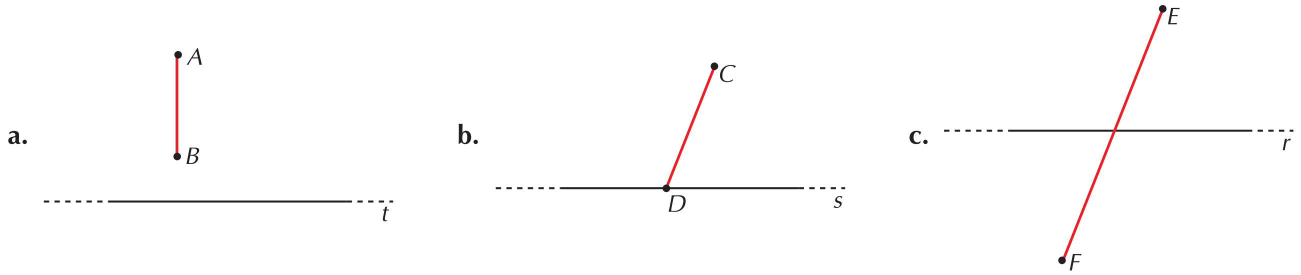
10 Due rette parallele tagliate da una trasversale formano una coppia di angoli coniugati interni uno dei quali misura 110°. Calcola la misura dell'altro angolo:
a. 250°; **b.** 70°; **c.** 110°.

11 Due rette parallele tagliate da una trasversale formano otto angoli, uno dei quali è ampio 50°. Calcola le ampiezze degli altri angoli.

1 Quante sono le rette perpendicolari condotte da un punto ad una retta data?
a. due; **b.** una; **c.** nessuna; **d.** quattro.

2 Disegna con riga e compasso la distanza di un punto da una retta.

3 Traccia le proiezioni dei segmenti *AB*, *CD* ed *EF*, rispettivamente sulle rette *t*, *s*, *r*.



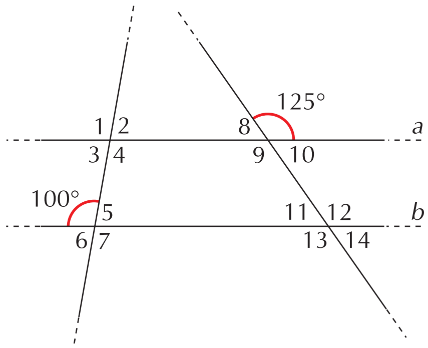
4 Disegna un segmento *AB* e costruisci con riga e compasso il suo asse.

5 Quante sono le rette parallele condotte da un punto ad una retta data?
a. quattro; **b.** due; **c.** una; **d.** nessuna.

6 Due rette tagliate da una trasversale formano due angoli coniugati esterni ampi rispettivamente 75° e 85°. Le due rette sono parallele?

7 Disegna due rette parallele tagliate da una trasversale; individua uno degli otto angoli e di questo angolo segna il suo alterno, il suo coniugato e il suo corrispondente.

Risolvi i seguenti tre esercizi facendo riferimento alla figura a lato.



8 Quale delle seguenti affermazioni è quella corretta?
a. L'angolo $\widehat{3}$ è complementare all'angolo $\widehat{4}$;
b. l'angolo $\widehat{12}$ è supplementare all'angolo $\widehat{1}$;
c. l'angolo $\widehat{4}$ e l'angolo $\widehat{10}$ sono congruenti;
d. l'angolo $\widehat{1}$ è un angolo retto;
e. l'angolo $\widehat{5}$ è supplementare all'angolo $\widehat{1}$.

9 Quale dei seguenti gruppi di angoli contengono solo angoli che sono congruenti all'angolo $\widehat{4}$?
a. $\widehat{1}$, $\widehat{2}$ e $\widehat{3}$; **b.** $\widehat{1}$ e $\widehat{7}$; **c.** $\widehat{1}$, $\widehat{8}$ e $\widehat{10}$; **d.** $\widehat{2}$ e $\widehat{7}$; **e.** $\widehat{7}$, $\widehat{10}$ e $\widehat{14}$.

10 Qual è la misura dell'angolo $\widehat{12}$?
a. 55°; **b.** 65°; **c.** 80°; **d.** 100°; **e.** 125°.

11 Disegna una retta *r* ed una sua perpendicolare *a*; traccia la parallela *t* alla retta *a* e spiega perché anche questa retta è perpendicolare alla *r*.

12 Disegna due rette parallele e verifica che tutti i punti appartenenti ad una di esse sono equidistanti dall'altra.

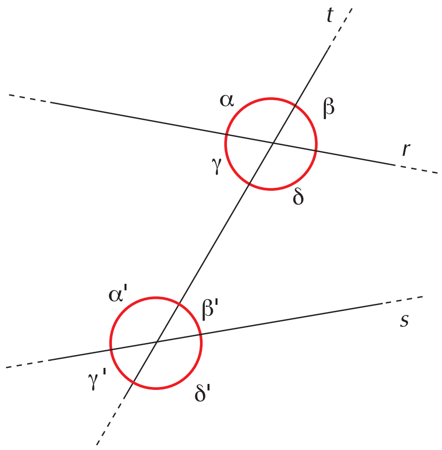
13 Disegna una retta *r* e, da un punto *P* esterno ad essa, conduci la retta *a* perpendicolare alla retta *r*. Dopo aver tracciato la retta *t*, perpendicolare alla *a*, individua la posizione delle rette *r* ed *a*.

14 Disegna un angolo convesso $\widehat{BOC}$ e costruisci la sua bisettrice *b*. Scegli su di essa tre punti *P*, *Q* e *R* e misura le loro distanze dai lati dell'angolo. Che cosa noti?

15 Disegna un angolo di ampiezza 50° e da un punto *P* qualunque esterno all'angolo, traccia le rette parallele ai lati dell'angolo in modo che una parallela intersechi un lato dell'angolo; quanto sono ampi gli angoli da esse formati.
[50°; 130°]

● **16** Disegna un angolo di 120° e traccia per il suo vertice le perpendicolari ai suoi lati. Calcola l'ampiezza dell'angolo formato dalle semirette interne all'angolo dato. [60°]

● **17** Sapendo che $\alpha = 110°$ e $\beta' = 50°$ calcola la misura di tutti gli angoli della figura a lato. Come si chiamano le coppie di angoli α e α', β e δ', δ e β', γ e β'?

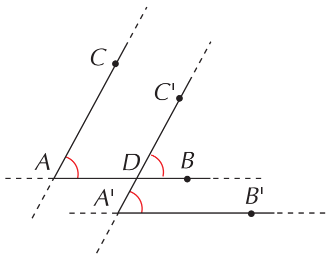


● **18** Due rette parallele tagliate da una trasversale formano angoli alterni interni di ampiezza 48° 25′ 18″. Calcola quanto misurano gli altri angoli. [131° 34′ 42″; ....]

● **19** Uno degli angoli formati da due rette parallele tagliate da una trasversale è il doppio del suo adiacente. Calcola l'ampiezza di ciascuno degli otto angoli formati. [60°; 120°]

● **20** La differenza di due angoli coniugati interni formati da due rette parallele tagliate da una trasversale è 38°. Calcola l'ampiezza di ciascuno degli otto angoli formati. [71°; 109°]

● **21** Osserva attentamente la figura a lato e con un goniometro verifica che gli angoli $\widehat{DAC}$, $\widehat{BDC'}$ e $\widehat{B'A'C'}$ sono congruenti; come sono le rette passanti per AB e per $A'B'$ e le rette passanti per AC e $A'C'$? Giustifica la tua risposta.

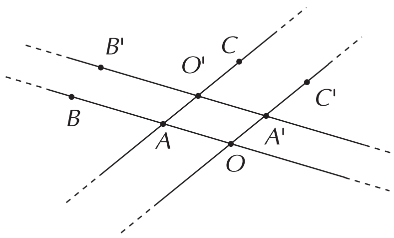


● **22** Due rette parallele tagliate da una trasversale formano otto angoli, uno dei quali è la metà del complementare di un angolo ampio 18°. Quanto misurano gli altri angoli? [36°; 144° .....]

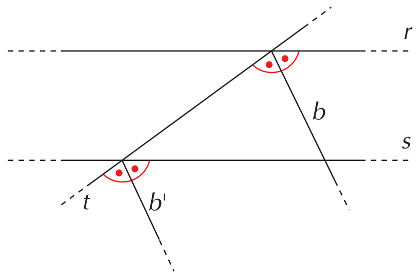
● **23** Due rette parallele tagliate da una trasversale formano otto angoli dei quali si conosce l'ampiezza di uno di essi che è di 26° 15′ 16″. Calcola la misura degli altri sette angoli. [153° 44′ 44″; ....]

●● **24** Disegna un angolo ampio 60° e individua due punti A e B appartenenti ai due lati dell'angolo ed equidistanti dal vertice. Dopo aver tracciato le perpendicolari ai lati stessi uscenti da A e da B, calcola la misura dei quattro angoli formati dalla intersezione delle perpendicolari. [60°; 120°]

●● **25** Osserva attentamente la figura a lato e sapendo che le rette passanti per AB e per $A'B'$ sono parallele come pure sono parallele le rette passanti per AC e $A'C'$, come sono gli angoli $\widehat{BAO'}$ e $\widehat{B'O'C}$? E gli angoli $\widehat{AOA'}$ e $\widehat{O'A'C'}$? Cosa puoi dire infine sugli angoli $\widehat{B'O'C}$ e $\widehat{BOC'}$? Giustifica la tua risposta.



●● **26** Osserva attentamente la figura a lato in cui $r \parallel s$, t è la trasversale e b e b' sono le bisettrici di una coppia di angoli corrispondenti. Le bisettrici b e b' sono parallele. Sai dire perchè?



✗ Trasformare una grandezza in un suo multiplo o sottomultiplo

1 **Vero o Falso?**

Stabilisci quali delle seguenti affermazioni sono errate e correggi gli errori.

a. La lunghezza di una strada e la sua larghezza sono grandezze omogenee. V F

b. Nel Sistema Internazionale di misura la parola giga corrisponde a 10 000 volte l'unità. V F

c. Per trasformare una misura lineare da una unità ad un'altra, multipla della prima, si deve eseguire una moltiplicazione per 10, 100, 1000..... V F

d. 1 hm = 10 000 cm. V F

e. 0,015 cm^2 = 0,00015 dm^2. V F

f. 1 m^3 = 1000 dam^3. V F

g. 15 dal = 15 m^3. V F

h. 1 Mg = 10 000 kg. V F

Completa le seguenti uguaglianze.

2 **a.** 6 m = ... dm; **b.** 450 dm = ... cm; **c.** 43,789 km = ... mm.

3 **a.** 47 m =........ dm; **b.** 9,9 dam = ... hm; **c.** 0,0176 km = ... cm.

4 **a.** 13,9 dm = ... mm; **b.** 0,21 m = ... dam; **c.** 27,2 cm = ... m.

5 **a.** 54 dm = ... dam; **b.** 26,47 hm = ... km; **c.** 78,5 km = ... m.

6 **a.** 0,72 mm = ... cm; **b.** 874 km = ... hm; **c.** 21 cm = ... dam.

7 **a.** 1400 cm^2 = ... dam^2; **b.** 0,086 hm^2 = ... cm^2; **c.** 0,1 m^2 = ... mm^2.

8 **a.** 14,7 dam^2 = ... cm^2; **b.** 0,725 dm^2 = ... m^2; **c.** 34,2 m^2 = ... cm^2.

9 **a.** 3,7 hm^2 = ... km^2; **b.** 416,89 dam^2 = ... mm^2; **c.** 19 mm^2 = ... dm^2.

10 **a.** 1,27 km^2 = ... m^2; **b.** 43 dm^2 = ... dam^2; **c.** 76,12 m^2 = ... km^2.

11 **a.** 5,003 m^2 = ... cm^2; **b.** 325 000 dm^2 = ... dam^2; **c.** 0,000002 m^2 = ... mm^2.

12 **a.** 0,0056 m^3 = ... cm^3; **b.** 4568 dm^3 = ... dam^3; **c.** 3 m^3 = ... hm^3.

13 **a.** 0,37 dam^3 =........ m^3; **b.** 79,23 km^3 = ... dam^3; **c.** 41,12 cm^3 = ... dm^3.

14 **a.** 45,7 cm^3 =........ m^3; **b.** 5148 mm^3 = ... cm^3; **c.** 21,49 m^3 = ... km^3.

15 **a.** 377 hm^3 =........ dm^3; **b.** 0,89 cm^3 = ... mm^3; **c.** 0,14 km^3 = ... hm^3.

16 **a.** 251 000 cm^3 = ... dam^3; **b.** 0,000379 mm^3 = ... m^3; **c.** 12 dam^3 = ... dm^3.

17 **a.** 0,023 Mg = ... g; **b.** 78 dg = ... hg; **c.** 890 cg = ... kg.

18 **a.** 16,3 dag =........ cg; **b.** 74,2g = ... dag; **c.** 23,8 kg = ... hg.

19 **a.** 10 mg =......... g; **b.** 0,45 hg = ... kg; **c.** 250 dg = ... mg.

20 **a.** 9 g =........ hg; **b.** 77 dag = ... cg; **c.** 416,4 cg = ... g.

21 **a.** 512 kg = ... g; **b.** 0,0057 kg = ... dg; **c.** 63241 mg = ... dag.

22 **a.** 678 ℓ = ... kl; **b.** 67000 ml = ... hl; **c.** 16 ℓ = ... cl.

23 **a.** 567 kl =.......... dal; **b.** 0,04 hl = ... ℓ; **c.** 37 dl =........ cl.

24 **a.** 12,4 cl =.......... hl; **b.** 29,3 dal = ... kl; **c.** 0,98 dl =........ dal.

25 **a.** 700 ℓ =.......... hl; **b.** 81,91 cl = ... ml; **c.** 45 ml =........ ℓ.

26 **a.** 418 dl =.......... kl; **b.** 0,9 ℓ = ... dal; **c.** 62 cl =........ dl.

✗ Operare con grandezze omogenee espresse con ordine di grandezza diverso

Calcola il valore delle seguenti operazioni esprimendo il risultato nell'unità di misura indicata.

27 **Esercizio guida**

32 976 mm + 4 567 cm + 5 hm − 78,9 m = ... dam.

Svolgimento

32 976 mm = 3,2976 dam; 4 567 cm = 4,567 dam; 5 hm = ... dam; 78,9 m = ... dam:

(3,2976 + 4,567 + ... − ....) dam = ... dam.

28 564 dam + 23 hm + 5,16 km = ... cm.

29 678 km^2 + 13,2 hm^2 + 674,02 dm^2 − 8,78 dam^2 = ... m^2.

30 31,2903 dam^3 + 1,286 m^3 − 198 dm^3 = ... cm^3.

31 98 dag − 2 g + 345 dg + 450 mg = ... g.

32 9,80 kl + 4,5 hl − 25 ℓ − 123 ml = ... dl.

Risolvi i seguenti problemi.

33 Nella giornata di sabato Claudio ha percorso i seguenti tragitti:
- Casa-Scuola-Casa per un totale di 1 500 m;
- Casa-Impianti sportivi-Casa per un totale di 2,5 km;
- Casa-Oratorio-Casa per un totale di 80 dam.

Quanti metri ha percorso Claudio? [4800 m]

34 Il pavimento di una cucina ha una superficie di 25 m^2 e deve essere piastrellato con mattonelle ognuna delle quali ha una superficie di 1 250 cm^2. Quante piastrelle occorrono? [200]

35 Un'autobotte trasporta 15 m^3 di latte che deposita in una centrale del latte. Quante bottiglie da 1000 ml possono essere riempite? [15 000]

36 La mamma di Stefano ha acquistato dal salumiere i seguenti prodotti:
- 500 g di pasta a € 1,50 il chilogrammo;
- 2 hg di prosciutto crudo a € 25 il chilogrammo;
- una certa quantità di pane a € 2,50 il chilogrammo;
- 500 g di caffè a € 5 il chilogrammo.

Calcola quanti hg di pane ha acquistato la mamma di Stefano se ha speso in tutto € 9,75. [600 g]

✗ Risolvere problemi inerenti al peso specifico

37 **Vero o Falso?**

Stabilisci quali delle seguenti affermazioni sono errate e correggi gli errori.

a. Il peso specifico di un oggetto si misura in kg. V F

b. Per calcolare il volume di un corpo conoscendo peso e peso specifico della sostanza di cui è composto si usa la formula $V = Ps \cdot P$. V F

c. 1 litro di olio ($Ps = 0{,}92$) occupa più spazio di 1 dm^3 di mercurio ($Ps = 13{,}5$). V F

Risolvi i seguenti problemi relativi al peso specifico (consulta eventualmente la tabella presente nelle pagine di teoria).

38 Esercizio guida

Calcola il volume di un oggetto di rame ($Ps = 8{,}9$) il cui peso è 1,068 hg.

Svolgimento

Inizialmente esprimiamo il peso dell'oggetto in grammi: 1,068 hg = ... g.

Applicando la formula abbiamo $V = P : Ps =$ (....... : ....) $\text{cm}^3 = 12\ \text{cm}^3$.

39 Quanto pesa un blocco di marmo del volume di 12,5 dm^3? [32,5 kg]

40 Quanti Megagrammi pesa una statua di bronzo del volume di 0,8 m^3? [7 Mg]

41 Qual è il peso specifico di 0,375 hl di un liquido che pesa 30 kg? Di che liquido si tratta? [$Ps = 0{,}8$; alcool etilico]

42 Un recipiente contiene 10 kg di acqua. Quanto peserebbe se fosse pieno di mercurio? [135,96 kg]

43 Una lastra di marmo ($Ps = 2{,}6$) pesa 65 kg. Qual è il suo volume? [25 dm^3]

✗ Operare con sistemi di misura non decimali

44 Vero o Falso?

Stabilisci quali delle seguenti affermazioni sono errate e correggi gli errori.

a. L'unità di misura degli angoli è l'angolo giro. V F

b. $60°$ formano $1'$. V F

c. Una misura angolare si dice ridotta in forma normale quando il valore dei primi e dei secondi è superiore a 60. V F

d. $13°\ 21' + 10°\ 2' = 23°\ 41'$. V F

e. L'unità di misura del tempo sono le ore. V F

f. La misura $23°\ 72'\ 10''$ in forma normale diventa $24°\ 12'\ 10''$. V F

Trasforma le seguenti misure angolari e di tempo nell'unità di ordine inferiore.

45 **a.** $56°\ 46'\ 17''$; **b.** $122°\ 18'\ 4''$; **c.** $80°\ 28'\ 51''$. [$204\,377''$; $440\,284''$; $289\,731''$]

46 **a.** $15°\ 166'$; **b.** $71°\ 11''$; **c.** $5°\ 24'\ 30''$. [$1066'$; $255\,611''$; $19\,470''$]

47 **a.** $50°\ 26'\ 25''$; **b.** $181°\ 46'\ 21''$; **c.** $16°\ 59'\ 23''$. [$181\,585''$; $654\,381''$; $61\,163''$]

48 **a.** $6^h\ 31^m\ 7^s$; **b.** $4^g\ 57^m\ 20^s$; **c.** $2^M\ 3^g\ 2^h\ 8^m$. [$23\,467^s$; 349040^s; $90\,848^m$]

49 **a.** $14^h\ 35^m\ 46^s$; **b.** $1^g\ 10^h\ 45^m$; **c.** $5^g\ 21^h\ 56^m\ 12^s$. [$52\,546^s$; $2\,085^m$; $510\,972^s$]

50 **a.** $1^g\ 12^h\ 48^m\ 9^s$; **b.** $1^M\ 18^g\ 18^h\ 30^m\ 4^s$; **c.** $3^g\ 18^h\ 48^m\ 52^s$. [$132\,489^s$; $4\,213\,804^s$; $326\,932^s$]

Trasforma le seguenti misure angolari e di tempo in forma normale.

51 **a.** $3\,393'$; **b.** $7\,589''$; **c.** $277\,256''$. [$56°\ 33'$; $2°\ 6'\ 29''$; $77°\ 56''$]

52 **a.** $118\,528''$; **b.** $164\,395''$; **c.** $179\,819''$. [$32°\ 55'\ 28''$; $45°\ 39'\ 55''$; $49°\ 56'\ 59''$]

53 **a.** $163\,538''$; **b.** $5\,399'$; **c.** $2\,908''$. [$45°\ 25'\ 38''$; $89°\ 59'$; $48'\ 28''$]

54 **a.** $68\,132^s$; **b.** $90\,089^s$; **c.** $3\,209^s$. [$18^h\ 55^m\ 32^s$; $1^g\ 1^h\ 1^m\ 29^s$; $53^m\ 29^s$]

55 **a.** $85\,343^s$; **b.** $65\,184^s$; **c.** $72\,905^s$. [$23^h\ 42^m\ 23^s$; $18^h\ 6^m\ 24^s$; $20^h\ 15^m\ 5^s$]

56 **a.** $636\,623^s$; **b.** $137\,245^m$; **c.** $39\,409\,210^s$. [$7^g\ 8^h\ 50^m\ 23^s$; $3^M\ 5^g\ 7^h\ 25^m$; $1^A\ 3^M\ 6^g\ 3^h\ 10^s$]

Esegui le seguenti operazioni con misure angolari e di tempo e scrivi il risultato in forma normale.

57 **Esercizio guida**

a. $16^h\ 25^m\ 58^s + 9^h\ 42^m\ 3^s$; **b.** $5^h\ 16^m\ 21^s - 3^h\ 42^m\ 15^s$;
c. $6°\ 22'\ 35'' \cdot 3$; **d.** $16°\ 21'\ 32'' : 4$.

Svolgimento

a. Eseguiamo l'addizione mettendo in colonna:

$$\begin{array}{r} 16^h\ 25^m\ 58^s\ + \\ 9^h\ 42^m\ \ \ 3^s\ = \\ \hline 25^h\ 67^m\ 61^s \end{array}$$

che trasformato in forma normale diventa ....

b. Osserviamo che non possiamo sottrarre i minuti e dobbiamo andare a prestito dalle ore:

$$\begin{array}{r} 5^h\ 16^m\ 21^s\ - \\ 3^h\ 42^m\ 15^s\ = \\ \hline \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r} 4^h\ ....^m\ 21^s\ - \\ 3^h\ 42^m\ 15^s\ = \\ \hline 1^h\ ....^m\ \ 6^s \end{array}$$

c. Puoi svolgere da solo la moltiplicazione avendo cura di trasformare il risultato in forma normale.

d. Mostriamo invece i passaggi della divisione:

$$16°\quad 21'\quad 32'' : 4 = 4°\ ....'\ 23''$$

$$\begin{array}{l} 16° \\ \hline 0°\quad ....' \\ \quad\ 20' \\ \hline \quad\ 1' = 60'' \\ \hline \qquad 92'' \\ \qquad \boxed{0} \rightarrow \text{resto} \end{array}$$

58 **a.** $5°\ 25'\ 6'' + 18°\ 15'\ 13''$; **b.** $5^h\ 16^m\ 32^s + 10^h\ 20^m\ 38^s$. [$23°\ 40'\ 19''$; $15^h\ 37^m\ 10^s$]

59 **a.** $35°\ 18'\ 31'' - 14°\ 24'\ 13''$; **b.** $1^g\ 18^h\ 32^m\ 18^s - 13^h\ 40^m\ 42^s$. [$20°\ 54'\ 18''$; $1^g\ 4^h\ 51^m\ 36^s$]

60 **a.** $5°\ 2'\ 6'' \cdot 4$; **b.** $9^h\ 10^m\ 18^s \cdot 3$. [$20°\ 8'\ 24''$; $1^g\ 3^h\ 30^m\ 54^s$]

61 **a.** $12°\ 15'\ 24'' : 3$; **b.** $6^g\ 19^h\ 6^s : 2$. [$4°\ 5'\ 8''$; $3^g\ 9^h\ 30^m\ 3^s$]

Risolvi i seguenti problemi.

62 La differenza di due angoli è 76° e il secondo angolo è il triplo del primo; calcola la misura dei due angoli. [38°; 114°]

63 La somma e la differenza di due angoli sono rispettivamente 200° e 84°; calcola l'ampiezza dei due angoli. [142°; 58°]

64 Un motociclista parte da casa alle $6^h\ 15^m$ e per raggiungere il luogo di lavoro impiega $46^m\ 46^s$. A che ora arriva? [$7^h\ 1^m\ 46^s$]

65 Per raggiungere la località scelta per le ferie un automobilista impiega $5^h\ 25^m$. Se arriva a destinazione alle $12^h\ 32^m$, a che ora è partito da casa? [$7^h\ 7^m$]

66 Sapendo che la somma di due angoli è $108°\ 27'\ 43''$ e che la loro differenza è $56°\ 39'\ 11''$, calcola l'ampiezza dei due angoli. [$82°\ 33'\ 27''$; $25°\ 54'\ 16''$]

Scheda di Valutazione del Recupero

Dopo aver rivisto la teoria e svolto l'attività di recupero, metti alla prova la tua preparazione rispondendo ai seguenti quesiti (scegli tra le soluzioni proposte), controlla l'esattezza delle risposte a pag. 382 e calcola il punteggio ottenuto in base alla griglia. Se hai totalizzato **almeno 19 punti** puoi ritenere colmato il debito, altrimenti riguarda gli argomenti sui quali hai commesso errori.

1 Misurare una grandezza significa:
a. stabilire quante volte essa contiene la grandezza campione;
b. stabilire il valore numerico della grandezza stessa;
c. stabilire l'unità di misura della grandezza stessa.

2 Quanti km valgono 456 m?
a. 456000 km; **b.** 0,000456 km; **c.** 0,456 km.

3 Quanti m^2 valgono 18 hm^2?
a. 1800 m^2; **b.** 180000 m^2; **c.** 0,0018 m^2.

4 Quanti hm^3 valgono 153267 dm^3?
a. 0,153267 hm^3; **b.** 153,267 hm^3; **c.** 0,000153267 hm^3.

5 Quanti hl valgono 79465 cl?
a. 7,9465 hl; **b.** 79,465 hl; **c.** 794,65 hl.

6 Quanti cg valgono 0,00075 t?
a. 75000 cg; **b.** 750 cg; **c.** 75 cg.

7 1 mega, simbolo M, corrisponde a:
a. 10000 unità; **b.** 1 milione di unità; **c.** 1 miliardo di unità.

8 Un oggetto di rame ($Ps = 8{,}9$) ha un volume di 4,5 cm^3; qual è il suo peso?
a. 40,05 g; **b.** 40,05 kg; **c.** 1,97 g.

9 Quanto vale la misura dell'angolo $57°\ 77'\ 82''$ ridotto in forma normale?
a. $58°\ 36'\ 22''$; **b.** $58°\ 18'\ 22''$; **c.** $57°\ 34'\ 32''$.

10 Quanti minuti ci sono in 2 giorni?
a. 2880^m; **b.** 86400^m; **c.** 54200^m.

11 Quante ore ci sono in due mesi?
a. 1400^h; **b.** 3600^h; **c.** 1440^h.

12 Quanto vale la misura di tempo $4^A\ 15^M\ 54^h\ 420^s$ ridotta in forma normale?
a. $5^A\ 3^M\ 2^g\ 6^h\ 7^m$; **b.** $4^A\ 15^M\ 23^h\ 7^m$; **c.** $5^A\ 2^M\ 16^h\ 12^m$.

13 Quanto vale la seguente espressione? $(22°\ 15'\ 7'' + 10°\ 53'\ 15'') \cdot 4$.
a. $133°\ 32'\ 28''$; **b.** $132°\ 33'\ 28''$; **c.** $100°\ 45'\ 15''$.

Completa le seguenti uguaglianze con misure del S.I.

1 **a.** 44 M = ... P; **b.** 0,03 c = ... n; **c.** 2,8 p = ... n.

2 **a.** 100 d = ... m; **b.** 10 E = ... T; **c.** 0,4 n = ... p.

Completa le seguenti uguaglianze con misure del sistema decimale.

3 **a.** 52 m = ... cm; **b.** 0,007 dam = ... dm; **c.** 6348 mm = ... dam.

4 **a.** 34 789 mm = ... hm; **b.** 5,07 cm = ... dam; **c.** 0,249 km = ... m.

5 **a.** 0,02 m^2 = ... dm^2; **b.** 56 793 mm^2 = ... m^2; **c.** 642,5 dam^2 = ... cm^2.

6 **a.** 643 000 cm^3 = ... m^3; **b.** 0,000004 mm^3 = ... dm^3; **c.** 0,0234 cm^3 = ... hm^3.

7 **a.** 23,46 kg = ... dg; **b.** 0,357 mg = ... dg; **c.** 324 kg = ... g.

8 **a.** 125 g = ... hg; **b.** 0,035 cg = ... dag; **c.** 3426 g = ... q.

9 **a.** 6438 kl = ... dal; **b.** 6,451 hl = ... dl; **c.** 6 ℓ = ... ml.

10 **a.** 42 ℓ = ... cl; **b.** 0,0321 dal = ... cl; **c.** 5,702 dal = ... dl.

Esegui le seguenti operazioni esprimendo il risultato nell'unità di misura indicata.

11 2 km + 3 dam + 5 hm + 10 m = ... dm.

12 2500 mm^2 + 12 cm^2 + 0,1 dm^2 = ... m^2.

13 643 ha = ... ca = ... a.

14 0,01 m^3 + 1,432 dm^3 − 562 340 mm^3 = ... cm^3.

15 156 cl + 5,6 ℓ − 10 dl = ... dal.

16 47 hg + 12 g − 500 g − 8 dg = ... dg.

17 Quale peso devi aggiungere alle seguenti misure per ottenere 1 kg?
a. 985 g; **b.** 75 dag; **c.** 9 500 dg.

18 Qual è la capacità di un recipiente, espressa in ettolitri, il cui volume è:
a. 896 dm^3; **b.** 6,87 m^3; **c.** 7,432 m^3.

19 Qual è il volume occupato, espresso in cm^3, dalle seguenti misure:
a. 2,45 ℓ; **b.** 78 cl; **c.** 781 dal.

20 Riduci le seguenti misure angolari in forma normale:
a. $56° \, 67' \, 28''$; **b.** $156° \, 125' \, 62''$; **c.** $92° \, 240' \, 180''$.

21 Riduci le seguenti misure di tempo in forma normale:
a. $16^h \, 58^m \, 77^s$; **b.** $52^h \, 66^m \, 54^s$; **c.** $14^M \, 26^g \, 32^h \, 86^m$.

22 Riduci le seguenti scritture dalla forma normale all'unità di ordine inferiore:
a. $56° \, 27' \, 44''$; **b.** $58' \, 36''$; **c.** $21^h \, 56^m$. [$203264''$; $3516''$; 1316^m]

23 Esegui le seguenti operazioni con le misure angolari:
a. $135° \, 18' \, 26'' + 120° \, 42' \, 44''$; **b.** $25° \, 16' \cdot 2$; **c.** $44° \, 36' \, 24'' : 3$. [$256° \, 1' \, 10''$; $50° \, 32'$; $14° \, 52' \, 8''$]

24 Esegui le seguenti operazioni con le misure di tempo:
a. $3^g \, 16^h \, 44^m \, 38^s + 28^g \, 15^h \, 39^m \, 44^s$; **b.** $15^h \, 24^m \, 18^s - 12^h \, 64^m \, 44^s$; **c.** $36^g \, 21^h \, 35^m \, 16^s : 2$.
[$1^M \, 2^g \, 8^h \, 24^m \, 22^s$; $2^h \, 19^m \, 34^s$; $18^g \, 10^h \, 47^m \, 38^s$]

Inserisci al posto dei puntini il simbolo di maggiore, minore o uguale.

25 **a.** $32° \ 25' \ 34''$ ..... $116734''$; **b.** $3400'$ ..... $56° \ 39'$.

26 **a.** $52^h \ 36^m \ 28^s$ ..... 5308^s; **b.** 92158^s ..... $25^h \ 45^m \ 58^s$.

27 **a.** $201329''$ ..... $56' \ 29''$; **b.** $10° \ 10'$ ..... $36600'$.

28 **a.** $3^M \ 5^g \ 25^h \ 6^m$ ..... 138306^m; **b.** $1^A \ a^M \ 3^g \ 6^h \ 50^s$ ..... 33979800^s.

Risolvi i seguenti problemi.

29 Il rimorchio di un camion ha un volume di carico di 45 m^3. Calcola quante casse, ognuna delle quali occupa uno spazio di 250 000 cm^3, occorrono per riempire il rimorchio. [180]

30 Un recipiente vuoto pesa 75 g e, pieno di un liquido del peso specifico di 1,28, pesa 2,99 hg. Calcola la capacità del recipiente in litri. [0,175 ℓ]

31 Un blocco di rame pesa 91 225 g e un cubetto di argento pesa 892,5 hg. Quale delle due sostanze ha un volume maggiore? Qual è la differenza? [rame; 1,75 dm^3]

32 Una famiglia compera 8 fiaschi di olio d'oliva della capacità di 2 litri ciascuno pagandolo € 4,50 al kg. Quanto spende in tutto? [€ 65,52]

33 La benzina contenuta in un recipiente pesa 63,75 hg. Calcola la capacità del recipiente e il costo della benzina ($Ps = 0{,}75$) se viene pagata € 1,28 al litro. [8,5 ℓ; € 10,88]

34 Un recipiente contiene 1 200 g di acqua; quanti kg di mercurio potrebbe contenere? [16,3152 kg]

35 Giovanni gioca $2^h \ 5^m$ in media al giorno con la Playstation. Quanto tempo gioca alla Play in 30 giorni? [$62^h \ 30^m$]

36 La somma delle ampiezze di tre angoli è 124° e uno di essi è ampio 36° 24′. Calcola l'ampiezza degli altri due angoli, sapendo che uno è il triplo dell'altro. [21° 54′; 65° 42′]

37 Un orologio ritarda 4^s ogni ora. Sapendo che alle ore $15^h \ 30^m$ è esatto, che ora segnerà alle ore $19^h \ 30^m$? [$19^h \ 29^m \ 44^s$]

• **38** Una ditta per confezionare dei tovaglioli di carta, ognuno dei quali ha una superficie di 250 cm^2, ha acquistato 500 m^2 di carta con una spesa di € 4,50 al m^2. Calcola qual è stato il guadagno se ogni confezione di tovaglioli, che ne conteneva 20, è stata venduta a € 4,20. [€ 1950]

• **39** La famiglia di Paolo si reca in vacanza in auto in una nota località della Spagna. Il viaggio viene suddiviso in tre tappe: la prima di 300 km, la seconda il doppio della prima meno 80 km e la terza la metà della seconda più 900 hm. Calcola quanto dista il luogo delle vacanze dalla casa di Paolo. [1170 km]

• **40** Gli alunni di una scuola sono partiti per una gita scolastica a Roma alle $7^h \ 10^m$. Sapendo che lungo il percorso si sono fermati due volte per un tempo rispettivamente di 1560^s e di 2460^s e che sono arrivati a Roma alle $14^h \ 15^m$, calcola quanto è durato il viaggio effettivo senza soste. [$5^h \ 58^m$]

• **41** La settimana scorsa il tempo trascorso in auto dal papà di Giorgio per andare a lavorare è stato complessivamente di $7^h \ 26^m$. Calcola il tempo impiegato, per andare a lavorare il giovedì, sapendo che negli altri giorni della settimana lavorativa ha impiegato:
Lunedì $1^h \ 10^m$; Martedì $1^h \ 30^m$; Mercoledì $1^h \ 35^m$; Venerdì $1^h \ 26^m$. [$1^h \ 45^m$]

• **42** Quanti metri cubi di liquido contiene un serbatoio con il quale sono stati riempiti 30 fusti della capacità di 30 ℓ e 60 bottiglioni della capacità di 5 ℓ. [1,2 m^3]

•• **43** Un fruttivendolo acquista tre sacchi di patate di qualità diverse che pesano complessivamente 240 kg. Il primo sacco pesa la metà del secondo più 10 kg e il terzo sacco il doppio del secondo meno 8 kg, calcola quanto ricava dalla vendita sapendo che rivende il primo, il secondo e il terzo sacco rispettivamente a € 1,30, € 1,50, € 1,10 al kg. [€ 300]

Attività di potenziamento

Risolvi i seguenti problemi relativi al sistema metrico decimale.

1 Un salone ha la superficie di 65 m^2 e viene piastrellato con mattonelle di ceramica di 0,625 dm^2 ciascuna. Calcola il costo di ogni mattonella sapendo che sono stati spesi in tutto € 83 200. [€ 8]

2 Lisa acquista un terreno avente una superficie di 6 ha pagando € 12 il metro quadrato. Se rivende 350 are a € 14 e la parte rimanente a € 15 il metro quadrato calcola qual è stato il guadagno. [€ 145 000]

3 Un commerciante ha acquistato 180 hl di vino pagandolo € 1,20 al litro. Ne ha travasato un terzo in fiaschi da 2 litri, che ha rivenduto a € 3,50 al pezzo. Della parte rimanente ne ha travasato metà in bottiglie da un litro, che ha rivenduto a € 1,80, e metà in bottiglie da 1,5 litri, che ha rivenduto a € 2,60 la bottiglia. Qual è il suo guadagno? [€ 10 100]

4 Due imbianchini per tinteggiare un appartamento impiegano 6 giorni e consumano 6 litri di pittura bianca che pagano € 2,60 al litro e 8 litri di pittura rossa che pagano € 2,80 al litro. Calcola la spesa complessiva sapendo che ogni imbianchino percepisce € 120 al giorno. [€ 1478]

5 Un'azienda vinicola possiede 3 botti di vino aventi rispettivamente la capacità di 11,7 hl, 10,2 hl e 8,1 hl. Il vino viene travasato in bottiglie da 0,75 litri ciascuna e le bottiglie vengono sistemate in casse ognuna delle quali ne contiene 16. Calcola quanto ricava quell'azienda se ogni cassa è rivenduta a € 56. [€ 14 000]

Risolvi i seguenti problemi relativi al peso specifico (consulta eventualmente la tabella).

6 Tre piccole sfere hanno lo stesso volume di 5,4 cm^3. La prima è di gesso e creta ($Ps = 1{,}4$), la seconda di rame ($Ps = 8{,}9$) e la terza una lega di ghisa e ferro ($Ps = 7{,}5$). Calcola i loro pesi e spiega come si devono disporre sui piatti di una bilancia per ottenere l'equilibrio. [7,56 g; 48,06 g; 40,5 g; $1° + 3° = 2°$]

7 Un recipiente pieno a metà di mercurio pesa 15,2 kg mentre se è completamente pieno pesa 25,4 kg. Calcola la capacità del recipiente espressa in litri ed il peso dello stesso recipiente vuoto. [$\approx$ 1,5 ℓ; 5 kg]

8 Un bidone vuoto della capacità di 10 litri pesa 26,06 hg. Versando in esso del petrolio ($Ps = 0{,}80$) il peso del bidone diventa 10,355 kg. Calcola se quel bidone è totalmente pieno di petrolio e, nel caso non lo fosse, quanti litri mancano per riempirlo. [mancano 0,31375 ℓ]

Calcola il valore delle seguenti espressioni contenenti misure angolari e di tempo.

9 $[18^g\ 25^h\ 32^m\ 48^s : 3 - (54^h\ 39^m\ 27^s - 18^h\ 45^m\ 25^s)] : 2$. $[2^g\ 10^h\ 18^m\ 27^s]$

10 $[8^M\ 2^g\ 13^h\ 21^m \cdot 6 : 2 - (9^M\ 18^g\ 13^h + 7^M\ 1^g\ 15^h)] + 6^M\ 28^g\ 15^h\ 1^m$. $[1^A\ 2^M\ 16^g\ 3^h\ 4^m]$

Risolvi i seguenti problemi con misure angolari e di tempo.

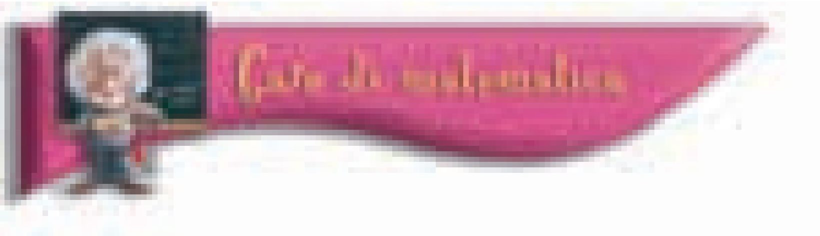
11 La somma di quattro angoli è 360°. Calcola la misura di ciascuno di essi sapendo che la somma e la differenza dei primi due sono rispettivamente 206° 23′ 33″ e 4° 3′ 13″, mentre gli altri due sono uno il doppio dell'altro. [105° 13′ 23″; 101° 10′ 10″; 102° 24′ 18″; 51° 12′ 9″]

12 Il raggio di una ruota gira ad una certa velocità descrivendo un angolo di 10° al minuto. Calcola il tempo impiegato dal raggio della stessa ruota per descrivere un angolo di 60° 40′. $[6^m\ 4^s]$

13 Un automobilista percorre 352,5 km in $2^h\ 25^m\ 40^s$. Quanti chilometri percorrerà in $6^h\ 4^m\ 10^s$, mantenendo sempre la stessa velocità? [881,25 km]

14 Un ragazzo percorre in bicicletta 10,8 km ogni ora. Qual è la sua velocità in metri al secondo? Quanti metri percorre in 20 secondi? [3 m/s; 60 m]

15 La sveglia di Sergio ritarda di 30^s ogni 2 giorni. Dopo quanti giorni di scuola Sergio arriverà in ritardo sapendo che di solito parte da casa in modo da arrivare a scuola con 10^m di anticipo? [al 41º giorno]



1 L'acquario (1996, Semifinali locali)

Un acquario riempito d'acqua a filo del bordo pesa 108 kg. Quando è per metà vuoto, lo stesso acquario pesa 57 kg. Quanto pesa questo acquario vuoto?

2 La corsa di Chloè (1998, Semifinali locali)

Durante una marcia in linea retta, Roberta ha 1998 metri di vantaggio sulla cagnetta di razza Shitzu Chloè. Ora, in un secondo Chloè percorre 5 metri, mentre Roberta ne percorre solo 2. Dopo quanti secondi la cagnetta avrà raggiunto la padroncina?

3 La tentazione del raddoppio (1999, Semifinali locali)

Giovanni è in viaggio da Parigi a Strasburgo sulla strada nazionale 4, che passa da Nancy. Un cartello indica Nancy a 150 km e Strasburgo a 300 km "Toh, guarda, è il doppio!" pensa Giovanni. Un po' più tardi, prima di arrivare a Nancy, Giovanni si rende conto che mancano soltanto 50 km a Nancy. A che distanza da Strasburgo si trova adesso Giovanni?

4 La chiesa di San Simone Buonconvento (1999, Finale italiana)

L'orologio del campanile della chiesa di San Simone Buonconvento suona ogni quindici minuti:
- al quarto d'ora (dopo ogni ora piena) batte tre colpi;
- alla mezz'ora (dopo ogni ora piena) batte tre colpi per due volte;
- ai trequarti d'ora (dopo ogni ora piena) batte tre colpi per tre volte;
- ad ogni ora piena, l'orologio batte tre colpi per quattro volte, più un colpo alla 1 e alle 13, più due colpi alle 2 e alle 14, ... più 12 colpi a mezzogiorno e a mezzanotte.

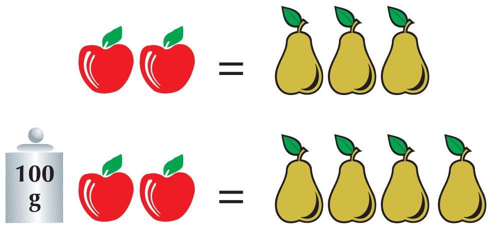
Emy si è svegliata proprio poco prima che l'orologio battesse i colpi della mezzanotte e ha passato 24 ore consecutive a lavorare davanti allo schermo del suo computer. Poi si è addormentata, esausta, proprio subito dopo aver sentito suonare di nuovo la mezzanotte.
Quanti colpi ha sentito suonare Emy in tutto?

5 Fuso orario (2000, Finale internazionale)

Quest'estate vado in vacanza in Sildavia. Ecco gli orari dei voli, per l'andata e per il ritorno (espressi nell'ora locale): Partenza da Parigi: ore 23.30. Arrivo a Sildavalle: ore 9.45 del giorno successivo. Partenza da Sildavalle: ore 11.00. Arrivo a Parigi: ore 15.15 dello stesso giorno. La durata del volo è la stessa all'andata e al ritorno. Qual è questa durata?

6 Mele e pere (2001, Semifinali locali)

Le nostre mele hanno tutte lo stesso peso. Anche ogni pera ha lo stesso peso delle altre pere. Osservando il disegno, calcola il peso di una mela.



7 Al cinema (2003, Giochi di primavera)

Il film è cominciato alle 18.45 ed è finito alle 20.12. Quanto è durato?

8 La maratona di Mathtown (2003, Giochi d'autunno)

Angelo, Desiderio, Renato e Pietro hanno deciso di partecipare alla maratona di Mathtown. Bravi! Tagliano tutti e quattro il traguardo con il seguente risultato. Pietro arriva alle 16.56. Renato arriva 5 minuti dopo. Angelo arriva 10 minuti dopo Desiderio che, a sua volta, arriva 7 minuti prima di Renato. A che ora arriva l'ultimo dei quattro amici?

9 L'appuntamento (2003, Finale internazionale)

Eliana, Melina e Geraldina si sono date appuntamento alle ore 8.50 al parco. Eliana è arrivata con un quarto d'ora di ritardo. Melina è arrivata con tre minuti di anticipo e Geraldina è arrivata due minuti dopo Eliana. A che ora si sono ritrovate le tre amiche?

10 I gradoni e le formiche (2004, Giochi di primavera)
Tre formiche che viaggiano alla stessa velocità si sfidano sulle gradinate della palestra della scuola. Amelia sale dalla parte delle gradinate (ogni gradino è alto 40 cm e largo 60 cm), Bice sale dalla parte dei gradini medi (ogni gradino è alto 20 cm e largo 30 cm), Carlotta sale dalla scala riservata ai bambini (ogni gradino è alto 10 cm e largo 15 cm). Partendo contemporaneamente dalla base del primo gradino e dovendo superare un dislivello di 6 metri, quale formica arriverà per prima in cima all'ultimo gradino?

11 L'orsacchiotto (2004, Finale italiana)
Luca pesa i suoi giocattoli con la bilancia della bisnonna e trova che il camion pesa come l'orsacchiotto, il soldatino di 8 g e la palla, pesati insieme. La palla, l'orsacchiotto e il camion pesano insieme 1568 g; la palla pesa 140 g meno dell'orsacchiotto. Quanto pesa l'orsacchiotto?

12 Il più difficile (2004, Giochi a squadre)
Nando marcia ad una velocità di 5 km all'ora. Quanti metri avrà percorso in 15 minuti?

13 Gomme nuove (2005, Giochi di primavera)
Gli pneumatici della mia nuova auto (compreso quello di scorta) sono garantiti per percorrere 20000 km. Se li utilizzo tutti al meglio, quanti km garantiti posso percorrere al massimo?

14 La corsa campestre (2005, Finale italiana)
Alla fine della campestre della scuola, il professore chiede ai suoi alunni di verificare le pulsazioni.
Carla conta 25 battiti in 15 secondi;
Milena conta 24 battiti in 20 secondi;
Rosi conta 45 battiti in 30 secondi;
Desiderio conta 110 battiti in un minuto.
Metti in fila gli alunni (indicati con l'iniziale del loro nome) da quello che ha il polso più lento a quello che ha il polso più veloce.

15 L'orologio di Carla (2005, Giochi d'autunno)
Carla ha un orologio che rimane indietro tre minuti ogni ora. Questa mattina, lo ha messo a posto alle 8. Che ora farà il suo orologio domani mattina alle 8?

16 Come passa il tempo (2005, Giochi d'autunno)
A quanti minuti corrispondono 0,65 di ora?

17 Orologio alla mano (2007, Giochi d'autunno)
Tutte le mattine, Luca punta la sveglia alle 6.48 precise e si alza cinque minuti dopo. Gli occorrono poi un quarto d'ora per fare colazione, 18 minuti per lavarsi e vestirsi e 6 minuti per controllare con attenzione il contenuto della cartella. Impiega poi un minuto per salutare, con affetto, la mamma e 3 minuti per raggiungere la fermata dell'autobus dove aspetta per 2 minuti. L'autobus lo deposita davanti alla scuola un quarto d'ora dopo. A questo punto, gli restano ancora 5 minuti per chiacchierare con i compagni prima che suoni la campanella. A che ora suona esattamente la campanella della scuola di Luca?

1 Disegna una retta r ed un punto A fuori di essa; dalla parte opposta rispetto ad A prendi il punto A' distante da r quanto il punto A. Esiste una relazione di perpendicolarità tra la retta r e il segmento $A'A$? Spiega in quale unico caso sussiste la relazione.

2 Disegna una retta r ed un punto A non appartenente ad essa. Traccia poi altre due rette s e t passanti per A, la prima parallela e la seconda perpendicolare ad r. Che relazione esiste tra la retta t e la retta s?

3 Disegna due rette perpendicolari r ed s incidenti in P, stacca su r due segmenti congruenti PA e PA' e su s altri due segmenti congruenti PB e PB'. Individua gli assi dei segmenti AA' e BB'.

4 Disegna due rette r ed s incidenti in P e una terza retta t non passante per P. Trova un punto di t che sia equidistante dalle rette r ed s.

5 Disegna due segmenti AB e CD tali da intersecarsi nel loro punto medio e verifica poi che le congiungenti gli estremi AC e BD sono parallele tra di loro.

6 Disegna una retta r ed un punto A esterno ad essa; dopo aver tracciato la distanza tra il punto A e la retta r, trova le proiezioni di due punti B e C in modo che le rispettive distanze siano il doppio e il triplo della distanza del punto A da r.

7 Dopo aver disegnato due rette perpendicolari r ed s ed un segmento AB parallelo alla retta r costruisci le sue proiezioni sulle rette r ed s.

8 Disegna una retta r e due punti distinti A e B fuori di essa. Individua un punto P tale che sia ugualmente distante dai punti A e B e che abbia una distanza assegnata da r di 3 cm.

9 Disegna due rette r ed s tagliate da una trasversale t; se gli angoli alterni interni non hanno la stessa ampiezza, le due rette r ed s sono tra di loro parallele?

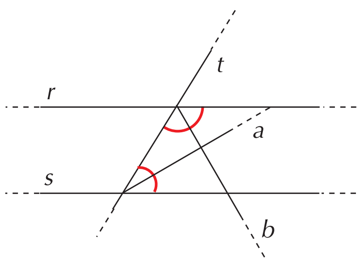
10 Disegna due rette r ed s parallele tagliate da una trasversale t, traccia le bisettrici di due angoli alterni esterni e verifica che queste ultime sono tra di loro parallele.

11 Disegna due rette r ed s parallele tagliate da una trasversale t, traccia le bisettrici di due angoli coniugati esterni e verifica che queste ultime sono tra di loro perpendicolari.

12 Disegna due rette r ed s parallele tagliate da una trasversale t nei punti A e B; stacca poi su r ed s, da una stessa parte rispetto la trasversale t, due segmenti congruenti AC e BD. Come sono tra loro le rette che contengono i segmenti CD e AB?

13 Date due rette parallele r ed s tagliate dalla trasversale t, calcola la misura degli angoli che si vengono a formare sapendo che le bisettrici di una coppia di angoli corrispondenti dividono l'angolo corrispondente in due parti ciascuna delle quali è ampia 56°. Come sono tra loro le rette e le due bisettrici? [112°; 68°; .....]

14 Date due rette parallele r ed s tagliate dalla trasversale t, calcola la misura degli 8 angoli che si vengono a formare sapendo che le semirette a e b sono le bisettrici di una coppia di angoli coniugati interni e che ciascuna delle due parti in cui la semiretta b divide l'angolo corrispondente è ampia 58°. Come sono fra loro le semirette a e b? [116°; 64°; .....]

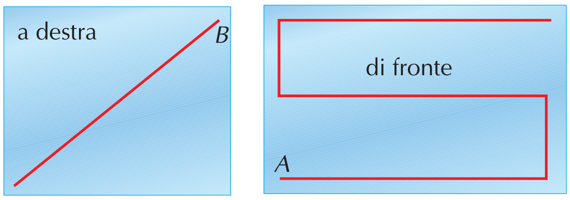


1 La pianta del villaggio (2000, Finale italiana)

Fabrizio disegna sulla pianta del villaggio-vacanze cinque strade diritte in modo che tre delle cinque strade si incrocino in uno stesso punto e che tre delle cinque strade siano parallele. In quante zone queste cinque strade dividono il villaggio?

2 Passeggiando nell'acquario (2002, semifinale italiana)

Un pesce si sposta da *A* a *B*. Il suo percorso è costituito da un certo numero di segmenti, ciascuno dei quali è parallelo a una delle pareti dell'acquario. Abbiamo disegnato la proiezione del percorso del pesce su due pareti dell'acquario, rispettivamente quella che l'osservatore trova alla sua destra e quella subito di fronte a lui. Disegna la proiezione del percorso del pesce sul fondo dell'acquario (vista da sopra).



3 Tre rette e un punto (2003, Semifinali locali)

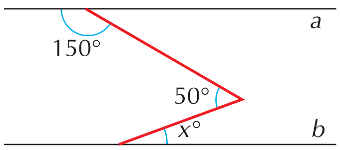
Nel piano, Nando ha tracciato tre rette convergenti in un punto, facendo degli angoli di 60°. Segna quindi un punto nel piano e misura la distanza da questo punto a due delle tre rette. Trova 7 cm e 11 cm. A quale distanza dalla terza retta si trova il punto? Dare questa distanza in centimetri, eventualmente arrotondando al centesimo.

4 Desiderio e le rette (2006, Semifinale italiana)

Su un foglio di cartoncino rettangolare, Desiderio ha tracciato tre rette e osserva che dividono il rettangolo in 7 parti. Allora traccia altre tre rette, ognuna parallela a una delle prime tre. Quante parti Desiderio otterrà, al massimo, sul suo cartoncino?

5 Questione di angoli (2006, giochi a squadre)

Quanto vale l'angolo x della figura (dove le rette a e b sono parallele)?



I primi elementi della geometria

Capitolo 2
ESERCIZI

1 Gli enti geometrici fondamentali

teoria pag. 30

- ✗ Il **punto** è privo di dimensioni;
- ✗ la **linea** ha una sola dimensione;
- ✗ la **retta** è una linea i cui punti sono disposti secondo una direzione;
- ✗ il **piano** è dotato di due sole dimensioni: larghezza e lunghezza;
- ✗ il **semipiano** è ciascuna delle due parti in cui il piano viene diviso da una retta che giace su di esso;
- ✗ due **rette incidenti** hanno un solo punto in comune;
- ✗ due **rette parallele** non hanno alcun punto in comune;
- ✗ due **rette coincidenti** hanno tutti i punti in comune.

Comprensione della teoria

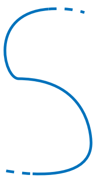
1 Indica quali delle seguenti affermazioni relative al punto sono corrette:
a. il punto non ha dimensioni;
b. per Euclide il punto è ciò che è molto piccolo;
c. per Euclide il punto è ciò che non ha parti.

2 Indica quali delle seguenti affermazioni relative alla linea sono corrette:
a. la linea ha due dimensioni;
b. una linea è aperta quando è possibile percorrerla senza mai tornare al "punto di partenza";
c. una linea è intrecciata quando incrocia se stessa almeno una volta.

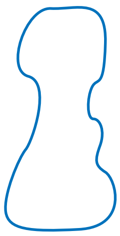
3 Indica quali delle seguenti affermazioni relative alla retta sono errate:
a. la retta ha un inizio e una fine;
b. la retta è una linea che contiene infiniti punti disposti secondo una stessa direzione;
c. la retta è una linea che contiene infiniti punti disposti in varie direzioni.

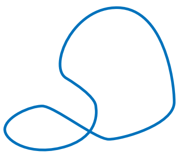
4 Elenca alcune lettere con le quali è possibile indentificare:
a. un punto; **b.** una retta; **c.** un piano.

5 Come si chiamano le seguenti linee?

a. 

b. 

c. 

d. 

6 Rispondi alle seguenti domande:
a. una linea retta può essere chiusa?
b. Una linea chiusa può avere lunghezza infinita?
c. Quante dimensioni ha un piano?

Applicazione

7 Disegna tutti i tipi di linea che conosci.

8 Disegna una linea retta e una linea curva. Qual è la differenza?

9 Disegna su un foglio due punti distinti. È possibile, a tuo avviso, contare il numero di punti compresi tra di essi? Perché?

10 Disegna su un foglio quattro punti A, B, C e D con C e D coincidenti ($C \equiv D$).

11 Come si rappresenta un piano? Disegnalo.

12 Disegna un piano α e due punti A e B distinti appartenenti ad esso.

13 Disegna una retta r e prendi un punto O su di essa.

14 Disegna una retta r. Riesci a stabilire qual è il primo e l'ultimo punto di essa?

15 Disegna su un foglio due linee che hanno due punti d'intersezione. Come sono queste linee?

16 Disegna due linee che non hanno alcun punto d'intersezione.

17 Disegna un semipiano e indica con r la sua retta origine.

18 Dato il piano α disegna una retta r appartenente ad esso.

19 Dato il piano α disegna una retta che lo interseca in un punto.

2 Gli assiomi della geometria

teoria pag. 32

- ✗ **Assioma 1:** per un punto passano infinite rette;
- ✗ **assioma 2:** per due punti distinti passa una e una sola retta;
- ✗ **assioma 3:** se una retta ha in comune con un piano due punti allora giace tutta sul piano;
- ✗ **assioma 4:** per una retta passano infiniti piani;
- ✗ **assioma 5:** per tre punti distinti non appartenenti alla stessa retta passa uno ed un solo piano;
- ✗ **conseguenza assioma 5:** per una retta e un punto fuori di essa passa un solo piano;
- ✗ **conseguenza assioma 5:** per due rette incidenti passa un solo piano.

Comprensione della teoria

20 Quali delle seguenti condizioni devono verificarsi affinché per tre punti passi una e una sola retta?

a. I tre punti devono appartenere ad uno stesso piano SI NO

b. i tre punti devono essere disposti secondo la stessa direzione SI NO

c. i tre punti non devono essere coincidenti SI NO

d. i tre punti devono essere distinti. SI NO

21 Quante rette passano per un punto?

a. Zero; **b.** una; **c.** due; **d.** infinite.

22 Quanti punti sono necessari per definire un piano?

a. Uno; **b.** due allineati; **c.** tre allineati; **d.** tre non allineati.

Applicazione

23 Rappresenta su un foglio un punto e disegna alcune rette passanti per esso. Riesci a contare tutte le possibili rette che passano per il punto?

24 Traccia su un foglio un punto *A* e tre rette *r*, *s* e *t* passanti per esso. Quanti punti hanno in comune le tre rette?

25 Traccia tre punti su un foglio e poi, utilizzando un righello, tenta di unirli con una sola retta: che cosa noti?

26 Traccia su un foglio tre punti *A*, *B*, *C* distinti e non allineati. Quante rette passanti per *A* riesci a disegnare? Quante per *B* e quante per *C*? Quante passanti per *B* e *C* contemporaneamente? Quante passanti contemporaneamente per tutti e tre i punti?

27 Traccia su un foglio quattro punti *A*, *B*, *C* e *D* tali che una retta *r* passi per *A*, *B* e *C* ma non per *D*.

28 Rappresenta su un foglio due rette distinte e due rette coincidenti.

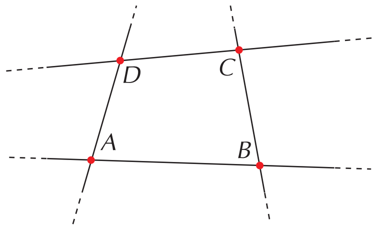
29 Traccia su un foglio un punto *A* e due rette *r* e *s* passanti per esso. Traccia poi sullo stesso foglio un punto *B* e una retta *t* passante sia per *A* che per *B*. Quante rette passano per *A*? Quante rette passano per *A* e per *B*?

30 Disegna su un foglio tre rette distinte *p*, *s* e *t*. Immaginando di prolungarle all'infinito, esse si intersecheranno?

31 Disegna su un foglio quattro punti *A*, *B*, *C* e *D* non coincidenti e tutte le rette che riesci a far passare per ogni coppia di punti.

32 Osserva la figura a lato e individua le rette *a*, *b*, *c* e *d* sapendo che:

a. le rette *a* e *c* hanno il punto *D* in comune;
b. le rette *b* e *c* hanno il punto *A* in comune;
c. le rette *b* e *d* hanno il punto *B* in comune;
d. le rette *a* e *d* hanno il punto *C* in comune.



33 Disegna su un foglio un piano, una retta e un punto appartenenti ad esso e utilizza la giusta simbologia.

34 Disegna un piano α e traccia su di esso un punto *P* e una retta *r*.

35 Disegna un piano e traccia una retta *r* giacente su di esso ed una retta *s* non giacente su di esso.

36 Disegna su un foglio un piano e traccia su di esso una retta. Indica quali sono rispettivamente i semipiani che si vengono a formare e l'origine dei semipiani.

37 Traccia su un foglio due punti distinti. Disegna tutte le rette che riesci a far passare contemporaneamente per essi. Qual è l'assioma che ricavi da questa costruzione?

38 Disegna su un foglio una retta ed un punto fuori di essa. Quanti piani passano per la retta ed il punto?

39 Disegna su un foglio due rette incidenti. Quanti piani passano per le due rette?

● **40** Traccia su un foglio tre punti *A*, *B*, e *C* non allineati e uniscili a due a due con delle rette. Quanti piani passano per i tre punti *A*, *B*, e *C*?

● **41** In un piano α disegna quattro rette a due a due incidenti. Quanti sono i punti di intersezione? Indica tali punti con delle lettere.

● **42** Disegna su un foglio una retta ed un piano aventi due punti in comune. Qual è l'assioma che ricavi da questa costruzione?

● **43** Disegna tre rette *r*, *s*, *t* sapendo che:

a. le rette *r* e *s* hanno il punto *A* in comune;
b. le rette *t* e *s* si intersecano nel punto *B*;
c. le rette *r* e *t* non hanno punti in comune.

●● **44** Costruisci una figura con le seguenti caratteristiche:

a. la retta *r* ed *s* si toccano nel punto *A*;
b. la retta *t* tocca la retta *r* e la retta *s* rispettivamente nei punti *B* e *C*;
c. la retta *v* passa per il punto *B*;
d. la retta *z* passa per il punto *C*.

●● **45** Costruisci una figura con le seguenti caratteristiche:

a. le rette *s* e *t* hanno il punto *A* in comune;
b. la retta *r* tocca la retta *s* nel punto *B* e la retta *t* nel punto *C*;
c. la retta *v* tocca la retta *s* nel punto *B* e la retta *t* nel punto *D*.

Il piano cartesiano

l'approfondimento è a pag. 34

Costruisci un piano cartesiano adeguato a rappresentare i seguenti punti.

46 $A(6; 2)$; $B(0; 4)$; $C(7; 3)$.

47 $A(0; 10)$; $B(6; 6)$; $C(10; 1)$.

48 $A(2; 6)$; $B(5; 5)$; $C(0; 15)$.

49 $A(1; 1)$; $B(2; 2)$; $C(3; 5)$.

50 $A(2; 3)$; $B(3; 4)$; $C(2; 0)$.

51 $A(5; 0)$; $B(5; 1)$; $C(3; 4)$.

52 $A(5; 1)$; $B(5; 6)$; $C(0; 2)$.

53 $A(0; 4)$; $B(7; 1)$; $C(5; 8)$.

54 $A(4; 6)$; $B(7; 5)$; $C(0; 4)$.

55 In un piano cartesiano rappresenta i punti $A(2; 2)$, $B(3; 3)$ e $C(7; 7)$. Fai passare una retta per ciascuna coppia di punti. Quante rette hai disegnato? Quale regola generale puoi dedurre?

56 In un piano cartesiano rappresenta i punti $A(5; 2)$, $B(5; 3)$ e $C(5; 7)$. Come sono fra loro i punti? Fai passare una retta per ciascuna coppia di punti. Quante rette hai disegnato e che caratteristica hanno? Quale regola generale puoi dedurre?

57 In un piano cartesiano rappresenta i punti $A(4; 3)$, $B(6; 3)$ e $C(1; 3)$. Come sono fra loro i punti? Fai passare una retta per ciascuna coppia di punti. Quante rette hai disegnato e che caratteristica hanno? Quale regola generale puoi dedurre?

Rappresenta la retta passante per le seguenti coppie di punti.

58 $A(5; 2)$; $B(3; 2)$.

59 $A(6; 3)$; $B(6; 2)$.

60 $A(12; 1)$; $B(8; 5)$.

61 $A(0; 2)$; $B(5; 0)$.

62 $A(2; 3)$; $B(3; 2)$.

63 $A(5; 5)$; $B(1; 1)$.

64 $A(3; 1)$; $B(4; 5)$.

65 $A(0; 2)$; $B(5; 0)$.

66 $A(14; 7)$; $B(9; 3)$.

3 La semiretta e il segmento

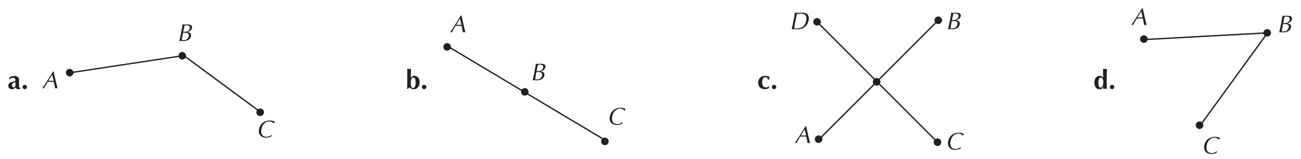
teoria pag. 35

- ✗ La **semiretta** è ciascuna delle due parti, infinite, in cui una retta è divisa da un suo punto O, detto **origine**;
- ✗ il **segmento** è la parte di retta compresa tra due punti;
- ✗ due **segmenti consecutivi** hanno un estremo in comune;
- ✗ due **segmenti adiacenti** hanno un estremo in comune ed appartengono alla stessa retta;
- ✗ la **spezzata** è una linea formata da più segmenti a due a due consecutivi;
- ✗ la **distanza** tra due punti è la lunghezza del segmento che ha tali punti per estremi.

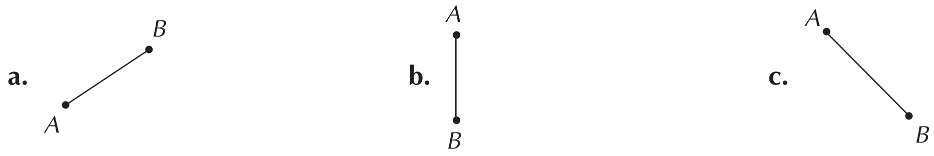
Comprensione della teoria

67 Attribuisci il nome esatto alle due definizioni sotto riportate:
a. è ognuna delle due parti in cui una retta è divisa da un suo punto;
b. è la parte di retta compresa tra due suoi punti.

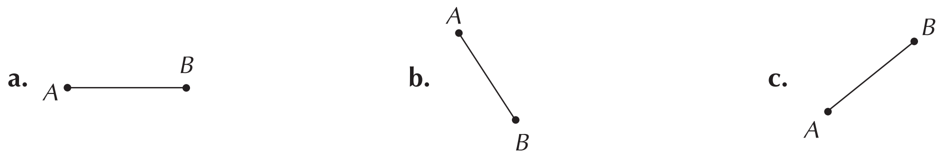
68 Quali fra i seguenti segmenti sono consecutivi, quali adiacenti e quali non sono né consecutivi né adiacenti:



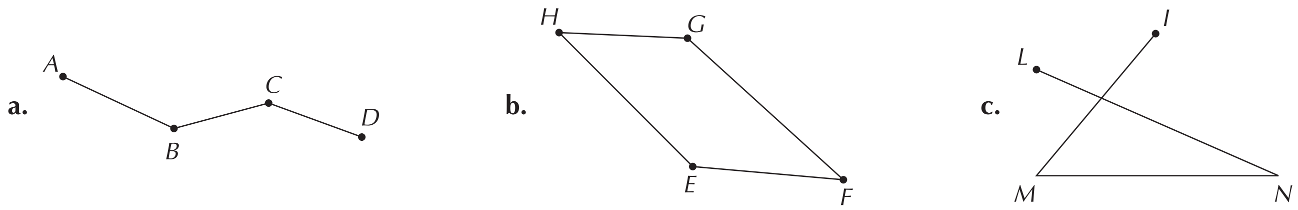
69 Disegna un segmento consecutivo per ogni segmento assegnato:



70 Disegna un segmento adiacente per ogni segmento assegnato:



71 Quale tra le seguenti spezzate è detta intrecciata aperta? Quale di esse è invece una spezzata chiusa?



72 Completa le seguenti affermazioni:
a. i segmenti che formano una spezzata si chiamano ....;
b. gli estremi di tali segmenti si chiamano ....

73 Completa la scrittura accanto al seguente disegno:

$AB >$ .....

74 Confronta i due segmenti *AB* e *CM*. Se riporti il segmento *CM* su *AB* facendo coincidere i punti *A* e *C*, come si chiama il punto *M* rispetto al segmento *AB*?

Applicazione

75 Disegna una semiretta, due semirette di origine *Q* e un segmento.

76 Traccia una retta *r* e scegli su di essa due punti *A* e *B* non coincidenti. In quante parti risulta divisa la retta *r*? Qual è la parte di retta denominata segmento? Come si chiamano i punti *A* e *B*?

77 Disegna una retta e segna su di essa due punti distinti *H* e *K*; colora in rosso la parte di retta che rappresenta un segmento.

78 Disegna una retta e segna su di essa tre punti distinti A, B e C. Segna con colori diversi tutti i segmenti che si sono formati.

79 Disegna tre segmenti appartenenti alla stessa retta r e tre segmenti non appartenenti ad r.

80 Disegna due punti A e B e uniscili con una retta r. Quanti segmenti hanno A e B come estremi?

81 Disegna tre punti A, B e C non allineati e uniscili a due a due con delle rette. Quanti segmenti riesci ad individuare?

82 Disegna due segmenti AB e BC aventi l'estremo B in comune e non appartenenti alla stessa retta r.

83 Disegna una coppia di segmenti consecutivi e fornisci la definizione.

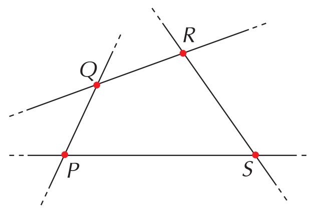
84 Disegna una coppia di segmenti adiacenti e fornisci la definizione.

85 Disegna tre segmenti tali che il secondo sia consecutivo e non adiacente rispetto al primo e il terzo sia adiacente rispetto al secondo.

86 Disegna due segmenti consecutivi tali che la misura del primo sia il doppio di quella del secondo.

87 Disegna due segmenti adiacenti tali che la misura del secondo sia il triplo di quella del primo.

88 Osserva il disegno a lato e utilizzando un righello calcola le misure dei segmenti QP, QR, RS e SP.
Traccia inoltre i segmenti QS, PR e calcola la misura di $\overline{QS}+\overline{PR}$ e di $\overline{QS}-\overline{PR}$.



89 Disegna quattro segmenti consecutivi e non adiacenti. Come si chiama la figura ottenuta?

90 Disegna una spezzata aperta della lunghezza complessiva di 15 cm.

91 Disegna una spezzata intrecciata chiusa della lunghezza complessiva di 28 cm.

92 Disegna una spezzata intrecciata aperta.

93 Disegna una spezzata chiusa.

94 Confronta graficamente i seguenti segmenti e ordinali in senso crescente.

95 Disegna due segmenti distinti AB e CD e confrontali trasportandone uno sull'altro.

96 Disegna tre segmenti distinti AB, CD ed EF con $AB > CD$ e $CD > EF$. Trasporta i primi due sul terzo.

97 Traccia tre segmenti distinti e disuguali AB, CD e EF e confrontali.

98 Disegna tre segmenti distinti e disuguali tra di loro. Disponili poi in ordine crescente.

99 Disegna due segmenti distinti tali che il primo sia minore del secondo, e quattro segmenti distinti a due a due congruenti.

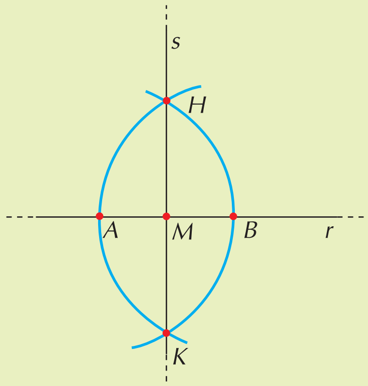
100 Esercizio guida

Dopo aver disegnato il segmento AB, costruiamo geometricamente il suo punto medio.

Svolgimento

Occorre effettuare la seguente costruzione:

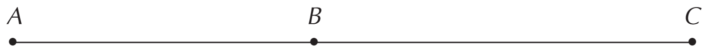
- consideriamo la retta r e su di essa prendiamo il segmento AB;
- centriamo il compasso, con apertura AB, in A e in B e descriviamo due archi che si intersecano nei punti H e K;
- con un righello tracciamo la retta s congiungente i punti H e K;
- il punto M, intersezione della retta s con il segmento AB, è il punto medio dello stesso segmento.



101 Disegna un segmento AB lungo 7 cm e trova il suo punto medio M utilizzando la costruzione dell'esercizio precedente. Misura quindi il segmento AM.

102 Disegna tre rette in modo che siano reciprocamente incidenti. Trova poi i punti medi dei tre segmenti formati dai punti di incidenza.

● **103** I segmenti AB e BC della figura misurano rispettivamente 4 cm e 5 cm. Dopo aver disegnato il punto medio M del segmento AB e il punto medio N del segmento BC calcola quanto misura MN. [4,5 cm]



● **104** Tre segmenti adiacenti AB, BC e CD misurano rispettivamente 4,5 cm, 5,5 cm e 2,5 cm. Dopo aver disegnato il punto medio M del segmento AC e il punto medio N del segmento BD calcola quanto misura NM. [3,5 cm]

● **105** Dati i segmenti $\overline{AB} = 5$ cm e $\overline{CD} = 2$ cm, costruisci sul quaderno il segmento $AB + CD$ e $AB - CD$.

● **106** Dati i segmenti $\overline{AB} = 7$ cm, $\overline{CD} = 4$ cm e $\overline{EF} = 10$ cm costruisci i segmenti $AB + EF$, $CD + EF$, $EF - CD$, $AB + CD - EF$.

Per ciascuno dei seguenti segmenti AB, rappresenta sul quaderno i segmenti CD ed EF.

107 

$CD = 3 \cdot AB$ $EF = AB : 2$

108 

$CD = 4 \cdot AB$ $EF = AB : 3$

109 

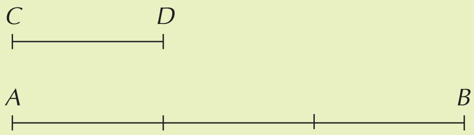
$CD = 2 \cdot AB$ $EF = AB : 7$

Risolvi i seguenti problemi sulla misura di segmenti.

110 Esercizio guida

Calcola la misura del segmento AB sapendo che è il triplo del segmento CD, lungo 2 cm.

Svolgimento



Dati	Incognita
$AB = 3 \cdot CD$ $\overline{CD} = 2$ cm	$\overline{AB}$

Basta moltiplicare per 3 la lunghezza del segmento CD; pertanto avremo:

$\overline{AB} = 2 \cdot$ .... = ... cm.

111 Calcola la misura di un segmento AB sapendo che è il doppio di un altro segmento CD la cui lunghezza è 1,5 dm. [3 dm]

112 Calcola la misura di un segmento AB sapendo che è la metà di un altro segmento CD la cui lunghezza è 4 cm. [2 cm]

113 La somma delle lunghezze di due segmenti è 220 dm. Calcola la lunghezza dei due segmenti sapendo che uno è il triplo dell'altro. [55 dm; 165 dm]

114 Un segmento misura 28 cm; calcola la misura di un altro segmento sapendo che quest'ultimo è la metà del segmento dato. [14 cm]

115 Due segmenti misurano rispettivamente 69 m e 34 m. Calcola la misura del segmento somma e quella del segmento differenza. [103 m; 35 m]

116 Due segmenti misurano rispettivamente 45 dm e 3 200 mm. Calcola la misura del segmento somma e quella del segmento differenza. [77 dm; 13 dm]
(Suggerimento: attenzione alle unità di misura)

117 Due segmenti misurano rispettivamente 35,6 m e 6 500 mm. Quanti decimetri misura il segmento somma? [421 dm]

118 La somma di due segmenti misura 75 cm e il maggiore di essi è lungo 420 mm. Quanto misura il minore? [33 cm]

119 La differenza delle lunghezze di due segmenti misura 4 cm e il minore di essi è lungo 16 cm. Quanto misura il maggiore? [20 cm]

120 Dato il segmento *AB* lungo 40 cm calcola la lunghezza del segmento somma fra il suo doppio, il suo triplo e il segmento stesso. [240 cm]

121 Due segmenti sono tali che uno misura 20 cm e l'altro è il suo multiplo secondo il numero 3. Quanto misura il segmento somma? [80 cm]

122 Due segmenti sono tali che uno misura 180 cm e l'altro è il suo sottomultiplo secondo il numero 5. Quanto misura il segmento somma? [216 cm]

123 Calcola la misura della somma di tre segmenti sapendo che il primo misura 36 cm, il secondo è la metà del primo e il terzo il quadruplo del secondo. [126 cm]

124 Un segmento misura 18 cm. Determina la misura del segmento somma fra il suo doppio e il suo triplo. [90 cm]

125 Un segmento misura 25,4 cm. Calcola la misura del segmento differenza fra il suo doppio e la sua metà. [38,1 cm]

● **126** Due segmenti sono tali che la loro somma misura 180 cm e la loro differenza misura 50 cm. Calcola la misura dei due segmenti. [65 cm; 115 cm]

● **127** La differenza di due segmenti misura 25 cm. Calcola la misura dei due segmenti sapendo che il primo è il triplo del secondo. [37,5 cm; 12,5 cm]

● **128** La somma di due segmenti misura 71 cm e la loro differenza misura 7 cm. Quanto misurano i due segmenti? [39 cm; 32 cm]

● **129** La somma di due segmenti è 30 dm. Calcola la lunghezza dei segmenti sapendo che la loro differenza è di 24 dm. [27 dm; 3 dm]

● **130** La somma di due segmenti è 45 dm. Calcola la lunghezza dei segmenti sapendo che la loro differenza è di 31 dm. [38 dm; 7 dm]

● **131** La somma di due segmenti è 166 cm. Calcola la lunghezza dei segmenti sapendo che la loro differenza è di 72 cm. [119 cm; 47 cm]

● **132** La somma di due segmenti misura 450 dm. Calcola la lunghezza dei segmenti sapendo che la loro differenza è di 20 m. [125 dm; 325 dm]

● **133** La somma di due segmenti misura 39 cm ed uno è il doppio dell'altro. Quanto misura ciascun segmento? [26 cm; 13 cm]

● **134** La somma di due segmenti misura 60 cm ed uno è il quadruplo dell'altro. Quanto misura ciascun segmento? [48 cm; 12 cm]

● **135** La differenza di due segmenti misura 14 cm ed uno è il triplo dell'altro. Quanto misura ciascun segmento? [21 cm; 7 cm]

● **136** La differenza di due segmenti misura 48 dm ed il maggiore è il quadruplo del minore; calcola la misura due segmenti. [16 dm; 64 dm]

● **137** Calcola la misura di due segmenti sapendo che la loro differenza è 45 cm e che uno è il quadruplo dell'altro diminuito di 6 cm. [17 cm; 62 cm]

● **138** La somma di due segmenti è 18 dm. Calcola la lunghezza dei segmenti sapendo che il primo è cinque volte più piccolo del secondo. [3 dm; 15 dm]

● **139** La somma di due segmenti è 16 dm. Calcola la lunghezza dei segmenti sapendo che il primo è il triplo del secondo. [12 dm; 4 dm]

140 La somma di tre segmenti misura 25 cm. Calcola la misura di ciascun segmento sapendo che il secondo supera di 3 cm il primo e il terzo supera di 4 cm il secondo. [5 cm; 8 cm; 12 cm]

141 La somma di tre segmenti misura 60 cm. Calcola la misura di ciascun segmento sapendo che il primo è il doppio del secondo e il secondo il triplo del terzo. [36 cm; 18 cm; 6 cm]

142 La differenza di due segmenti misura 18 cm e il maggiore è il quadruplo del minore. Quanto misura un terzo segmento congruente al doppio della loro somma? [60 cm]

143 Due segmenti AB e CD sono tali che AB supera di 6 cm il doppio del segmento CD. Sapendo che $\overline{AB} + \overline{CD} = 39$ cm, calcola la lunghezza dei segmenti. [11 cm; 28 cm]

144 Sono dati tre segmenti di cui il primo è la metà del secondo ed il terzo è il triplo del primo, calcola la loro lunghezza sapendo che sommati danno un segmento lungo 42 cm. [7 cm; 14 cm; 21 cm]

145 Calcola la misura di due segmenti AM e CN tali che $\overline{AM} + \overline{CM} = 64$ cm sapendo che il primo è il triplo del secondo. [16 cm; 48 cm]

146 La somma di tre segmenti misura 68 dm. Calcola le misure dei tre segmenti sapendo che il secondo è il doppio del primo ed il terzo supera il secondo di 3 dm. [13 dm; 26 dm; 29 dm]

147 La somma di due segmenti è 15 cm. Calcola la lunghezza dei segmenti sapendo che il primo supera il secondo di 3 cm. [9 cm; 6 cm]

148 La somma di due segmenti è 50 cm e uno è il triplo dell'altro. Calcola la lunghezza di un terzo segmento cinque volte più piccolo del minore e di un quarto segmento pari al triplo del maggiore. [2,5 cm; 112,5 cm]

149 Due segmenti AB e CD sono tali che AB supera di 15 cm il doppio di CD. Calcola quanto misura ciascun segmento sapendo che la loro differenza è 23 cm. [31 cm; 8 cm]

150 La somma di tre segmenti è 72 cm. Calcola la misura di ciascun segmento sapendo che il primo supera il secondo di 12 cm e il secondo supera il terzo di 15 cm. [37 cm; 25 cm; 10 cm]

151 Tre segmenti AB, CD, EF sono tali che $\overline{AB} - \overline{CD} = 24$ cm; $AB = 4 \cdot CD$. Calcola la misura dei tre segmenti sapendo che la loro somma è 75 cm. [32 cm; 8 cm; 35 cm]

152 Tre segmenti AB, CD e EF sono tali che $\overline{AB} - \overline{CD} = 5$ cm; $AB = 3 \cdot EF$. Calcola la misura dei tre segmenti sapendo che la loro somma misura 30 cm. [15 cm; 10 cm; 5 cm]

153 Tre segmenti AB, CD e EF sono tali che $\overline{AB} - \overline{EF} = 38$ cm; $CD = 4 \cdot EF$. Calcola la misura dei tre segmenti sapendo che la loro somma misura 98 cm. [48 cm; 40 cm; 10 cm]

154 Tre segmenti AB, CD, EF sono tali che $\overline{AB} + \overline{CD} + \overline{EF} = 96$ cm; $EF = \frac{1}{3} \cdot CD$; $CD = \frac{1}{4} \cdot AB$. Calcola la misura dei tre segmenti. [72 cm; 18 cm; 6 cm]

155 Tre segmenti sono tali che $\overline{AB} + \overline{CD} = 90$ cm; $\overline{CD} + \overline{EF} = 54$ cm; $\overline{AB} + \overline{EF} = 72$ cm. Calcola la misura di ciascun segmento. [54 cm; 36 cm; 18 cm]

Le coordinate cartesiane del punto medio di un segmento

l'approfondimento è a pag. 38

In un piano cartesiano rappresenta il segmento che ha per estremi le seguenti coppie di punti.

156 $A(8; 1)$; $B(2; 1)$.

157 $A(5; 1)$; $B(4; 2)$.

158 $A(4; 5)$; $B(4; 4)$.

159 $A(1; 0)$; $B(7; 0)$.

160 $A(3; 3)$; $B(3; 1)$.

161 $A(9; 4)$; $B(4; 4)$.

162 $A(3; 7)$; $B(3; 4)$.

163 $A(3; 1)$; $B(7; 0)$.

Calcola le coordinate del punto medio dei seguenti segmenti AB, verificando con un disegno i valori ottenuti.

164 Esercizio guida

$A(7; 5)$ $B(0; 2)$

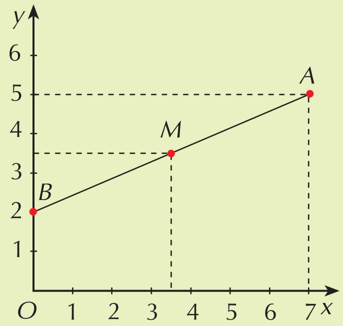
Svolgimento

Indichiamo con x_M e y_M le coordinate del punto medio M del segmento AB.

$x_M = (x_A + x_B) : 2 = (7 + 0) : 2 = 7 : 2 = 3{,}5$

$y_M = (y_A + y_B) : 2 = (5 + 2) : 2 = 7 : 2 = 3{,}5$

Il punto medio M ha dunque coordinate $M(3{,}5; 3{,}5)$.



165 $A(7; 4)$; $B(3; 6)$. [(5; 5)]

166 $A(3; 9)$; $B(1; 3)$. [(2; 6)]

167 $A(3; 0)$; $B(3; 8)$. [(3; 4)]

168 $A(2; 5)$; $B(0; 3)$. [(1; 4)]

169 $A(1; 4)$; $B(5; 8)$. [(3; 6)]

170 $A(4; 5)$; $B(4; 6)$. [(4; 5,5)]

171 $A(6; 2)$; $B(4; 0)$. [(5; 1)]

172 $A(8; 8)$; $B(6; 8)$. [(7; 8)]

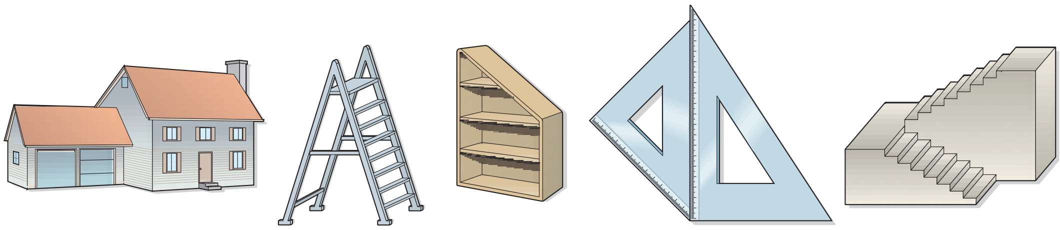
4 Gli angoli

teoria pag. 39

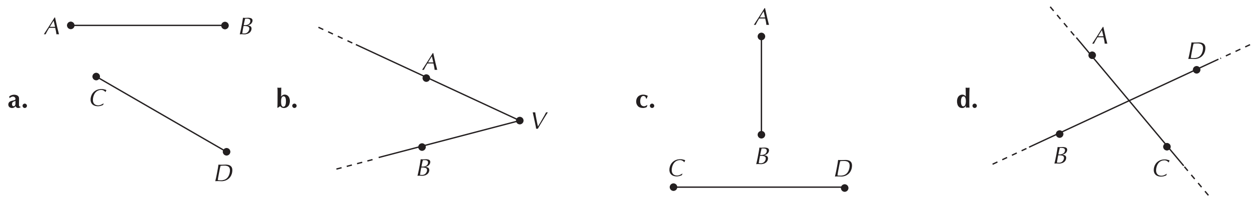
- ✗ L'**angolo** è ciascuna delle due parti in cui un piano viene diviso da due semirette che hanno l'origine in comune;
- ✗ l'**angolo convesso** non contiene i prolungamenti dei lati;
- ✗ l'**angolo concavo** contiene i prolungamenti dei lati.

Comprensione della teoria

173 Individua, tracciando un arco, alcuni degli angoli presenti nelle seguenti figure.



174 Quali delle seguenti coppie di segmenti formano degli angoli? Identificale colorando le parti di piano relative agli angoli.



175 Indica tra le seguenti definizioni quella corretta di angolo:
a. l'angolo è la parte di piano compresa tra due segmenti adiacenti;
b. l'angolo è la parte di piano compresa tra due semirette;
c. l'angolo è la parte di piano compresa tra due semirette aventi la stessa origine.

176 Osserva la stanza in cui ti trovi ed elenca gli angoli che riesci ad individuare.

177 Dopo aver disegnato un angolo definiscilo.

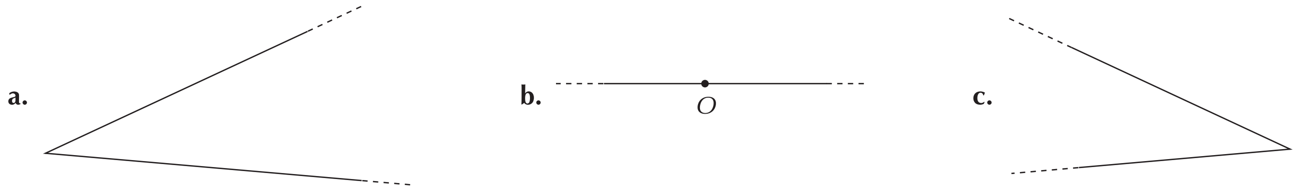
178 Due semirette aventi la stessa origine quanti angoli determinano?

179 Due rette incidenti quanti angoli determinano?

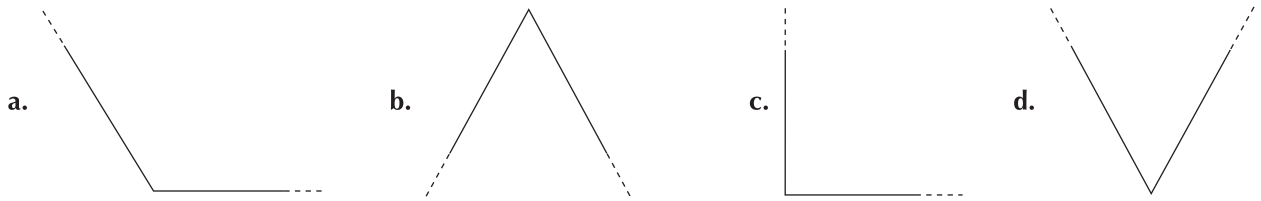
180 L'angolo è una delle due parti di piano diviso da:
a. una retta;
b. due semirette con la stessa origine;
c. due semirette con origine diversa;
d. una semiretta ed un segmento.

181 Un angolo si dice concavo quando:
a. le due semirette che lo definiscono hanno vertici distinti;
b. non contiene i prolungamenti dei suoi lati;
c. contiene i prolungamenti dei suoi lati;
d. nessuna delle precedenti.

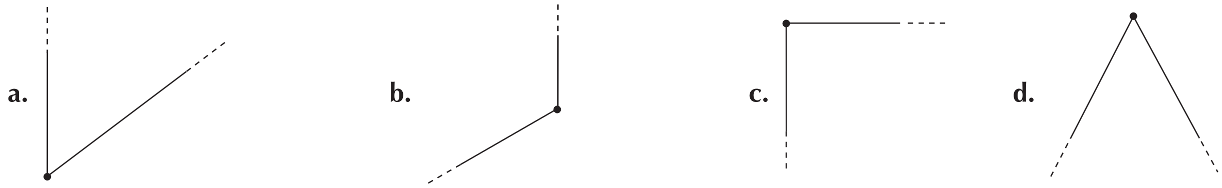
182 Osserva i seguenti angoli e completa il disegno con le lettere necessarie per definirli:



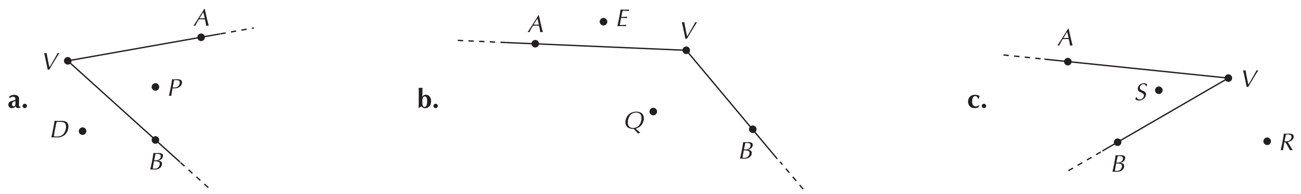
183 Osserva i seguenti disegni e scrivi in ognuno di essi la lettera V nel vertice di ogni angolo:



184 Date le seguenti figure colora in rosso l'angolo convesso e in nero l'angolo concavo:



185 Osserva le seguenti figure e stabilisci quali punti, nei tre casi, appartengono all'angolo convesso e quali appartengono all'angolo concavo:



Applicazione

186 Disegna sul tuo quaderno due angoli e, per ognuno di essi, metti in evidenza l'angolo concavo e quello convesso.

187 Disegna un angolo convesso e uno concavo aventi il vertice e una semiretta in comune.

188 Disegna un angolo convesso e un punto *P* appartenente ad esso. Poi disegna un angolo concavo ed un punto *B* appartenente ad esso.

189 Disegna un angolo convesso e prolunga i suoi lati. Poi disegna un angolo concavo e prolunga i suoi lati. Che cosa accade nei due casi?

● **190** Disegna tre punti *A*, *B* e *C* e le rette *r*, *s* e *t* passanti rispettivamente per *AB*, *BC* e *AC*:
a. colora con un arco di colore rosso tutti gli angoli convessi individuati e poi scrivili in lettere;
b. colora con un arco di colore blu tutti gli angoli concavi individuati e poi scrivili in lettere.

5 Angoli particolari

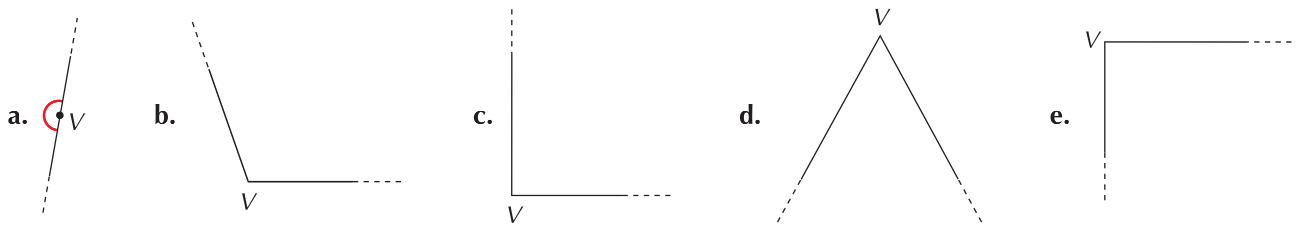
teoria pag. 41

- ✗ Un angolo si dice **nullo**, **retto**, **piatto** e **giro** se è ampio rispettivamente 0°, 90°, 180°, 360°;
- ✗ due **angoli consecutivi** hanno in comune un vertice e un lato;
- ✗ due **angoli adiacenti** sono consecutivi ed hanno i due lati non comuni uno sul prolungamento dell'altro;
- ✗ gli **angoli opposti al vertice** hanno i lati uno sul prolungamento dell'altro;
- ✗ gli **angoli opposti al vertice** sono congruenti.

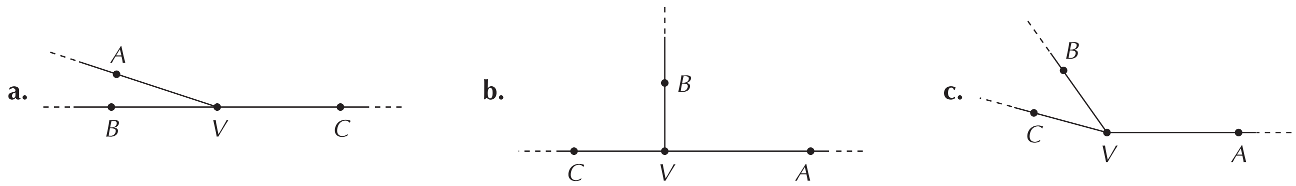
Comprensione della teoria

191 Un angolo convesso si dice nullo quando le due semirette:
a. non esistono; **b.** sono sovrapposte; **c.** sono parallele; **d.** sono perpendicolari.

192 Osserva le seguenti figure. Vi sono disegnati due angoli retti e un angolo piatto: quali sono?



193 Quali tra i seguenti angoli sono adiacenti? Indicali con un arco sul disegno e con le scritture letterali:



194 Gli angoli opposti al vertice:
a. non sempre sono congruenti; **b.** sono sempre disuguali; **c.** sono sempre congruenti.

195 Due rette intersecandosi in un punto *P* formano:
a. una coppia di angoli opposti al vertice; **b.** un angolo opposto al vertice;
c. due coppie di angoli opposti al vertice; **d.** due angoli.

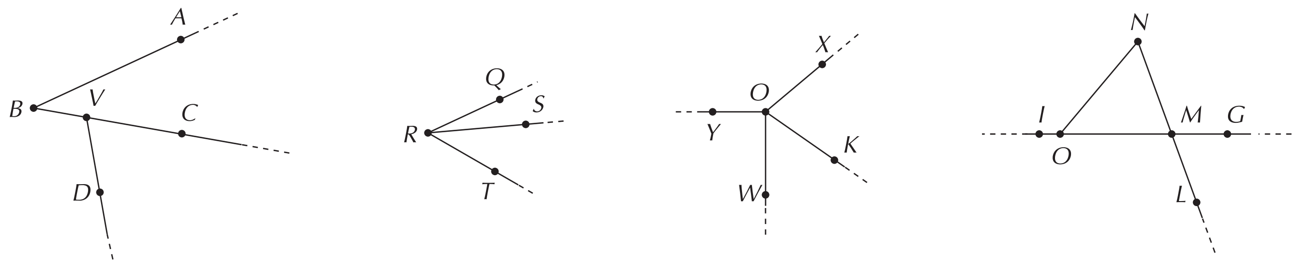
Applicazione

196 Illustra con disegni le quattro posizioni principali ottenute mediante la rotazione di una semiretta rispetto ad un'altra semiretta mantenuta ferma, e specifica il nome degli angoli corrispondenti.

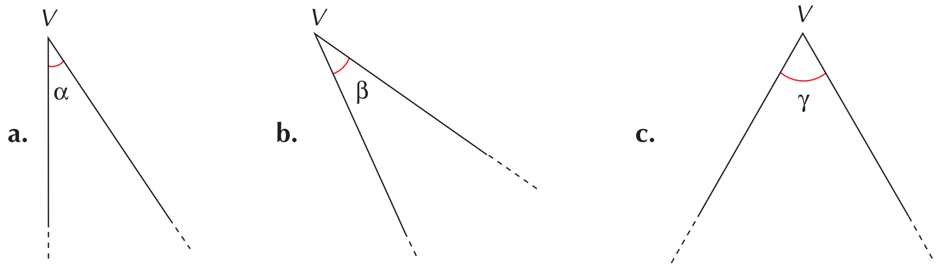
197 Disegna un angolo nullo, un angolo retto, un angolo piatto ed un angolo giro.

198 Disegna una coppia di angoli consecutivi e una coppia di angoli adiacenti.

199 Nelle seguenti figure identifica gli angoli consecutivi e quelli adiacenti, elencandoli con le relative lettere:



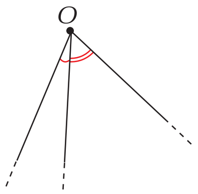
200 Dopo aver disegnato sul tuo quaderno i seguenti angoli, traccia un angolo adiacente a ciascuno di essi:



201 Disegna due angoli consecutivi che siano uno il doppio dell'altro.

202 Disegna due angoli adiacenti che siano uno il triplo dell'altro.

203 Disegna un angolo consecutivo agli angoli assegnati ed un angolo che abbia il vertice in comune ma non sia consecutivo agli angoli dati.

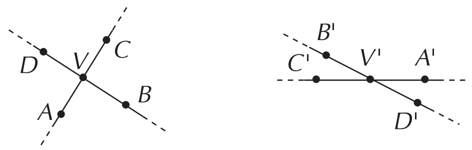


204 Disegna tre angoli di cui il secondo consecutivo al primo e il terzo adiacente al secondo.

205 Disegna tre angoli di cui il secondo adiacente al primo e il terzo adiacente al secondo.

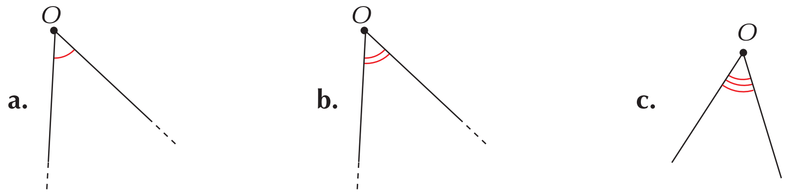
206 Disegna quattro angoli di cui il secondo consecutivo al primo, il terzo adiacente al secondo e il quarto adiacente al terzo.

207 Fra le seguenti coppie di angoli individua quelli opposti al vertice e misurali con un goniometro. Che cosa noti?



208 Disegna due angoli opposti al vertice, segnali con tutte le indicazioni necessarie per individuarli e verifica, misurandoli con un goniometro, che sono congruenti.

209 Per ognuno dei seguenti angoli disegna un angolo consecutivo, uno adiacente ed un angolo opposto al vertice.



6 Il confronto fra due angoli

teoria pag. 42

- ✗ La somma di due angoli è quell'angolo che si ottiene dall'unione dei primi due, dopo averli trasportati fino a renderli consecutivi;
- ✗ la differenza di due angoli, dei quali il primo è maggiore o congruente al secondo, è quell'angolo che sommato al secondo dà come risultato il primo;
- ✗ la **bisettrice** di un angolo è la semiretta (con origine nel vertice dell'angolo) che divide l'angolo in due parti congruenti.

Comprensione della teoria

210 Completa la seguente affermazione:
per confrontare due angoli, cioè per stabilire se sono della stessa ampiezza o se uno è maggiore o minore dell'altro, basta .... i loro .... e un loro .... nella stessa parte di piano rispetto a tale lato.

211 Rispondi alle seguenti domande:

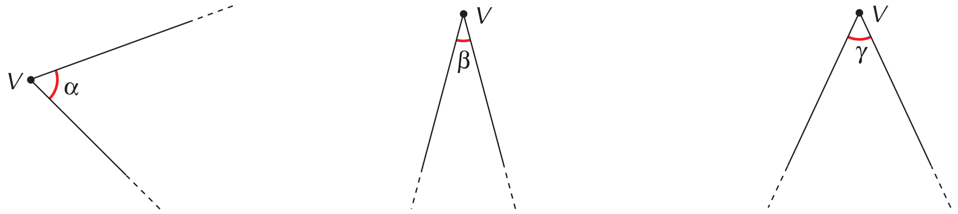
a. dati due angoli è sempre possibile costruire l'angolo somma?
b. Dati due angoli è sempre possibile costruire l'angolo differenza? Perché?
c. Quanto vale la differenza di due angoli congruenti?

212 Delle seguenti affermazioni indica quali sono vere e quali false:

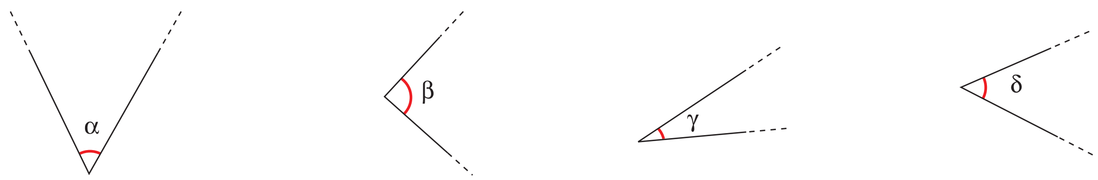
a. ogni angolo ha almeno due bisettrici V F
b. la bisettrice di un angolo è unica V F
c. la bisettrice di un angolo è la semiretta passante per l'origine dell'angolo V F
d. la bisettrice di un angolo è la semiretta che divide l'angolo in due parti congruenti. V F

Applicazione

213 Ricalca su carta trasparente (carta da lucido) l'angolo α; sovrapponilo poi agli angoli β e γ e stabilisci se α è maggiore, minore o congruente rispetto a questi due angoli.



214 Confronta l'angolo α con gli angoli β, γ e δ e scrivi se la sua misura è maggiore, minore, o congruente rispetto alla misura degli altri.



a. α ..... β **b.** α ..... γ **c.** α ..... δ

215 Disegna due angoli tali che, confrontandoli, risultino congruenti.

216 Disegna due angoli tali che, confrontandoli, il primo risulti maggiore del secondo.

217 Disegna due angoli α e β; esegui, mediante il trasporto, la loro somma e calcola poi l'ampiezza dell'angolo somma.

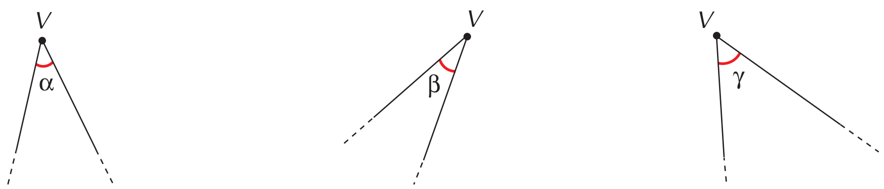
218 Disegna due angoli α e β (con β non maggiore di α): esegui, mediante il trasporto, la loro differenza e calcola poi l'ampiezza dell'angolo differenza.

219 Disegna due angoli adiacenti e costruisci il loro angolo somma.

220 Disegna due angoli adiacenti e costruisci il loro angolo differenza.

221 Disegna due angoli adiacenti e tra loro congruenti. Che angoli sono?

222 Considera i seguenti angoli α, β e γ, misura con il goniometro le tre ampiezze e calcola quanto richiesto:



a. $\alpha + \beta$; **b.** $\beta + \gamma$; **c.** $\alpha + \gamma$; **d.** $\alpha - \beta$; **e.** $\gamma - \beta$; **f.** $\gamma - \alpha$; **g.** $\alpha + \beta + \gamma$.

223 Calcola la misura di un angolo sapendo che è quattro volte più piccolo di un altro angolo la cui misura è 80°. [20°]

224 Calcola la misura di un angolo sapendo che è otto volte più piccolo di un altro angolo la cui misura è 160°. [20°]

225 Due angoli sono adiacenti. Calcola l'ampiezza di uno dei due angoli sapendo che l'altro è ampio 78° 25′ 42″. [101° 34′ 18″]

● **226** Due angoli sono adiacenti e le loro ampiezze sono una il doppio dell'altra. Calcola quanto misurano i due angoli. [120°; 60°]

● **227** La somma di due angoli misura 48°. Calcola l'ampiezza degli angoli sapendo che la loro differenza è di 2°. [23°; 25°]

● **228** La differenza di due angoli misura 32°. Calcola la misura dei due angoli sapendo che il primo è il triplo del secondo. [48°; 16°]

● **229** La differenza di due angoli misura 96° ed il maggiore è il quadruplo del secondo; calcola l'ampiezza dei due angoli. [32°; 128°]

● **230** Due angoli sono tali che la loro somma misura 110° e la loro differenza misura 48°. Calcola l'ampiezza dei due angoli. [31°; 79°]

● **231** Due angoli sono tali che il primo supera di 6° il doppio del secondo. Sapendo che l'angolo somma misura 39° calcola l'ampiezza dei due angoli. [28°; 11°]

● **232** Sono dati tre angoli di cui il primo è la metà del secondo e il terzo è il triplo del primo; calcola la loro ampiezza sapendo che sommati formano un angolo ampio 54°. [9°; 18°; 27°]

● **233** La somma di tre angoli misura 78°. Calcola le misure dei tre angoli sapendo che il secondo è il doppio del primo ed il terzo supera il secondo di 3°. [15°; 30°; 33°]

234 Disegna un angolo e costruisci, utilizzando il compasso, la sua bisettrice.

235 Un angolo misura 138°. Calcola quanto è ampia ciascuna delle due parti in cui la bisettrice divide l'angolo. [69°]

236 La bisettrice di un angolo forma un angolo di 38°. Calcola l'ampiezza di tutto l'angolo. [76°]

237 Traccia la bisettrice di un angolo piatto. Come sono tra di loro le due parti in cui l'angolo piatto è diviso dalla bisettrice? Come si chiamano?

238 Disegna sul quaderno tre punti A, B e C; traccia quindi gli angoli $\widehat{CAB}$, $\widehat{CBA}$, $\widehat{BCA}$. Costruisci le bisettrici dei tre angoli disegnati. Che cosa noti?

239 Disegna due angoli adiacenti e traccia le rispettive bisettrici; misura quindi l'ampiezza dell'angolo formato dalle bisettrici. Come si chiama tale angolo?

7 Altri angoli particolari

teoria pag. 45

- ✗ L'**angolo retto** è la metà dell'angolo piatto;
- ✗ un **angolo acuto** è minore di un angolo retto;
- ✗ un **angolo ottuso** è maggiore dell'angolo retto e minore dell'angolo piatto;
- ✗ due **angoli complementari** hanno per somma un angolo retto;
- ✗ due **angoli supplementari** hanno per somma un angolo piatto;
- ✗ due **angoli esplementari** hanno per somma un angolo giro.

Comprensione della teoria

240 Un angolo ottuso:
a. è sempre convesso; **b.** è sempre concavo;
c. ha ampiezza minore di 180°; **d.** ha ampiezza minore di 90°.

241 Dopo aver tracciato la bisettrice di un angolo piatto indica se le seguenti affermazioni sono vere o false:
a. gli angoli ottenuti sono entrambi acuti V F
b. gli angoli ottenuti sono uno acuto e uno ottuso V F
c. gli angoli ottenuti sono entrambi retti V F
d. gli angoli ottenuti sono uno retto e uno ottuso. V F

242 Indica quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali false:
a. due angoli ottusi non possono essere supplementari V F
b. il complementare di un angolo acuto non può essere ottuso V F
c. un angolo ottuso non possiede il suo supplementare V F
d. il supplementare di un angolo ottuso è necessariamente acuto V F
e. un angolo piatto si ottiene dalla somma di un angolo retto e da due angoli complementari V F
f. un angolo giro si ottiene dalla somma di due angoli supplementari e due angoli complementari V F
g. un angolo retto si ottiene necessariamente dalla somma di due angoli acuti. V F

Applicazione

243 Dopo aver definito un angolo acuto disegnalo.

244 Dopo aver definito un angolo ottuso disegnalo.

245 Costruisci con riga e compasso un angolo retto.

246 Disegna due angoli tali che la loro differenza sia un angolo piatto.

247 Disegna due angoli tali che la loro differenza sia un angolo giro. È possibile? Perché?

248 Disegna due angoli acuti non congruenti e calcola l'angolo somma.

249 Disegna due angoli ottusi non congruenti e calcola l'angolo somma.

250 Disegna due angoli acuti non congruenti e calcola l'angolo differenza.

251 Disegna due angoli ottusi congruenti e calcola l'angolo differenza.

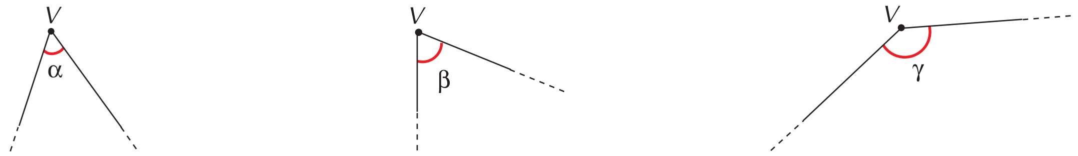
252 Disegna due angoli consecutivi, ma non supplementari.

253 Disegna due angoli complementari, due supplementari e due esplementari.

254 Disegna tre angoli tali che la loro somma sia un angolo retto.

255 Disegna quattro angoli tali che la loro somma sia un angolo giro.

256 Dati gli angoli α, β e γ delle figure seguenti disegna l'angolo complementare dell'angolo α, l'angolo supplementare dell'angolo β e l'angolo esplementare dell'angolo γ.



257 Calcola la misura dell'angolo complementare dell'angolo $\alpha = 12°\ 13'$. [77° 47′]

258 Calcola la misura dell'angolo supplementare dell'angolo $\alpha = 15°\ 18'$. [164° 42′]

259 Calcola la misura dell'angolo esplementare dell'angolo $\alpha = 154°\ 32'\ 44''$. [205° 27′ 16″]

● **260** Calcola l'ampiezza di due angoli supplementari sapendo che uno è il quadruplo dell'altro. [36°; 144°]

● **261** Calcola l'ampiezza di due angoli complementari sapendo che uno è il triplo dell'altro. [22° 30′; 67° 30′]

262 Calcola l'ampiezza di due angoli esplementari sapendo che uno è il doppio dell'altro. [120°; 240°]

● **263** Le ampiezze di due angoli sono rispettivamente 13° 35′ e 34° 27′. Calcola la misura dell'angolo complementare dell'angolo somma. [41° 58′]

● **264** Le ampiezze di due angoli sono rispettivamente 56° 48′ 44″ e 67° 56′ 23″. Calcola la misura dell'angolo supplementare dell'angolo somma. [55° 14′ 53″]

● **265** Le ampiezze di due angoli sono rispettivamente 66° 58′ 44″ e 27° 50′ 15″. Calcola la misura dell'angolo supplementare dell'angolo differenza. [140° 51′ 31″]

● **266** Le ampiezze di due angoli sono rispettivamente 156° 48′ 40″ e 127° 42′ 20″. Calcola la misura dell'angolo complementare dell'angolo differenza. [60° 53′ 40″]

● **267** Un angolo è ampio 122° 30′. Calcola la misura di ciascun angolo formato dalla bisettrice dell'angolo esplementare dell'angolo dato. [118° 45′]

● **268** Un angolo misura 34° 25′ 36″; quanto è ampio il complementare dell'angolo doppio di quello dato? [21° 8′ 48″]

●● **269** Un angolo α è ampio 50°; calcola l'ampiezza dell'angolo supplementare dell'angolo complementare dell'angolo α. [140°]

●● **270** Un angolo α è ampio 125°; calcola l'ampiezza dell'angolo esplementare dell'angolo supplementare dell'angolo α. [305°]

●● **271** Un angolo α è ampio 18° 25′ 18″; calcola l'ampiezza dell'angolo supplementare dell'angolo complementare dell'angolo α. [108° 25′ 18″]

●● **272** Un angolo α è ampio 25° 16′ 44″; calcola l'ampiezza dell'angolo esplementare dell'angolo complementare dell'angolo α. [295° 16′ 44″]

●● **273** Quanto vale la misura della differenza tra l'angolo supplementare ed il complementare di un qualsiasi angolo acuto?

●● **274** Calcola la misura di due angoli sapendo che il primo è il doppio dell'angolo complementare di un angolo ampio 75° ed il secondo è la metà dell'angolo supplementare di un angolo ampio 100°. [30°; 40°]

●● **275** La misura della somma di tre angoli è 148°. Il primo angolo è cinque volte minore del suo supplementare e il secondo angolo supera di 10° il primo. Calcola l'ampiezza dei tre angoli. [30°; 40°; 78°]

●● **276** La somma delle misure di tre angoli è uguale all'angolo esplementare di un angolo di 120°. Calcola l'ampiezza dei tre angoli sapendo che il secondo e il terzo sono rispettivamente il doppio e il triplo del primo. [40°; 80°; 120°]

Verifica la tua preparazione eseguendo i seguenti esercizi relativi agli obiettivi di **conoscenza**. Controlla quindi l'esattezza delle soluzioni alla fine del volume ed assegnati un punto per ciascun esercizio svolto correttamente.

✗ Gli enti fondamentali della geometria e le loro proprietà

1 Completa le seguenti affermazioni relative agli enti geometrici fondamentali:
a. il punto è il primo degli enti geometrici fondamentali ed è ....;
b. la linea è il secondo ente geometrico fondamentale ed ha una sola ....: la ....;
c. la retta è una .... che contiene .... punti disposti secondo una stessa ....;
d. il terzo ente fondamentale è il piano ed è dotato di .... dimensioni: .... e ....;
e. il quarto ente fondamentale è lo .... ed è dotato di .... dimensioni: lunghezza, ... e ....

✗ La posizione reciproca di punto, retta, piano

2 Indica quali delle seguenti affermazioni sono vere e quale è falsa:
a. una retta giace su un piano quando qualche suo punto appartiene al piano V F
b. una retta interseca un piano quando un solo suo punto appartiene al piano V F
c. una retta è parallela ad un piano quando nessuno dei suoi punti appartiene al piano. V F

3 Completa le seguenti definizioni. Due rette complanari si dicono:
a. incidenti quando hanno ....;
b. parallele quando non hanno ....;
c. coincidenti quando hanno ....

4 Quante rette passano per due punti distinti? **a.** zero; **b.** una; **c.** due; **d.** infinite.

5 Per tre punti distinti non appartenenti ad una stessa retta:
a. passano infiniti piani; **b.** passano due piani; **c.** non passa alcun piano; **d.** passa un solo piano.

6 Due segmenti si dicono adiacenti se:
a. appartengono alla stessa retta; **b.** appartengono alla stessa retta ed hanno un solo punto in comune;
c. hanno un estremo in comune; **d.** appartengono allo stesso piano.

✗ Gli angoli e le loro proprietà

7 Completa la seguente definizione: l'angolo è ciascuna delle due parti in cui il .... viene diviso da due .... che hanno .... in comune.

8 Un angolo si dice convesso quando:
a. contiene i prolungamenti dei suoi lati; **b.** non contiene i prolungamenti dei suoi lati;
c. i suoi lati non hanno il vertice in comune; **d.** nessuna delle precedenti.

9 Per essere consecutivi due angoli devono:
a. avere un vertice in comune; **b.** avere un lato in comune;
c. avere un vertice e un lato in comune; **d.** nessuna delle precedenti.

10 Due angoli si dicono complementari se la somma delle loro ampiezze è:
a. 180°; **b.** 360°; **c.** 90°; **d.** minore di 180°.

Autovalutazione Punteggio conseguito ..... / 10

Da 0 a 3: Non conosci gli argomenti trattati nel capitolo. **Devi ristudiarlo**.
Da 4 a 7: Conosci solo superficialmente i contenuti del capitolo. **Devi ripassare** gli argomenti corrispondenti alle conoscenze non acquisite.
Da 8 a 10: Conosci in modo sufficientemente approfondito i contenuti del capitolo. **Puoi affrontare il prossimo capitolo**.

Verifica la tua preparazione eseguendo i seguenti esercizi relativi agli obiettivi di **abilità**. Controlla quindi l'esattezza delle soluzioni alla fine del volume ed assegnati un punto per ciascun esercizio svolto correttamente.

✗ Saper rappresentare gli enti geometrici fondamentali

1 Disegna un piano, una retta ed un punto appartenenti al piano ed assegna a ciascuno di essi il nome utilizzando l'apposita simbologia.

2 Disegna un piano α, segna su di esso una retta r e una semiretta s di origine O che si intersecano nel punto V.

3 Disegna una semiretta di origine O e prendi su di essa due punti distinti A e B. Rispondi quindi alle seguenti domande:
a. quanti segmenti distinti puoi individuare?
b. Quante rette passano per i tre punti?
c. Quanti piani passano per i tre punti?

✗ Confrontare ed operare con i segmenti

4 La differenza di due segmenti misura 21 cm ed il minore di essi è lungo 5,7 dm. Quanto misura il segmento maggiore?

5 La somma delle lunghezze di due segmenti misura 415 cm e la loro differenza misura 207 cm. Quanto misurano i due segmenti?

✗ Rappresentare nel piano gli angoli

6 Rappresenta un angolo di lati a e b e vertice O.

7 Nel piano α segna un punto P e due semirette di origine P tali da formare un angolo ottuso.

8 Rappresenta un angolo concavo α e il suo rispettivo angolo convesso α'. Quale dei due angoli è maggiore dell'altro?

9 Dopo aver disegnato l'angolo di lati a e b e vertice D, prendi sul lato a un punto A diverso da D e da esso traccia una semiretta r. Puoi dire che gli angoli $\widehat{ab}$ e $\widehat{ar}$ sono consecutivi?

10 Rappresenta una retta r ed una semiretta s di origine V che interseca la retta r nel punto B. Hai formato degli angoli opposti al vertice?

✗ Confrontare ed operare con gli angoli

11 Calcola la misura di un angolo sapendo che l'angolo retto lo supera di $14° \; 25'$.

12 Calcola l'angolo supplementare dell'angolo $\alpha = 156°$.

13 Due angoli sono tali che la loro somma misura $51°$ ed il primo è il doppio del secondo. Calcola la misura delle loro ampiezze.

..... / 13

Da 0 a 4:	Non hai sviluppato adeguate abilità. Devi studiare nuovamente il capitolo ed eseguire tutti gli **esercizi del recupero**.
Da 5 a 9:	Non possiedi le abilità richieste. Prima di affrontare gli **esercizi di consolidamento** devi svolgere gli **esercizi del recupero** relativi alle abilità non ancora acquisite.
Da 10 a 13:	Hai raggiunto pienamente le abilità specifiche del capitolo. Puoi affrontare gli **esercizi per il potenziamento** e le **gare della matematica**.

I poligoni

Capitolo 4
ESERCIZI

1 Le caratteristiche dei poligoni

teoria pag. 58

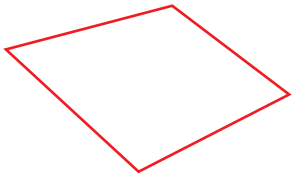
- ✗ Il **poligono** è la parte di piano finita delimitata da una spezzata semplice chiusa;
- ✗ il **perimetro** di un poligono è la somma delle misure dei suoi lati;
- ✗ i **vertici**, i **lati** e gli **angoli** interni di un poligono sono di uguale numero;
- ✗ gli **angoli interni** di un poligono sono formati da ogni coppia di lati consecutivi;
- ✗ gli **angoli esterni** di un poligono sono formati da un lato e dal prolungamento di un lato ad esso consecutivo;
- ✗ ogni **angolo esterno** e l'**angolo interno** adiacente ad esso sono supplementari;
- ✗ un poligono **convesso** non viene attraversato dal prolungamento di alcun suo lato;
- ✗ un poligono **concavo** viene attraversato dal prolungamento di qualche suo lato;
- ✗ un poligono con tutti i lati congruenti è **equilatero**, con tutti gli angoli congruenti è **equiangolo**, con tutti i lati e gli angoli congruenti è **regolare**;
- ✗ la **diagonale** di un poligono è un segmento che unisce due vertici non consecutivi;
- ✗ il numero delle diagonali uscenti da ciascun vertice del poligono è uguale al numero dei lati diminuito di tre;
- ✗ per calcolare il numero delle diagonali di un poligono bisogna applicare la formula: $n \cdot (n - 3) : 2$ (con n = numero dei lati del poligono).

Comprensione della teoria

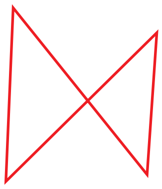
1 Una spezzata è formata da segmenti:
a. a due a due adiacenti; **b.** congruenti; **c.** a due a due consecutivi; **d.** paralleli.

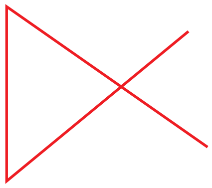
2 Fai qualche esempio di spezzata preso dalla realtà che ti circonda.

3 Definisci per ognuno dei seguenti disegni il tipo di spezzata che rappresenta:

a. 

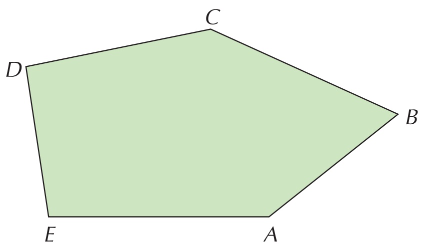
b. 

c. 

d. 

4 Un poligono è la parte di piano delimitata da:
a. una poligonale; **b.** una spezzata semplice; **c.** una spezzata semplice chiusa; **d.** una spezzata aperta.

5 Osserva il seguente poligono e completa la tabella a lato.

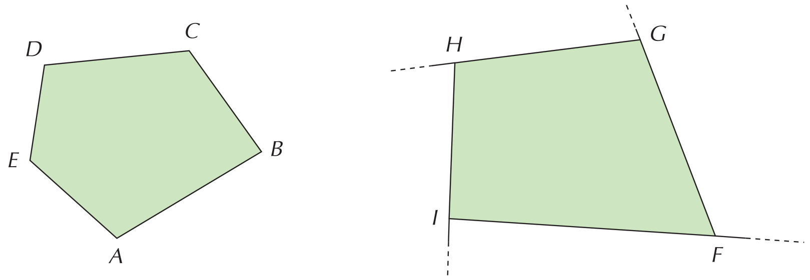


LATI	VERTICI
AB	*A* e *B*
....	....
....	....
....	....
....	....

6 Che cos'è il perimetro di un quadrilatero? Come si indica?

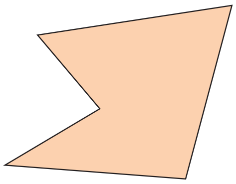
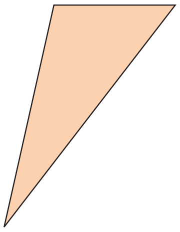
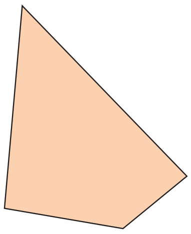
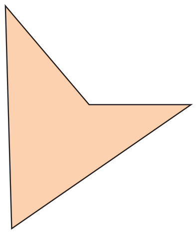
7 In ogni poligono:
a. i vertici, i lati e gli angoli interni sono di uguale numero;
b. i vertici e i lati sono di uguale numero, gli angoli interni sono la metà dei lati;
c. i vertici, i lati e gli angoli non sono mai di uguale numero.

8 Colora nei poligoni *ABCDE* e *FGHI* rispettivamente gli angoli interni di rosso ed esterni di blu.



9 Un angolo interno e l'angolo esterno ad esso adiacente di un poligono sono:
a. complementari; **b.** opposti al vertice; **c.** supplementari.

10 Quali dei seguenti poligoni sono convessi e quali concavi?

a.  **b.**  **c.**  **d.** 

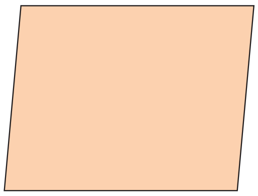
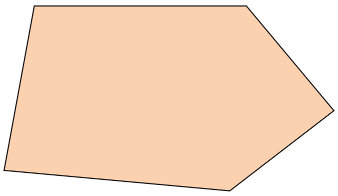
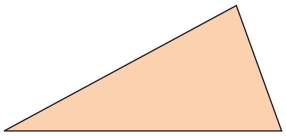
11 Un poligono concavo ha:
a. tutti gli angoli concavi; **b.** almeno un angolo concavo;
c. nessun angolo concavo; **d.** tutti gli angoli convessi.

12 Completa le seguenti affermazioni:
a. un poligono di tre lati si chiama ....;
b. un poligono di quattro lati si chiama ....;
c. un poligono di cinque lati si chiama ....;
d. un poligono di sei lati si chiama ....

13 Completa le seguenti affermazioni:
a. un poligono con tutti i lati congruenti si dice ....;
b. un poligono con tutti gli angoli congruenti si dice ....;
c. un poligono con tutti i lati e tutti gli angoli congruenti si dice ....

14 Un poligono si dice regolare se:
a. ha tutti i lati congruenti; **b.** ha tutti gli angoli congruenti;
c. è equilatero ed equiangolo; **d.** ha i lati e gli angoli congruenti a due a due.

15 Traccia, quando è possibile, le diagonali dei seguenti poligoni.

a.  **b.**  **c.** 

16 Indicando con n il numero dei lati di un poligono qual è il numero complessivo di diagonali?
a. $2n \cdot (n-3)$; **b.** $n \cdot (n-3) : 2$; **c.** $n \cdot (n-3)$; **d.** $2(n-3)$.

17 Indicando con n il numero di lati di un poligono, quante diagonali escono da ciascun vertice?
a. $n-3$; **b.** $2 \cdot n$; **c.** n; **d.** $n+1$.

Applicazione

18 Disegna una spezzata chiusa e colora la parte di piano ad essa interna. Quest'ultima è finita o infinita?

19 Disegna sul tuo quaderno:
a. una spezzata semplice di 3 lati;
b. una spezzata intrecciata di 5 lati;
c. una spezzata semplice aperta di 8 lati;
d. una spezzata semplice chiusa di 4 lati;
e. una spezzata intrecciata aperta di 6 lati;
f. una spezzata intrecciata chiusa di 4 lati.

20 Disegna un poligono ed elenca tutti i suoi vertici e tutti i suoi lati. Sono di uguale numero?

21 Disegna un poligono ed elenca tutte le coppie di lati consecutivi.

22 Disegna un poligono e spiega che cosa si intende per perimetro.

23 Qual è il numero minimo di vertici che può avere un poligono?

24 Disegna un poligono di sette lati e conta i vertici e gli angoli interni: che cosa noti?

25 Disegna un ottagono e un decagono. È necessario contare i vertici dei due poligoni per sapere quanti sono?

26 In un poligono un angolo interno è ampio 65°; calcola la misura dell'angolo esterno ad esso adiacente. [115°]

27 In un poligono un angolo esterno è ampio 106°; calcola la misura dell'angolo interno ad esso adiacente. [74°]

28 Un angolo interno di un poligono è ampio 95°. Calcola la misura dell'angolo esterno ad esso adiacente. [85°]

29 Un angolo interno di un poligono è ampio 48° 15′. Calcola la misura dell'angolo esterno ad esso adiacente. [131° 45′]

30 In un poligono la misura di un angolo interno è 35° 50′. Quanto è ampio il corrispondente angolo esterno? [144° 10′]

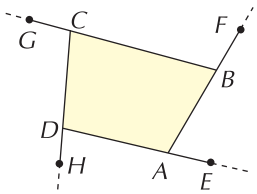
31 In un poligono la misura di un angolo esterno è 105° 25′. Quanto è ampio il corrispondente angolo interno? [74° 35′]

32 Disegna un poligono convesso e uno concavo.

33 Disegna un poligono convesso di cinque lati e un poligono concavo di sei lati.

34 Disegna un esagono e prolunga tutti i suoi lati. Unisci fra loro i punti di intersezione di ciascuna coppia di lati consecutivi ed evidenzia poi il perimetro della figura ottenuta: che figura è? Secondo te è un poligono concavo? Se si, perché?

35 Individua gli angoli interni ed esterni del poligono a lato:



36 Disegna un poligono equiangolo, un poligono equilatero e un poligono regolare.

37 Calcola quante diagonali escono dal vertice di un quadrilatero e quante dal vertice di un esagono.

38 Qual è il poligono avente tre diagonali uscenti da ogni vertice? Disegnalo.

39 Calcola quante diagonali ha un triangolo. Giustifica poi la tua riposta.

40 Calcola il numero delle diagonali uscenti da ogni vertice di un dodecagono.

41 Calcola il numero delle diagonali uscenti da ciascun vertice di un poligono di dieci lati.

42 Calcola il numero delle diagonali uscenti da ogni vertice di un poligono di venti lati.

43 In un poligono di nove lati quante diagonali escono da ogni vertice? Quante sono complessivamente le diagonali?

44 Calcola il numero complessivo delle diagonali di un ottagono.

45 Calcola il numero complessivo delle diagonali di un quadrilatero e di un pentagono.

46 Calcola il numero complessivo delle diagonali di un decagono. [35]

47 Calcola il numero complessivo delle diagonali di un poligono di 27 lati. [324]

● **48** Un poligono ha complessivamente nove diagonali; di che poligono si tratta?

● **49** Dal vertice di un poligono escono 5 diagonali, di che poligono si tratta?

● **50** Qual è l'unico poligono in cui il numero dei lati è uguale al numero delle diagonali?

● **51** Ha più lati un poligono dal cui vertice escono 7 diagonali o un poligono che ha complessivamente 27 diagonali?

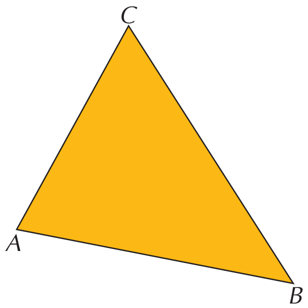
2 Come risolvere un problema

teoria pag. 61

Applicazione

Risolvi i seguenti problemi.

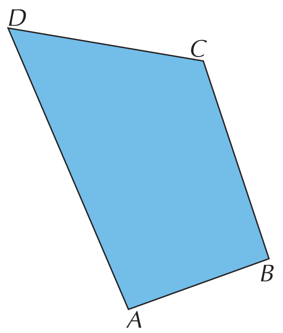
52



$\overline{AB} = 4{,}7$ m
$\overline{BC} = 6{,}1$ m
$\overline{CA} = 5{,}4$ m

$2p =$ ....

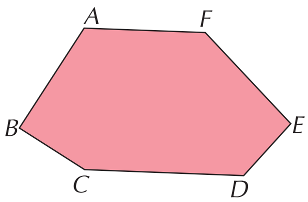
53



$\overline{AB} = 9{,}6$ dm
$\overline{BC} = 20$ dm
$\overline{CD} = 13$ dm
$\overline{DA} = 36{,}7$ dm

$2p =$ ....

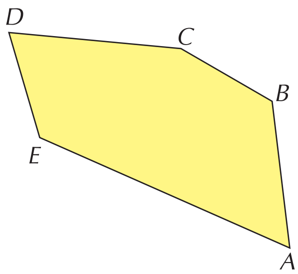
54



$\overline{AB} = 7$ cm
$\overline{BC} = 5{,}3$ cm
$\overline{CD} = 8{,}2$ cm
$\overline{DE} = 4{,}8$ cm
$\overline{EF} = 7{,}1$ cm
$\overline{FA} = 6{,}9$ cm

$2p =$ ....

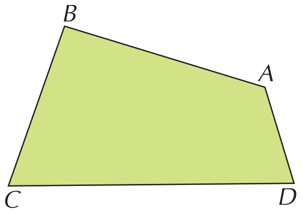
55



$\overline{AB} = 4$ m
$\overline{BC} = 3{,}7$ m
$\overline{CD} = 4{,}9$ m
$\overline{DE} = 3{,}8$ m
$\overline{EA} = 9{,}2$ m

$2p =$ ....

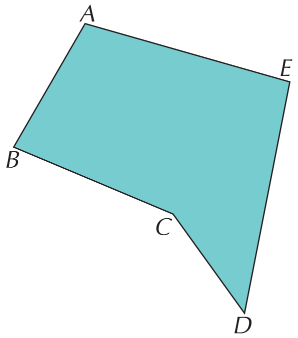
56



$\overline{AB} = 14$ cm
$\overline{BC} = 12{,}9$ cm
$\overline{CD} = 17{,}2$ cm
$\overline{DA} = 6{,}3$ cm

$2p =$ ....

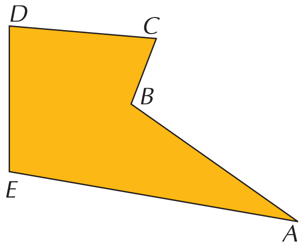
57



$\overline{AB} = 10$ dm
$\overline{BC} = 14{,}3$ dm
$\overline{CD} = 6{,}5$ dm
$\overline{DE} = 18{,}6$ dm
$\overline{EA} = 16{,}8$ dm

$2p =$ ....

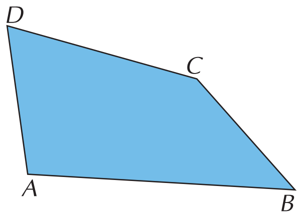
58



$\overline{DC} = \overline{DE} = 1{,}9$ cm
$CB = \dfrac{1}{3} \cdot AB$
$\overline{AB} = 3$ cm
$\overline{EA} = 4{,}6$ cm

$2p =$ ....

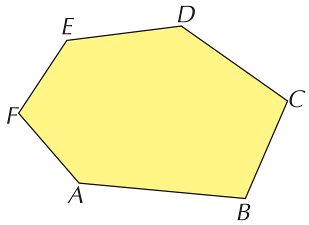
59



$\overline{AB} = 17$ m
$\overline{BC} = 10{,}6$ m
$\overline{DC} = \overline{AB} - 2{,}8$ m
$\overline{DA} = 13{,}4$ m

$2p =$ ....

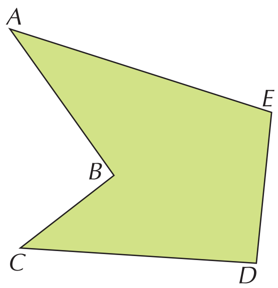
60



$ED = \dfrac{5}{9} \cdot AB$
$\overline{AB} = 9$ m
$\overline{DC} - \overline{BC} = 2{,}8$ m
$\overline{DC} = 6$ m
$\overline{FE} = \overline{FA} = 4{,}7$ m

$2p =$ ....

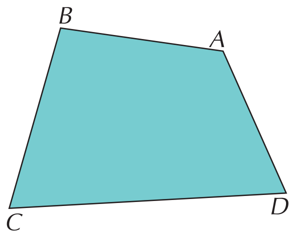
61



$\overline{AB} = 9{,}9$ cm
$\overline{BC} = 4{,}8$ cm
$\overline{DE} = 7$ cm
$\overline{EA} = 15{,}9$ cm
$2p = 50{,}2$ cm

$\overline{CD} =$ ....

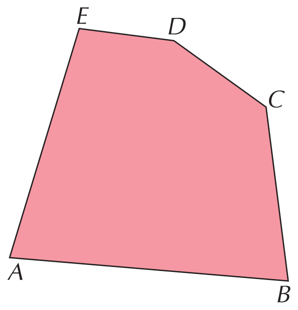
62



$\overline{AB} = 11{,}2$ m
$\overline{CD} = 19{,}6$ m
$\overline{DA} = 10{,}8$ m
$2p = 54$ m

$\overline{BC} =$ ....

63



$\overline{AE} = 6{,}8$ dm

$BC = \frac{2}{3} \cdot AB$

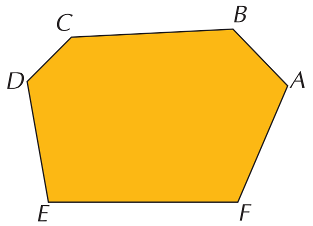
$ED = \frac{3}{5} \cdot DC$

$\overline{BC} = 4{,}2$ dm

$\overline{DC} = 3{,}6$ dm

$2p = \dots\dots\dots$

64



$DC = \frac{1}{3} \cdot EF$

$\overline{EF} = 4{,}8$ dm

$\overline{AB} = 2$ dm

$\overline{CB} = 4{,}1$ dm

$\overline{FA} = \overline{AB} + 1{,}2$ dm

$2p = 18{,}8$ dm

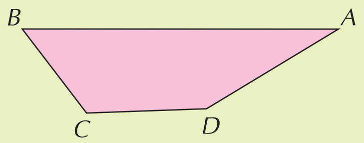
$\overline{DE} = \dots\dots\dots$

65 Esercizio guida

Calcola il perimetro di un quadrilatero avente i lati che misurano rispettivamente 21 cm, 7 cm, 8 cm e 10 cm.

Svolgimento

Disegniamo una figura indicativa del poligono e riassumiamo in una tabella i dati e l'incognita.



Dati	Incognita
$\overline{AB} = 21$ cm $\overline{BC} = 7$ cm $\overline{CD} = 8$ cm $\overline{DA} = 10$ cm	$2p_{(ABCD)}$

Essendo il perimetro di un poligono la somma delle misure dei lati, avremo:
$2p = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA} = (21 + 7 + 8 + 10)$ cm $= 46$ cm.

66 Calcola il perimetro di un poligono avente le misure dei lati di 28 cm, 35 cm, 42 cm e 10 cm. [115 cm]

67 Calcola il perimetro di un poligono avente le misure dei lati di 7,2 dm, 61 cm e 53 cm. [186 cm]

68 Calcola il perimetro di un poligono avente i lati che misurano rispettivamente 0,17 m, 20 cm, 40 mm e 3 cm. [44 cm]

69 Calcola il perimetro di un esagono regolare sapendo che il lato misura 15 cm. [90 cm]

70 Calcola il perimetro di un pentagono regolare sapendo che il lato misura 18,3 dm. [91,5 dm]

71 Calcola il perimetro di un dodecagono regolare sapendo che il lato misura 13,4 m. [160,8 m]

72 Calcola il perimetro di un poligono sapendo che i lati hanno le seguenti misure:
$\overline{AB} = 28$ cm, $\overline{DC} = 10$ cm, $\overline{AD} = 14$ cm, $AB = 4 \cdot BC$. [59 cm]

73 Calcola il perimetro di un triangolo sapendo che le misure dei lati sono:
$\overline{AB} = 50$ cm, $AB = 2 \cdot BC$, $\overline{AC} = 36$ cm. [111 cm]

74 Calcola il perimetro di un poligono sapendo che le misure dei lati sono:
$\overline{AB} = 17$ mm, $AD = 2 \cdot BC$, $\overline{CD} = \overline{DA} - 2$ mm, $\overline{DA} = 40$ mm. [115 mm]

75 Calcola il perimetro di un quadrilatero sapendo che le misure dei lati sono:
$\overline{AB} = 28$ dm, $BC = CD = 2 \cdot AB$, $\overline{DA} = 54$ dm. [194 dm]

76 Calcola il perimetro di un quadrilatero sapendo che le misure dei lati sono:
$\overline{AB} = 12$ cm, $\overline{BC} = 8$ cm, $CD = AB$, $AD = 2 \cdot BC$. [48 cm]

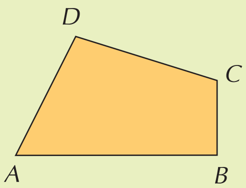
● **77** In un quadrilatero *ABCD* il lato *AB* misura 12 cm, il lato *BC* è il doppio di *AB*, il lato *CD* supera *BC* di 2 cm e il lato *DA* è inferiore ad *AB* di 2 cm. Calcola il perimetro del quadrilatero. [72 cm]

● **78** In un poligono *ABCDE* il lato *AB* misura 18 cm, il lato *BC* supera *AB* di 4 cm, il lato *CD* supera *BC* di 3 cm, il lato *DE* supera *CD* di 2 cm, e il lato *EA* supera *DE* di 1 cm. Calcola il perimetro del poligono. [120 cm]

79 **Esercizio guida**

In un quadrilatero la somma e la differenza di due lati consecutivi misurano rispettivamente 45 cm e 9 cm; gli altri due lati sono l'uno il doppio dell'altro. Sapendo che il perimetro del quadrilatero è 75 cm, calcola la misura dei lati del quadrilatero.

Svolgimento



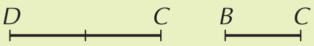
Dati	Incognite
$\overline{AB} + \overline{AD} = 45$ cm	$\overline{AB}$, $\overline{AD}$
$\overline{AB} - \overline{AD} = 9$ cm	$\overline{BC}$, $\overline{CD}$
$DC = 2 \cdot BC$	
$2p_{(ABCD)} = 75$ cm	

Poiché dei due lati *AB* e *AD* si conosce la misura della loro somma e della loro differenza, basta eseguire il seguente procedimento:

$2 \cdot \overline{AD} = (45 - 9)$ cm $= 36$ cm; $\overline{AD} = (36 : 2)$ cm $= 18$ cm; $\overline{AB} = (18 + 9)$ cm $= 27$ cm.

Conoscendo il perimetro e la somma di due lati, possiamo calcolare la somma degli altri due:

$$\overline{BC} + \overline{CD} = 2p_{(ABCD)} - (\overline{AB} + \overline{AD}) = (\ldots.. - 45) \text{ cm} = 30 \text{ cm}.$$

Essendo un lato doppio dell'altro, avremo: 

$\overline{BC} = (30 : \ldots..)$ cm $= 10$ cm; $\overline{CD} = (10 \cdot \ldots..)$ cm $= 20$ cm.

80 Il perimetro di un triangolo è 84 cm. Sapendo che due lati misurano rispettivamente 31 cm e 20 cm, calcola la misura del terzo lato. [33 cm]

81 Il perimetro di un pentagono è 103 m. Sapendo che due lati sono congruenti e che gli altri tre misurano rispettivamente 15 m, 18 m e 30 m, calcola la misura di ognuno dei lati congruenti. [20 m]

82 Il perimetro di un quadrilatero è 45 mm. Sapendo che due lati misurano rispettivamente 9 mm e 12 mm e che gli altri due sono uno il doppio dell'altro, calcola le misure di questi due ultimi lati. [16 mm]

83 Un quadrilatero ha il perimetro di 139 cm e tre lati che misurano rispettivamente 31 cm, 39 cm e 41 cm; calcola la misura del quarto lato. [28 cm]

84 Calcola la misura del quarto lato dei seguenti quadrilateri aventi il perimetro e gli altri lati che misurano in cm rispettivamente:

a. $2p = 35$ $a = 5$ $b = 8$ $c = 15$; [7]
b. $2p = 85$ $a = 14$ $b = 15$ $c = 16$; [40]
c. $2p = 200$ $a = 35$ $b = 45$ $c = 55$; [65]
d. $2p = 210$ $a = 30$ $b = 40$ $c = 60$; [80]
e. $2p = 212$ $a = 27$ $b = 71$ $c = 99$. [15]

85 Calcola la misura del lato di un quadrato sapendo che il perimetro è 124 cm. [31 cm]

86 Calcola la misura del lato di un ottagono regolare sapendo che il perimetro è 116,8 dm. [14,6 dm]

● **87** La somma delle misure di due lati di un poligono è 108 cm. Calcola la misura dei due lati sapendo che uno è il triplo dell'altro. [27 cm; 81 cm]

88 La differenza delle misure di due lati di un poligono è 32 cm. Calcola la misura dei due lati sapendo che uno è la terza parte dell'altro. [16 cm; 48 cm]

89 Due lati di un quadrilatero misurano rispettivamente 18 dm e 19 dm e il semiperimetro è 35 dm. Calcola le misure degli altri due lati, sapendo che uno è il doppio dell'altro. [11 dm; 22 dm]

90 La somma e la differenza delle misure di due lati di un triangolo sono rispettivamente a 70 cm e 10 cm. Calcola il perimetro del triangolo sapendo che il terzo lato supera di 5 cm la misura del maggiore dei primi due. [115 cm]

91 Un esagono ha tre lati congruenti ciascuno dei quali è il doppio degli altri lati anch'essi congruenti tra loro. Sapendo che il perimetro dell'esagono è 180 cm, quanto misurano i lati? [40 cm; 20 cm]

92 Calcola la misura di due lati di un triangolo sapendo che la loro somma misura 38 cm e che il primo di questi lati è il quadruplo del secondo, aumentato di 3 cm. [7 cm; 31 cm]

93 Calcola la misura di due lati di un triangolo sapendo che la loro differenza misura 8 cm ed un lato è il triplo dell'altro, diminuito di 2 cm. [5 cm; 13 cm]

94 Due lati di un triangolo misurano rispettivamente 15 dm e 20 dm, il terzo lato è pari alla somma dei primi due diminuita di 10 dm. Calcola il perimetro. [60 dm]

95 Il primo lato di un triangolo misura 56 cm, il secondo lato è la metà del primo ed il terzo supera di 2 cm il secondo. Calcola il perimetro del triangolo. [114 cm]

96 Il perimetro di un pentagono è di 161 cm. Sapendo che tre suoi lati sono congruenti e misurano ognuno 35 cm e che gli altri due lati sono uno il doppio dell'altro più 8 cm, calcola la misura di questi due ultimi lati. [16 cm e 40 cm]

97 Il perimetro di un triangolo equilatero è 48 cm. Calcola il perimetro di un quadrato sapendo che il suo lato è congruente al lato del triangolo. [64 cm]

98 Un pentagono regolare e un esagono regolare sono isoperimetrici. Sapendo che il lato del pentagono misura 109,2 m, calcola la misura del lato dell'esagono. [91 m]

99 Due lati di un quadrilatero misurano rispettivamente 95 cm e 51 cm e il perimetro è 231 cm. Calcola le misure degli altri due lati, sapendo che uno di essi supera l'altro di 5 cm. [40 cm e 45 cm]

100 In un poligono la differenza di un angolo esterno e dell'angolo interno adiacente ad esso misura 8°. Calcola l'ampiezza dei due angoli. [86°; 94°]

101 La somma e la differenza delle ampiezze di due angoli di un poligono sono rispettivamente 144° e 72°. Calcola le misure dei due angoli. [36°; 108°]

102 Calcola la misura di due angoli di un triangolo sapendo che la loro somma ha un'ampiezza di 115° ed un angolo è il doppio dell'altro, aumentato di 10°. [35°; 80°]

103 Calcola la misura di due angoli di un poligono sapendo che la loro differenza ha un'ampiezza di 28° ed un angolo è il triplo dell'altro, diminuito di 12°. [20°; 48°]

104 In un pentagono il primo lato è doppio del secondo e gli altri tre lati sono congruenti. Calcola la lunghezza di ciascun lato, sapendo che il perimetro è 105 cm e il secondo lato misura 15 cm. [30 cm; 15 cm; 20 cm; 20 cm; 20 cm]

105 La somma e la differenza della misura di due lati di un quadrilatero sono rispettivamente 82 cm e 12 cm. Calcola la misura dei quattro lati del poligono sapendo che il perimetro è 162 cm e che gli altri due lati sono congruenti. [47 cm; 35 cm; 40 cm; 40 cm]

106 Il perimetro di un triangolo è 62 cm e un suo lato misura 12 cm. Calcola le misure degli altri due lati sapendo che uno è $\frac{2}{3}$ dell'altro. [20 cm; 30 cm]

107 Il perimetro di un triangolo è 260 dm e un suo lato misura 120 dm. Calcola le misure degli altri due lati sapendo che uno è $\frac{2}{5}$ dell'altro. [40 dm; 100 dm]

108 Un esagono regolare ha il perimetro di 210 cm. Calcola il perimetro di un ottagono equilatero avente il lato congruente ai $\frac{4}{5}$ del lato dell'esagono. [224 cm]

109 Un pentagono regolare ha il lato lungo i $\frac{3}{5}$ di quello di un decagono equilatero il cui perimetro è 250 cm. Calcola il perimetro del pentagono. [75 cm]

110 Calcola il perimetro di un pentagono $ABCDE$ sapendo che:

$\overline{AB} = \overline{BC} = 24$ cm, $\quad CD = \frac{2}{3} \cdot BC$, $\quad \overline{DE} = \overline{CD} + 14$ cm, $\quad EA = \frac{5}{6} \cdot DE$. [119 cm]

111 Il lato di un quadrato misura 13,4 cm. Calcola la misura del lato di un pentagono regolare sapendo che il perimetro di quest'ultimo è il doppio del perimetro del quadrato. [21,44 cm]

112 Calcola il perimetro di un esagono $ABCDEF$ sapendo che:

$AB = \frac{1}{2} \cdot CD$; $\quad \overline{BC} = \overline{CD} + 3$ cm; $\quad \overline{CD} = \overline{DE} + 5$ cm;

$DE = \frac{7}{5} \cdot FA$; $\quad EF = \frac{1}{3} \cdot FA$; $\quad \overline{FA} = 15$ cm. [109 cm]

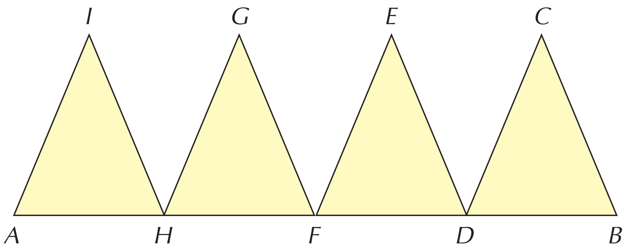
113 Un pentagono $ABCDE$ ha il perimetro di 99 cm. Calcola la misura di ciascun lato sapendo che:

$\overline{AB} = 10$ cm; $\quad BC = \frac{3}{2} \cdot AB$; $\quad \overline{DC} = \overline{AB} + \overline{BC} - 7$ cm; $\quad DC = \frac{3}{4} \cdot EA$.

[15 cm; 18 cm; 32 cm; 24 cm]

114 Calcola la lunghezza dei lati di un quadrilatero $ABCD$ sapendo che $AB = BC$; $AD = 2 \cdot DC$; $\overline{DC} = 10$ cm e che è isoperimetrico ad un altro quadrilatero $EFGH$ i cui lati misurano rispettivamente $\overline{EF} = 10$ cm; $\overline{FG} = \overline{EF} + 4$ cm; $\overline{GH} = \overline{FG} + 3$ cm; $\overline{HE} = \overline{GH} + 2$ cm. [$\overline{AB} = \overline{BC} = 15$ cm; $\overline{AD} = 20$ cm]

115 Osserva la figura a lato. Calcola la misura del lato AI sapendo che il perimetro del poligono, che equivale a quattro volte il segmento AB, è 32 cm e che i lati obliqui dei triangoli sono tutti fra loro congruenti. [3 cm]



116 In un esagono $ABCDEF$ il perimetro è 88 cm. Calcola la lunghezza di ciascun lato, sapendo che:

$\overline{AB} + \overline{BC} = 22$ cm; $\quad \overline{AB} + \overline{CD} = 24$ cm; $\quad AF = 2 \cdot AB$; $\quad DE = EF$; $\quad \overline{CD} = 14$ cm.

[10 cm; 12 cm; 14 cm; 16 cm; 16 cm; 20 cm]

117 Le misure dei lati di un triangolo sono espresse da tre numeri naturali consecutivi. Sapendo che il perimetro del triangolo è 66 m, calcola le misure dei tre lati. [21 m; 22 m; 23 m]

118 Determina quanti e quali poligoni regolari, aventi il perimetro di 36 m, puoi ottenere, ponendo come condizione che la misura dei lati sia espressa soltanto da numeri interi.

119 Il perimetro di un quadrilatero è 230 cm ed un suo lato misura 120 cm. Calcola le misure degli altri tre lati, sapendo che due di questi sono rispettivamente i $\frac{2}{3}$ e i $\frac{5}{2}$ del terzo lato. [17,6 cm; 66 cm; 26,4 cm]

120 Il perimetro di un quadrilatero è i $\frac{2}{5}$ del perimetro di un pentagono regolare avente il lato lungo 50 cm. Calcola le misure dei lati del quadrilatero $ABCD$ sapendo che: $AB = \frac{1}{2} \cdot BC$; $BC = \frac{2}{3} \cdot CD$; $CD = \frac{3}{4} \cdot DA$.

[$\overline{AB} = 10$ cm; $\overline{BC} = 20$ cm; $\overline{CD} = 30$ cm; $\overline{DA} = 40$ cm]

121 Un esagono regolare, avente il lato lungo 18 cm, ed un pentagono non regolare sono isoperimetrici. Si sa che nel pentagono $ABCDE$:

$\overline{AB} = 12$ cm; $\quad AB = \frac{1}{2} \cdot BC$; $\quad BC = \frac{4}{3} \cdot DC$; $\quad DE = \frac{4}{5} \cdot EA$.

Calcola la misura di ciascun lato del pentagono. [$\overline{BC} = 24$ cm; $\overline{CD} = 18$ cm; $\overline{DE} = 24$ cm; $\overline{EA} = 30$ cm]

Spezzate e poligoni nel piano cartesiano

l'approfondimento è a pag. 64

Rappresenta nel piano cartesiano le spezzate definite dai seguenti punti.

122 $A(4; 5)$, $B(0; 7)$, $C(5; 2)$.

123 $A(6; 3)$, $B(2; 4)$, $C(5; 2)$, $D(4; 3)$.

124 $A(0; 10)$, $B(4; 10)$, $C(3; 4)$, $D(3; 3)$.

Rappresenta nel piano cartesiano i triangoli definiti dai seguenti punti.

125 $A(5; 3)$, $B(4; 4)$, $C(5; 6)$.

126 $A(6; 8)$, $B(5; 2)$, $C(4; 6)$.

127 $A(4; 2)$, $B(6; 0)$, $C(0; 6)$.

Rappresenta nel piano cartesiano i quadrilateri definiti dai seguenti punti.

128 $A(2; 3)$, $B(3; 4)$, $C(5; 2)$, $D(5; 2)$.

129 $A(5; 8)$, $B(4; 3)$, $C(5; 2)$, $D(8; 4)$.

130 $A(0; 6)$, $B(5; 0)$, $C(0; 6)$, $D(5; 0)$.

Calcola il perimetro dei quadrilateri ottenuti unendo i seguenti punti.

131 $A(0; 6)$, $B(7; 6)$, $C(7; 0)$, $D(0; 0)$. [26]

132 $A(2; 2)$, $B(8; 2)$, $C(8; 4)$, $D(2; 4)$. [16]

Calcola il perimetro dei poligoni ottenuti unendo i seguenti punti.

133 $A(2; 2)$, $B(7; 2)$, $C(9; 4)$, $D(7; 6)$, $E(2; 6)$; con $\overline{BC} = \overline{CD} = 2{,}83$ cm. [19,66 cm]

134 $A(2; 0)$, $B(12; 0)$, $C(12; 4)$, $D(9; 8)$, $E(2; 8)$; con $CD = \frac{5}{4} \cdot BC$. [34 cm]

135 $A(6; 0)$, $B(8; 3)$, $C(8; 9)$, $D(2; 9)$, $E(2; 3)$, $F(4; 3)$; con $\overline{AB} = \overline{FA} = 3{,}6$ cm. [27,2 cm]

136 $A(0; 2)$, $B(13; 2)$, $C(13; 8)$, $D(10; 8)$, $E(10; 10)$, $F(4; 10)$, $G(0; 5)$; con $\overline{FG} = \overline{BC} + 0{,}4$ cm. [39,4 cm]

137 $A(0; 3)$, $B(2; 2)$, $C(9; 2)$, $D(9; 0)$, $E(16; 3)$, $F(9; 6)$, $G(3; 6)$; con $\overline{DE} = \overline{EF} = 7{,}6$ cm; $\overline{AB} = \overline{GF} - 3{,}77$ cm; $\overline{AG} = 4{,}24$ cm. [36,67 cm]

3 Le proprietà dei poligoni

teoria pag. 65

- ✗ La misura di ogni lato di un poligono deve essere sempre minore della somma di tutti gli altri;
- ✗ la **somma di un angolo interno** e del suo corrispondente **angolo esterno** misura 180°;
- ✗ la **somma degli angoli interni** di un triangolo è 180°;
- ✗ la **somma degli angoli interni** di un poligono è uguale a tanti angoli piatti quanti sono i lati meno due;
- ✗ per calcolare il **numero dei lati di un poligono** conoscendo la somma degli angoli interni, si deve dividere tale somma per 180° ed aggiungere al risultato 2;
- ✗ la **somma degli angoli esterni** di un poligono è sempre uguale a 360°.

Comprensione della teoria

138 Esiste un quadrilatero con i lati lunghi rispettivamente 12 cm, 15 cm, 17 cm e 50 cm? Giustifica la tua risposta.

139 Esiste un quadrilatero con i lati lunghi 6 dm, 7 dm, 8 dm e 21 dm? Qual è la particolarità che noti?

140 È possibile costruire un triangolo i cui lati misurano rispettivamente 5 cm, 8 cm e 15 cm? Giustifica la tua risposta.

141 È possibile costruire un poligono i cui lati misurano rispettivamente 15 cm, 5 cm, 12 cm e 21 cm? Giustifica la tua risposta.

142 I seguenti gruppi di numeri rappresentano la misura in centimetri di alcuni segmenti. Indica quali di essi rappresentano i lati di un poligono e spiega il motivo della tua scelta:
a. 12, 10, 15; **b.** 40, 60, 36, 140; **c.** 5, 8, 10, 15, 20; **d.** 6, 4, 8, 12, 11, 41.

143 Completa la seguente tabella, rispondendo sì o no a seconda che il poligono indicato esista o meno.

Poligono	Lunghezza dei lati in cm	Esiste
Triangolo	5, 7, 10	
Quadrilatero	12, 20, 31, 40	
Pentagono	77, 85, 93, 102, 193	
Esagono	15, 64, 81, 96, 100, 412	
Ottagono	7, 10, 28, 34, 61, 75, 80, 99	
Decagono	5, 7, 15, 20, 23, 54, 60, 72, 84, 340	

144 Tre lati di un quadrilatero misurano 7 cm, 8 cm, 9 cm. Quanti centimetri può misurare il quarto lato?
a. 20; **b.** 24; **c.** 25; **d.** 30.

145 Quanto misura la somma degli angoli interni di un triangolo?
a. 90°; **b.** 360°; **c.** 540°; **d.** 180°.

146 Indicato con n il numero di lati di un poligono, quale formula permette di calcolare la somma degli angoli interni?
a. $180° \cdot (n - 3)$; **b.** $360° \cdot (n - 3)$; **c.** $180° \cdot (n - 2)$; **d.** $360° : (n - 3)$.

147 Qual è la formula che permette di calcolare il numero dei lati di un poligono conoscendo la somma degli angoli interni?
a. $n = S_i : 180° + 2$; **b.** $n = S_i \cdot 180° + 2$; **c.** $n = S_i \cdot 180° - 2$; **d.** $n = S_i + 180° \cdot 2$.

148 I seguenti gruppi di valori rappresentano le misure, in gradi, di alcuni angoli. Indica quali possono essere gli angoli interni di un poligono e spiega il motivo della tua scelta:
a. 30°, 50°, 80°; **b.** 5°, 125°, 70°, 100°;
c. 135°, 100°, 150°, 120°; **d.** 160°, 145°, 160°, 100°, 155°.

149 Quanto vale la somma degli angoli esterni di un triangolo?
a. 180°; **b.** 360°; **c.** 270°; **d.** 540°.

150 Completa la seguente tabella.

Numero lati di un poligono	Numero angoli interni	Numero angoli esterni	Somma angoli interni ed esterni	Somma angoli esterni	Somma angoli interni
3					
4					
5					
6					
7					
8					

151 Indica quali delle seguenti affermazioni, relative agli angoli dei poligoni, sono vere e quali false:

a. la misura della somma degli angoli esterni è di 360° V F

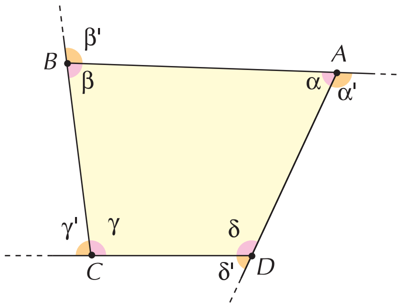
b. la misura della somma degli angoli interni non dipende dal numero di lati V F

c. i quattro angoli interni di un quadrilatero possono essere tutti acuti V F

d. la somma degli angoli interni di un poligono si calcola moltiplicando la misura di un angolo piatto per il numero di lati. V F

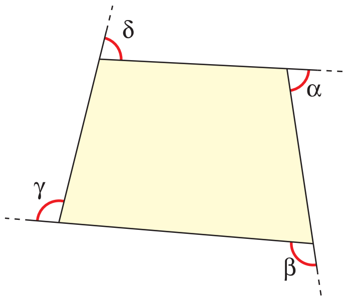
152 La somma degli angoli esterni di un dodecagono, rispetto la somma degli angoli esterni di un triangolo:
a. la supera di 540°; **b.** è inferiore; **c.** ha la stessa misura; **d.** è maggiore.

Applicazione



153 Misura col goniometro ogni coppia di angoli interni ed esterni dello stesso vertice del poligono in figura ed esegui la loro somma: che cosa noti?

$\alpha + \alpha' = ...$ $\beta + \beta' = ...$ $\gamma + \gamma' = ...$ $\delta + \delta' = ...$



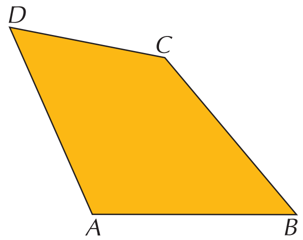
154 Misura col goniometro gli angoli esterni del poligono in figura e poi sommali. Che cosa noti?

$\alpha + \beta + \gamma + \delta = ...$

155 Aiutandoti con un disegno verifica che in un quadrilatero la somma degli angoli interni è congruente a quella degli angoli esterni.

Risolvi i seguenti problemi sugli angoli interni ed esterni di un poligono.

156

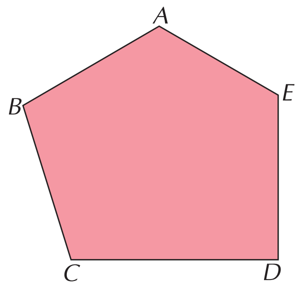


$\widehat{A} = 114°$ $\widehat{C} = ...$

$\widehat{B} = 50°$

$\widehat{D} = 60°$

157



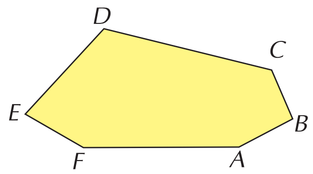
$\widehat{D} = 90°$ $\widehat{B} = ...$

$\widehat{A} = \widehat{D} + 30°$

$\widehat{E} = \dfrac{4}{3} \cdot \widehat{D}$

$\widehat{C} = 108°$

158

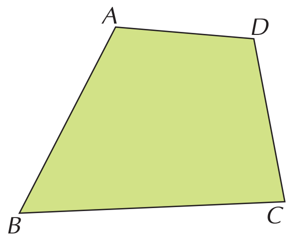


$\widehat{A} = 152°$ $\widehat{E} = ...$

$\widehat{B} = 99°$

$\widehat{D} = \widehat{C} = 116°$

$\widehat{F} = 150°$

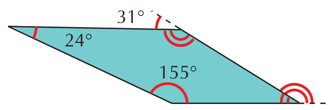
159 

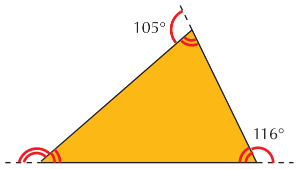
$\widehat{C} = 83°$ $\widehat{A} = ...$

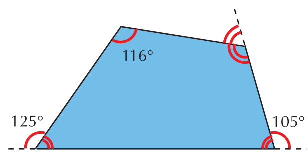
$\widehat{B} = 60°$

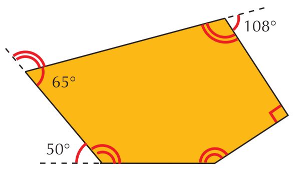
$\widehat{D} = \widehat{B} + 45°$

Calcola l'ampiezza degli angoli segnalati con due archetti.

160 

161 

162 

163 

Risolvi i seguenti problemi.

164 **Esercizio guida**

Calcola la somma degli angoli interni di un poligono di 5 lati.

Svolgimento

Basta applicare la formula: $S_i = 180° \cdot (n - 2)$.

Nel nostro caso $n = 5$ dunque $S_i = 180° \cdot (.....) = 180° \cdot 3 = 540°$.

In alternativa calcoliamo prima la somma degli angoli interni ed esterni del poligono: $5 \cdot 180° = 900°$.

Se a tale valore sottraiamo la somma degli angoli esterni del poligono, che è sempre 360°, avremo la somma degli angoli interni: $900° - 360° = ...°$.

165 Calcola la somma degli angoli interni di un poligono di 4 lati utilizzando entrambi i metodi illustrati nell'esercizio guida precedente.

166 Calcola la somma degli angoli interni di un poligono di 6 lati. [720°]

167 Calcola la somma degli angoli interni di un poligono di 12 lati. [1 800°]

168 Calcola la somma degli angoli interni di un poligono di 11 lati. [1 620°]

169 **Esercizio guida**

Calcola quanti sono i lati di un poligono sapendo che la somma dei suoi angoli interni misura 1 260°.

Svolgimento

Applichiamo la formula per il calcolo del numero di lati: $n = S_i : 180° + 2$.

Nel nostro caso: $S_i = 1\,260°$ pertanto: $n = 1\,260° : 180° + 2 = 7 + 2 = 9$.

170 Calcola quanti sono i lati di un poligono sapendo che la somma dei suoi angoli interni misura 900°. [7]

171 Calcola quanti sono i lati di un poligono sapendo che la somma dei suoi angoli interni misura 2 160°. [14]

172 In un triangolo due angoli misurano rispettivamente 38° e 52°. Calcola la misura del terzo angolo. [90°]

173 In un triangolo due angoli misurano rispettivamente $91° \ 50'$ e $42° \ 15'$. Calcola la misura del terzo angolo. [$45° \ 55'$]

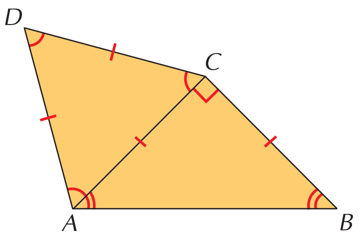
174 Calcola la misura del quarto angolo di un quadrilatero sapendo che gli altri tre angoli sono ampi rispettivamente $100°$, $52°$ e $68°$. [$140°$]

175 Calcola la misura del quinto angolo di un pentagono sapendo che i primi quattro angoli misurano rispettivamente $108°$, $125°$, $100°$ e $105°$. [$102°$]

● **176** Supponi che le misure dei tre angoli di tre quadrilateri siano quelle riportate di seguito. Calcola la misura del quarto angolo di ciascun quadrilatero:

a. $35° \ 28' \ 40''$, $49° \ 30' \ 28''$, $136° \ 17' \ 28''$; [$138° \ 43' \ 24''$]
b. $108° \ 17' \ 38''$, $67° \ 27' \ 40''$, $81° \ 37' \ 48''$; [$102° \ 36' \ 54''$]
c. $89° \ 45' \ 58''$, $101° \ 51' \ 46''$, $97° \ 15' \ 50''$. [$71° \ 6' \ 26''$]

● **177** Il quadrilatero $ABCD$ a lato è diviso dalla diagonale AC in due triangoli. Sapendo che $\widehat{CAB} = \widehat{ABC}$, $\widehat{ACB} = 90°$ e che $\widehat{D} = \widehat{ACD} = \widehat{CAD}$, determina le ampiezze di ciascuno degli angoli del quadrilatero. [$105°$; $45°$; $150°$; $60°$]



● **178** La somma e la differenza delle misure di due angoli di un triangolo sono rispettivamente $130°$ e $40°$. Calcola l'ampiezza di ogni suo angolo. [$45°$; $85°$; $50°$]

● **179** In un triangolo la somma di due angoli è ampia $60°$ ed uno è metà dell'altro. Calcola la misura di ogni angolo. [$20°$; $40°$; $120°$]

● **180** Calcola la misura del quarto angolo di un quadrilatero sapendo che i primi due angoli misurano rispettivamente $120°$ e $75°$ ed il terzo è la metà del maggiore dei primi due. [$105°$]

● **181** Tre angoli di un pentagono misurano rispettivamente $170°$, $110°$ e $98°$. Calcola la misura degli altri due angoli sapendo che sono congruenti. [$81°$; $81°$]

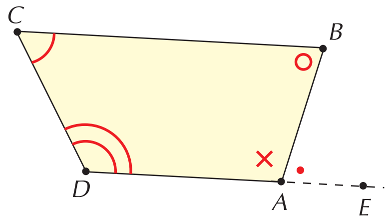
● **182** Due angoli di un quadrilatero misurano rispettivamente $100°$ e $80°$. Calcola la misura degli altri due angoli sapendo che uno di essi è il doppio dell'altro. [$60°$; $120°$]

● **183** Calcola la misura del quinto angolo di un poligono sapendo che:
- l'angolo maggiore è ampio $168°$;
- l'angolo minore è ampio $55°$;
- il terzo angolo è la metà dell'angolo maggiore;
- il quarto angolo è il doppio dell'angolo minore. [$123°$]

● **184** La somma e la differenza delle misure di due angoli di un quadrilatero sono rispettivamente $190°$ e $46°$. Sapendo che gli altri due angoli sono congruenti, calcola l'ampiezza di tutti gli angoli. [$85°$; $85°$; $118°$; $72°$]

● **185** La somma di due angoli di un triangolo misura $80°$. Calcola l'ampiezza dell'angolo esterno adiacente al terzo angolo del triangolo. [$80°$]

● **186** Utilizzando i dati in tabella, calcola le misure degli angoli incogniti del seguente quadrilatero.



Dati	Incognite
$\widehat{BAE} = 75° \ 30'$	$\widehat{BAD}$
$\widehat{BCD} = 59° \ 45'$	$\widehat{ABC}$
$\widehat{CDA} = 120° \ 15'$	

[$104° \ 30'$; $75° \ 30'$]

● **187** Calcola la misura degli angoli di un triangolo sapendo che uno misura $59° \ 15'$ e che gli altri due sono uno il doppio dell'altro. [$40° \ 15'$; $80° \ 30'$]

● **188** In un triangolo un angolo è la metà di un angolo piatto. Calcola l'ampiezza dei suoi angoli sapendo che la differenza degli altri due angoli è $25° \ 15'$. [$90°$; $32° \ 22' \ 30''$; $57° \ 37' \ 30''$]

● **189** Calcola l'ampiezza degli angoli di un quadrilatero sapendo che la somma e la differenza di due angoli misurano rispettivamente $210°$ e $50°$ e gli altri due sono uno il doppio dell'altro. [$130°$; $80°$; $50°$; $100°$]

190 Due angoli di un quadrilatero sono uno il doppio dell'altro, diminuito di 36°, e gli altri due sono angoli retti. Calcola la misura di ogni angolo del quadrilatero. [90°; 90°; 72°; 108°]

191 La somma degli angoli interni di un poligono misura 900°. Dopo aver stabilito quanti lati ha il poligono, calcola l'ampiezza di ciascun angolo esterno sapendo che quattro angoli interni sono ampi rispettivamente 100°, 110°, 120° e 135° e gli altri sono congruenti tra loro. [80°; 70°; 60°; 45°; 35°; 35°; 35°]

192 In un quadrilatero *ABCD* la somma degli angoli $\widehat{A}+\widehat{B}=200°$ mentre la loro differenza $\widehat{A}-\widehat{B}=50°$. Sapendo che l'ampiezza di $\widehat{C}$ è la somma di 10° con gli $\frac{8}{15}$ dell'angolo $\widehat{B}$, determina le ampiezze dei quattro angoli esterni del quadrilatero. [55°; 105°; 130°; 70°]

193 Due angoli di un quadrilatero misurano rispettivamente 120° e 75°. Calcola l'ampiezza degli altri due angoli sapendo che il terzo è pari ai $\frac{2}{3}$ del maggiore tra i primi due. [80°; 85°]

194 In un quadrilatero *ABCD* gli angoli interni sono tali che $\widehat{A}=\frac{1}{3}\cdot\widehat{B}=30°$ e $\widehat{C}=\frac{2}{3}\cdot\widehat{D}$. Calcola la misura degli angoli $\widehat{C}$ e $\widehat{D}$. $[\widehat{C}=96°;\ \widehat{D}=144°]$

195 In un pentagono *ABCDE* gli angoli interni sono tali che $\widehat{A}=\widehat{B}=\frac{2}{3}\cdot\widehat{C}$ e $\widehat{D}=\widehat{E}=95°$. Calcola l'ampiezza degli angoli $\widehat{A}$, $\widehat{B}$ e $\widehat{C}$. $[\widehat{A}=\widehat{B}=100°;\ \widehat{C}=150°]$

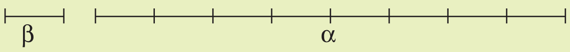
196 La somma degli angoli interni di un poligono misura 1080°. Dopo aver stabilito di che poligono si tratta calcola la misura di ciascun angolo sapendo che due angoli sono ampi rispettivamente 135° e 140°, la misura della somma e della differenza di altri due angoli è rispettivamente 225° e 15° e altri angoli sono congruenti tra loro. [120°; 105°; 145°; ....]

197 **Esercizio guida**

Un poligono equiangolo ha un angolo esterno che è l'ottava parte del corrispondente angolo interno ad esso adiacente. Calcola il numero dei lati del poligono.

Svolgimento

Se indichiamo con α l'angolo interno e con β quello esterno, avremo: $\alpha=8\cdot\beta$.
Sappiamo che ogni angolo interno è supplementare dell'angolo esterno ad esso adiacente: $\alpha+\beta=$ .....°.
In base a queste considerazioni abbiamo ricondotto il problema ad una tipologia nota: conosciamo la somma ed il rapporto di due grandezze. Rappresentiamo i dati a nostra disposizione.



$\alpha+\beta=9$ parti uguali = ...°

Per calcolare l'angolo β basta dividere 180° : ..... = 20°. L'angolo α è dunque .....° · 8 = 160°.
E poiché gli angoli esterni di un poligono equiangolo sono tutti tra loro congruenti, ed essendo la loro somma pari a 360°, indicando con *n* il numero dei lati del poligono, avremo:

$$n=360° : 20° = \text{...............}$$

198 Un poligono equiangolo ha un angolo esterno che è la metà del corrispondente angolo interno. Di che poligono si tratta? [esagono]

199 Un poligono equiangolo ha un angolo interno che è quattro volte il corrispondente angolo esterno ad esso adiacente. Calcola il numero dei lati del poligono. [10]

200 Un poligono equiangolo ha un angolo esterno che è la terza parte del corrispondente angolo interno ad esso adiacente. Calcola il numero dei lati e il numero degli angoli del poligono. [8]

✗ Saper rappresentare gli enti geometrici fondamentali

1 **Vero o Falso?**

Stabilisci quali delle seguenti affermazioni sono errate e correggi gli errori.

a. Il punto non ha dimensione e si indica con le lettere maiuscole dell'alfabeto italiano. V F

b. La linea ha una sola dimensione (lunghezza) e si indica con le lettere minuscole dell'alfabeto italiano. V F

c. Il piano è dotato di due dimensioni (lunghezza e larghezza) e si indica con le lettere minuscole dell'alfabeto italiano. V F

d. Una retta è una linea sulla quale ciascun punto mantiene la stessa direzione dei punti precedenti. V F

e. Due rette coincidenti hanno un solo punto in comune. V F

f. Per un punto passa solo una retta. V F

g. Per due punti distinti passa un solo piano. V F

h. Se una retta ha in comune con un piano un punto allora giace interamente sul piano. V F

i. Per tre punti distinti non allineati passano infiniti piani. V F

l. Tre punti distinti presi su una retta determinano due segmenti e due semirette. V F

2 Disegna una linea a contorno curvilineo *t* e una linea retta *r*.

3 Disegna una retta *r* e prendi un punto *O* su di essa. Quante semirette hai così individuato?

4 Disegna una semiretta di origine *O*.

5 Disegna una retta *r* e prendi due punti distinti *A* e *B* su di essa. Quanti segmenti hai così individuato?

6 Disegna una retta *r* e individua su di essa un segmento *AB*.

7 Disegna due segmenti *AB* e *BC* aventi l'estremo *B* in comune e appartenenti alla stessa retta *r*.

8 Disegna due segmenti consecutivi e due segmenti adiacenti.

9 Disegna una semiretta con origine *O* e prendi su di essa due punti *A* e *B* in modo tale che *A* preceda *B* e due punti *C* e *D* in modo tale che *C* segua *D*. Stabilisci secondo quale ordine si trovano i punti *A, B, C* e *D* se parti dall'origine *O* della semiretta *r*.

10 Disegna un fascio di rette incidenti in un unico punto *P*.

✗ Confrontare ed operare con i segmenti

11 Disegna due segmenti distinti *AB* e *CD* e due segmenti coincidenti *EF* e *GH*.

12 Disegna due segmenti distinti e non congruenti *AB* e *CD* e stabilisci quale dei due è maggiore dell'altro.

13 Disegna due segmenti distinti e non congruenti *AB* e *CD* e stabilisci quale dei due è minore dell'altro.

14 Disegna tre segmenti distinti e non congruenti *AB*, *CD* e *EF* e stabilisci quale dei tre è il minore degli altri due.

15 Disegna due punti distinti e dopo aver tracciato la relativa distanza, definiscila.

16 Calcola la misura di un segmento *AB* sapendo che è il doppio di un altro segmento *CD* la cui lunghezza è 4,3 dm.
[8,6 dm]

17 Calcola la misura di un segmento *AB* sapendo che è la metà di un altro segmento *CD* la cui lunghezza è 5,7 cm.
[2,85 cm]

18 Due segmenti misurano rispettivamente 14 cm e 123 mm. Calcola la misura del segmento somma e quella del segmento differenza. [26,3 cm; 1,7 cm]

19 La differenza di due segmenti misura 3 cm e il minore di essi è lungo 17 cm. Quanto misura la somma delle lunghezze dei due segmenti? [37 cm]

20 Calcola la misura della somma di tre segmenti sapendo che il primo misura 52 cm, il secondo è la metà del primo e il terzo il quadruplo del secondo. [182 cm]

21 Un segmento misura 14 cm. Determina la misura del segmento somma fra il suo doppio e il suo quadruplo. [84 cm]

22 Due segmenti misurano rispettivamente 109 dm e 101 dm. Quanto misura il segmento somma? [210 dm]

23 La somma della lunghezza di due segmenti è 57 cm e il minore di essi misura 25 cm. Calcola la misura del segmento maggiore. [32 cm]

24 La somma delle lunghezze di due segmenti è 88 cm e uno è il triplo dell'altro. Calcola la misura dei due segmenti. [22 cm, 66 cm]

25 La differenza delle lunghezze di due segmenti è 31 cm e uno è il doppio dell'altro. Calcola la misura dei due segmenti. [62 cm, 31 cm]

26 La somma e la differenza di due segmenti misurano rispettivamente 43 cm e 17 cm. Calcola la misura dei due segmenti. [30 cm, 13 cm]

27 La somma di due segmenti misura 32 cm e il minore è tre volte più piccolo del maggiore. Calcola la misura dei due segmenti. [8 cm, 24 cm]

✗ Rappresentare nel piano gli angoli

28 **Vero o Falso?**

Stabilisci quali delle seguenti affermazioni sono errate e correggi gli errori.

a. L'angolo è ciascuna delle due parti di piano in cui questo viene diviso da due rette incidenti. V F

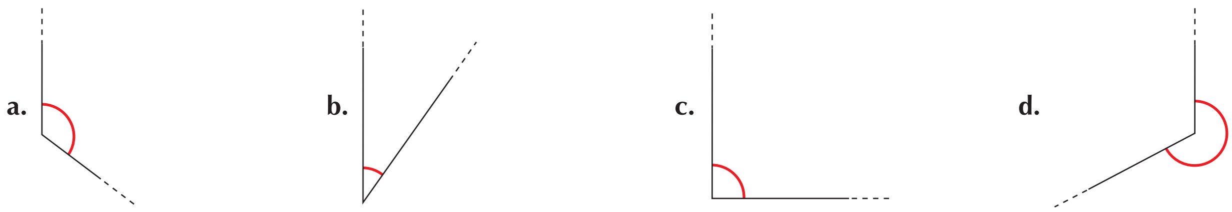
b. Un angolo concavo non contiene i prolungamenti dei lati. V F

c. Due angoli si dicono consecutivi quando hanno in comune il vertice. V F

d. Due angoli si dicono adiacenti quando i due lati non in comune sono uno il prolungamento dell'altro. V F

29 Disegna un punto *P* e traccia, partendo da esso, due semirette *PA* e *PB*. Riesci ad individuare l'angolo o gli angoli presenti nel disegno che hai eseguito?

30 Utilizza la simbologia corretta per indicare gli angoli delle seguenti figure:



31 Disegna due angoli consecutivi.

32 Disegna due angoli adiacenti.

33 Due angoli consecutivi sono anche adiacenti? Motiva la tua risposta.

34 Due angoli adiacenti sono anche consecutivi? Motiva la tua risposta.

35 Disegna due angoli opposti al vertice.

36 Due angoli opposti al vertice possono essere consecutivi? Motiva la tua risposta.

37 Due angoli opposti al vertice possono essere adiacenti? Motiva la tua risposta.

✗ Confrontare e operare con gli angoli

38 **Vero o Falso?**

Stabilisci quali delle seguenti affermazioni sono errate e correggi gli errori.

a. Un angolo si dice acuto se la sua ampiezza è maggiore rispetto a quella dell'angolo retto. V F

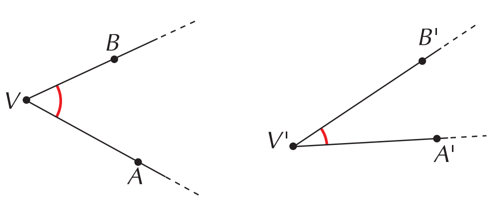
b. Un angolo si dice ottuso se la sua ampiezza è uguale a quella dell'angolo retto. V F

c. Due angoli si dicono complementari se la loro somma ha ampiezza pari a 180°. V F

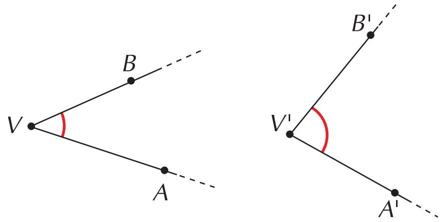
d. Due angoli si dicono supplementari se la loro somma è pari a 90°. V F

e. Due angoli si dicono esplementari se la loro somma corrisponde a 360°. V F

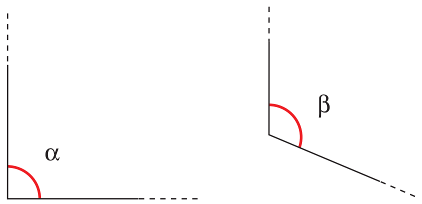
39 Completa le seguenti disuguaglianze inserendo al posto dei puntini i simboli > (maggiore) o < (minore):



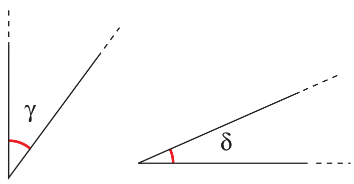
a. $\widehat{AVB}$ ..... $\widehat{A'V'B'}$



b. $\widehat{AVB}$ ..... $\widehat{A'V'B'}$

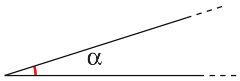


c. α ..... β

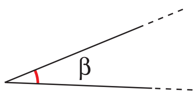


d. γ ..... δ

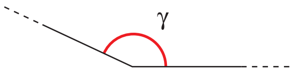
40 Disegna l'angolo complementare all'angolo dato.



41 Disegna l'angolo supplementare all'angolo dato.



42 Disegna l'angolo esplementare all'angolo dato.



43 La somma di due angoli complementari misura: **a.** 180°; **b.** 100°; **c.** 90°.

44 La somma di due angoli supplementari misura: **a.** 90°; **b.** 180°; **c.** 120°.

45 La somma di due angoli esplementari misura: **a.** 90°; **b.** 180°; **c.** 360°.

Risolvi i seguenti problemi.

46 Due angoli misurano rispettivamente 39° e 102°. Calcola l'ampiezza dell'angolo somma. [141°]

47 Calcola l'ampiezza di due angoli supplementari sapendo che la loro differenza è 40°. [70°; 110°]

48 Calcola l'ampiezza di due angoli complementari sapendo che la loro differenza è 26°. [32°; 58°]

49 Calcola l'ampiezza di due angoli esplementari sapendo che la loro differenza è 136°. [112°; 248°]

50 Calcola la misura dell'angolo supplementare di un angolo la cui ampiezza è la metà di un angolo retto. [135°]

Scheda di Valutazione del Recupero

Dopo aver rivisto la teoria e svolto l'attività di recupero, metti alla prova la tua preparazione rispondendo ai seguenti quesiti (scegli tra le soluzioni proposte), controlla l'esattezza delle risposte a pag. 382 e calcola il punteggio ottenuto in base alla griglia. Se hai totalizzato **almeno 18 punti** puoi ritenere colmato il debito, altrimenti riguarda gli argomenti sui quali hai commesso errori.

1 Il punto:
a. non ha dimensioni; **b.** ha una sola dimensione; **c.** ha due dimensioni.

2 La retta:
a. ha una sola dimensione; **b.** ha due dimensioni; **c.** è un insieme infinito di punti.

3 Il piano:
a. ha due dimensioni; **b.** non ha dimensioni; **c.** ha una sola dimensione.

4 La parte di retta compresa tra due suoi punti, si definisce:
a. semiretta; **b.** segmento; **c.** retta finita.

5 Due segmenti per essere adiacenti devono essere anche:
a. consecutivi; **b.** paralleli; **c.** coincidenti.

6 Per due rette incidenti:
a. passa un solo piano; **b.** passano infiniti piani; **c.** non passa alcun piano.

7 La somma di due segmenti è 18 cm. Calcola la misura del segmento maggiore sapendo che è il doppio del minore.

8 La somma di due segmenti è 80 cm e la loro differenza è 10 cm. Calcola la misura dei due segmenti.

9 Tre segmenti adiacenti misurano rispettivamente: il primo 36 cm, il secondo è la terza parte del primo e il terzo il doppio del secondo. Calcola la lunghezza della somma dei tre segmenti:
a. 70 cm; **b.** 75 cm; **c.** 72 cm.

10 Due angoli si dicono adiacenti quando:
a. hanno un vertice in comune;
b. hanno un vertice e un lato in comune e i lati non comuni sono uno il prolungamento dell'altro;
c. sono congruenti.

11 Quale delle seguenti misure angolari è il doppio di un angolo retto?
a. $120°$; **b.** $360°$; **c.** $180°$.

12 Qual è il complementare dell'angolo di ampiezza $30° \, 20' \, 20''$?
a. $59° \, 39' \, 40''$; **b.** $60°$; **c.** $60° \, 20' \, 20''$.

13 Un angolo è il doppio di un altro angolo e la loro somma è $120°$. Calcola l'ampiezza dei due angoli.

14 Due angoli sono supplementari e la loro differenza è $20°$. Calcola le loro ampiezze.

1 Disegna sul tuo quaderno:
a. un piano α;
b. due punti A e B appartenenti ad α;
c. una linea r che giace su α;
d. una retta s che giace su α e passa per A e B.

2 Disegna sul tuo quaderno:
a. un piano β;
b. due punti A e B appartenenti a β;
d. due rette incidenti passanti per A;
d. due rette parallele passanti rispettivamente per A e per B.

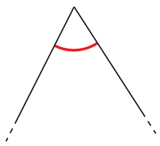
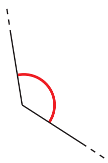
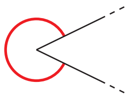
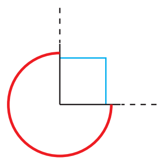
3 Completa l'enunciato dei seguenti assiomi della geometria:
a. per un punto passano .... rette;
b. per due punti distinti passa una e .... retta;
c. se una retta ha in comune con un piano due punti allora .... tutta sul ....;
d. per una retta passano .... piani;
e. per tre punti distinti non appartenenti alla stessa retta, passa uno e un solo ....

4 Disegna tre segmenti consecutivi e tre adiacenti.

5 Disegna tre segmenti che appartengono alla stessa retta e che non siano consecutivi.

6 Disegna due segmenti AB e CD di diversa lunghezza e aventi il punto medio M coincidente; verifica che $AC = BD$.

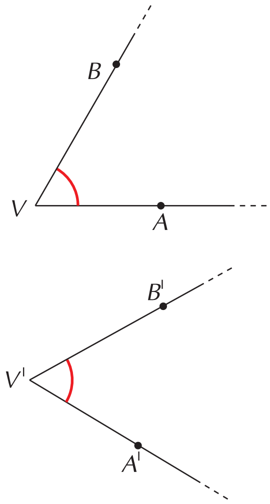
7 Osserva i seguenti angoli e indica quali sono concavi e quali convessi:

a.  **b.**  **c.**  **d.** 

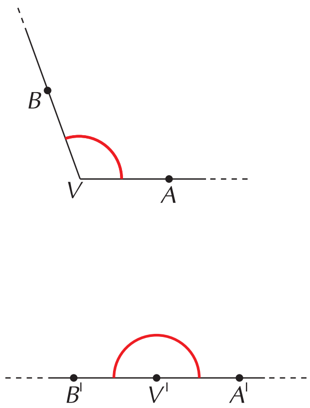
8 Disegna due angoli aventi in comune il vertice e la bisettrice.

9 Disegna due angoli consecutivi e due angoli adiacenti.

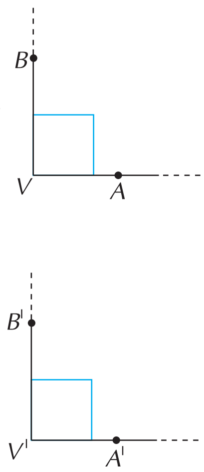
10 Osserva le seguenti coppie di angoli e scrivi al posto dei puntini il simbolo > (maggiore), < (minore) o = (uguale).

a.


$\widehat{AVB}$ ..... $A'V'B'$

b.


$\widehat{AVB}$ ..... $A'B'V'$

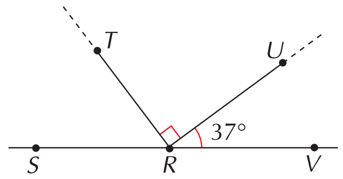
c.


$\widehat{AVB}$ ..... $A'V'B'$

11 Due angoli $\widehat{A}$ e $\widehat{B}$ sono adiacenti. Se l'angolo $\widehat{A}$ misura 30° qual è il valore dell'angolo $\widehat{B}$?
a. 30°; **b.** 60°; **c.** 150°; **d.** 120°.

12 In relazione alla figura a lato se l'angolo $\widehat{URV}$ misura 37° qual è l'ampiezza dell'angolo $\widehat{TRS}$?

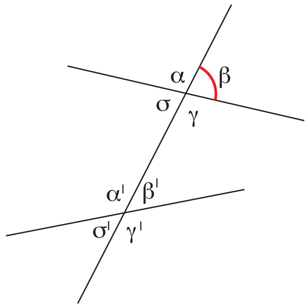
a. 37°; **b.** 53°; **c.** 106°; **d.** 127°; **e.** 143°.



13 Disegna due angoli opposti al vertice e verifica, misurandoli con un goniometro, che i due angoli sono congruenti.

14 Disegna sul tuo quaderno una retta r e segna su di essa tre punti A, B e C. Dopo aver tracciato un punto D esterno alla retta r, disegna le rette passanti per DA, DB e DC. Quanti segmenti si sono formati? Quanti di essi sono consecutivi? Quanti sono adiacenti? Elencali tutti.

15 Osserva attentamente la figura a lato e sapendo che $\alpha = 104°$ e $\beta' = \alpha : 2$, calcola l'ampiezza degli altri angoli.



16 Disegna sul tuo quaderno tre rette r, s e t. Le rette r e t, r ed s, s e t si toccano rispettivamente nei punti A, B e C. Dopo aver inserito la corretta simbologia, elenca gli angoli che si sono formati; tra di essi ve ne sono alcuni consecutivi, altri adiacenti e altri ancora opposti al vertice; elenca tutte le coppie individuate.

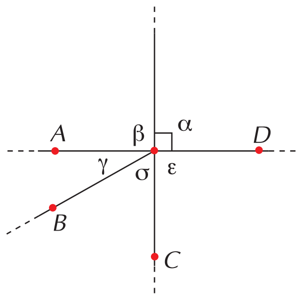
17 Facendo riferimento alla figura a lato, rispondi alle seguenti domande:

a. qual è l'angolo supplementare, ma non adiacente all'angolo β?

b. La misura dell'angolo γ è di 30°. Qual è la misura dell'angolo $\varepsilon + \sigma$?

c. Qual è l'angolo complementare di γ e quanto misura?

d. Quali sono gli angoli consecutivi di σ? Sono congruenti?



Risolvi i seguenti problemi.

18 Tre semirette escono dallo stesso punto; la prima forma con la terza un angolo di 108°, la seconda forma con la terza un angolo di 55°. Quanto è ampio l'angolo formato dalla prima e della seconda semiretta? [53°]

19 La somma di tre segmenti è 175 cm. Calcola la misura di ciascun segmento sapendo che il primo è il doppio del secondo e il terzo è il doppio del primo. [50 cm; 25 cm; 100 cm]

20 Una spezzata chiusa $ABCD$ è formata da quattro segmenti. Calcola la misura di ciascun lato della spezzata sapendo che ogni segmento è uguale al suo consecutivo, diminuito di 2 cm, e che la loro somma è 28 cm. [4 cm; 6 cm; 8 cm; 10 cm]

21 Un angolo è ampio 104° 30′, il suo supplementare è diviso dalla sua bisettrice in due angoli; calcola l'ampiezza di ciascuno di essi. [37° 45′]

22 Un angolo α è diviso dalla sua bisettrice in due angoli congruenti, ciascuno dei quali è ampio 32° 20′. Calcola l'ampiezza dell'angolo complementare di α. [25° 20′]

23 Quattro semirette, due delle quali allineate sulla stessa retta, escono da un punto P del piano e formano quattro angoli aventi le seguenti ampiezze: il primo 5 volte il secondo, il terzo ed il quarto fra loro congruenti e il doppio del secondo, calcola la misura dei quattro angoli. [180°; 36°; 72°; 72°]

24 Un angolo è ampio 130° 28′; calcola l'angolo complementare, quello supplementare e l'angolo esplementare di uno dei due angoli formati dalla bisettrice dell'angolo dato. [24° 46′; 114° 46′; 294° 46′]

25 Calcola l'ampiezza della differenza tra il supplementare ed il complementare di un qualsiasi angolo acuto. [90°]

26 Due semirette uscenti dallo stesso punto P formano un angolo di 40°. Quante semirette si possono tracciare per lo stesso punto P in modo che ciascuna formi un angolo di 40° con le altre? [9]

27 Dati gli angoli $\alpha = 75°$ e $\beta = 46°$, calcola la loro somma e la loro differenza. Determina altri due angoli, il primo γ ampio quanto la somma più la differenza, il secondo δ ampio quanto la somma meno la differenza degli angoli dati; che cosa noti? [$\gamma = 2 \cdot \alpha$; $\delta = 2 \cdot \beta$]

1 Come devono essere tra di loro due semirette affinché la loro intersezione sia un segmento?

2 Dati nel piano quattro punti, a tre a tre non allineati, verifica con un disegno che ci sono sei rette che li congiungono a due a due.

3 Due semirette r ed s hanno l'origine O in comune. Traccia sulla prima semiretta due segmenti OA e AB tra loro adiacenti e sulla seconda due segmenti OC e CD anch'essi tra loro adiacenti. Dopo aver individuato il punto P d'intersezione tra i segmenti AD e BC, rispondi alle seguenti domande:
a. quanti sono i segmenti ottenuti dalla costruzione?
b. Quante sono le coppie di segmenti adiacenti?

4 La somma delle misure di tre segmenti è 707 cm. Calcola la misura di ognuno di essi sapendo che il primo è il doppio del secondo e il secondo è il doppio del terzo. [404 cm; 202 cm; 101 cm]

5 La somma delle misure di tre segmenti è 707 cm. Calcola la misura di ognuno di essi sapendo che il primo è il doppio del secondo e la somma delle loro misure equivale al terzo segmento diminuito di 101. [202 cm; 101 cm; 404 cm]

6 Tre segmenti misurano complessivamente 57 dm. Calcola la loro misura sapendo che il secondo segmento è il triplo del primo ed il terzo supera di 80 cm il secondo. [70 cm; 210 cm; 290 cm]

7 Calcola le misure dei seguenti angoli:
a. la metà del supplementare dell'angolo $\alpha = 156°$; [12°]
b. il doppio del complementare dell'angolo $\beta = 33°$; [114°]
c. un terzo dell'esplementare dell'angolo $\gamma = 210°$. [50°]

8 Disegna un angolo $\widehat{AVB}$. Evidenzia dei punti interni e dei punti esterni ad esso. Vi sono dei punti del piano che non sono né interni né esterni all'angolo? Tali punti che cosa formano?

9 Un primo angolo è il triplo di un secondo angolo che a sua volta è la metà di un terzo angolo. Calcola l'ampiezza dei tre angoli sapendo che la loro somma è 138°. [69°; 23°; 46°]

10 Un primo angolo è la metà più 10° di un secondo angolo che a sua volta è il triplo meno 13° di un terzo angolo. Calcola l'ampiezza dei tre angoli sapendo che la loro somma è 106°. [35°; 50°; 21°]

11 La differenza delle misure di due angoli è 70° ed uno di essi è 0,6 volte l'altro. Calcola le misure di ognuno dei due angoli. [175°; 105°]

12 Il triplo di un angolo è uguale al doppio di un altro angolo e la loro differenza è 20°. Calcola le misure di ognuno dei due angoli. [60°; 40°]

13 La differenza delle misure di due angoli complementari è 30°. Calcola le misure dell'angolo supplementare del maggiore e dell'angolo esplementare del minore. [120°; 330°]

14 La differenza delle misure di due angoli supplementari è 10°. Calcola le misure dell'angolo complementare del minore e dell'angolo esplementare del maggiore. [5°; 265°]

15 Un angolo è ampio 145° 32′; dopo aver calcolato l'ampiezza del suo supplementare, determina la misura di ciascuno dei due angoli formati dalla bisettrice dell'angolo ottenuto. [17° 14′]

16 La somma delle misure di tre angoli è 193°. Calcola le ampiezze dei tre angoli sapendo che il primo è la metà dell'angolo complementare di un angolo ampio 34° e il secondo è il doppio dell'angolo esplementare di un angolo ampio 312°. [28°; 96°; 69°]

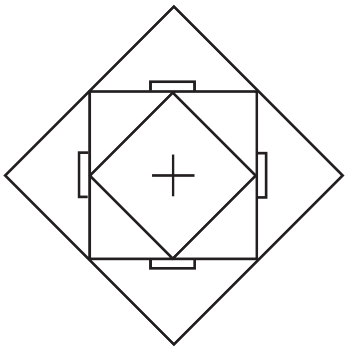
17 La somma di cinque angoli misura 526° 25′; il primo è ampio 18° 15′, il secondo è complementare del primo, il terzo è supplementare del secondo, il quarto è esplementare del terzo. Calcola l'ampiezza di ciascun angolo. [71° 45′; 108° 15′; 251° 45′; 76° 25′]

1 Segno e divido! (2005, Giochi di primavera)

Su una striscia di carta lunga 1 m, mettiamo prima dei segni per dividerla in 2 parti uguali e, poi, degli altri segni per dividerla in tre parti uguali. Infine, tagliamo la striscia di carta nei punti dove avevamo messo i segni. Quante lunghezze diverse otteniamo con i nostri tagli?

2 Gli angoli retti (2006, Semifinale italiana)

Quanti angoli retti ci sono nella figura a lato?



3 Sulla retta (2008, Finale internazionale)

Sei punti A, B, C, D, E e F sono marcati su una retta, non necessariamente in questo ordine. Sappiamo che:

$\overline{AB} = 2$ cm, $\overline{BC} = 3$ cm, $\overline{CD} = 5$ cm, $\overline{DE} = 7$ cm, $\overline{EF} = 8$ cm, $\overline{FA} = 9$ cm.

Qual è (in cm) la distanza fra i punti più lontani?

Verifica la tua preparazione eseguendo i seguenti esercizi relativi agli obiettivi di **conoscenza**. Controlla quindi l'esattezza delle soluzioni alla fine del volume ed assegnati un punto per ciascun esercizio svolto correttamente.

✗ Gli elementi e le caratteristiche di un poligono

1 Completa la seguente definizione:
si dice poligono la parte di piano delimitata da una ....

2 Due poligoni si dicono isoperimetrici quando hanno:
a. lo stesso numero di lati; **b.** lo stesso perimetro;
c. tutti gli angoli congruenti; **d.** tutti i lati congruenti.

3 Se un poligono ha tutti i lati e tutti gli angoli congruenti si dice:
a. equilatero; **b.** equiangolo; **c.** regolare; **d.** concavo.

4 Completa la seguente definizione:
un poligono si dice convesso se non viene .... dal .... di qualche suo ....

✗ Le proprietà relative agli elementi di un poligono

5 Qual è la formula per calcolare il numero di diagonali uscenti da ogni vertice di un poligono? (d ed n indicano rispettivamente il numero delle diagonali uscenti da ogni vertice e il numero dei lati del poligono)
a. $d = n - 2$; **b.** $d = n + 3$; **c.** $d = n \cdot 3$; **d.** $d = n - 3$.

6 Qual è la formula per calcolare il numero complessivo di diagonali di un poligono? (d ed n indicano rispettivamente il numero delle diagonali e il numero dei lati del poligono)
a. $d = n \cdot (n - 3) : 2$; **b.** $d = n \cdot (n - 2) : 3$; **c.** $d = n : (n - 3) \cdot 2$; **d.** $d = n \cdot (n - 3)$.

7 Quali fra i seguenti gruppi di misure possono appartenere ad un poligono?
a. 12 cm; 13 cm; 24 cm; **b.** 7 cm; 8 cm; 9 cm; 25 cm;
c. 1 cm; 2 cm; 3 cm; 4 cm; 5 cm; **d.** 13 cm; 5 cm; 4 cm; 1 cm.

8 Due lati di un triangolo misurano rispettivamente 18 cm e 24 cm; quanti centimetri può misurare il terzo lato?
a. 43 cm; **b.** 5 cm; **c.** 7 cm; **d.** qualunque valore.

9 La somma degli angoli interni di un triangolo:
a. misura 360°; **b.** misura 90°; **c.** misura 180°; **d.** dipende dal tipo di triangolo.

10 Qual è la formula per calcolare la somma degli angoli interni di un poligono? (n indica il numero dei lati di un poligono)
a. $S_i = 180° \cdot (n - 2)$; **b.** $S_i = 180° \cdot n - 2$; **c.** $S_i = 180° : (n - 2)$; **d.** $S_i = 180° \cdot (n + 2)$.

11 La somma degli angoli esterni di un poligono:
a. misura 360°; **b.** misura 90°; **c.** misura 180°; **d.** dipende dal tipo di triangolo.

12 In un poligono la somma degli angoli interni misura 1440°. Quanti lati ha il poligono?
a. 6; **b.** 10; **c.** 5; **d.** 8

..... / 12

Da 0 a 4: Non conosci gli argomenti trattati nel capitolo. **Devi ristudiarlo**.
Da 5 a 8: Conosci solo superficialmente i contenuti del capitolo. **Devi ripassare** gli argomenti corrispondenti alle conoscenze non acquisite.
Da 9 a 12: Conosci in modo sufficientemente approfondito i contenuti del capitolo. **Puoi affrontare il prossimo capitolo**.

Verifica la tua preparazione eseguendo i seguenti esercizi relativi agli obiettivi di **abilità**. Controlla quindi l'esattezza delle soluzioni alla fine del volume ed assegnati un punto per ciascun esercizio svolto correttamente.

✗ Saper operare con gli elementi di un poligono

1 Calcola la misura del terzo lato di un triangolo sapendo che il perimetro è di 58 cm e che le misure degli altri due lati sono 19 cm e 24 cm.

2 Il perimetro di un quadrilatero è di 87 cm. Calcola la misura del terzo e del quarto lato del quadrilatero sapendo che i primi due misurano rispettivamente 15 cm e 21 cm e che il terzo lato è il doppio del quarto.

3 Il perimetro di un triangolo è 130 m. Calcola le misure dei suoi lati, sapendo che la somma e la differenza delle misure di due lati sono rispettivamente 70 m e 10 m.

4 Calcola il numero complessivo di diagonali di un poligono con 15 lati.

5 Il perimetro del quadrilatero $ABCD$ è 62 cm. Calcola la misura del lato AB sapendo che BC misura 18 cm, CD è la metà di BC e DA è il triplo di DC.

6 Il perimetro di un quadrilatero è 121 dm. Calcola le misure dei suoi lati, sapendo che uno è il quadruplo dell'altro e che la somma e la differenza della misura degli altri due sono rispettivamente 66 dm e 10 dm.

✗ Saper applicare le proprietà relative agli elementi di un poligono

7 In un pentagono l'ampiezza di un angolo esterno è di $125° \, 23'$. Calcola la misura del rispettivo angolo interno.

8 In un quadrilatero due angoli sono ampi rispettivamente 54° e 26°. Calcola l'ampiezza degli altri due angoli sapendo che uno è sei volte l'altro.

9 In un triangolo un angolo è la metà di un angolo piatto. Calcola l'ampiezza dei suoi angoli sapendo che la differenza degli altri due angoli è 20°.

10 In un triangolo l'angolo esterno dell'angolo α misura 45°. Calcola la misura degli angoli interni α, β, e γ sapendo che l'angolo β è il doppio di γ.

11 Calcola le ampiezze degli angoli $\widehat{C}$ e $\widehat{D}$ dell'esagono $ABCDEF$ sapendo che:

$\widehat{A} = 120°$; $\quad \widehat{B} = \frac{2}{3} \cdot \widehat{A}$; $\quad \widehat{E} + \widehat{F} = 280°$; $\quad \widehat{C} = \frac{3}{5} \cdot \widehat{D}$.

12 Calcola il perimetro del quadrilatero $ABCD$ e l'ampiezza degli angoli $\widehat{B}$ e $\widehat{C}$ sapendo che:

$\overline{AB} = 60$ cm; $\quad \overline{BC} = 50$ cm; $\quad DC = AD = \frac{8}{11} \cdot (AB + BC)$; $\quad \widehat{A} = 90°$; $\quad \widehat{D} = 45°$; $\quad \widehat{B} = \frac{5}{4} \cdot \widehat{C}$.

Autovalutazione Punteggio conseguito ..... / 12

Da 0 a 4: Non hai sviluppato adeguate abilità. Devi studiare nuovamente il capitolo ed eseguire tutti gli **esercizi del recupero**.

Da 5 a 8: Non possiedi le abilità richieste. Prima di affrontare gli **esercizi di consolidamento** devi svolgere gli **esercizi del recupero** relativi alle abilità non ancora acquisite.

Da 9 a 12: Hai raggiunto pienamente le abilità specifiche del capitolo. Puoi affrontare gli **esercizi per il potenziamento** e le **gare della matematica**.

Perpendicolarità e parallelismo

Capitolo 3
ESERCIZI

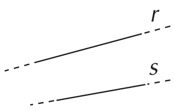
1 Le rette perpendicolari

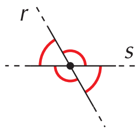
teoria pag. 50

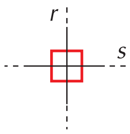
- ✗ Due **rette perpendicolari** formano quattro angoli retti;
- ✗ per un punto passa una ed una sola retta perpendicolare alla retta data;
- ✗ la **distanza** di un punto da una retta è la lunghezza del segmento perpendicolare condotto da quel punto a quella retta;
- ✗ l'**asse** di un segmento è la retta ad esso perpendicolare passante per il suo punto medio;
- ✗ qualunque punto appartenente all'asse di un segmento ha uguale distanza dagli estremi del segmento.

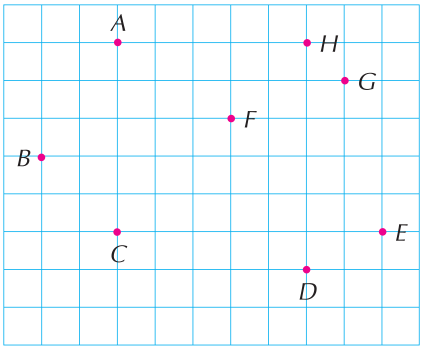
Comprensione della teoria

1 Quale delle seguenti figure rappresenta due rette perpendicolari?

a. 

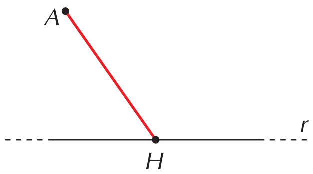
b. 

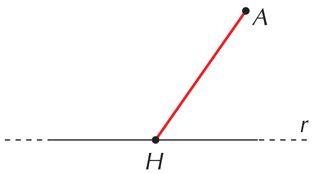
c. 

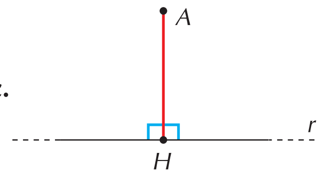


2 Nella figura a lato, individua due coppie di punti in modo che, congiungendoli, si ottengano due rette perpendicolari.

3 In quale delle seguenti figure il segmento AH rappresenta la distanza tra il punto A e la retta r?

a. 

b. 

c. 

4 In quale dei seguenti casi la distanza tra un punto e una retta è nulla?
a. Se il punto non appartiene alla retta;
b. se il punto è molto lontano dalla retta;
c. se il punto appartiene alla retta.

5 La proiezione di un punto su una retta definisce:
a. il piede; **b.** l'asse; **c.** il punto medio; **d.** il quinto postulato di Euclide.

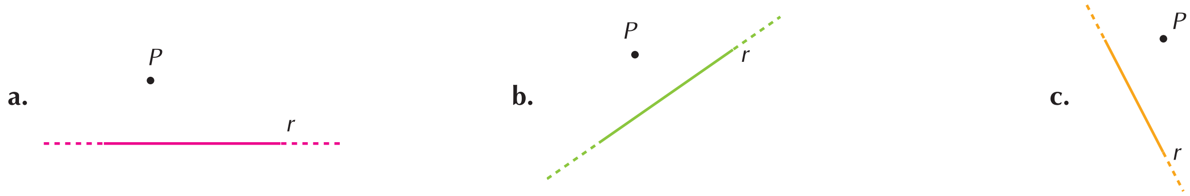
6 L'asse del segmento AB:
a. passa per l'estremo A; **b.** passa per l'estremo B;
c. passa per il punto medio di AB; **d.** non interseca AB.

Applicazione

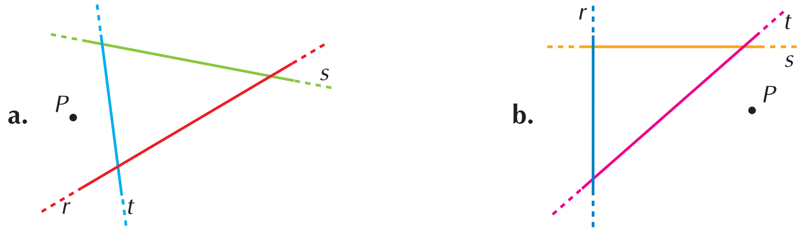
7 Disegna due rette perpendicolari, indicale in modo corretto e rappresenta in simboli la figura disegnata.

8 Costruisci una retta r perpendicolare ad una retta s passante per un punto P esterno alla retta s.

9 Traccia la distanza del punto P dalla retta r nei tre casi.



10 Traccia la distanza del punto P dalle rette r, s e t nei due casi.



11 Disegna una retta r e scegli tre punti A, B e C non appartenenti ad essa. Traccia i segmenti che rappresentano le distanze dei punti A, B e C dalla retta r.

12 Disegna una retta r ed un punto A esterno ad essa. Dopo aver tracciato la distanza di A dalla retta, trova la posizione di un altro punto B in modo tale che la sua distanza da r sia la metà di quella del punto A.

13 Disegna un angolo acuto $\widehat{AOB}$, scegli un punto P ad esso interno, traccia le due perpendicolari ad OA e OB passanti per P e siano M e N le loro rispettive intersezioni con i lati OA e OB. Misura con il goniometro gli angoli $\widehat{MON}$ e $\widehat{MPN}$ e verifica che sono angoli supplementari.

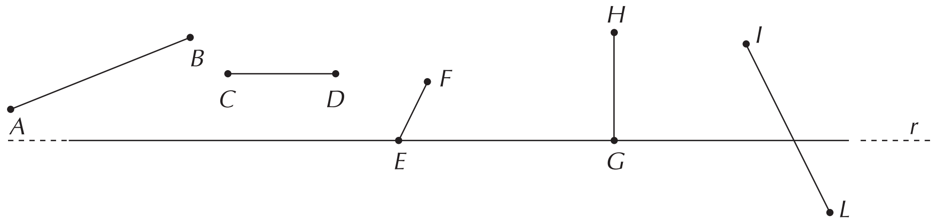
14 Disegna due angoli adiacenti $\widehat{AOB}$ e $\widehat{BOB'}$ e traccia le loro bisettrici b e b'. Misura con un goniometro l'angolo $\widehat{bb'}$ e verifica che le due bisettrici sono fra loro perpendicolari.

15 Disegna una retta r, stacca su di essa un segmento AB, traccia per B la perpendicolare alla retta r e su di essa scegli un punto P tale che PB sia congruente ad AB. Unisci ora P con A. Misura con un goniometro l'angolo $\widehat{PAB}$ e verifica che $\widehat{PAB} = 45°$.

16 Dato un angolo di vertice V traccia la sua bisettrice t. Scegli sulla bisettrice t tre punti a piacere A, B, C e, da ciascuno di essi, traccia le due perpendicolari ai lati dell'angolo. Misura le distanze dei punti A, B, C dai lati dell'angolo. Cosa noti? Sai ricavare la proprietà della bisettrice di un angolo? Prova a scriverla.

17 Disegna una retta r e stacca su di essa un segmento AB. Da un punto P, non appartenente ad r, traccia la perpendicolare ad AB e sia H il piede di tale perpendicolare (H interno al segmento AB). Costruisci le bisettrici degli angoli $\widehat{AHP}$ e $\widehat{BHP}$ e verifica che esse sono fra loro perpendicolari.

18 Traccia la proiezione di ciascun segmento sulla retta r. Stabilisci poi se esiste qualche proiezione più lunga del rispettivo segmento proiettato.



19 Disegna una retta r e un segmento AB non appartenente ad essa. Traccia la proiezione di AB su r.

20 Disegna un segmento ed una retta ad esso non parallela. Traccia la proiezione del segmento sulla retta.

21 Disegna una retta r e un segmento AB senza alcun punto in comune con la retta r e perpendicolare rispetto a quest'ultima. Traccia la proiezione di AB su r. Che cosa noti?

22 Quando la proiezione di un segmento su una retta coincide con la proiezione di un punto su una retta?

23 Disegna una retta r e dopo aver tracciato un segmento parallelo AB ed uno perpendicolare CD alla retta r disegna le rispettive proiezioni sulla retta r.

24 La misura della proiezione di un segmento su una retta può essere maggiore della misura del segmento stesso? Verifica l'esattezza della tua affermazione con un opportuno disegno.

25 La misura della proiezione di un segmento su una retta può essere congruente alla misura del segmento stesso? Se sì, in quale caso? Verificalo con un opportuno disegno.

26 Disegna tre segmenti non congruenti AB, CD e EF tali che il loro segmento proiezione sulla retta r coincida sempre con lo stesso segmento.

27 Disegna due segmenti AB e CD non congruenti tali che la loro proiezione sulla retta r coincida in un unico punto P.

28 Sia data una retta r; disegna due segmenti congruenti AB e CD in modo che le rispettive proiezioni sulla retta r non siano congruenti.

29 Sia data una retta r; dopo aver disegnato tre segmenti consecutivi AB, BC e CD, traccia le loro proiezioni sulla retta r. Come risultano tali proiezioni?

30 Disegna una retta r e due segmenti non congruenti AB e CD e fai in modo che le rispettive proiezioni sulla retta r siano congruenti.

31 Disegna un segmento AB della misura di 6 cm e costruisci il suo asse.

32 Sia AB un segmento e a il suo asse. Se un punto P non appartiene all'asse a, è vera l'uguaglianza $PA = PB$? Verifica l'esattezza della tua affermazione con un opportuno disegno.

33 Disegna due segmenti consecutivi tra loro perpendicolari e costruisci i loro assi: che cosa noti?

34 Disegna tre punti non allineati A, B e C. Traccia gli assi dei segmenti AB e BC e prolungali fino alla loro intersezione nel punto O. Misura OA, OB e OC e verifica che $OA = OB = OC$.

35 Siano a e b gli assi dei segmenti AB e CD. Se tali assi sono tra di loro incidenti, esiste un punto equidistante dai quattro estremi A, B, C e D? Se si qual è?

2 Le rette parallele

teoria pag. 51

- ✗ Due **rette parallele** (non coincidenti) non hanno alcun punto in comune;
- ✗ la distanza di due rette parallele è la lunghezza di un qualsiasi segmento perpendicolare alle due rette;
- ✗ per un punto passa una sola retta parallela ad una retta data;
- ✗ un **fascio di rette parallele** è l'insieme di tutte le rette del piano parallele ad una retta data.

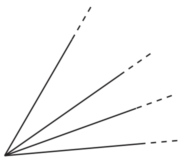
Comprensione della teoria

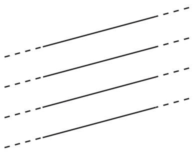
36 Fai alcuni esempi di rette parallele tratti da oggetti della realtà che ti circonda.

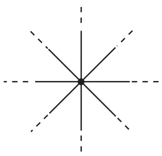
37 Due rette coincidenti possono considerarsi parallele?

38 Definisci che cosa si intende per striscia e che cosa si intende per contorno di una striscia.

39 Quale delle seguenti figure rappresenta un fascio di rette parallele?

a. 

b. 

c. 

40 Che cosa si intende con l'espressione «fascio di rette parallele»?

41 Il quinto postulato di Euclide afferma che:
a. per un punto passa una ed una sola retta parallela ad una retta data;
b. qualunque punto appartenente all'asse ha la stessa distanza dagli estremi del segmento;
c. per un punto passano infinite rette;
d. per due punti passa una sola retta.

Applicazione

42 Disegna una retta e traccia alcune rette ad essa parallele. Quante sono? Come si chiama la figura?

43 Disegna una retta r e una sua parallela passante per un punto P non appartenente ad essa.

44 Disegna una retta r e altre due rette s e t parallele ad r.

45 Dopo aver definito la distanza tra due rette parallele, disegna due rette parallele distanti 2 cm una dall'altra.

● **46** Disegna due segmenti adiacenti e costruisci i loro assi: che cosa noti a proposito degli assi?

● **47** Scegli su una retta r due punti distinti A e B e traccia per tali punti le perpendicolari s e t alla retta data. Come sono tra loro le rette s e t?

● **48** Disegna due rette r ed s tra di loro perpendicolari e poi una terza retta t perpendicolare alla r. Come sono tra loro le rette s e t?

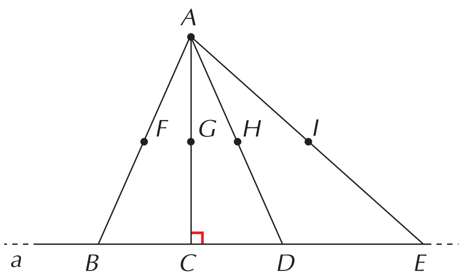
● **49** Disegna una retta r, scegli su di essa un punto A e un punto B non appartenente ad essa; traccia per tali punti le perpendicolari s e t alla retta data. Come sono tra loro le rette s e t?

● **50** Disegna due rette r ed s parallele e una terza retta t perpendicolare alla r; prolunga la retta t fino ad intersecare la retta s. Come sono tra loro le rette t ed s?

● **51** La retta r è perpendicolare alla retta s e la retta t è parallela alla retta r; come sono fra loro le rette t e r?

● **52** La retta r è parallela alla retta s e la retta s è perpendicolare alla retta t; come sono fra loro le rette r e t?

●● **53** Dopo aver considerato la figura a lato in cui i punti F, G, H, I sono i punti medi dei segmenti AB, AC, AD e AE, rispondi alle seguenti domande:
a. i punti medi F, G, H, I appartengono alla stessa retta?
b. Tale eventuale retta è parallela alla retta a?
c. Quale segmento rappresenta la distanza del punto A dalla retta a?



●● **54** Disegna un segmento AB, traccia dagli estremi due rette tra loro parallele e stacca su di esse due segmenti congruenti AC e BD da parte opposta rispetto ad AB. Verifica che i segmenti AB e CD si tagliano nel loro punto medio.

●● **55** Disegna un angolo acuto $\widehat{AOB}$ e la sua bisettrice b, segna poi su quest'ultima un punto C e traccia l'asse del segmento OC che interseca il lato OB nel punto D. Verifica che le rette OA e DC sono tra loro parallele.

3 I criteri di parallelismo

teoria pag. 53

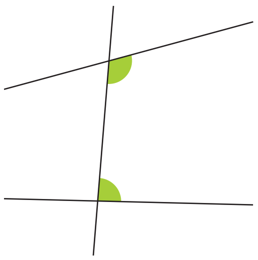
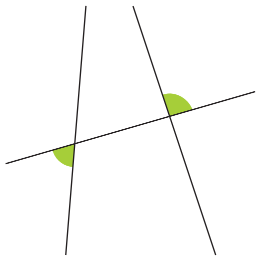
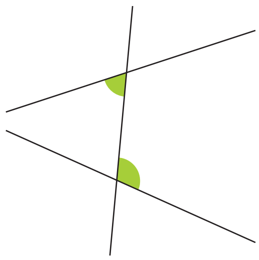
✗ La **trasversale** è una retta che taglia due rette di un piano;

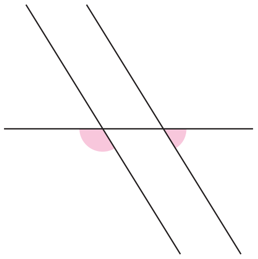
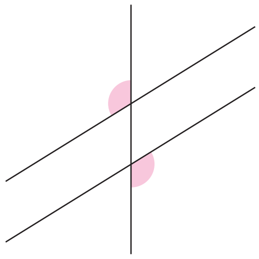
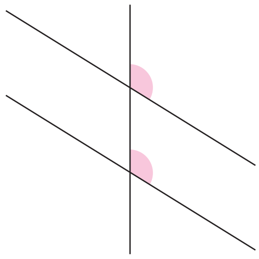
✗ due rette parallele tagliate da una trasversale formano:
– **angoli corrispondenti** congruenti;
– **angoli alterni interni** e **alterni esterni** congruenti;
– **angoli coniugati interni** ed **esterni** supplementari;

✗ due rette sono parallele se, tagliate da una trasversale, rispettano almeno una delle tre condizioni descritte nel punto precedente.

Comprensione della teoria

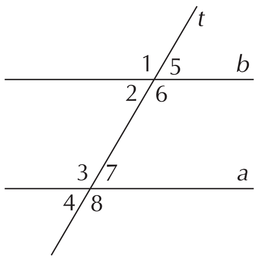
Dai il nome corretto agli angoli segnati nelle seguenti figure.

56 **a.**  **b.**  **c.** 

57 **a.**  **b.**  **c.** 

58 Stabilisci quale delle seguenti affermazioni è vera.
Una retta che taglia una coppia di rette parallele:
a. si dice tangente;
b. forma otto angoli congruenti;
c. forma quattro coppie di angoli coniugati.

59 Facendo riferimento alla figura a lato in cui le rette *a* e *b* sono parallele, stabilisci quali delle seguenti affermazioni sono vere:
a. gli angoli $\widehat{1}$ e $\widehat{8}$ sono alterni esterni;
b. il coniugato dell'angolo $\widehat{2}$ è l'angolo $\widehat{3}$;
c. gli angoli $\widehat{3}$ e $\widehat{6}$ sono congruenti perché coniugati;
d. gli angoli $\widehat{5}$ e $\widehat{8}$ sono corrispondenti.



Applicazione

60 Disegna due rette parallele tagliate da una trasversale.

61 Disegna gli angoli formati da due rette parallele tagliate da una trasversale. Come si chiamano?

62 Disegna due rette parallele tagliate da una trasversale; misura con un goniometro una coppia di angoli corrispondenti e confronta le due misure. Cosa noti?

63 Disegna due rette parallele tagliate da una trasversale; misura con un goniometro una coppia di angoli coniugati esterni. Cosa noti?

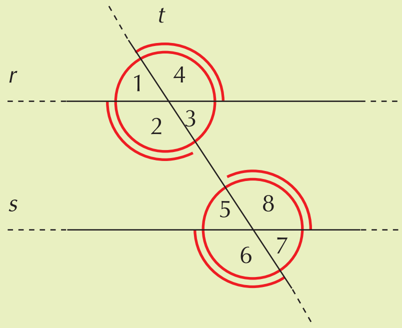
64 Disegna due rette parallele tagliate da una trasversale; misura col goniometro una coppia di angoli alterni interni. Che cosa noti?

65 Disegna due rette parallele tagliate da una trasversale; misura col goniometro gli angoli alterni esterni e gli angoli coniugati interni. Che cosa noti?

66 ### Esercizio guida

Due rette parallele tagliate da una trasversale formano otto angoli, uno dei quali misura 60°. Calcola la misura degli altri sette angoli da esse formate.

Svolgimento



Se $\widehat{1} = 60°$ allora $\widehat{5} = 60°$ perché ....

Se $\widehat{1} = 60°$ allora $\widehat{7} =$ ..... perché alterni esterni.

Se $\widehat{5} = 60°$ allora $\widehat{3} =$ ..... perché alterni interni.

Se $\widehat{1} = 60°$ allora $\widehat{4} = (180° - 60°) = 120°$ perché ....

Se $\widehat{4} =$ ...... allora $\widehat{6} = 120°$ perché alterni esterni.

Se $\widehat{4} = 120°$ allora $\widehat{8} =$ ..... perché corrispondenti.

Se $\widehat{8} = 120°$ allora $\widehat{2} =$ ..... perché alterni interni.

In conclusione avremo: $\widehat{1} = \widehat{3} = \widehat{5} = \widehat{7} = 60°$; $\widehat{2} = \widehat{4} = \widehat{6} = \widehat{8} = 120°$.

67 Due rette parallele tagliate da una trasversale formano una coppia di angoli coniugati esterni, uno dei quali misura 80°. Calcola la misura dell'altro angolo.

68 Due rette parallele tagliate da una trasversale formano una coppia di angoli coniugati interni, uno dei quali misura 65°. Calcola la misura dell'altro angolo.

69 Se uno degli angoli coniugati interni formati da due rette parallele tagliate da una trasversale misura 102° 25′, quanto misura l'altro angolo? [77° 35′]

70 Se gli angoli coniugati interni formati da due rette tagliate da una trasversale misurano rispettivamente 58° e 102°, possiamo dire che le due rette sono parallele? Giustifica la tua risposta.

71 Due rette parallele tagliate da una trasversale formano otto angoli, uno dei quali misura 62°. Calcola la misura degli altri sette angoli da esse formati. [62°; 118°; .....]

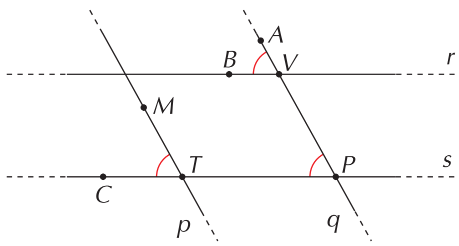
72 Due rette parallele tagliate da una trasversale formano un angolo che misura 40° 18′. Calcola le misure degli altri sette angoli da esse formati. [40° 18′; 139° 42′; .....]

● **73** Due rette parallele sono tagliate da una trasversale; considera una coppia di angoli coniugati esterni e calcola la loro misura sapendo che uno dei due è il doppio dell'altro. [60°; .....]

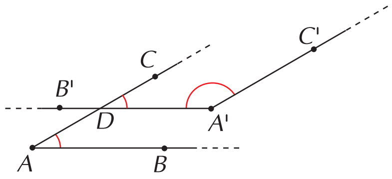
● **74** Due angoli coniugati interni formati da due rette parallele tagliate da una trasversale sono tali che uno vale 36° più dell'altro. Determina l'ampiezza degli otto angoli. [72°; 108°; .....]

● **75** La differenza delle misure di due angoli coniugati interni formati da due rette parallele tagliate da una trasversale è di 80°. Calcola la misura degli otto angoli formati dalle rette con la trasversale. [50°; 130°; .....]

●● **76** Osserva la figura a lato in cui $p \parallel q$ e $r \parallel s$. Gli angoli $\widehat{AVB}$, $\widehat{VPT}$ e $\widehat{MTC}$ sono congruenti. Sai dire perché?



●● **77** Osserva la figura a lato e con un goniometro verifica che gli angoli $\widehat{BAC}$ e $\widehat{B'A'C'}$ sono supplementari mentre gli angoli $\widehat{A'DC}$ e $\widehat{BAD}$ sono congruenti; come sono le rette passanti per AB e $A'B'$ e le rette passanti per AC e $A'C'$. Giustifica la tua risposta.



✗ Saper operare con gli elementi di un poligono

1 **Vero o Falso?**

Stabilisci quali delle seguenti affermazioni sono errate e correggi gli errori.

a. Un poligono è la parte di piano finita delimitata da una spezzata non intrecciata. V F

b. I segmenti che uniscono due vertici consecutivi prendono il nome di lati. V F

c. In ogni poligono l'angolo esterno è il complementare del corrispondente angolo interno. V F

d. Un poligono si dice convesso se non viene attraversato dal prolungamento di alcun lato. V F

e. Un poligono si dice equilatero se ha tutti gli angoli congruenti. V F

f. Da ogni vertice di un esagono escono quattro diagonali. V F

2 Disegna un poligono di sei lati e indica quali e quanti sono i suoi vertici e i suoi angoli.

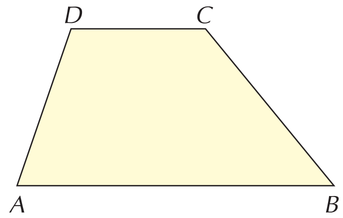
3 Disegna un poligono di sette lati e verifica se il numero di vertici, angoli e lati è uguale.

4 Osserva il poligono a lato e unisci con due segmenti A con C e B con D. I segmenti AC e BD ottenuti rappresentano:

a. i lati opposti del poligono;

b. le diagonali del poligono;

c. le altezze del poligono.



5 Disegna un poligono di tre lati. Quante diagonali riesci a tracciare?

6 Disegna un poligono di cinque lati e unisci tra di loro con dei segmenti tutti i suoi vertici non consecutivi. Quante diagonali hai ottenuto?

7 Quante diagonali escono da ciascun vertice di un dodecagono? Quante sono le diagonali complessive del poligono?

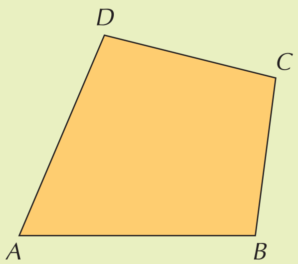
8 Disegna un poligono di quattro lati, misura con un righello ognuno di essi e somma poi le quattro misure ottenute. Questa somma rappresenta:

a. quanto è grande il poligono; **b.** il perimetro del poligono; **c.** la lunghezza delle diagonali.

9 **Esercizio guida**

I lati di un poligono misurano rispettivamente 60 cm, 30 cm, 40 cm e 50 cm. Calcola il suo perimetro.

Svolgimento



Dati	Incognita
$\overline{AB} = 60$ cm	$2p_{(ABCD)}$
$\overline{BC} = 30$ cm	
$\overline{CD} = 40$ cm	
$\overline{DA} = 50$ cm	

$2p = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA} =$ (..) cm $= 180$ cm.

10 Calcola il perimetro dei poligoni aventi le misure dei lati espresse in cm dai seguenti gruppi di numeri:

a. 5 7 8 10. [30]

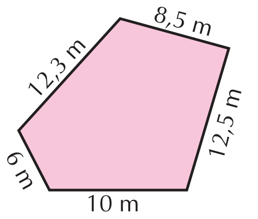
b. 9 10 15 21. [55]

c. 15 9 20. [44]

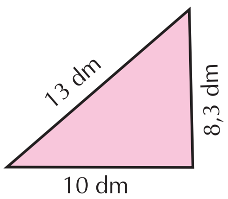
d.	20	15	9	8	4.	[56]
e.	16	19	21	33.		[89]
f.	20	10	9	8	7.	[54]

11 Calcola il perimetro dei seguenti poligoni.

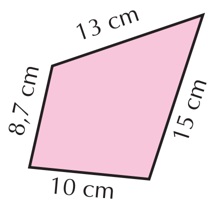
a.



b.



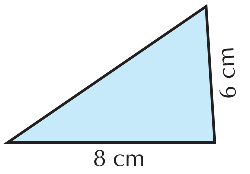
c.



12 Calcola il perimetro di un pentagono sapendo che due lati sono congruenti e la loro somma misura 80 cm, il terzo lato è la metà di ciascuno dei primi due, il quarto e il quinto lato sono rispettivamente la metà del terzo lato e tre volte il quarto lato. [140 cm]

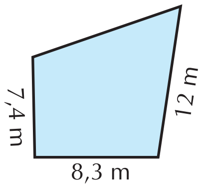
13 Calcola la misura del lato mancante nei seguenti poligoni.

a.



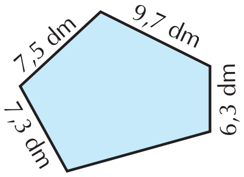
$2p$ = 23cm

b.



$2p$ = 39,7 m

c.



$2p$ = 43,1 dm

14 Il perimetro di un quadrilatero è 150 cm. Sapendo che un lato misura 45 cm e gli altri tre lati sono congruenti, calcola la misura di ciascuno dei lati mancanti. [35 cm]

✗ Saper applicare le proprietà relative agli elementi di un poligono

15 **Vero o Falso?**

Stabilisci quali delle seguenti affermazioni sono errate e correggi gli errori.

a. In un poligono la misura di un lato è sempre minore della differenza degli altri lati. V F
b. In un triangolo la somma degli angoli interni è uguale all'ampiezza di un angolo giro. V F
c. In un pentagono la somma degli angoli esterni è 360°. V F
d. In un esagono la somma degli angoli interni è 540°. V F
e. La somma degli angoli interni di un decagono è 1080°. V F

16 Disegna un quadrilatero *ABCD*, misura con un goniometro i suoi quattro angoli interni e verifica che la loro somma misura 360°.

17 Disegna un pentagono *ABCDE* e traccia tutte le diagonali possibili uscenti dal vertice *A*; in quanti triangoli è stato diviso il pentagono? Ricordando che la somma degli angoli interni di un triangolo misura 180°, calcola la somma degli angoli interni del pentagono.

18 In un triangolo due angoli misurano rispettivamente 90° e 30°. Calcola la misura del terzo angolo. [60°]

19 In un pentagono due angoli interni misurano rispettivamente 85° e 95°. Calcola la misura di ciascuno degli altri tre angoli sapendo che sono congruenti. [120°]

20 In un triangolo un angolo esterno misura 120°. Calcola l'ampiezza di ciascun angolo interno, non adiacente all'angolo dato, sapendo che uno è il doppio dell'altro. [40°; 80°]

21 Un triangolo ha due angoli di ampiezza rispettivamente 72° e 37°. Calcola la misura dell'angolo esterno adiacente al terzo angolo. [109°]

22 In un quadrilatero due angoli interni misurano rispettivamente 80° e 65° e un terzo supera il minore di 35°. Calcola l'ampiezza del quarto angolo. [115°]

Scheda di Valutazione del Recupero

Dopo aver rivisto la teoria e svolto l'attività di recupero, metti alla prova la tua preparazione rispondendo ai seguenti quesiti (scegli tra le soluzioni proposte), controlla l'esattezza delle risposte a pag. 382 e calcola il punteggio ottenuto in base alla griglia. Se hai totalizzato **almeno 13 punti** puoi ritenere colmato il debito, altrimenti riguarda gli argomenti sui quali hai commesso errori.

1 Si dice poligono la parte di piano delimitata:
a. da una spezzata semplice aperta;
b. da una spezzata semplice chiusa;
c. da due semirette aventi la stessa origine.

2 Un poligono si dice convesso se:
a. ha tutti i lati e tutti gli angoli congruenti;
b. viene attraversato dal prolungamento di qualche suo lato;
c. non viene attraversato dal prolungamento di alcun suo lato.

3 Un poligono di cinque lati ha:
a. 4 angoli e 5 vertici; **b.** 5 angoli e 4 vertici; **c.** 5 angoli e 5 vertici.

4 Le misure in cm dei lati di un pentagono sono rispettivamente 2, 3, 4, 5 e 6. Secondo te, il pentagono:
a. esiste; **b.** non esiste; **c.** si riduce a un segmento.

5 Disegna un quadrilatero e traccia tutte le sue diagonali. Quante sono?
a. tre; **b.** quattro; **c.** due.

6 Applicando l'opportuna formula, calcola il numero di tutte le diagonali di un esagono.
a. nove; **b.** sei; **c.** cinque.

7 La somma degli angoli interni di un poligono è uguale a:
a. tanti angoli piatti quanti sono i lati;
b. tanti angoli piatti quanti sono i lati meno due;
c. ad un angolo giro.

8 I lati di un poligono misurano 3 cm, 4 cm, 5 cm e 6 cm. Calcola il suo perimetro.
a. 15 cm; **b.** 18 cm; **c.** 21 cm.

9 Un quadrilatero ha il perimetro di 37 cm; sapendo che tre dei suoi lati misurano 10 cm, 9 cm e 6 cm, calcola la misura del quarto lato.
a. 12 cm; **b.** 15 cm; **c.** 10 cm.

10 Il perimetro di un pentagono *ABCDE* è 150 cm. Sapendo che il lato *AB* misura 18 cm, i lati *BC* e *CD* sono congruenti e ciascuno è lungo il doppio di *AB*, i lati *DE* e *EA* sono uno doppio dell'altro, calcola la misura dei lati *BC*, *CD*, *DE*, e *EA*.
a. 36 cm; 36 cm; 20 cm; 40 cm;
b. 36 cm; 36 cm; 10 cm; 20 cm;
c. 9 cm; 9 cm; 20 cm; 40 cm.

11 Calcola la misura del quarto angolo di un quadrilatero sapendo che le misure degli altri tre sono rispettivamente 85°, 77° e 125°.
a. 75°; **b.** 73°; **c.** 120°.

12 Un poligono ha un angolo interno che misura la metà del corrispondente angolo esterno; calcola l'ampiezza dei due angoli.
a. 120°; 240°; **b.** 30°; 60°; **c.** 60°; 120°.

Attività di consolidamento

1 Calcola il perimetro di un quadrilatero $ABCD$ sapendo che:
$\overline{AB} = 10$ cm; $\overline{BC} = 12$ cm; $\overline{CD} = 15$ cm; $\overline{DA} = 18$ cm. [55 cm]

2 Il perimetro di un esagono regolare è 78 cm. Calcola la misura del suo lato. [13 cm]

3 Calcola il perimetro di un quadrilatero $ABCD$ sapendo che:
$\overline{AB} = 8$ cm; $\overline{BC} = \overline{CD} = 12$ cm; $\overline{DA} = \overline{AB} + \overline{CD} - 5$ cm. [47 cm]

4 Calcola il perimetro di un esagono $ABCDEF$ sapendo che:
$\overline{AB} = 8$ cm; $\overline{BC} = \overline{AB} + 2$ cm; $CD = DE = 2 \cdot AB$; $BC = 2 \cdot EF$; $\overline{FA} = \overline{CD} - 3$ cm. [68 cm]

5 Calcola il numero complessivo delle diagonali di un poligono di quindici lati. [90]

6 Calcola il numero delle diagonali uscenti da ciascun vertice di un poligono di 18 lati. [15]

7 Determina la somma degli angoli interni di un poligono di sette lati.

8 Quanto misura la somma degli angoli esterni di un decagono?

● **9** Un pentagono ed un esagono regolari hanno lo stesso perimetro. Calcola la lunghezza del lato dell'esagono sapendo che il lato del pentagono misura 21,6 cm. [18 cm]

● **10** In un pentagono tre lati sono fra loro congruenti e misurano ciascuno 22 cm; il quarto lato è il doppio del quinto e quest'ultimo è la quarta parte della somma dei tre lati congruenti. Calcola il perimetro del pentagono. [115,5 cm]

● **11** Nel quadrilatero $ABCD$ il perimetro è 65 cm. Sapendo che $\overline{AB} = 16$ cm; $BC = 2 \cdot CD$; $CD = \frac{3}{4} \cdot AB$, calcola la misura del lato AD. [13 cm]

● **12** Calcola la misura del lato di un esagono regolare sapendo che è isoperimetrico ad un pentagono $ABCDE$ i cui lati hanno le seguenti misure: $AB = 2 \cdot CD$; $BC = \frac{3}{4} \cdot AE$; $\overline{DE} = \overline{AE} = 12$ cm; $DC = BC$. [10 cm]

● **13** Un pentagono ha il perimetro di 166 cm e due lati, fra loro congruenti, misurano 25 cm ciascuno. Calcola la misura degli altri tre lati sapendo che due di essi sono uno il triplo dell'altro e il quinto lato è uguale al doppio di uno dei due lati congruenti diminuito di 6 cm. [18 cm; 54 cm; 44 cm]

● **14** Due angoli di un triangolo sono uno $\frac{7}{15}$ dell'altro e la differenza delle loro misure è 40°. Calcola l'ampiezza del terzo angolo del triangolo. [70°]

● **15** In un triangolo un angolo esterno è $\frac{4}{5}$ dell'angolo interno ad esso adiacente. Calcola l'ampiezza degli altri due angoli interni sapendo che uno è $\frac{3}{5}$ dell'altro. [30°; 50°]

●● **16** In un pentagono due angoli, $\widehat{A}$ e $\widehat{B}$, misurano rispettivamente 140° e 102°. Altri due angoli, $\widehat{C}$ e $\widehat{D}$, sono il primo $\frac{2}{3}$ dell'angolo $\widehat{B}$ ed il secondo la metà dell'angolo $\widehat{A}$. Calcola la misura del quinto angolo $\widehat{E}$. [160°]

●● **17** Dal vertice di un poligono escono 3 diagonali; dopo aver stabilito di che poligono si tratta calcola la misura degli angoli interni sapendo che gli angoli esterni sono congruenti a due a due e le tre coppie sono ampie rispettivamente 140°, 105° e 115°. [110°; 110°; 127° 30′; 127° 30′; 122° 30′; 122° 30′]

1 Il perimetro di un quadrilatero è 225 m. Calcola le misure dei suoi lati, sapendo che un lato supera di 20 m la misura dell'altro e che la somma e la differenza della misura degli altri due sono rispettivamente 155 m e 25 m.
[90 m; 65 m; 25 m; 45 m]

2 Il perimetro di un pentagono è 264 cm. Calcola le misure dei suoi lati, sapendo che tre di loro sono congruenti e che gli altri due sono uno il doppio e l'altro il triplo di ciascuno dei lati congruenti.
[33 cm; 33 cm; 33 cm; 66 cm; 99 cm]

3 In un quadrilatero $ABCD$ il lato AB misura 5,6 cm, il lato BC supera di 1,4 cm il lato AB, il lato CD supera di 0,6 cm il lato BC e il lato DA è congruente alla metà del lato BC. Calcola il perimetro del quadrilatero. [23,7 cm]

4 In un esagono due angoli sono congruenti e supplementari, altri due angoli sono congruenti ed esplementari e gli altri due sono uno il triplo dell'altro. Calcola la misura di tutti gli angoli. [90°; 90°; 180°; 180°; 45°; 135°]

5 Un poligono equiangolo ha un angolo interno che misura i $\frac{3}{2}$ del corrispondente angolo esterno ad esso adiacente. Calcola il numero dei lati del poligono. [5]

6 Un poligono equiangolo ha un angolo esterno che misura la nona parte del corrispondente angolo interno ad esso adiacente. Calcola il numero dei lati e degli angoli del poligono. [20]

7 Un esagono regolare ha il perimetro di 162 cm. Calcola il perimetro di un ottagono equilatero avente il lato congruente alla metà del lato dell'esagono. [108 cm]

8 Nell'esagono $ABCDEF$ si sa che $AB = 2 \cdot BC$; $\overline{BC} = \overline{DC} - 10$ cm; $ED = DC \cdot 2$; $ED = \frac{5}{4} \cdot FA$; $EF = \frac{3}{4} \cdot FA$; $\overline{FA} = 40$ cm. Calcola il perimetro dell'esagono. [190 cm]

9 Calcola la misura degli angoli di un pentagono sapendo che due angoli sono congruenti, altri due sono congruenti e supplementari e l'angolo esterno del quinto angolo è ampio 110°. [145°; 145°; 90°; 90°; 70°]

10 Calcola l'ampiezza del quinto angolo di un pentagono sapendo che l'angolo minore e l'angolo maggiore sono ampi rispettivamente 52° e 150° 25′ 32″ mentre altri due angoli hanno la stessa ampiezza dell'angolo differenza dei primi due. [140° 43′ 24″]

11 Calcola l'ampiezza di tutti gli angoli interni di un esagono sapendo che un angolo esterno è ampio 38°, altri quattro angoli esterni successivi al primo superano ciascuno il precedente di 10°. [142°; 132°; 122°; 112°; 102°; 110°]

12 Calcola l'ampiezza degli angoli interni di un quadrilatero sapendo che due angoli esterni sono congruenti e sono ampi ciascuno 116° 25′ 30″ e gli altri due angoli esterni sono uno il doppio dell'altro.
[63° 34′ 30″; 63° 34′ 30″; 95° 14′; 137° 37′]

13 In un pentagono $ABCDE$ gli angoli $\widehat{A}$ e $\widehat{B}$ sono ampi rispettivamente 66° e 156° e gli angoli $\widehat{C}$ e $\widehat{D}$ sono congruenti e misurano quanto la differenza dei primi due. Calcola l'ampiezza dell'angolo $\widehat{E}$. [138°]

14 Un poligono ha nove diagonali. Dopo aver stabilito di che poligono si tratta, calcola la misura di ciascun angolo interno sapendo che un angolo è ampio 105°, la somma e la differenza di due angoli misurano rispettivamente 270° e 20° e gli altri angoli sono congruenti. [125°; 145°; 115°; ....]

15 La somma degli angoli interni di un poligono misura 1440°. Dopo aver stabilito di che poligono si tratta calcola l'ampiezza di ciascun angolo interno sapendo che la somma e la differenza delle prime tre coppie di angoli esterni misurano rispettivamente 68° e 12°; 95° e 5°; 77° e 15° e gli altri angoli esterni sono congruenti.
[152°; 140°; 135°; 130°; 149°; 134°; 150°; ....]

16 Calcola la misura dei lati DE e EA e le ampiezze degli angoli $\widehat{D}$ e $\widehat{B}$ del pentagono $ABCDE$ sapendo che:

$\overline{AB} = 16$ cm; $\overline{BC} = 12$ cm; $\overline{CD} = 18$ cm; $DE = \frac{3}{2} \cdot EA$; $2p = 71$ cm;

$\widehat{D} = \widehat{B}$; $\widehat{C} = 80°$; $\widehat{E} = \widehat{A} = 110°$. [15 cm; 10 cm; 120°]

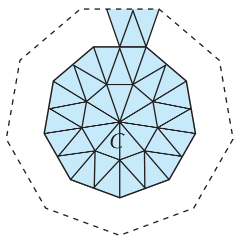
1 **Di cotone e ben piegata** (1999, Semifinali locali)
Una grande tovaglia quadrata, 100% di cotone, dopo essere stata stirata viene piegata: una prima volta per formare due rettangoli sovrapposti e una seconda volta per formare un quadrato più piccolo. Una terza e quarta piegatura ripetono, con le stesse modalità, le due piegature precedenti. Alla fine di queste operazioni, la tovaglia è ridotta ad un quadrato di 24 cm di lato. Qual è il perimetro della tovaglia, completamente aperta, espresso in cm?

2 **L'arcipelago Giocoso** (2001, Giochi a squadre)
Le isole dell'arcipelago Giocoso hanno questa caratteristica: ognuna è collegata, con un ponte, al più ad altre tre; inoltre si può sempre andare da un'isola ad un'altra qualsiasi, al più passando per una terza. Qual è al massimo il numero delle isole dell'arcipelago?

3 **Una sistemazione complicata** (2002, Giochi di allenamento)
Qual è il numero massimo di pezzi che si possono sistemare a forma di croce in una scatola rettangolare di dimensioni $11 \cdot 8$?
(Nota: i pezzi, sistemati sul piano, si possono toccare ma non sovrapporre)

4 **Gli esamini meravigliosi** (2002, Giochi di allenamento)
Un esamino è un sistema di sei piccoli quadrati complanari congruenti tra loro, il cui lato misura una unità, disposti in modo che abbiano (a due a due) un lato in comune. Vi sono 35 esamini diversi (considerando come congruenti quelli fra loro simmetrici) fra i quali gli 11 generatori del cubo. Quanti fra questi 35 esamini hanno un perimetro di 12 unità?

5 **La ruota di Matilde** (2002, Giochi di allenamento)
Matilde vuole ricoprire una superficie con dei triangoli isosceli tutti congruenti tra loro. Comincia con il disporre nove triangoli intorno al punto C come nella figura. Poi circonda questi nuovi triangoli con una corona di altri triangoli, sempre come nella figura. Infine decide di aggiungere una seconda corona, il cui perimetro esterno è indicato dalla linea tratteggiata. Quanti triangoli avrà utilizzato Matilde in totale, quando avrà finito?



6 **Giovanni e il gioco del mondo** (2002, Giochi di allenamento)
Giovanni si trova in una casella di questo schema (per il gioco del mondo) formato da sedici case $(4 \cdot 4)$. Fa due passi a destra, poi scende di due passi. Fa tre passi a sinistra, poi scende di un passo. Infine fa due passi a destra. In quale casella si trova a questo punto Giovanni?

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

7 **Il mosaico di Milena** (2002, Giochi d'Autunno)
Milena comincia a realizzare un mosaico (senza buchi) utilizzando tre quadrati e sei triangoli equilateri, che hanno tutti i lati di 10 cm. Le giunture tra le tessere del mosaico, assemblate lato contro lato, hanno una lunghezza totale di un metro. Qual è il perimetro del mosaico di Milena?

8 **I lati** (2007, Giochi di allenamento)
Su un grande foglio di carta, Jacob ha disegnato dei quadrati e dei triangoli. Conta i lati delle figure disegnate (tutte separate) e ne trova 29. Quanti sono i triangoli di Jacob? (Attento! Ci sono due soluzioni)

I triangoli

Capitolo 5
ESERCIZI

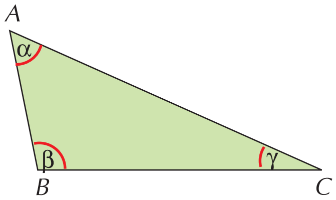
1 Gli elementi di un triangolo

teoria pag. 70

- ✗ Il **perimetro** di un triangolo è la somma dei suoi lati;
- ✗ due triangoli **isoperimetrici** hanno lo stesso perimetro;
- ✗ in un triangolo ogni lato è **minore della somma** degli altri due ed è **maggiore della loro differenza**;
- ✗ la somma degli **angoli interni** di un triangolo misura 180°;
- ✗ la somma degli **angoli esterni** di un triangolo misura 360°.

Comprensione della teoria

1 Osserva il seguente triangolo e completa poi la tabella accanto.

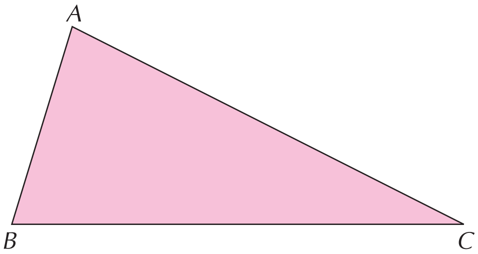


Elementi del triangolo		
Lati	Angoli	Vertici

2 Utilizzando la figura precedente spiega perché il triangolo è un poligono convesso.

3 Affinché un triangolo esista è necessario che:
a. ogni lato sia maggiore della somma degli altri due;
b. ogni lato sia minore della somma degli altri due;
c. ogni lato sia minore della differenza degli altri due;
d. ogni lato abbia una lunghezza qualsiasi.

4 Osserva il triangolo a lato e completa opportunamente le relazioni:



a. $AB.....BC + CA$; **b.** $AB.....BC - CA$;
c. $AC < BC + ...$; **d.** $AC > ..... - AB$.

5 Affinché si possa costruire un triangolo ABC (in cui il lato AB ha la misura minore) quali delle seguenti relazioni devono essere rispettate?
a. $AB < BC + AC$; **b.** $AC > AB + BC$; **c.** $BC > AC - AB$.

6 Cambia una delle misure delle seguenti terne, riferite ai lati, in modo tale da poter costruire per ognuna di esse un triangolo:
a. 12, 5, 6; **b.** 25, 40, 10; **c.** 28, 45, 8.

7 Completa le seguenti affermazioni. In un triangolo:
a. la somma degli angoli esterni è pari ad un angolo ....;
b. la somma degli angoli interni è pari ad un angolo ....

8 Indica quali delle seguenti terne di angoli rappresentano gli angoli di un triangolo:
a. 50°; 60°; 70°; **b.** 30°; 60°; 80°; **c.** 105°; 25°; 50°; **d.** 112°; 34°; 34°.

Applicazione

9 **Esercizio guida**

Disegna un triangolo che abbia le misure dei lati rispettivamente di 3 cm, 5 cm e 6 cm.

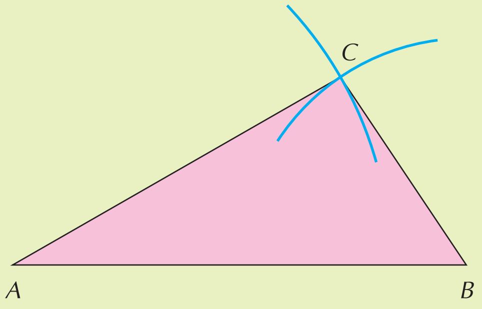
Svolgimento

a. Disegniamo uno dei tre lati, ad esempio quello che misura 6 cm, e indichiamo con A e B i suoi estremi;

b. centriamo in A con apertura di compasso uguale alla misura di uno degli altri due lati, ad esempio quello di 5 cm, e tracciamo un arco;

c. centriamo poi in B con apertura uguale alla misura del terzo lato e tracciamo un altro arco;

d. uniamo infine gli estremi A e B con il punto d'intersezione dei due archi C. Pertanto:



$\overline{AB} = 6$ cm.

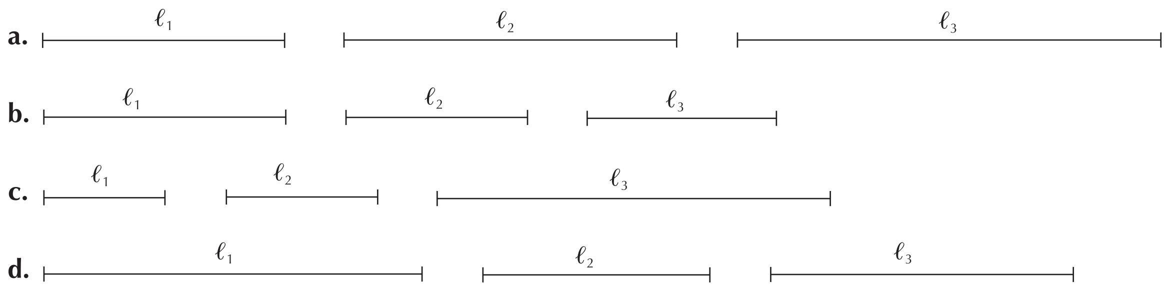
$\overline{AC} = 5$ cm.

$\overline{BC} = 3$ cm.

10 Costruisci geometricamente un triangolo avente i lati che misurano rispettivamente 12 cm, 9 cm e 15 cm.

11 Costruisci due triangoli che abbiano le misure dei lati rispettivamente di 2 cm, 4 cm, 8 cm e di 4 cm, 5 cm, 7 cm. Osservando le costruzioni geometriche che hai eseguito che cosa noti?

12 Costruisci sul tuo quaderno, se possibile, i triangoli che hanno i lati lunghi come i tre segmenti delle figure seguenti.



13 Prova a disegnare un triangolo utilizzando tre segmenti che misurano rispettivamente 18 cm, 6 cm e 5 cm. Che cosa noti?

14 È possibile disegnare un triangolo utilizzando tre segmenti che misurano rispettivamente 8 cm, 6 cm e 10 cm?

15 Disegna un triangolo, misura la lunghezza dei lati e verifica che ciascun lato è minore del semiperimetro.

16 **Esercizio guida**

Due lati di un triangolo misurano rispettivamente 31 cm e 21 cm. Tra quali valori deve essere compresa la misura del terzo lato affinché il triangolo possa esistere?

Svolgimento

Ricordiamo che in un triangolo ciascun lato deve essere maggiore della differenza e minore della somma degli altri due lati. Indichiamo con ℓ la misura del lato:

$$\ell > (31 - 21)\text{ cm} = 10\text{ cm}; \qquad \ell < (31 + 21)\text{ cm} = 52\text{ cm}.$$

Quindi la misura del lato del triangolo deve essere maggiore di 10 cm e minore di 52 cm.

17 Due lati di un triangolo misurano rispettivamente 48 cm e 35 cm. Tra quali valori deve essere compresa la misura del terzo lato affinché il triangolo possa esistere?

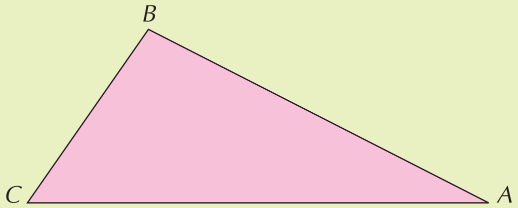
18 Due lati di un triangolo misurano rispettivamente 46,5 dm e 321 cm. Tra quali valori deve essere compresa la misura del terzo lato affinché il triangolo possa esistere?

Risolvi i seguenti problemi.

19 Esercizio guida

Calcola il perimetro del triangolo ABC facendo riferimento ai dati riportati in tabella.

Svolgimento



Dati	Incognita
$\overline{AB} = 36$ cm $\overline{BC} = 19$ cm $\overline{CA} = 40$ cm	$2p_{(ABC)}$

$2p = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = (....... + ... + ...)$ cm $= 95$ cm.

20 Calcola il perimetro di un triangolo che abbia le misure dei lati rispettivamente di 12 m, 15 m e 20 m. [47 m]

21 Calcola il perimetro di un triangolo sapendo che le misure di due lati sono rispettivamente di 80 cm e 60 cm e che il terzo lato è la metà del primo. [180 cm]

22 Calcola il perimetro di un triangolo avente i lati che misurano rispettivamente 18 cm, 29 cm e 1,5 dm. [6,2 dm]

23 Calcola il perimetro di un triangolo avente due lati che misurano rispettivamente 61 cm e 48 cm ed il terzo che è maggiore di 10 cm rispetto alla misura della differenza dei primi due. [132 cm]

24 Calcola il perimetro di un triangolo sapendo che il primo lato misura 12 cm, il secondo è la metà del primo e il terzo supera di 3 cm il secondo lato. [27 cm]

25 Calcola il perimetro di un triangolo che ha due lati che misurano rispettivamente 10,4 dm e 63 cm ed il terzo lato che è la metà del primo. [21,9 dm]

26 Un triangolo ha il perimetro di 240 cm. Stabilisci se uno dei suoi lati può misurare 120 cm. Motiva la tua risposta.

27 Un triangolo ha il perimetro di 240 cm. Stabilisci se due suoi lati possono essere lunghi rispettivamente 40 cm e 70 cm. Motiva la tua risposta. [no, perché ...]

● **28** Calcola il perimetro di un triangolo avente due lati che misurano rispettivamente 33 cm e 0,25 m ed il terzo lato che supera di 5 cm la misura della semisomma dei primi due. [92 cm]
(Suggerimento: la semisomma è metà somma)

● **29** Calcola il perimetro di un triangolo sapendo che le misure del primo e del secondo lato sono rispettivamente di 51 cm e 40 cm e che il terzo lato è $\frac{1}{3}$ del primo. [108 cm]

● **30** Calcola il perimetro di un triangolo che ha due lati che misurano rispettivamente 140 cm e 128 cm, mentre il terzo lato è il triplo della differenza dei primi due. [304 cm]

● **31** In un triangolo ABC le misure dei tre lati sono rispettivamente 10 cm, 12 cm e 14 cm. Calcola la misura del lato di un triangolo equilatero DEC isoperimetrico ad ABC. [12 cm]

● **32** Il perimetro di un triangolo è 620 m. Sapendo che un lato misura 200 m e che gli altri due sono uno il doppio dell'altro, calcola la misura di questi due lati. [140 m; 280 m]

● **33** Il perimetro di un triangolo è 480 cm. Sapendo che un lato misura 9 dm e che la differenza delle misure degli altri due è 30 cm, calcola la misura dei due lati. [21 dm; 18 dm]

●● **34** Il perimetro di un triangolo è 120 cm. Sapendo che un lato misura 35 cm e che gli altri due lati sono uno $\frac{2}{3}$ dell'altro, calcola la misura di questi due lati. [34 cm; 51 cm]

35 Un triangolo ha un lato che misura 42 m. Calcola il suo perimetro sapendo che la differenza delle misure degli altri due lati è 12 m e che uno di essi è $\frac{25}{19}$ dell'altro. [130 m]

36 Il perimetro di un triangolo è 91,5 cm ed un suo lato misura 27 cm. Calcola la misura degli altri due lati sapendo che uno è $\frac{16}{27}$ dell'altro. [40,5 cm; 24 cm]

37 Il perimetro di un triangolo è 65 m. Sapendo che il secondo lato è $\frac{5}{2}$ del primo e che il terzo è $\frac{6}{5}$ del secondo, calcola la misura di ogni lato. [10 m; 25 m; 30 m]

38 Calcola la misura dei lati di un triangolo, sapendo che il suo perimetro è 300 dm e che due lati sono rispettivamente i $\frac{5}{3}$ e i $\frac{7}{3}$ dell'altro lato. [60 dm; 100 dm; 140 dm]

39 Esercizio guida

Un triangolo ha le misure di due angoli rispettivamente di 73° e di 55°. Calcola la misura del terzo angolo.

Svolgimento

Indichiamo con α, β e γ gli angoli interni del triangolo.

Ponendo $\alpha = 73°$ e $\beta = 55°$, poiché la somma delle misure degli angoli interni di un triangolo è 180°, abbiamo che: $\gamma = 180° - (\alpha + \beta) =$ .... $= 52°$.

40 Un triangolo ha le misure di due angoli rispettivamente di 45° e 75°. Quanto misura il terzo angolo? [60°]

41 Un triangolo ha le misure di due angoli rispettivamente di 38° e 68°. Calcola la misura del terzo angolo. [74°]

42 In un triangolo *ABC* l'angolo $\widehat{A}$ misura 30° e l'angolo $\widehat{B}$ misura 45°. Calcola l'ampiezza dell'angolo $\widehat{C}$. [105°]

43 Un triangolo ha le misure di due angoli rispettivamente di 42° 35′ e 92° 36′. Calcola la misura del terzo angolo. [44° 49′]

44 Due angoli di un triangolo misurano rispettivamente 65° 31′ e 72° 51′. Calcola la misura del terzo angolo. [41° 38′]

45 Un triangolo ha le misure di due angoli rispettivamente di 102° 45′ 28″ e 59° 31′ 22″ Calcola la misura del terzo angolo. [17° 43′ 10″]

46 Calcola le misure di due angoli di un triangolo sapendo che uno misura 57° e che gli altri due sono uno il doppio dell'altro. [41°; 82°]

47 Calcola le misure degli angoli di un triangolo sapendo che uno di essi misura 60° e che gli altri due sono uno la terza parte dell'altro. [60°; 30°; 90°]

48 La somma delle misure di due angoli di un triangolo è 145° e uno di essi è la quarta parte dell'altro. Calcola le misure dei tre angoli. [29°; 35°; 116°]

49 Calcola le misure degli angoli di un triangolo sapendo che un angolo misura 55° e che gli altri due sono uno la quarta parte dell'altro. [25°; 100°]

50 Calcola le misure degli angoli di un triangolo sapendo che un angolo misura 84° e gli altri due sono uno il triplo dell'altro. [24°; 72°]

51 La somma e la differenza delle misure di due angoli di un triangolo sono rispettivamente 120° e 10°. Calcola le misure degli angoli del triangolo. [55°; 60°; 65°]

52 Calcola le misure degli angoli di un triangolo sapendo che il primo misura 14° 20′ 13″ e che il secondo angolo è il doppio del primo. [28° 40′ 26″; 136° 59′ 21″]

Calcola le misure degli angoli di un triangolo sapendo che la somma e la differenza delle misure di due suoi angoli sono rispettivamente.

53 $s = 124°$; $d = 58°$. [91°; 33°; 56°]

54 $s = 87°$; $d = 31°$. [28°; 59°; 93°]

55 $s = 100°$; $d = 62°$. [19°; 80°; 81°]

56 $s = 76°\ 06'$; $d = 16°\ 56'$. [46° 31′; 29° 35′; 103° 54′]

57 $s = 112°\ 55'$; $d = 7°\ 55'$. [52° 30′; 60° 25′; 67° 05′]

58 Calcola le misure degli angoli di un triangolo, sapendo che due di questi sono rispettivamente i $\frac{2}{9}$ e i $\frac{4}{9}$ di un angolo piatto. [40°; 80°; 60°]

59 Calcola le misure degli angoli di un triangolo sapendo che due di questi sono rispettivamente $\frac{1}{5}$ e $\frac{2}{9}$ di un angolo giro. [72°; 80°; 28°]

60 La somma delle misure di due angoli di un triangolo è 165° 55′ e uno di essi è $\frac{2}{3}$ dell'altro. Calcola le misure dei tre angoli. [14° 05′; 66° 22′; 99° 33′]

2 La classificazione dei triangoli

teoria pag. 71

- ✗ I triangoli si possono classificare in relazione all'ampiezza degli angoli in **acutangoli**, **ottusangoli**, **rettangoli**;
- ✗ i triangoli si possono classificare in relazione alla lunghezza dei lati in **equilatero**, **isoscele**, **scaleno**.

Comprensione della teoria

61 Un triangolo si dice isoscele se ha:
a. due lati congruenti; **b.** tre lati congruenti; **c.** tre angoli congruenti; **d.** tre lati disuguali.

62 Un triangolo si dice ottusangolo se ha:
a. un angolo ottuso; **b.** un angolo retto; **c.** un angolo piatto; **d.** tre angoli acuti.

63 Un triangolo isoscele può essere:
a. acutangolo o rettangolo ma non ottusangolo; **b.** acutangolo o ottusangolo ma non rettangolo;
c. solo acutangolo; **d.** acutangolo, rettangolo o ottusangolo.

64 Delle seguenti affermazioni indica quali sono vere e quali false. Un triangolo si dice:
a. ottusangolo se ha un angolo retto V F
b. rettangolo se ha un angolo retto V F
c. acutangolo se ha un angolo ottuso V F
d. ottusangolo se ha un angolo maggiore di 90°. V F

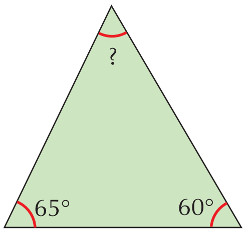
65 Completa le seguenti affermazioni:
a. un triangolo equilatero non può mai essere ottusangolo perché ....;
b. un triangolo isoscele può essere ottusangolo perché ....;
c. un triangolo scaleno può essere rettangolo perché ....

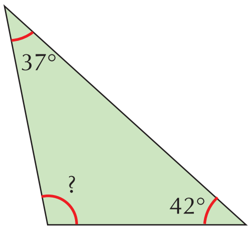
66 In ogni triangolo rettangolo gli angoli acuti sono:
a. ciascuno di 90°; **b.** supplementari; **c.** complementari.

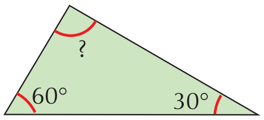
Applicazione

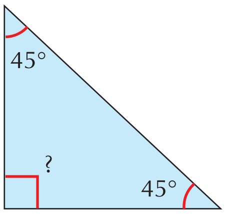
67 Disegna i seguenti triangoli:
a. acutangolo; **b.** rettangolo; **c.** ottusangolo.

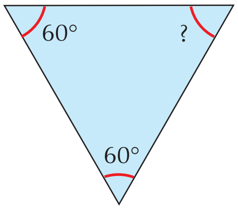
Calcola l'ampiezza dell'angolo incognito nei seguenti triangoli e indica di che tipo di triangolo si tratta.

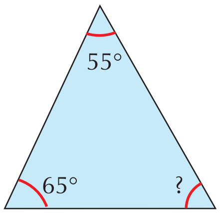
68 **a.**


b.


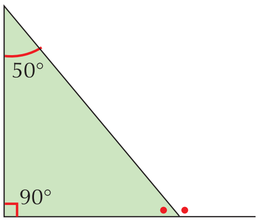
c.


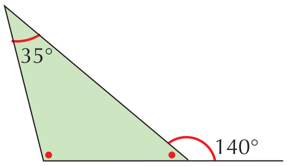
69 **a.**


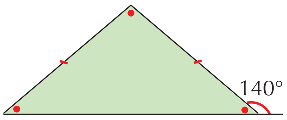
b.


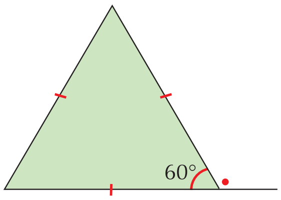
c.


70 Dati i seguenti triangoli, calcola l'ampiezza degli angoli segnalati con un puntino:

a.


b.


c.


d.


71 Disegna un triangolo rettangolo. Come si chiamano i lati?

72 Disegna un triangolo isoscele e indica quali lati rappresentano i lati obliqui e quale lato rappresenta la base. Segna con un archetto di colore diverso gli angoli alla base e l'angolo al vertice.

73 Disegna un triangolo isoscele, prendi i tre punti medi su ognuno dei lati e uniscili. Che tipo di triangolo hai ottenuto?

74 Disegna un triangolo isoscele avente la misura della base di 6 cm e quella di un lato obliquo di 5 cm.

75 Disegna un triangolo equilatero avente la misura del lato di 9 cm.

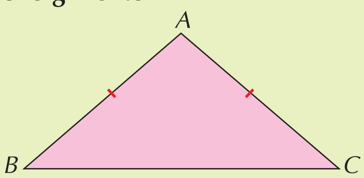
76 Disegna un triangolo equilatero e misura col goniometro i suoi angoli interni. Che cosa noti?

Risolvi i seguenti problemi.

77 **Esercizio guida**

Calcola il perimetro di un triangolo isoscele sapendo che la base misura 12 dm e che ciascun lato obliquo è inferiore alla base di 4 dm.

Svolgimento



Dati	Incognita
$\overline{BC} = 12$ dm $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC} - 4$ dm	$2p_{(ABC)}$

$\overline{AB} = \overline{AC} = (12 - 4)$ dm $= 8$ dm; $\qquad 2p = \overline{BC} + \overline{AB} + \overline{AC} = (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)$ dm $= 28$ dm.

78 Un triangolo isoscele ha la base e il lato obliquo che misurano rispettivamente 90 cm e 50 cm. Calcola il suo perimetro. [190 cm]

79 Il perimetro di un triangolo isoscele è 29,2 dm e ciascun lato obliquo misura 101 cm. Calcola la misura della base. [90 cm]

80 Il perimetro di un triangolo isoscele è 114 cm e la base misura 32 cm. Calcola la misura di uno dei lati obliqui. [41 cm]

81 Il perimetro di un triangolo isoscele è di 48 dm. Calcola la misura della base sapendo che un lato obliquo misura 17 dm. [14 dm]

82 Calcola il perimetro di un triangolo equilatero che ha la misura del lato di 7,2 m. [21,6 m]

83 Il perimetro di un triangolo equilatero è di 186 m. Quanto misura il suo lato? [62 m]

84 Calcola la misura del lato di un triangolo equilatero che ha il perimetro di 5,73 dm. [1,91 dm]

85 Calcola il perimetro di un triangolo isoscele sapendo che la base misura 15 cm e che uno dei lati obliqui è tre volte la base. [105 cm]

86 L'ipotenusa di un triangolo rettangolo isoscele misura 14,14 dm; sapendo che il perimetro è 34,14 dm, calcola le misure dei cateti. [10 dm]

87 Un triangolo isoscele la cui base misura 280 dm ha un lato obliquo che è la metà più 30 dm della base stessa. Calcola il suo perimetro. [620 dm]

● **88** In un triangolo isoscele la base è la metà del lato obliquo. Calcola la misura dei lati sapendo che il perimetro del triangolo è 80 cm. [16 cm; 32 cm; 32 cm]

● **89** La somma delle misure della base e di un lato obliquo di un triangolo isoscele è 45 cm mentre la misura della loro differenza è 5 cm. Calcola il perimetro del triangolo. [65 cm]

● **90** Calcola il perimetro di un triangolo isoscele avente la misura della base di 35 cm e quella del lato obliquo congruente al lato di un triangolo equilatero avente il perimetro di 60 cm. [75 cm]

● **91** Il perimetro di un triangolo isoscele è 5,05 m; sapendo che il lato obliquo è il doppio della base, calcola le misure dei lati. [101 cm; 202 cm; 202 cm]

● **92** Calcola il perimetro di un triangolo isoscele che ha la misura del lato obliquo tripla di quella della base, sapendo che quest'ultima è congruente al lato di un triangolo equilatero il cui perimetro è 9,27 m. [21,63 m]

● **93** Due triangoli isosceli sono isoperimetrici. Calcola il lato obliquo del secondo triangolo sapendo che la base e il lato obliquo del primo misurano rispettivamente 20 cm e 25 cm e che la base del secondo triangolo è la metà della base del primo triangolo. [30 cm]

● **94** Calcola la misura del lato di un triangolo equilatero sapendo che il suo perimetro è la metà di quello di un triangolo isoscele che ha la misura del lato obliquo pari al doppio di quella della base meno 6 dm, la quale, a sua volta, misura 30 dm. [23 dm]

● **95** Il perimetro di un triangolo equilatero è 36 cm. Calcola la misura del lato obliquo di un triangolo isoscele isoperimetrico al triangolo equilatero sapendo che la sua base è la metà del lato del triangolo equilatero. [15 cm]

● **96** Calcola la misura del lato maggiore di un triangolo scaleno isoperimetrico ad un triangolo isoscele sapendo che:
- la base del triangolo isoscele è lunga 6 cm ed è congruente al lato minore del triangolo scaleno;
- il lato obliquo del triangolo isoscele è il doppio della base e misura 2 cm più del lato intermedio del triangolo scaleno. [14 cm]

● **97** Due triangoli isosceli sono isoperimetrici. La base del primo triangolo misura 6,5 cm e ciascuno dei lati obliqui è il doppio della base. Calcola la misura della base del secondo triangolo sapendo che i due lati obliqui misurano complessivamente 18 cm. [14,5 cm]

● **98** Il perimetro di un esagono regolare è 168 cm. Calcola la misura dell'ipotenusa di un triangolo rettangolo isoscele sapendo che il suo perimetro è 47,74 cm e che un cateto è lungo quanto la metà del lato dell'esagono. [19,74 cm]

● **99** La differenza delle misure della base e del lato di un triangolo isoscele è 66 cm e la base è $\frac{9}{7}$ del lato. Calcola la misura del lato di un triangolo equilatero isoperimetrico al triangolo isoscele. [253 cm]

●● **100** Un triangolo scaleno e un triangolo equilatero sono isoperimetrici. Il lato del triangolo equilatero è lungo 6 cm; un lato del triangolo scaleno supera di 0,6 cm il lato del triangolo equilatero e gli altri due lati sono uno il doppio dell'altro. Calcola la misura dei lati del triangolo scaleno. [6,6 cm; 3,8 cm; 7,6 cm]

101 Due triangoli isosceli sono isoperimetrici. La base del primo misura 40 cm e ciascuno dei lati obliqui è il doppio della base meno 5 cm. Calcola la misura della base del secondo triangolo sapendo che i due lati obliqui misurano 30 cm più della base del primo triangolo. [50 cm]

102 Il perimetro di ciascuno di tre triangoli isoperimetrici, uno equilatero, uno isoscele ed uno scaleno è 48 cm. Calcola la misura dei lati del triangolo scaleno sapendo che:
- la base del triangolo isoscele misura 18 cm;
- il primo lato del triangolo scaleno è lungo quanto il lato del triangolo equilatero;
- il secondo lato del triangolo scaleno è lungo quanto il lato obliquo del triangolo isoscele.

[15 cm; 16 cm; 17 cm]

103 In un triangolo rettangolo la somma delle misure dei due cateti è 126 cm, la loro differenza è lunga 18 cm e l'ipotenusa è $\frac{5}{4}$ del cateto maggiore. Calcola la misura del lato di un triangolo equilatero sapendo che il suo perimetro è $\frac{2}{3}$ del perimetro del triangolo rettangolo. [48 cm]

104 In un triangolo isoscele l'angolo al vertice misura 130°. Calcola la misura di ciascun angolo alla base. [25°]

105 Un triangolo isoscele ha la misura dell'angolo al vertice di 80°. Calcola la misura di ciascun angolo alla base. [50°]

106 Calcola le misure degli angoli alla base di un triangolo isoscele sapendo che l'angolo al vertice misura 58°. [61°]

107 Un triangolo isoscele ha la misura dell'angolo al vertice di 75° 15′ 20″. Calcola la misura di ciascun angolo alla base. [52° 22′ 20″]

108 In un triangolo rettangolo un angolo acuto misura 30°. Calcola le misure degli altri due angoli. [60°; 90°]

109 Un triangolo rettangolo ha un angolo che misura 55°. Quanto misurano gli altri due angoli? [90°; 35°]

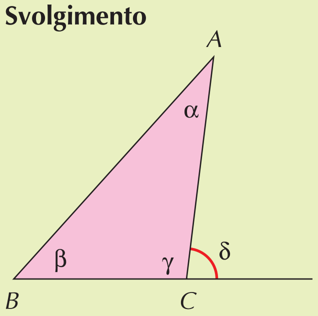
110 Calcola l'ampiezza degli angoli di un triangolo rettangolo sapendo che uno degli angoli acuti è un terzo dell'angolo retto. [30°; 60°]

111 Calcola l'ampiezza degli angoli di un triangolo rettangolo isoscele.

112 **Esercizio guida**

Due angoli di un triangolo misurano rispettivamente 35° e 48°. Calcola la misura dell'angolo esterno non adiacente ai due angoli.

Svolgimento



Dati	Incognita
$\alpha = 35°$	δ
$\beta = 48°$	

$\gamma = 180° - (\alpha + \beta) = 180° - (35° + 48°) = 180° - 83° = ...$

$\delta = 180° - \gamma = 180° - ..... = 83°.$

Osserva che il valore di δ coincide con quello di $\alpha + \beta$. Questo risultato è in realtà una proprietà che vale per ciascun angolo esterno.

113 In un triangolo i due angoli esterni misurano rispettivamente 110° e 125°. Calcola l'ampiezza dell'angolo interno non adiacente ad essi. [55°]

114 L'angolo esterno di un triangolo rettangolo è ampio 120°. Calcola l'ampiezza degli angoli acuti del triangolo. [30°; 60°]

115 Calcola la misura degli angoli interni di un triangolo sapendo che un angolo esterno misura 123° e che gli angoli interni non adiacenti ad esso sono uno il doppio dell'altro. [41°; 82°; 57°]

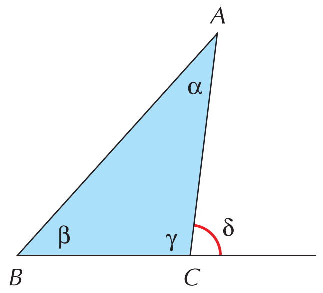
116 In un triangolo rettangolo la differenza delle misure degli angoli acuti è 30°. Calcola l'ampiezza dell'angolo esterno adiacente al minore dei due angoli. [150°]

Riferendoti agli elementi del triangolo rappresentato nella figura, calcola il valore delle incognite.

117

Dati	Incognita
$\beta = 48°$ $\gamma = 2 \cdot \alpha$	δ

[92°]



118

Dati	Incognita
$\alpha = 66°$ $\beta = 2 \cdot \gamma$	δ

[142°]

119

Dati	Incognite
$\delta = 140°$ $\gamma = 4 \cdot \beta$	α, β e γ

[130°; 10°; 40°]

120 Calcola le misure degli angoli di un triangolo isoscele sapendo che l'ampiezza dell'angolo al vertice è il doppio di ciascun angolo alla base. [45°; 45°; 90°]

121 Calcola le misure degli angoli acuti di un triangolo rettangolo sapendo che uno è il doppio dell'altro. [30°; 60°]

122 In un triangolo isoscele un angolo alla base è la quarta parte dell'angolo al vertice. Calcola le misure dei tre angoli. [30°; 30°; 120°]

123 In un triangolo isoscele ciascun angolo alla base è il doppio dell'angolo al vertice. Calcola le misure dei tre angoli. [72°; 72°; 36°]

124 Ciascun angolo alla base di un triangolo isoscele è la terza parte dell'angolo al vertice. Calcola le ampiezze degli angoli del triangolo. [36°; 36°; 108°]

125 In un triangolo isoscele la somma e la differenza delle misure di ciascun angolo alla base e dell'angolo al vertice sono rispettivamente 100° e 60°. Calcola le misure degli angoli del triangolo. [80°; 80°; 20°]

126 Calcola le misure degli angoli di un triangolo isoscele sapendo che ciascun angolo alla base è la metà dell'angolo al vertice più 18°. [54°; 54°; 72°]

127 Calcola le misure degli angoli di un triangolo isoscele sapendo che la misura di ciascun angolo alla base supera di 15° quella dell'angolo al vertice. [65°; 65°; 50°]

128 Che tipo di triangolo è quel triangolo che ha gli angoli tali che il primo è la metà del secondo e il terzo è il triplo del primo?

129 In un triangolo rettangolo il primo angolo acuto è il doppio dell'altro diminuito di 18°. Calcola le loro misure. [36°; 54°]

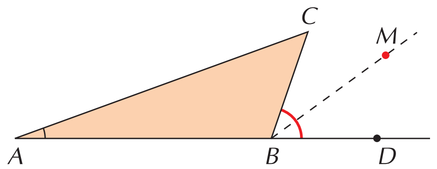
130 In un triangolo rettangolo la differenza delle misure degli angoli acuti è 20°. Calcola le loro misure. [35°; 55°]

131 Calcola le misure degli angoli acuti di un triangolo rettangolo sapendo che la misura di uno supera quella dell'altro di 22°. [56°; 34°]

132 In un triangolo rettangolo la differenza delle misure degli angoli acuti è 14°. Calcola l'ampiezza degli angoli e il perimetro del triangolo sapendo che la somma e la differenza dei due cateti misurano rispettivamente 525 cm e 75 cm e che l'ipotenusa è $\frac{5}{3}$ del cateto minore. [90°; 38°; 52°; 900 cm]

133 L'angolo al vertice di un triangolo isoscele misura 71° 30′, il suo perimetro è 7,8 dm e la base misura 38 cm. Calcola l'ampiezza dell'angolo esterno adiacente all'angolo alla base e la misura di ciascun lato obliquo. [125° 45′; 20 cm]

134 Osserva la figura, analizza i dati e calcola le misure degli angoli richiesti.



Dati	Incognite
$\widehat{CBM} = \widehat{DBM} = 35°$ $\widehat{CBM} = 2 \cdot \widehat{A}$	$\widehat{A}$, $\widehat{B}$, $\widehat{C}$

[17° 30′; 110°; 52° 30′]

135 Calcola le misure degli angoli interni di un triangolo isoscele, sapendo che l'angolo esterno adiacente agli angoli alla base è $\frac{13}{18}$ di un angolo piatto. [50°; 50°; 80°]

136 Che tipo di triangolo è quello in cui l'angolo esterno è $\frac{7}{5}$ dell'angolo interno ad esso non adiacente e la differenza delle loro ampiezze è 40°?

I triangoli nel piano cartesiano

Rappresenta in un piano cartesiano i triangoli di vertici A, B e C e stabilisci di che tipo di triangoli si tratta.

137 $A(1; 2)$, $B(6; 3)$, $C(1; 8)$.

138 $A(2; 1)$, $B(7; 2)$, $C(1; 6)$.

139 $A(1; 3)$, $B(5; 7)$, $C(8; 6)$.

140 $A(2; 4)$, $B(6; 4)$, $C(4; 8)$.

141 $A(4; 2)$, $B(9; 2)$, $C(4; 7)$.

142 $A(3; 3)$, $B(11; 2)$, $C(6; 8)$.

143 Dopo aver rappresentato sul piano cartesiano il triangolo che si ottiene unendo i punti $A(2; 2)$, $B(9; 2)$ e $C(2; 7)$, calcola il perimetro (in cm) della figura ottenuta sapendo che $\overline{BC} = 8{,}60$ cm. [20,60 cm]

144 Dopo aver rappresentato nel piano cartesiano il triangolo che si ottiene unendo i punti $A(0; 0)$, $B(4; 0)$ e $C(0; 3)$, calcola il perimetro (in cm) della figura ottenuta sapendo che $\overline{BC} = 5$ cm. [12 cm]

145 Dopo aver rappresentato nel piano cartesiano il triangolo che si ottiene unendo i punti $A(3; 0)$, $B(8; 0)$ e $C(3; 4)$, calcola il perimetro (in cm) della figura ottenuta sapendo che $\overline{BC} = 6{,}4$ cm. [15,4 cm]

146 Dopo aver rappresentato nel piano cartesiano il triangolo isoscele che si ottiene unendo i punti $A(3; 1)$, $B(10; 4)$ e $C(3; 7)$, calcola le misure dei lati obliqui sapendo che $2p = 21{,}23$ cm. [7,615 cm]

147 Dopo aver rappresentato nel piano cartesiano il triangolo isoscele che si ottiene unendo i punti $A(3; 1)$, $B(11; 1)$ e $C(7; 6)$, calcola la misura del lato obliquo sapendo che $2p = 20{,}8$ cm. [6,4 cm]

3 Linee particolari e punti notevoli del triangolo

teoria pag. 73

- ✗ L'**altezza** è il segmento di perpendicolare condotto dal vertice sul lato opposto o sul suo prolungamento;
- ✗ l'**ortocentro** è il punto d'incontro delle tre altezze;
- ✗ la **mediana** è il segmento che unisce il vertice con il punto medio del lato opposto;
- ✗ il **baricentro** è il punto d'incontro delle tre mediane; tale punto divide ciascuna mediana in due parti di cui una è il doppio dell'altra;
- ✗ la **bisettrice** è il segmento che divide l'angolo in due parti uguali;
- ✗ l'**incentro** è il punto d'incontro delle tre bisettrici;
- ✗ l'**asse** è la retta perpendicolare a un lato passante per il suo punto medio;
- ✗ il **circoncentro** è il punto d'incontro dei tre assi.

Comprensione della teoria

148 In ogni triangolo il segmento di perpendicolare condotto da un vertice al lato opposto si chiama:
a. mediana; **b.** bisettrice; **c.** altezza; **d.** asse.

149 L'asse di un segmento è:
a. il segmento perpendicolare al punto medio di ogni lato;
b. il segmento di perpendicolare condotto da un vertice al lato opposto;
c. la retta perpendicolare al punto medio di ogni lato;
d. il segmento che unisce un vertice con il lato opposto dividendo a metà l'angolo da cui esce.

150 In ogni triangolo il segmento che unisce un vertice con il lato opposto dividendo a metà l'angolo da cui esce si chiama:
a. mediana; **b.** bisettrice; **c.** altezza; **d.** asse.

151 In ogni triangolo il segmento che unisce un vertice con il punto medio del lato opposto si chiama:
a. mediana; **b.** bisettrice; **c.** altezza; **d.** asse.

152 In ogni triangolo i tre assi si intersecano in uno stesso punto chiamato:
a. incentro; **b.** circocentro; **c.** baricentro; **d.** ortocentro.

153 In ogni triangolo le tre bisettrici si intersecano in uno stesso punto chiamato:
a. incentro; **b.** circocentro; **c.** baricentro; **d.** ortocentro.

154 In ogni triangolo le tre altezze si intersecano in uno stesso punto chiamato:
a. incentro; **b.** circocentro; **c.** baricentro; **d.** ortocentro.

155 In ogni triangolo le tre mediane si intersecano in uno stesso punto chiamato:
a. incentro; **b.** circocentro; **c.** baricentro; **d.** ortocentro.

156 In ogni triangolo il baricentro divide ciascuna mediana in due segmenti:
a. l'uno congruente all'altro; **b.** l'uno il doppio dell'altro; **c.** l'uno un terzo dell'altro.

157 Il circocentro di un triangolo può essere:
a. esterno se il triangolo è ....;
b. interno se il triangolo è ....;
c. coincidente con il punto medio dell'ipotenusa se il triangolo è ....

158 In ogni triangolo il circocentro è equidistante:
a. dai lati; **b.** dai vertici; **c.** dal punto medio dei lati.

Applicazione

Le altezze e l'ortocentro

159 Disegna l'altezza relativa ad un lato di un triangolo acutangolo.

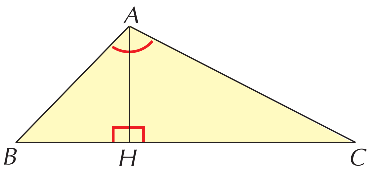
160 Disegna un triangolo acutangolo e traccia le sue altezze. Cosa noti?

161 Traccia le tre altezze di un triangolo rettangolo. Cosa noti?

162 Disegna un triangolo ottusangolo e traccia le sue altezze. Che cosa noti?

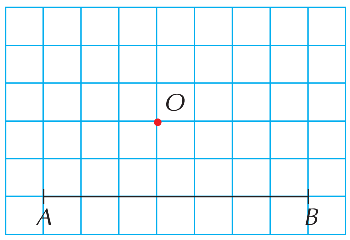
163 Disegna un triangolo tale che l'ortocentro si trovi al suo interno.

164 Disegna un triangolo tale che l'ortocentro si trovi su un suo vertice.

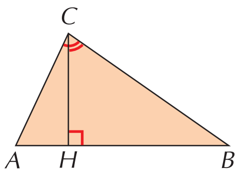


● **165** Gli angoli $\widehat{BAH}$, $\widehat{CAH}$ della figura a lato misurano rispettivamente 43° 12′ 25″ e 64° 52′ 35″. Sapendo che AH è l'altezza relativa al lato BC, calcola le ampiezze degli angoli $\widehat{ABH}$, $\widehat{ACH}$. [46° 47′ 35″; 25° 7′ 25″]

● **166** Costruisci il triangolo ABC utilizzando la figura a lato sapendo che O è il suo ortocentro.



●167 Considera il triangolo ABC della figura a lato e l'altezza CH relativa al lato AB. Calcola la misura degli angoli $\widehat{HCB}$ e $\widehat{HCA}$ sapendo che gli angoli $\widehat{A}$ e $\widehat{B}$ sono ampi rispettivamente 65° e 35°.



●168 In un triangolo isoscele la base è $\frac{6}{5}$ del lato obliquo e la loro differenza misura 10 dm. Calcola la misura dell'altezza relativa alla base del triangolo sapendo che quest'ultima supera di 20 dm l'altezza stessa. [40 dm]

●●169 In un triangolo acutangolo ABC, AH è l'altezza relativa al lato BC e CK è l'altezza relativa al lato AB. Calcola le ampiezze degli angoli interni del triangolo ABC sapendo che gli angoli $\widehat{ACK}$ e $\widehat{HAC}$ sono ampi rispettivamente 35° e 32°. [55°; 67°; 58°]

La meridiana e il baricentro

170 Disegna la mediana relativa ad un lato di un triangolo acutangolo.

171 Disegna un triangolo e verifica che la somma delle tre mediane è minore del perimetro e maggiore del semiperimetro.

172 Disegna un triangolo e verifica che il suo baricentro divide ogni mediana in due parti una il doppio dell'altra.

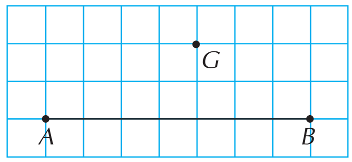
173 Calcola le lunghezze delle mediane di un qualunque triangolo ABC sapendo che le distanze del baricentro G dai vertici A, B, C misurano rispettivamente:

$\overline{GA} = 6{,}8$ cm; $\overline{GB} = 5{,}7$ cm; $\overline{GC} = 4{,}3$ cm. [10,2 cm; 8,55 cm; 6,45 cm]

174 Calcola le lunghezze delle mediane di un qualunque triangolo ABC sapendo che le distanze del baricentro G dai punti medi H, K, L dei tre lati misurano rispettivamente:

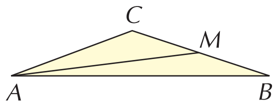
$\overline{GH} = 9{,}4$ cm; $\overline{GK} = 5{,}8$ cm; $\overline{GL} = 4{,}6$ cm. [28,2 cm; 17,4 cm; 13,8 cm]

●175 Utilizzando come guida anche i due esercizi precedenti e, dopo aver copiato la figura a lato sul tuo quaderno, costruisci il triangolo ABC sapendo che G è il suo baricentro.

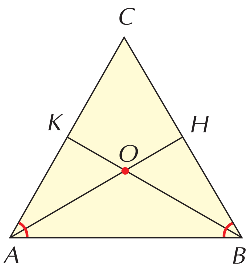


●176 Nel triangolo ABC della figura a lato, AM è la mediana relativa al lato BC. Calcola il perimetro del triangolo sapendo che:

$\overline{CM} = 2{,}8$ cm; $AB = 2 \cdot AC$; $\overline{AC} = \overline{BM} + 2{,}2$ cm. [20,6 cm]



●●177 Nel triangolo equilatero ABC della figura a lato, AH e BK sono le due mediane e O è il baricentro. Calcola il perimetro del quadrilatero $KOHC$ sapendo che il lato e una delle due mediane misurano rispettivamente 20 cm e 17,32 cm. [31,54 cm]



La bisettrice e l'incentro

178 Disegna la bisettrice relativa ad un angolo di un triangolo.

179 Disegna un triangolo e traccia le bisettrici dei suoi angoli. Cosa noti?

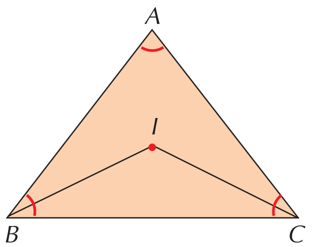
180 Disegna un triangolo ottusangolo e traccia le bisettrici dei suoi angoli. Cosa noti?

181 Disegna un triangolo e verifica, misurando, se il suo incentro è equidistante dai lati.

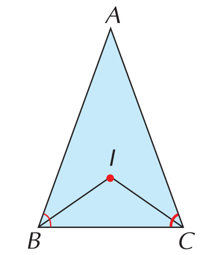
182 Uno dei due angoli formati dalla bisettrice relativa all'angolo al vertice di un triangolo isoscele misura 35°. Calcola l'ampiezza degli angoli alla base del triangolo. [55°; 55°]

●183 Nel triangolo isoscele ABC della figura a lato il punto I è l'incentro. Calcola l'ampiezza degli angoli dei triangoli ABC e BCI sapendo che l'angolo $\widehat{A}$ è ampio 76°.

$\left[\widehat{ABC}: \widehat{B} = \widehat{C} = 52°;\ \widehat{BCI}: \widehat{BCI} = \widehat{IBC} = 26°;\ \widehat{I} = 128°\right]$

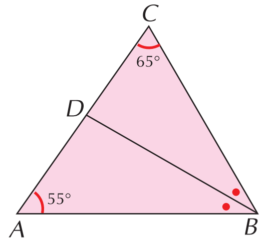


184 Nel triangolo isoscele ABC della figura a lato il punto I è l'incentro. Calcola l'ampiezza degli angoli del triangolo BCI sapendo che l'angolo $\widehat{A}$ è ampio 40°. [35°; 35°; 110°]



185 Nel triangolo ABC della figura a lato due angoli misurano rispettivamente 65° e 55°. Dopo aver disegnato la bisettrice relativa al terzo angolo del triangolo, calcola l'ampiezza degli angoli dei due triangoli BDA e BDC in cui rimane diviso il triangolo.

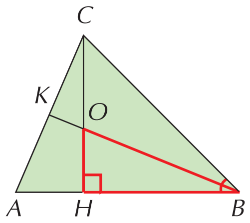
$\left[\widehat{ABD}: \widehat{DBA} = 30°;\ \widehat{BDA} = 95°;\ \widehat{BDC}: \widehat{DBC} = 30°;\ \widehat{BDC} = 85°\right]$



186 In un triangolo acutangolo ABC indichiamo con la lettera I l'incentro. Calcola l'ampiezza degli angoli del triangolo ABC sapendo che $\widehat{IAB} = 29°$ e $\widehat{IBA} = 26°$. $[\widehat{A} = 58°;\ \widehat{B} = 52°;\ \widehat{C} = 70°]$

187 In un triangolo isoscele l'angolo al vertice è ampio 40° Calcola la misura degli angoli dei due triangoli in cui la bisettrice di uno degli angoli alla base divide il triangolo dato. [40°, 35°, 105°; 35°, 70°, 75°]

188 Considera il triangolo ABC della figura a lato dove CH è l'altezza relativa al lato AB e BK la bisettrice dell'angolo $\widehat{B}$. Calcola le ampiezze degli angoli del triangolo BOH sapendo che $\widehat{C} = 70°$ e $\widehat{B} = \frac{2}{3} \cdot \widehat{A}$. [90°; 22°; 68°]



L'asse e il circocentro

189 Disegna l'asse relativo ad un lato di un triangolo.

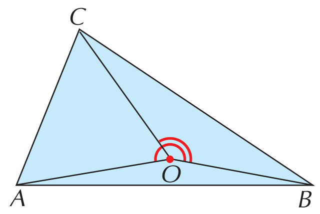
190 Disegna un triangolo tale che il suo circocentro risulti esterno al triangolo.

191 Disegna un triangolo rettangolo e individua il suo circocentro. Cosa noti?

192 Disegna un triangolo e verifica che il suo circocentro è equidistante dai vertici.

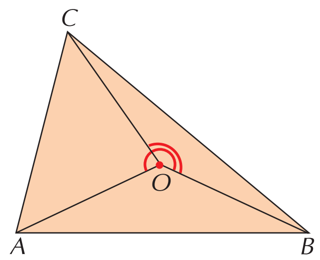
193 Disegna un triangolo ottusangolo e individua in esso il baricentro e il circocentro. Cosa noti?

194 Nel triangolo acutangolo ABC della figura a lato O è il circocentro. Calcola le ampiezze degli angoli del triangolo dato sapendo che $\widehat{AOC} = 68°$ e $\widehat{COB} = 136°$. [68°; 34°; 78°]

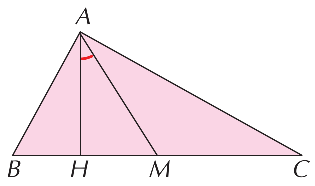


195 Nel triangolo acutangolo ABC della figura a lato, O è il circocentro. Sapendo che gli angoli $\widehat{AOC}$ e $\widehat{BOC}$ sono ampi rispettivamente 80° e 150°; calcola le ampiezze degli angoli dei triangoli ABC, AOC, AOB, e BOC.

$\left[\widehat{ABC}: \widehat{A} = 75°;\ \widehat{B} = 40°;\ \widehat{C} = 65°;\ \widehat{AOC}: \widehat{OAC} = \widehat{OCA} = 50°;\ \widehat{AOC} = 80°;\right.$
$\left.\widehat{AOB}: \widehat{BAO} = \widehat{ABO} = 25°;\ \widehat{AOB} = 130°;\ \widehat{BOC}: \widehat{OBC} = \widehat{OCB} = 15°;\ \widehat{BOC} = 150°\right]$



196 Nel triangolo rettangolo ABC della figura a lato AH e AM rappresentano rispettivamente l'altezza e la mediana relativa all'ipotenusa BC. Calcola le ampiezze degli angoli acuti del triangolo ABC sapendo che $\widehat{HAM} = 32°$. $[\widehat{C} = 29°;\ \widehat{B} = 61°]$



4 Linee e punti notevoli nei triangoli particolari

teoria pag. 77

- ✗ In un **triangolo isoscele** asse, mediana, altezza e bisettrice relativi alla base si sovrappongono nello stesso segmento;
- ✗ in un **triangolo isoscele** i punti notevoli appartengono tutti ad un unico segmento;
- ✗ la **mediana relativa all'ipotenusa** di un triangolo rettangolo è pari alla metà dell'ipotenusa stessa;
- ✗ un **triangolo rettangolo** con un angolo acuto di **45**° ha i due cateti congruenti;
- ✗ un **triangolo rettangolo** con un angolo acuto di **30**° ha l'ipotenusa di lunghezza doppia rispetto al cateto minore.

Comprensione della teoria

197 I punti notevoli di un triangolo equilatero:
a. appartengono ad un unico segmento; **b.** coincidono in un unico punto;
c. cadono sulla base del triangolo; **d.** coincidono con il punto medio della base del triangolo.

198 In ogni triangolo rettangolo la mediana relativa all'ipotenusa ha una lunghezza:
a. pari al doppio dell'ipotenusa stessa; **b.** congruente all'ipotenusa stessa;
c. pari alla metà dell'ipotenusa stessa; **d.** pari ad un terzo dell'ipotenusa stessa.

199 In ogni triangolo rettangolo con un angolo acuto di 30°:
a. il cateto minore è la metà dell'ipotenusa; **b.** il cateto maggiore è la metà dell'ipotenusa;
c. l'ipotenusa è il doppio del cateto maggiore; **d.** il cateto minore è la metà del cateto maggiore.

Applicazione

200 Un triangolo rettangolo con un angolo acuto ampio 45° ha il perimetro di 34,14 cm. Calcola la misura dei cateti sapendo che l'ipotenusa è lunga 14,14 cm. [10 cm]

201 In un triangolo rettangolo un angolo acuto è ampio 30°. Sapendo che l'ipotenusa è lunga 30 cm quanto misura il cateto minore?

202 In un triangolo rettangolo isoscele l'ipotenusa è lunga 45,248 cm. Calcola il perimetro del triangolo sapendo che uno dei due cateti misura 32 cm. [109,248 cm]

203 In un triangolo rettangolo uno dei due angoli acuti è ampio 45°. Calcola la lunghezza dell'ipotenusa del triangolo sapendo che uno dei due cateti misura 21 cm e il perimetro è 71,694 cm. [29,694 cm]

204 In un triangolo rettangolo uno dei due angoli acuti è ampio 45°. Calcola la misura dei cateti sapendo che il perimetro è 51,21 cm e che l'ipotenusa è lunga 21,21 cm. [15 cm]

205 In un triangolo rettangolo gli angoli acuti misurano rispettivamente 30° e 60°. Calcola la misura dell'ipotenusa del triangolo sapendo che il cateto minore è lungo 7 cm.

206 In un triangolo rettangolo uno dei due angoli acuti è ampio 60°. Calcola il perimetro del triangolo sapendo che l'ipotenusa e il cateto maggiore misurano rispettivamente 26 cm e 22,516 cm. [61,516 cm]

207 Il cateto minore di un triangolo rettangolo, con un angolo acuto ampio 30°, misura 19 cm. Calcola il perimetro del triangolo sapendo che il cateto maggiore è lungo 32,908 cm. [89,908 cm]

208 Calcola l'ipotenusa di un triangolo rettangolo sapendo che la mediana ad essa relativa è lunga 15 cm. [30 cm]

209 Un triangolo rettangolo ha le misure dei cateti e della mediana relativa all'ipotenusa rispettivamente di 28 cm, 21 cm e 17,5 cm. Calcola il suo perimetro. [84 cm]

210 La mediana relativa all'ipotenusa di un triangolo rettangolo misura 27,5 m. Sapendo che la somma delle misure dei cateti è 77 m, calcola il suo perimetro. [132 m]

211 La somma e la differenza delle misure di un cateto e della mediana relativa all'ipotenusa di un triangolo rettangolo sono rispettivamente 52 cm e 12 cm. Sapendo che il suo perimetro è 96 cm, calcola la misura dell'ipotenusa e dell'altro cateto. [40 cm; 24 cm]

212 L'ipotenusa di un triangolo rettangolo misura 60 cm. Sapendo che la somma dei cateti misura 84 cm e la loro differenza misura 12 cm, calcola la lunghezza dei cateti e il perimetro dei triangoli formati dalla mediana relativa all'ipotenusa. [36 cm, 48 cm; 96 cm; 108 cm]

213 Il perimetro di un triangolo rettangolo è 132 dm e un cateto misura 60 dm. Sapendo che la misura della mediana relativa all'ipotenusa è 30,5 dm, calcola le lunghezze degli altri lati. [11 dm; 61 dm]

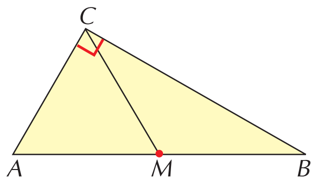
214 Il perimetro di un triangolo rettangolo è 650 dm e la mediana relativa all'ipotenusa misura 156,50 dm. Sapendo che la differenza delle misure dei due cateti è 287 dm, calcolane la lunghezza. [25 dm; 312 dm]

215 Calcola le misure dei cateti di un triangolo rettangolo sapendo che il suo perimetro è 72 m, che la mediana relativa all'ipotenusa misura 15 m e che un cateto è la metà dell'ipotenusa più 3 m. [18 m; 24 m]

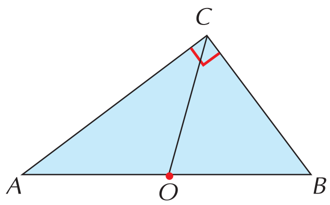
216 Un triangolo rettangolo isoscele e un quadrilatero sono isoperimetrici. Sapendo che il perimetro del quadrilatero è 133,15 cm e che l'ipotenusa del triangolo rettangolo è lunga 55,15 cm, calcola la misura dei due cateti del triangolo. [39 cm]

217 In un triangolo rettangolo *ABC* il cateto minore misura 40 cm e gli angoli acuti sono uno il doppio dell'altro. Calcola la misura della mediana relativa all'ipotenusa e del cateto maggiore sapendo che il perimetro è 189,28 cm. [40 cm; 69,28 cm]

218 Nel triangolo rettangolo *ABC* della figura a lato il cateto minore *AC* misura 16 cm e gli angoli acuti sono uno la metà dell'altro. Calcola l'ampiezza degli angoli $\widehat{A}$ e $\widehat{B}$, la misura dell'ipotenusa *AB* e della mediana *CM* del triangolo *ABC*. [60°; 30°; 32 cm; 16 cm]

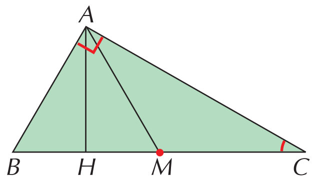


219 Nel triangolo rettangolo *ABC* della figura a lato il punto *O* è il circocentro. Calcola il perimetro dei triangoli *BCO* e *ACO* sapendo che la somma e la differenza dei cateti misurano rispettivamente 147 cm e 21 cm e il perimetro è 252 cm. [168 cm; 189 cm]



220 Nel triangolo rettangolo *ABC* della figura a lato *AH* e *AM* rappresentano rispettivamente l'altezza e la mediana relative all'ipotenusa *BC*. Calcola le ampiezze degli angoli dei triangoli *ABH*, *HAM* e *MAC* sapendo che $\widehat{C} = 30°$.

$\left[\widehat{ABH}: \widehat{B} = 60°;\ B\widehat{H}A = 90°;\ H\widehat{A}B = 30°;\ \widehat{HAM}: A\widehat{H}M = 90°;\ H\widehat{M}A = 60°;\ M\widehat{A}H = 30°;\ \widehat{MAC}: \widehat{C} = 30°;\ A\widehat{M}C = 120°;\ M\widehat{A}C = 30°\right]$



5 La congruenza dei triangoli

teoria pag. 79

- ✗ Due triangoli che hanno **due lati e l'angolo compreso** congruenti sono congruenti (**1° criterio**);
- ✗ due triangoli che hanno **un lato e i due angoli** ad esso adiacenti congruenti sono congruenti (**2° criterio**);
- ✗ due triangoli che hanno **i tre lati** congruenti sono congruenti (**3° criterio**);
- ✗ due triangoli rettangoli che hanno l'**ipotenusa** e un **cateto** congruenti sono congruenti (**4° criterio**).

Comprensione della teoria

221 Due triangoli sono congruenti per il primo criterio se hanno:
a. i tre lati rispettivamente congruenti;
b. due lati e l'angolo tra essi compreso rispettivamente congruenti;
c. un lato e i due angoli ad esso adiacenti rispettivamente congruenti;
d. i tre angoli rispettivamente congruenti.

222 Due triangoli sono congruenti per il secondo criterio se hanno:
a. i tre lati rispettivamente congruenti;
b. due lati e l'angolo tra essi compreso rispettivamente congruenti;
c. un lato e i due angoli ad esso adiacenti rispettivamente congruenti;
d. i tre angoli rispettivamente congruenti.

223 Due triangoli sono congruenti per il terzo criterio se hanno:
a. i tre lati rispettivamente congruenti;
b. due lati e l'angolo tra essi compreso rispettivamente congruenti;
c. un lato e i due angoli ad esso adiacenti rispettivamente congruenti;
d. i tre angoli rispettivamente congruenti.

224 Due triangoli rettangoli sono congruenti per il quarto criterio se hanno congruenti:
a. l'ipotenusa e l'angolo retto;
b. un cateto e l'angolo retto;
c. un cateto ed un qualsiasi angolo acuto;
d. l'ipotenusa e un cateto.

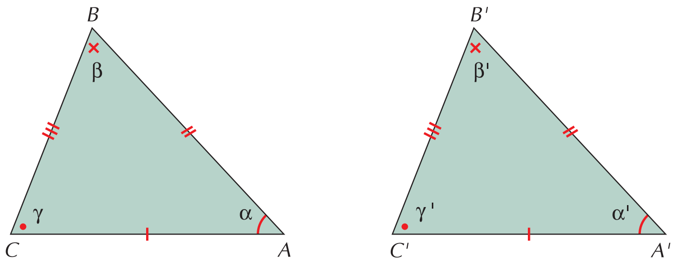
225 Due triangoli rettangoli hanno i cateti che misurano rispettivamente 9 cm e 12 cm. Puoi dire che sono congruenti? In caso di risposta affermativa indica il criterio applicato.

226 Due triangoli rettangoli hanno i cateti e le ipotenuse che misurano rispettivamente 92 cm e 115 cm. Puoi dire che sono congruenti? In caso di risposta affermativa indica il criterio applicato.

227 Due triangoli rettangoli hanno gli angoli acuti che misurano rispettivamente 36° e 54°. Puoi dire che sono congruenti? In caso di risposta affermativa indica il criterio applicato.

Applicazione

Utilizzando la stessa convenzione grafica della figura a lato, disegna una coppia di triangoli con i seguenti elementi congruenti. Per ciascuna coppia, stabilisci quindi se i due triangoli sono congruenti e, in caso affermativo, indica il criterio applicato.



228 $AC = A'C'$; $BC = B'C'$; $\gamma = \gamma'$.

229 $BC = B'C'$; $\beta = \beta'$; $\gamma = \gamma'$.

230 $AB = A'B'$; $BC = B'C'$; $\gamma = \gamma'$.

231 $\alpha = \alpha'$; $\beta = \beta'$; $\gamma = \gamma'$.

232 $AC = A'C'$; $AB = A'B'$; $\alpha = \alpha'$.

233 $AC = A'C'$; $AB = A'B'$; $BC = B'C'$.

234 Disegna due triangoli isosceli aventi ordinatamente congruenti l'angolo al vertice e la base; puoi dire che i due triangoli sono congruenti? Se sì, per quale criterio?

235 Disegna due triangoli isosceli aventi ordinatamente congruenti il perimetro e un lato obliquo; puoi dire che i due triangoli sono congruenti? Se sì, per quale criterio?

236 Due triangoli equilateri sono sempre congruenti? Motiva la tua risposta.

237 Disegna due triangoli rettangoli isosceli aventi ordinatamente congruenti il perimetro e l'ipotenusa; puoi dire che i due triangoli sono congruenti? Se si, per quale criterio?

238 Disegna due triangoli rettangoli aventi entrambi gli angoli acuti ampi rispettivamente 30° e 60°; puoi dire che i due triangoli sono congruenti? Motiva la tua risposta.

239 Disegna due triangoli aventi gli angoli rispettivamente congruenti; i triangoli sono sempre sovrapponibili?

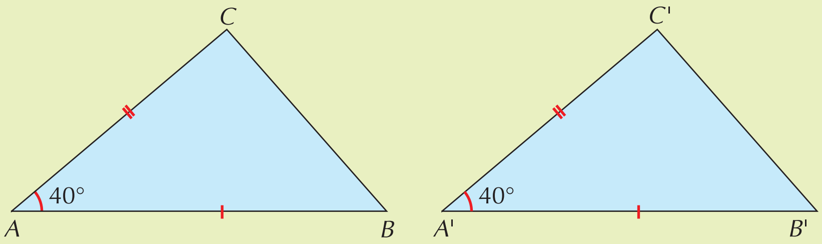
240 **Esercizio guida**

Una coppia di triangoli ABC e $A'B'C'$ ha i seguenti elementi che misurano:

$\overline{AB} = \overline{A'B'} = 5$ cm; $\quad \overline{AC} = \overline{A'C'} = 4$ cm; $\quad B\widehat{A}C = B'\widehat{A'}C' = 40°$.

Con un righello misura la lunghezza dei lati BC e $B'C'$ e con un goniometro l'ampiezza degli angoli $A\widehat{B}C$ e $A'\widehat{B'}C'$, $A\widehat{C}B$ e $A'\widehat{C'}B'$. Cosa osservi? Quale criterio avresti potuto utilizzare per affermare che sono congruenti?

Svolgimento



I due triangoli ABC e $A'B'C'$ hanno tutti gli elementi fra loro congruenti (in particolare si ha che: $\overline{BC} = \overline{B'C'} =$ ..... cm; $A\widehat{B}C = A'\widehat{B'}C' =$ .....°; $A\widehat{C}B = A'\widehat{C'}B' =$ .....°) e sono dunque congruenti.

Avremmo potuto ottenere lo stesso risultato sfruttando il .... criterio di congruenza.

241 Di due triangoli ABC e $A'B'C'$ sono note le misure dei seguenti elementi:

$\overline{AB} = \overline{A'B'} = 10$ cm; $\quad \overline{AC} = \overline{A'C'} = 15$ cm; $\quad \widehat{A} = \widehat{A'} = 35°$.

Stabilisci se i due triangoli sono congruenti, e in caso affermativo, indica il criterio applicato; inoltre disegnali e verifica se sono congruenti anche i lati BC e $B'C'$.

242 Di due triangoli ABC e $A'B'C'$ sono note le misure dei seguenti elementi:

$\overline{BC} = \overline{B'C'} = 9$ cm; $\quad \widehat{B} = \widehat{B'} = 45°$; $\quad \widehat{C} = \widehat{C'} = 50°$.

Stabilisci se i due triangoli sono congruenti, e in caso affermativo, indica il criterio applicato; cosa puoi dire dei lati AB e $A'B'$, AC e $A'C'$ e degli angoli $\widehat{A}$ e $\widehat{A'}$?

243 Di due triangoli ABC e $A'B'C'$ sono note le misure dei seguenti elementi:

$\overline{AB} = \overline{A'B'} = 6$ cm; $\quad \overline{BC} = \overline{B'C'} = 5$ cm; $\quad \overline{AC} = \overline{A'C'} = 7$ cm.

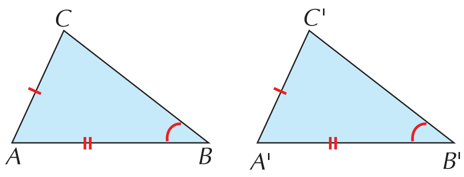
Stabilisci se i due triangoli sono congruenti, e in caso affermativo, indica il criterio applicato; cosa puoi dire degli angoli $\widehat{A}$ e $\widehat{A'}$, $\widehat{B}$ e $\widehat{B'}$, $\widehat{C}$ e $\widehat{C'}$?

244 Una coppia di triangoli ABC e $A'B'C'$ presenta i seguenti dati:

$\overline{AB} = \overline{A'B'} = 6$ cm; $\quad C\widehat{A}B = C'\widehat{A'}B' = 35°$; $\quad A\widehat{B}C = A'\widehat{B'}C' = 45°$.

Disegna i due triangoli, verifica che sono congruenti e indica il criterio applicato.

245 I due triangoli scaleni della figura a lato hanno $AB = A'B'$; $AC = A'C'$; $A\widehat{B}C = A'\widehat{B'}C'$. Puoi affermare che i triangoli sono congruenti?



246 Una coppia di triangoli DEF e $D'E'F'$ presenta i seguenti dati:

$\overline{DE} = \overline{D'E'} = 4$ cm; $\quad \overline{DF} = \overline{D'F'} = 6$ cm; $\quad \overline{EF} = \overline{E'F'} = 4{,}8$ cm.

Disegna i due triangoli, verifica che sono congruenti e indica il criterio applicato.

247 Una coppia di triangoli rettangoli GHI e $G'H'I'$ presenta i seguenti dati: $\overline{GH} = \overline{G'H'} = 6$ cm; gli angoli acuti ad essi adiacenti $G\widehat{H}I = G'\widehat{H'}I' = 50°$. Disegna i due triangoli, verifica che sono congruenti e indica il criterio applicato.

248 Un triangolo ha le misure di due lati e il perimetro rispettivamente di 12 cm, 10 cm e 35 cm. Calcola la misura dei tre lati di un triangolo congruente al primo.

249 Di due triangoli rettangoli sono note le misure dei cateti: $\overline{AB} = \overline{A'B'} = 8$ cm; $\overline{AC} = \overline{A'C'} = 6$ cm.
Stabilisci se i due triangoli sono congruenti, e in caso affermativo, indica il criterio applicato; cosa puoi dire delle ipotenuse BC e $B'C'$ e degli angoli acuti $\widehat{B}$ e $\widehat{B'}$, $\widehat{C}$ e $\widehat{C'}$?

250 Il perimetro di un triangolo equilatero è di 18,75 m; possiamo affermare che è congruente ad un altro triangolo equilatero che ha la misura del lato di 6,25 m?

251 Due triangoli ABC e $A'B'C'$ sono congruenti. Calcola il perimetro del triangolo $A'B'C'$ sapendo che i lati AB, BC, e $A'C'$ sono lunghi rispettivamente 12 cm, 14 cm e 16 cm. [42 cm]

252 Due triangoli ABC e $A'B'C'$ sono congruenti. Calcola l'ampiezza dell'angolo $\widehat{A}$ sapendo che gli angoli $\widehat{B'}$ e $\widehat{C'}$ del triangolo $A'B'C'$ misurano rispettivamente 75° e 56°. [49°]

253 Due triangoli isosceli ABC e $A'B'C'$ sono congruenti. Calcola la misura di ciascun angolo alla base del triangolo $A'B'C'$ sapendo che l'angolo di vertice $\widehat{C}$ del triangolo ABC è ampio 72°. [54°]

254 Un triangolo rettangolo ha il perimetro di 204 cm ed il cateto minore che misura 51 cm. Calcola la misura dell'ipotenusa di un triangolo rettangolo congruente al primo sapendo che il cateto maggiore è lungo 68 cm. [85 cm]

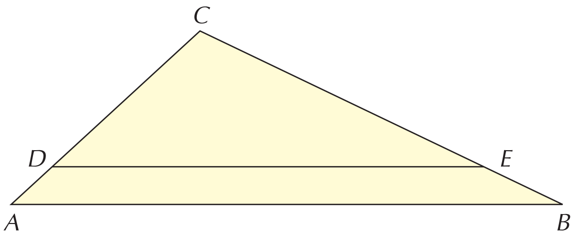
255 Un triangolo rettangolo ha un angolo acuto ampio 35°. Calcola l'ampiezza degli angoli di un triangolo rettangolo congruente al primo. [35°; 55°; 90°]

256 Verifica che due triangoli isosceli aventi i lati obliqui e la base che misurano rispettivamente 10 cm e 12 cm sono congruenti e indica il criterio applicato.

257 Verifica che due triangoli rettangoli aventi un cateto e l'ipotenusa che misurano rispettivamente 6 cm e 10 cm sono congruenti e indica il criterio applicato.

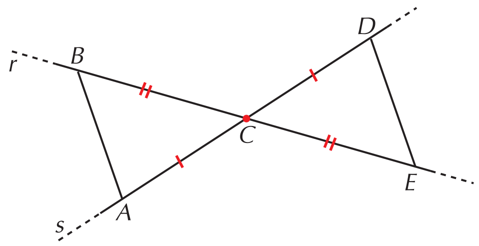
258 Verifica che due triangoli rettangoli aventi i cateti minori lunghi 3 cm e gli angoli acuti ad essi adiacenti che misurano 65° sono congruenti e indica il criterio applicato.

259 Misura gli angoli dei triangoli ABC e DEC della figura a lato e rispondi alle seguenti domande:
a. gli angoli dei due triangoli sono rispettivamente congruenti?
b. I due triangoli sono congruenti?



● **260** Disegna un triangolo equilatero e congiungi fra loro i punti medi dei lati, si ottengono quattro triangoli. Dimostra, utilizzando i criteri di congruenza, che i quattro triangoli sono congruenti.

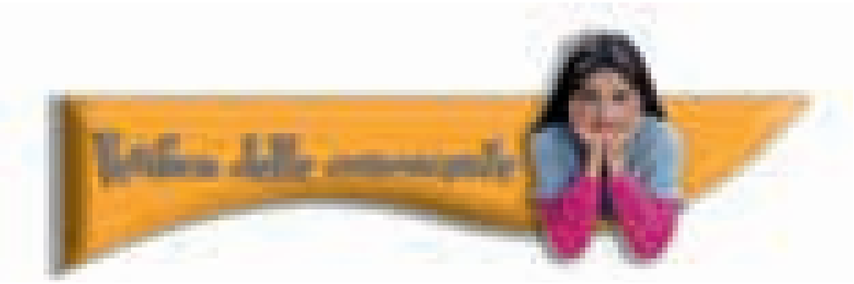
● **261** Le rette r ed s della figura a lato si intersecano nel punto C. Sapendo che $DC = CA$ e $EC = CB$ puoi affermare che i due triangoli sono congruenti? Se si per quale criterio?



●● **262** Disegna un segmento AB e prendi il suo punto medio M. Per tale punto traccia poi un retta e costruisci su di essa, da parti opposte rispetto a M, due segmenti congruenti MD e ME. Per quale criterio i triangoli MDB e MAE sono congruenti?

●● **263** Disegna un triangolo ABC, traccia la parallela ad AC passante per B e la parallela a BC passante per A e indica con D il punto di intersezione delle due rette tracciate. Per quale criterio i triangoli ABC e ABD sono congruenti?

●● **264** Disegna un triangolo ABC, unisci un punto qualunque K del piano con i vertici del triangolo e prolunga ciascun segmento dalla parte di K in modo che risulti $KD = KA$, $KE = KB$ e $KF = KC$. Per quale criterio i triangoli ABC e DEF sono congruenti?



Verifica la tua preparazione eseguendo i seguenti esercizi relativi agli obiettivi di **conoscenza**. Controlla quindi l'esattezza delle soluzioni alla fine del volume ed assegnati un punto per ciascun esercizio svolto correttamente.

✗ Gli elementi e la classificazione dei triangoli

1 Con quali delle seguenti misure è possibile costruire un triangolo?
a. 5 cm; 3 cm; 1 cm; **b.** 12 cm; 8 cm; 19 cm; **c.** 3 cm; 10 cm; 14 cm; **d.** 28 cm; 24 cm; 50 cm.

2 Un triangolo si dice acutangolo se:
a. ha almeno un angolo acuto; **b.** ha tre angoli acuti;
c. ha un angolo retto; **d.** ha un angolo minore di 90°.

3 In un triangolo rettangolo il lato opposto all'angolo retto si chiama:
a. cateto; **b.** ipotenusa; **c.** base; **d.** altezza.

4 Completa la seguente definizione:
in ogni triangolo isoscele gli angoli adiacenti alla .... sono sempre ....

✗ Il teorema dell'angolo esterno di un triangolo

5 In un triangolo uno degli angoli esterni è ampio 115°; quanto misura uno dei due angoli non adiacenti ad esso sapendo che l'altro è ampio 45°?
a. 45°; **b.** 115°; **c.** 70°; **d.** 160°.

✗ I punti notevoli di un triangolo

6 In ogni triangolo il segmento che unisce un vertice con il punto medio del lato opposto si dice:
a. altezza; **b.** mediana; **c.** bisettrice; **d.** asse.

7 L'incentro di un triangolo è il punto d'incontro:
a. delle tre mediane; **b.** delle tre altezze; **c.** delle tre bisettrici; **d.** dei tre assi.

8 Indica quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali false.
Il circocentro di un triangolo:
a. è sempre interno al triangolo; V F
b. è esterno nel triangolo ottusangolo; V F
c. è coincidente con il vertice dell'ipotenusa nel triangolo rettangolo; V F
d. è interno nel triangolo acutangolo. V F

9 Che caratteristica hanno i punti notevoli di un triangolo equilatero?

✗ I criteri di congruenza dei triangoli

10 Completa le seguenti affermazioni:
a. due triangoli sono congruenti se hanno un lato e i ...... angoli ad esso .... rispettivamente ....
b. il quarto criterio di congruenza dei triangoli rettangoli dice che due triangoli sono congruenti se hanno .... ed un .... rispettivamente ....

..... / 10

Da 0 a 3: Non conosci gli argomenti trattati nel capitolo. **Devi ristudiarlo**.
Da 4 a 7: Conosci solo superficialmente i contenuti del capitolo. **Devi ripassare** gli argomenti corrispondenti alle conoscenze non acquisite.
Da 8 a 10: Conosci in modo sufficientemente approfondito i contenuti del capitolo. **Puoi affrontare il prossimo capitolo**.

Verifica la tua preparazione eseguendo i seguenti esercizi relativi agli obiettivi di **abilità**. Controlla quindi l'esattezza delle soluzioni alla fine del volume ed assegnati un punto per ciascun esercizio svolto correttamente.

✗ Operare con gli elementi di un triangolo

1 Due lati di un triangolo misurano rispettivamente 8 cm e 12 cm. Tra quali valori deve essere compresa la misura del terzo lato affinché il triangolo possa esistere?

2 Calcola il perimetro di un triangolo avente i tre lati che misurano rispettivamente 6 cm, 7 cm e 8 cm.

3 Calcola la misura dei lati di un triangolo isoscele sapendo che il suo perimetro è 1 m e che il lato obliquo è il doppio della base.

4 Calcola la misura degli angoli interni ed esterni di un triangolo rettangolo con un angolo acuto di 27°.

5 Calcola la misura dei lati di un triangolo rettangolo sapendo che il perimetro è 28,4 cm, il cateto maggiore misura 10,4 cm e che il cateto minore è la metà dell'ipotenusa.

6 Un triangolo isoscele ha l'angolo al vertice ampio 108°. Calcola l'ampiezza di ciascun angolo esterno adiacente agli angoli alla base.

✗ Costruire i punti notevoli di un triangolo

7 Disegna un triangolo acutangolo e individua l'incentro. Misura la distanza dell'incentro dai lati; cosa noti?

8 Disegna un triangolo e individua il circocentro. Misura la distanza del circocentro dai vertici dei lati; cosa noti?

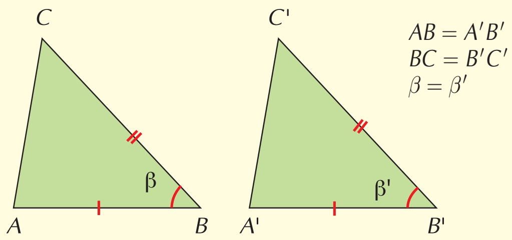
9 Disegna le tre mediane di un triangolo acutangolo e individua il baricentro. Misura i due segmenti in cui il baricentro divide ogni mediana; cosa noti?

10 Le bisettrici degli angoli alla base di un triangolo isoscele formano nel loro punto d'incontro un angolo ottuso di ampiezza 116°. Calcola le misure dei tre angoli del triangolo.

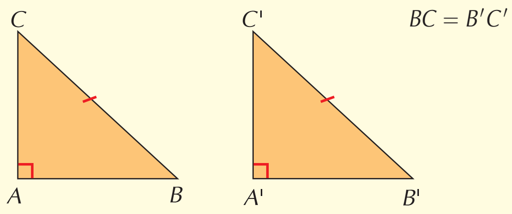
11 Un triangolo isoscele ha gli angoli alla base ampi ciascuno 40°. Dopo aver tracciato la bisettrice dell'angolo al vertice e di uno degli angoli alla base, calcola la misura degli angoli formati dalle bisettrici stesse.

✗ Applicare i criteri di congruenza dei triangoli

12 Osserva i triangoli a lato con i dati segnati accanto e stabilisci per quale criterio si possono considerare congruenti.



13 Perché gli elementi evidenziati nei triangoli a lato non sono sufficienti per dire che i triangoli ABC e $A'B'C'$ sono congruenti?



..... / 13

Da 0 a 4: Non hai sviluppato adeguate abilità. Devi studiare nuovamente il capitolo ed eseguire tutti gli **esercizi del recupero**.

Da 5 a 9: Non possiedi le abilità richieste. Prima di affrontare gli **esercizi di consolidamento** devi svolgere gli **esercizi del recupero** relativi alle abilità non ancora acquisite.

Da 10 a 13: Hai raggiunto pienamente le abilità specifiche del capitolo. Puoi affrontare gli **esercizi per il potenziamento** e le **gare della matematica**.

✗ Operare con gli elementi di un triangolo

1 **Vero o Falso?**

Stabilisci quali delle seguenti affermazioni sono errate e correggi gli errori.

a. In un triangolo la misura di ciascun lato è sempre maggiore della somma degli altri due lati. V F
b. È impossibile costruire un triangolo i cui lati misurano 10 m, 150 dm e 700 cm. V F
c. In qualsiasi triangolo la somma degli angoli esterni è 180°. V F
d. Un triangolo isoscele non può essere ottusangolo. V F
e. Un triangolo ottusangolo è sempre scaleno. V F
f. Il lato più lungo di un triangolo rettangolo si chiama ipotenusa. V F
g. Un triangolo isoscele ha gli angoli alla base congruenti. V F

2 Disegna un triangolo e conta quanti sono i lati e gli angoli. Cosa noti?

3 Disegna tre triangoli (usa righello e compasso) che abbiano le misure dei lati rispettivamente di:
a. 8 cm 4 cm 5 cm; **b.** 9 cm 6 cm 4 cm; **c.** 10 cm 5 cm 7 cm.

4 **Esercizio guida**

Due lati di un triangolo misurano rispettivamente 30 cm e 24 cm; tra quali valori deve essere compresa la misura del terzo lato affinché il triangolo possa esistere?
Ricordiamo che la misura di ciascun lato deve essere .... della differenza e .... della somma degli altri due lati; se dunque indichiamo con ℓ la misura del terzo lato avremo:

$$\ell > (30 - .....)\ \text{cm} = ...\ \text{cm}; \qquad \ell < (30 + ...)\ \text{cm} = ...\ \text{cm}.$$

Pertanto la misura del lato deve essere maggiore di 6 cm e minore di 54 cm.

5 Puoi disegnare un triangolo avente le misure dei lati rispettivamente di 10 cm, 5 cm, 4 cm? Motiva la tua risposta.

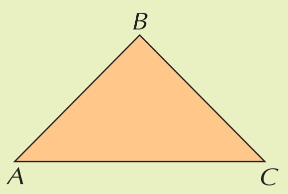
6 Due lati di un triangolo misurano 18 cm e 74 cm. Tra quali valori deve essere compresa la misura del terzo lato?
[56 < lato < 92]

7 Un triangolo ha le misure dei lati rispettivamente di 2 cm, 8 cm e 9 cm. Qual è la formula per calcolare il perimetro?
a. $2p = (2 \cdot 8 \cdot 9)$ cm $= 144$ cm; **b.** $2p = (2 + 8 + 9)$ cm $= 19$ cm; **c.** $2p = (2 + 8 + 9) : 2 = 9{,}5$ cm.

8 **Esercizio guida**

Calcola il perimetro di un triangolo isoscele avente le misure della base e dei lati obliqui rispettivamente di 8 cm e 6 cm.

Svolgimento



Dati	Incognita
$\overline{AC} = 8$ cm $\overline{AB} = 6$ cm $\overline{CB} = 6$ cm	$2p_{(ABC)}$

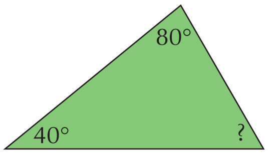
$2p = \overline{AC} + \overline{BC} + \overline{CA} = (..) = 20$ cm.

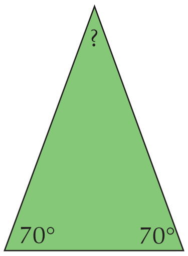
9 Calcola il perimetro dei seguenti triangoli aventi i lati rispettivamente lunghi (le misure sono espresse in cm):

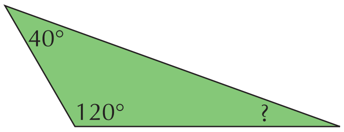
a.	15	6	12;
b.	10	6	6;
c.	10	10	10;
d.	18	12	21;
e.	20	16	14.

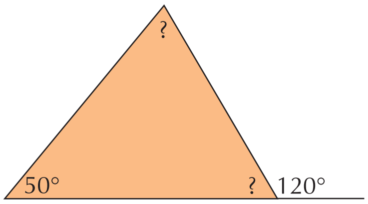
10 Il perimetro di un triangolo isoscele è 48 cm. Determina la misura della base sapendo che i lati obliqui misurano 15 cm. [18 cm]

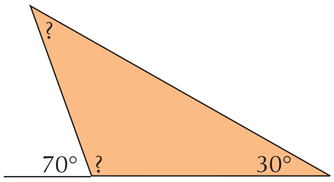
Nei seguenti triangoli calcola l'ampiezza degli angoli incogniti.

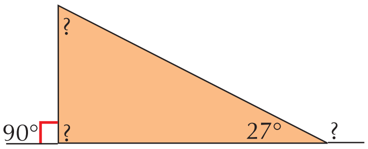
11 **a.**


b.


c.


12 **a.**


b.


c.


✗ Costruire i punti notevoli di un triangolo

13 **Vero o Falso?**

Stabilisci quali delle seguenti affermazioni sono errate e correggi gli errori.

a. L'altezza di un triangolo relativa ad un lato è il segmento di perpendicolare uscente dal vertice opposto al lato. V F

b. Le tre altezze di un triangolo si incontrano nel baricentro. V F

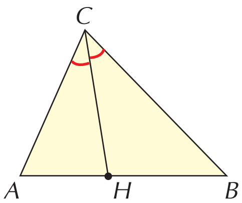
c. La bisettrice di un angolo unisce il vertice corrispondente con il punto medio del lato opposto. V F

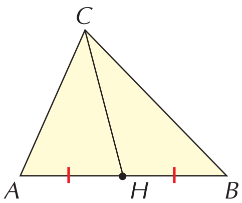
d. Le tre bisettrici di un triangolo si incontrano nell'incentro. V F

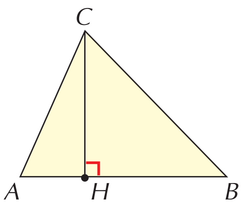
e. I tre assi di un triangolo si incontrano nel circocentro. V F

f. Il circocentro di un triangolo è sempre interno al triangolo stesso. V F

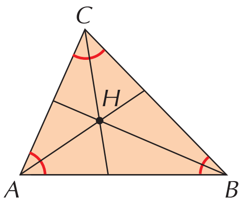
14 Indica nelle seguenti figure qual è l'altezza, qual è la bisettrice e qual è la mediana rispetto al lato AB.

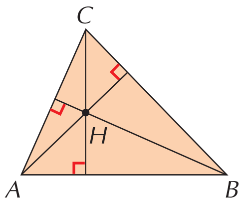
a.


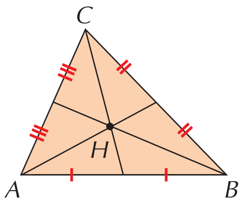
b.


c.


15 Indica in quale delle seguenti figure è rappresentato rispettivamente l'ortocentro, l'incentro e il baricentro.

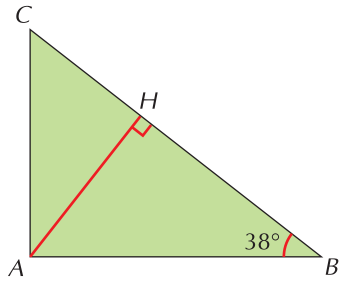
a.


b.


c.


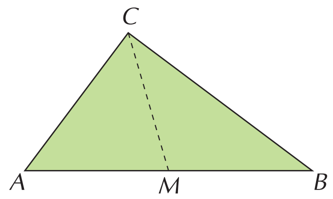
16 Dopo aver disegnato il triangolo isoscele avente le misure della base AB di 4 cm e dei lati obliqui AC e BC di 6 cm, traccia dal vertice C la perpendicolare alla base; chiama H il punto d'intersezione con la base e misura infine AH e HB. Cosa noti?

17 Nel triangolo ABC della figura a lato il segmento AH è l'altezza relativa all'ipotenusa. Calcola la misura degli angoli dei due triangoli ABH e ACH. [90°; 52°; 90°; 38°; 52°]

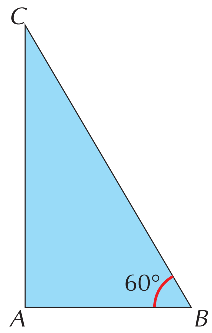


18 In un triangolo isoscele l'angolo al vertice è ampio 32°. Dopo aver tracciato le bisettrici degli angoli alla base, calcola l'ampiezza dell'angolo acuto da esse formato. [74°]

19 Nel triangolo ABC della figura a lato, CM è la mediana relativa al lato AB. Calcola la misura dei lati del triangolo ABC sapendo che: $\overline{AM} = 7{,}5$ cm; $\overline{AC} + \overline{CB} = 21$ cm; $\overline{CB} - \overline{AC} = 3$ cm. [15 cm; 9 cm; 12 cm]

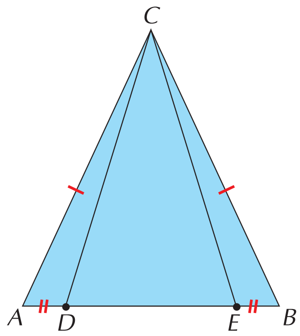


20 Nel triangolo rettangolo della figura a lato l'angolo acuto $\widehat{B}$ è ampio 60°. Calcola il perimetro del triangolo sapendo che: $\overline{AB} = 10$ cm; $\overline{AC} = 17{,}32$ cm. [47,32 cm]

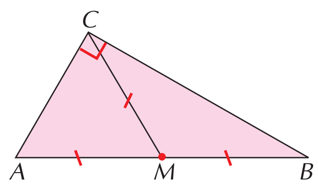


✗ Applicare i criteri di congruenza dei triangoli

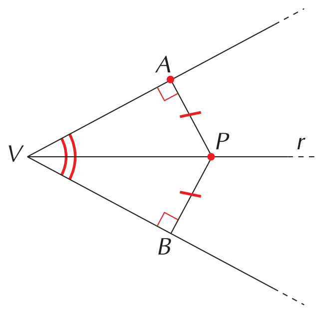
21 Considera il triangolo ABC della figura a lato; sapendo che $AC = BC$ e $AD = EB$, stabilisci per quale criterio i due triangoli ADC e EBC sono congruenti.



22 Considera il triangolo rettangolo ABC della figura a lato; sapendo che $AM = MB = CM$ puoi dire che i due triangoli AMC e MBC sono congruenti? Motiva la tua risposta.



23 Considera la figura a lato dove r è la bisettrice dell'angolo $\widehat{AVB}$. Sapendo che $PA = PB$ e che $\widehat{PAV} = \widehat{PBV} = 90°$ dimostra per quale criterio i due triangoli PAV e PBV sono congruenti.



Scheda di Valutazione del Recupero

Dopo aver rivisto la teoria e svolto l'attività di recupero, metti alla prova la tua preparazione rispondendo ai seguenti quesiti (scegli tra le soluzioni proposte), controlla l'esattezza delle risposte a pag. 383 e calcola il punteggio ottenuto in base alla griglia. Se hai totalizzato **almeno 11 punti** puoi ritenere colmato il debito, altrimenti riguarda gli argomenti sui quali hai commesso errori.

1 Un triangolo si dice rettangolo se ha:
a. un angolo di 90°; **b.** un angolo piatto; **c.** un angolo ottuso.

2 Un triangolo si dice isoscele se ha:
a. due lati congruenti; **b.** tre lati non congruenti; **c.** gli angoli di 30°, 60° e 90°.

3 Un triangolo si dice equilatero se ha:
a. due lati congruenti; **b.** tre lati congruenti; **c.** due angoli congruenti.

4 Quanto misura ciascun angolo interno di un triangolo equilatero?
a. 45°; **b.** 30°; **c.** 60°.

5 Che cos'è l'altezza di un triangolo?
a. Il segmento condotto da un vertice al lato opposto;
b. il segmento di perpendicolare condotto da un vertice al lato opposto;
c. il segmento che unisce un vertice con il punto medio del lato opposto.

6 Che cos'è il circocentro?
a. Il punto d'incontro delle tre altezze;
b. il punto d'incontro delle tre mediane;
c. il punto d'incontro dei tre assi.

7 Che cos'è l'incentro?
a. Il punto d'incontro delle tre altezze;
b. il punto d'incontro delle tre mediane;
c. il punto d'incontro delle tre bisettrici.

8 Un triangolo isoscele ha le misure della base e del lato obliquo rispettivamente di 15 cm e 10 cm; qual è il suo perimetro?
a. 35 cm; **b.** 40 cm; **c.** 25 cm.

9 Un triangolo equilatero ha il perimetro di 300 m. Qual è la misura di ogni suo lato?
a. 50 m; **b.** 60 m; **c.** 100 m.

10 In un triangolo isoscele il perimetro è 85 cm e la base misura 25 cm. Calcola la lunghezza di ciascun lato obliquo.
a. 25 cm; **b.** 30 cm; **c.** 42,5 cm.

11 Due triangoli sono congruenti se hanno:
a. due lati e l'angolo tra essi compreso rispettivamente congruenti;
b. due angoli rispettivamente congruenti;
c. due lati e un angolo qualsiasi rispettivamente congruenti.

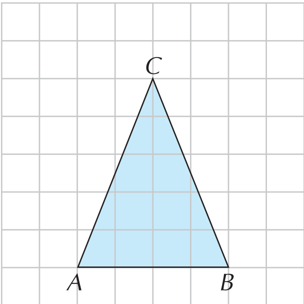
12 Due triangoli sono congruenti se hanno:
a. tre angoli rispettivamente congruenti;
b. due lati e un angolo qualsiasi rispettivamente congruenti;
c. un lato e i due angoli ad esso adiacenti rispettivamente congruenti.

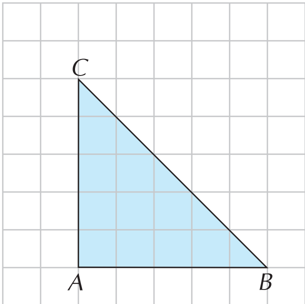
1 Disegna i seguenti triangoli:

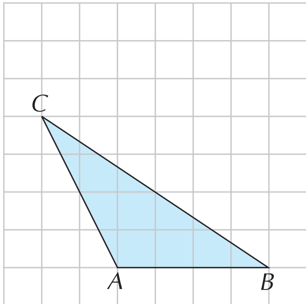
a. equilatero; **b.** scaleno;
c. isoscele; **d.** isoscele ottusangolo;
e. isoscele rettangolo; **f.** scaleno acutangolo.

2 Gli angoli alla base di un triangolo isoscele sono ampi 45° ciascuno. Calcola la misura dell'angolo al vertice e specifica il tipo di triangolo isoscele.

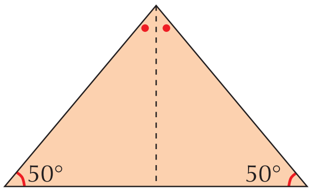
3 Disegna le altezze dei seguenti triangoli e determina l'ortocentro.

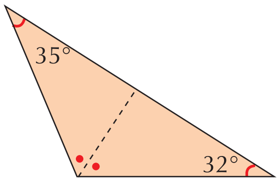
a.


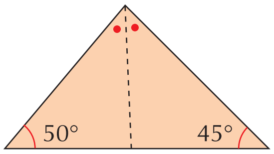
b.


c.


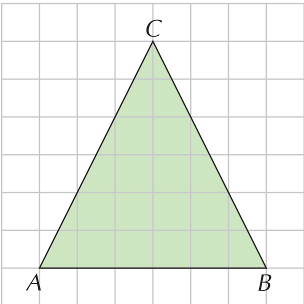
4 Nei seguenti triangoli è stata tracciata la bisettrice di un angolo. Calcola l'ampiezza degli angoli indicati con un puntino.

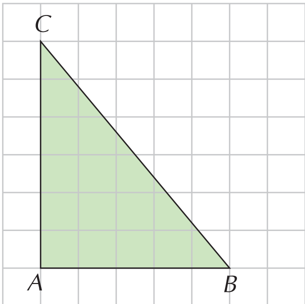
a.


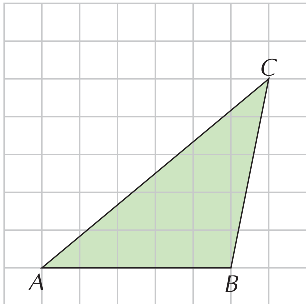
b.


c.


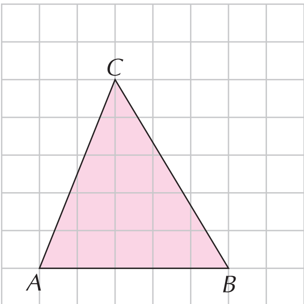
5 Disegna le mediane dei seguenti triangoli e determina il baricentro.

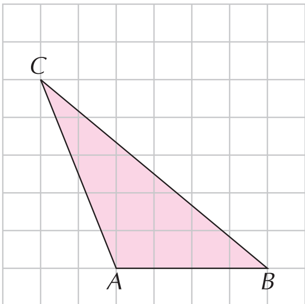
a.


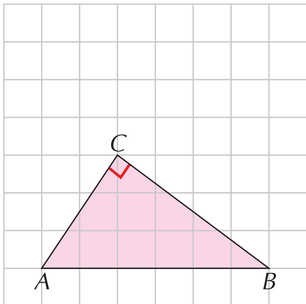
b.


c.


6 Disegna gli assi dei seguenti triangoli e determina il circocentro.

a.


b.


c.


7 In un triangolo ABC il lato AB è lungo 15 cm, il lato BC supera AB di 5 cm e il lato AC supera BC di 8 cm. Calcola il perimetro del triangolo. [63 cm]

8 Il perimetro di un triangolo isoscele è 48 cm e la base è lunga 20 cm. Calcola la misura di ciascun lato obliquo. [14 cm]

9 Disegna un triangolo rettangolo ABC retto in A e il cateto AC lungo 5 cm. Calcola la misura dell'ipotenusa sapendo che l'ampiezza dell'angolo $\widehat{B}$ è di 30°.

10 Disegna un triangolo rettangolo ABC e la mediana CM relativa all'ipotenusa AB. Sapendo che CM è lungo 12 cm quanto misura AB?

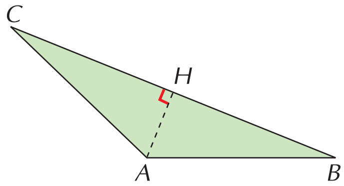
11 Il perimetro di un triangolo isoscele è 60 cm. Calcola la misura dei lati del triangolo sapendo che la base è la metà di ciascun lato obliquo. [24 cm; 24 cm; 12 cm]

12 In un triangolo rettangolo ABC, l'altezza CH relativa all'ipotenusa AB divide l'angolo $\widehat{C}$ in due parti di cui una è il doppio dell'altra. Calcola l'ampiezza degli angoli del triangolo ABC. [30°; 60°; 90°]

13 In un triangolo scaleno due angoli misurano rispettivamente 25° e 60°. Calcola ciascuno dei due angoli formati dalla bisettrice condotta dal terzo vertice.

● **14** In un triangolo equilatero la misura del lato in cm si ottiene dalla soluzione della seguente espressione:
$(2 + 36 : 4) \cdot [(50 - 28 : 7 + 2) : 12] - \{5 + [(14 : 2 + 1) + 3]\} : 2$.
Calcola il perimetro del triangolo. [108 cm]

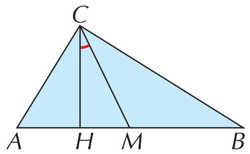
● **15** Nel triangolo isoscele ottusangolo ABC della figura a lato, l'angolo $\widehat{A}$ è ampio 136°. Sapendo che AH è l'altezza relativa al lato BC, calcola le ampiezze degli angoli dei triangoli AHC e ABH. [90°; 22°; 68°]



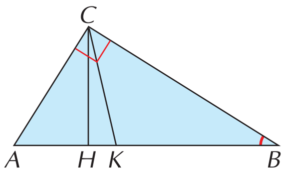
● **16** Disegna l'incentro I di un triangolo acutangolo ABC. Sapendo che gli angoli $\widehat{IAB}$ e $\widehat{IBA}$ misurano rispettivamente 28° e 32°. Calcola l'ampiezza degli angoli del triangolo ABC. [56°; 64°; 60°]

● **17** Disegna il circocentro O di un triangolo rettangolo ABC. Sapendo che l'ipotenusa misura 65 cm e che la somma e la differenza dei due cateti misura rispettivamente 91 cm e 13 cm, calcola i perimetri dei triangoli AOC e BOC. [117 cm; 104 cm]

● **18** Nel triangolo rettangolo ABC della figura a lato CH e CM sono rispettivamente l'altezza e la mediana relativi all'ipotenusa AB. Sapendo che l'angolo $\widehat{HCM}$ è ampio 26°, calcola le ampiezze degli angoli acuti del triangolo ABC. [32°; 58°]



● **19** Nel triangolo rettangolo ABC della figura a lato CH e CK sono rispettivamente l'altezza e la bisettrice relativi all'ipotenusa AB. Sapendo che l'angolo $\widehat{B}$ è ampio 32°, calcola le ampiezze degli angoli del triangolo HKC. [90°; 77°; 13°]



●● **20** Le bisettrici degli angoli alla base di un triangolo isoscele formano angoli ottusi, opposti al vertice, ampi 130°. Calcola la misura degli angoli del triangolo. [50°; 50°; 80°]

●● **21** Disegna un triangolo equilatero e prolunga nello stesso verso ciascun lato di tre segmenti congruenti. Dimostra, utilizzando i criteri di congruenza, che il triangolo ottenuto congiungendo gli estremi dei segmenti aggiunti, è equilatero.

●● **22** Dopo aver disegnato un triangolo scaleno, traccia da ogni vertice la parallela al lato opposto. Dimostra, utilizzando i criteri di congruenza che i tre triangoli ottenuti sono congruenti a quello dato.

1 È vero che in un triangolo rettangolo isoscele l'altezza relativa all'ipotenusa è la metà dell'ipotenusa stessa? Verificalo con un disegno.

2 Disegna un triangolo rettangolo con gli angoli acuti uno doppio dell'altro. Verifica, misurando, che l'ipotenusa è il doppio del cateto minore.

3 Disegna un triangolo isoscele ABC, traccia la parallela alla base BC e indica con D e con E i punti di intersezione con i lati del triangolo. Verifica, misurando, che il triangolo ottenuto ADE è isoscele.

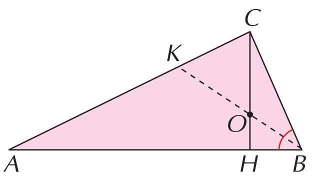
4 Verifica, misurando, che le bisettrici degli angoli alla base di un triangolo isoscele sono congruenti e che intersecandosi formano segmenti congruenti.

5 Disegna un triangolo isoscele e verifica, misurando, che la bisettrice dell'angolo esterno all'angolo al vertice è parallela alla base.

6 Disegna un triangolo equilatero ABC, traccia le bisettrici degli angoli $\widehat{B}$ e $\widehat{C}$ e indica con K il loro punto di intersezione. Verifica misurando che:
a. il triangolo KBC è isoscele;
b. i triangoli BKA, BKC e CKA sono congruenti.

7 In un triangolo rettangolo un angolo acuto è ampio 52°. Dopo aver tracciato le bisettrici degli angoli acuti, determina l'ampiezza dell'angolo ottuso da esse formato. [135°]

8 Considera il triangolo ABC della figura a lato dove CH è l'altezza relativa alla base AB e BK è la bisettrice dell'angolo B. Calcola le ampiezze degli angoli del triangolo OHB sapendo che l'angolo $\widehat{C}$ è ampio 88° e $\widehat{B} = \frac{3}{4} \cdot \widehat{C}$. [90°; 33°; 57°]



9 In un triangolo rettangolo ABC retto in C il cateto maggiore è lungo 104 cm e il perimetro è 312 cm. Dopo aver tracciato la mediana CM relativa all'ipotenusa AB, calcola la lunghezza dell'ipotenusa e del cateto minore sapendo che AM misura 65 cm. [130 cm; 78 cm]

10 In un triangolo rettangolo ABC i segmenti AM e AH rappresentano rispettivamente la mediana e l'altezza relativi all'ipotenusa BC. Sapendo che $\widehat{C} = 30°$ calcola l'ampiezza degli angoli dei triangoli AMC, AHM e ABH.

[$\widehat{AMC}$: 30°; 30°; 120°; $\widehat{AHM}$: 60°; 90°; 30°; $\widehat{ABH}$: 90°; 60°; 30°]

11 I cateti AB e AC e l'ipotenusa BC di un triangolo rettangolo misurano rispettivamente 80 dm, 60 dm e 100 dm. L'altezza AH relativa all'ipotenusa, che misura 48 dm, divide quest'ultima in due parti tali che la prima parte è $\frac{9}{16}$ dell'altra. Verifica se la somma dei perimetri dei triangoli ABH e ACH è uguale, maggiore o minore al perimetro del triangolo ABC.

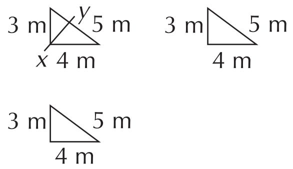
12 Un triangolo rettangolo con un angolo acuto ampio 30° e un pentagono regolare hanno lo stesso perimetro. Calcola le misure dell'ipotenusa e del cateto minore del triangolo rettangolo sapendo che il lato del pentagono e il cateto maggiore del triangolo rettangolo sono lunghi rispettivamente 26,5 cm e 48,5 cm. [56 cm; 28 cm]

13 In un triangolo isoscele ogni angolo alla base è ampio 30°. Calcola il perimetro del triangolo sapendo che la base misura 83,136 cm e l'altezza è lunga 24 cm. [179,136 cm]

14 Disegna un triangolo scaleno ABC. Sul prolungamento del lato AC, dalla parte di C, costruisci un segmento $CD = AC$ e sul prolungamento del lato BC, dalla parte di C, costruisci un segmento $CE = BC$. Per quale criterio i triangoli ABC e CDE sono congruenti?

1 Divisione di triangoli (1988, Finale italiana)

Ho davanti a me tre triangoli rettangoli non isosceli congruenti. Se taglio uno di questi secondo l'altezza (x, y) a partire dal vertice dell'angolo retto, ottengo quattro triangoli di cui due sono ancora congruenti. Posso nuovamente tagliare uno dei quattro triangoli rettangoli, sempre secondo l'altezza uscente dal vertice dell'angolo retto, e ripetere l'operazione tante volte quanto voglio su uno qualsiasi dei triangoli rettangoli. Partendo dai tre triangoli iniziali, quanti tagli saranno necessari, al minimo, per ottenere triangoli tutti differenti tra loro?



2 La riga difettosa (1999, Finale internazionale)

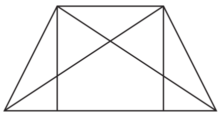
Matteo ha misurato le lunghezze dei lati del triangolo che ha disegnato. Fa la somma delle tre misure che sono tutte numeri interi in centimetri, e ottiene un perimetro di 15 cm. Eppure il professore gli fa notare che il risultato è inesatto. Matteo non ha fatto nessun errore di calcolo e ha utilizzato in modo corretto la riga effettuando tutte le misure a partire dallo zero della graduazione. Ma si rende conto che la graduazione della riga ha un piccolo difetto. Quali sono le lunghezze (esatte) dei tre lati del triangolo di Matteo? (esprimi le tre lunghezze in cm, in ordine crescente).

3 Buon compleanno (2000, Semifinale italiana)

Per i dodici anni di Jacob, i suoi genitori hanno ordinato al pasticciere dei dolci molto particolari... a forma di triangolo con il perimetro di 12 cm. Tutti i lati dei triangoli hanno una misura in cm corrispondente ad un numero intero. Quante forme diverse il pasticciere potrà realizzare?

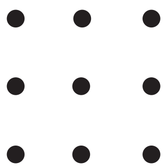
4 I triangoli (2000, Finale internazionale)

Quanti triangoli si possono contare nella figura accanto, che siano disegnati per intero o costituiti da uno, due o tre pezzi?



5 Il reticolo (2000, Giochi a squadre)

Quanti triangoli, che non abbiano alcun lato in comune, si possono tracciare utilizzando solo tre punti del seguente reticolo?



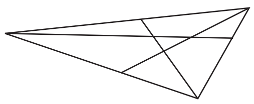
6 Il triangolo (2002, Giochi di allenamento)

I lati di un triangolo misurano 24 cm, 10 cm e 25 cm. Che di tipo di triangolo è?

a. ottusangolo; **b.** rettangolo; **c.** acutangolo.

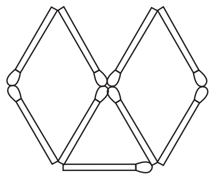
7 I triangoli (2003, Giochi di primavera)

Mara ha disegnato questa figura. Quanti triangoli si possono individuare?



8 Il passatempo di Carla (2003, Finale nazionale)

Quando non ha niente da fare, Carla gioca con i fiammiferi. Oggi ne ha disposti nove sulla sua scrivania, come nel disegno. Spostandone poi 3, riesce a formare 5 triangoli. Disegna la figura ottenuta da Carla.

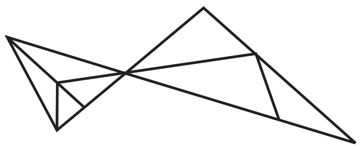


9 Triangoli (2004, Giochi di primavera)

Federico ha disegnato un triangolo scaleno e le sue tre mediane. Quanti triangoli si possono individuare nella figura?

10 I triangoli (2005, Giochi d'autunno)

Quanti triangoli riesci a vedere nella figura?



I quadrilateri

Capitolo 6
ESERCIZI

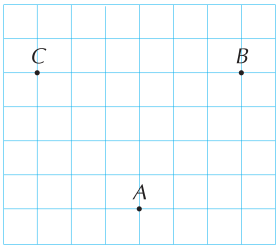
1 Le caratteristiche generali di un quadrilatero

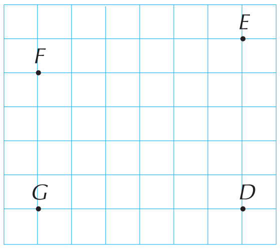
teoria pag. 86

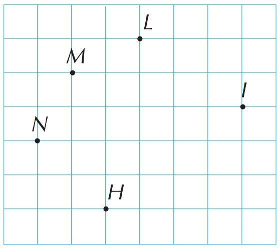
- ✗ Un **quadrilatero** ha 2 diagonali, 4 vertici, 4 angoli e 4 lati;
- ✗ il **perimetro** di un quadrilatero si indica con $\mathbf{2}\boldsymbol{p}$ ed è la somma delle misure dei suoi quattro lati;
- ✗ un **quadrilatero** ha la somma degli **angoli interni** ampia **360**°;
- ✗ un **quadrilatero** ha la somma degli **angoli esterni** ampia **360**°;
- ✗ un **quadrilatero** ha ogni lato minore della somma degli altri tre lati.

Comprensione della teoria

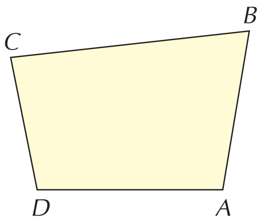
1 Unisci tra di loro, secondo l'ordine alfabetico, i punti delle seguenti parti quadrettate e indica in quale di essi si ottiene un quadrilatero.

a. 

b. 

c. 

2 Osserva il quadrilatero della figura a lato e indica:
a. quali e quanti sono i suoi lati;
b. quali e quanti sono i suoi angoli;
c. quali e quante sono le sue diagonali.



3 Disegna un quadrilatero *ABCD* e traccia la diagonale *AC*; in quanti e quali poligoni resta diviso da quest'ultima?

4 La somma degli angoli interni di un quadrilatero misura:
a. 180°; **b.** 360°; **c.** 90°; **d.** 45°.

5 La somma degli angoli esterni di un quadrilatero misura:
a. 180°; **b.** 100°; **c.** 90°; **d.** 360°.

6 In un quadrilatero la misura di ogni lato è:
a. minore della somma degli altri tre lati;
b. maggiore della somma degli altri tre lati;
c. uguale alla somma degli altri tre lati;
d. uguale alla differenza degli altri tre lati.

7 Le seguenti quaterne rappresentano le misure di quattro segmenti espresse in centimetri. Indica quali di queste quaterne possono formare i lati di un quadrilatero e spiega il motivo della tua scelta:
a. 18; 22; 15; 12; **b.** 32; 55; 40; 130; **c.** 18; 27; 45; 100.

8 Le seguenti quaterne rappresentano le misure in gradi di quattro angoli. Indica quali di queste quaterne possono rappresentare gli angoli interni di un quadrilatero e spiega il motivo della tua scelta:
a. 145°; 25°; 125°; 65°; **b.** 80°; 50°; 30°; 20°; **c.** 60°; 60°; 120°; 120°.

Applicazione

9 Le seguenti terne rappresentano le misure in centimetri di tre lati di un quadrilatero. Determina il valore massimo che può avere la misura del quarto lato.

a. 4; 8; 5; **b.** 10; 11; 12; **c.** 40; 50; 60.

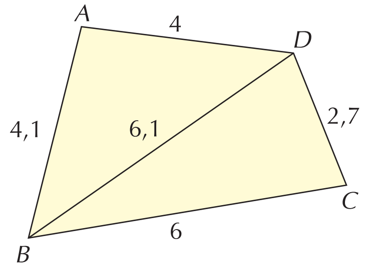
10 Disegna un quadrilatero e verifica se la somma dei segmenti che uniscono un suo punto interno con i vertici è congruente alla somma delle diagonali.

11 Disegna un quadrilatero e verifica che ogni diagonale è minore del semiperimetro.

12 Disegna un quadrilatero e verifica che non ci possono essere più di tre angoli acuti.

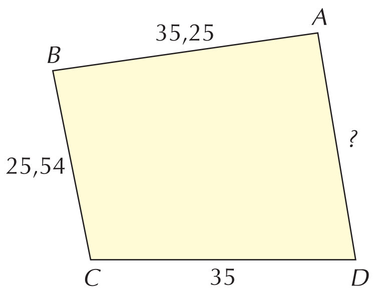
13 Disegna un quadrilatero e verifica che la somma di due angoli esterni è congruente alla somma di due angoli interni non adiacenti ad essi.

14 Date le misure in cm dei lati e della diagonale del quadrilatero a lato, calcola i perimetri dei due triangoli *ABD* e *BCD* e del quadrilatero.



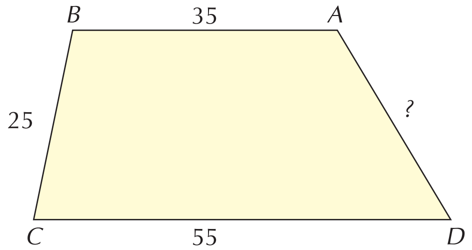
15 Calcola, in ognuno dei seguenti quadrilateri, la misura del lato *AD* (le misure sono espresse in m).

a.



$2p = 126{,}01$

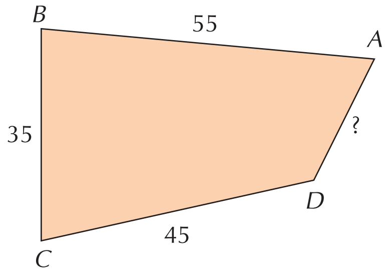
b.



$2p = 158$

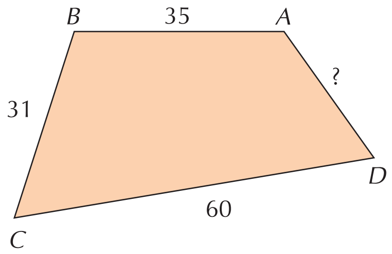
16 Dato il perimetro e le misure dei lati dei seguenti quadrilateri, calcola, per ognuno di essi, la lunghezza del lato mancante (le misure sono espresse in mm).

a.



$2p = 157$

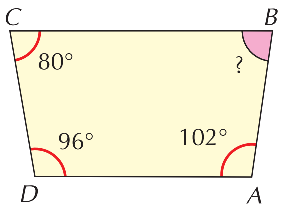
b.



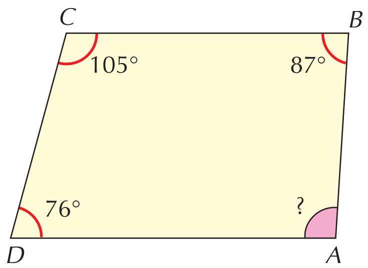
$2p = 151$

Date le misure degli angoli dei seguenti quadrilateri, calcola l'ampiezza dell'angolo incognito.

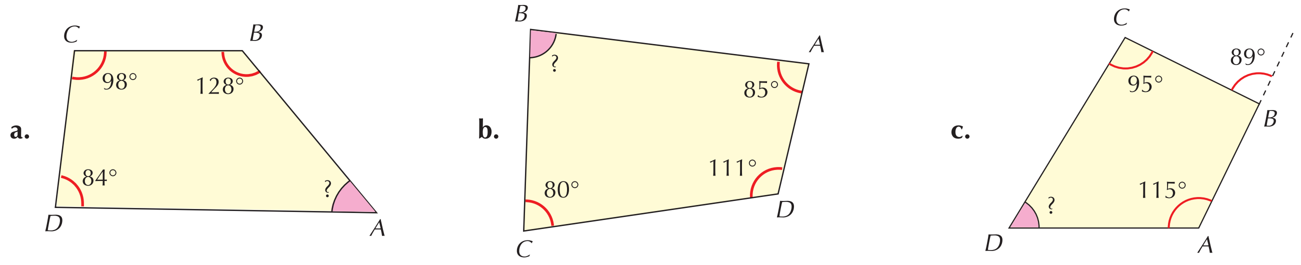
17 **a.**



b.



18 a. b. c.



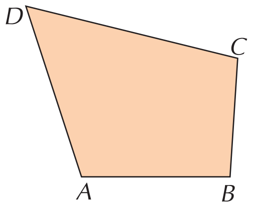
19 Due lati di un quadrilatero misurano rispettivamente 32 cm e 45 cm; calcola il suo perimetro sapendo che gli altri due lati sono congruenti e che la misura di ognuno di questi è la quinta parte di quella del lato maggiore. [95 cm]

20 Calcola il perimetro del quadrilatero $ABCD$ in cui si sa che:
$\overline{AB} = 50$ cm; $\overline{BC} = AB - 6$ cm; $\overline{CD} = 2 \cdot \overline{BC} - 10$ cm; $\overline{DA} = 2 \cdot \overline{CD} - 20$ cm. [308 cm]

21 Un quadrilatero ha due lati congruenti e il suo perimetro è 190 m; calcola le misure dei lati sapendo che la somma delle misure dei lati disuguali è 110 m e che uno di questi è il quadruplo dell'altro. [40 m; 40 m; 22 m; 88 m]

22 La somma e la differenza delle misure di due lati di un quadrilatero sono rispettivamente 73 cm e 11 cm. Sapendo che gli altri due lati sono rispettivamente la metà e un terzo del lato maggiore, calcola il perimetro del quadrilatero. [108 cm]

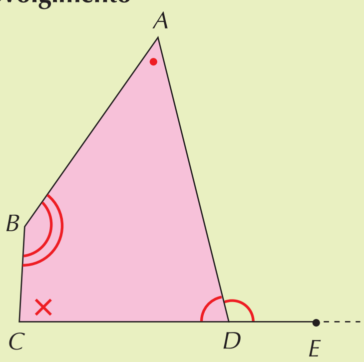
23 Nel quadrilatero $ABCD$ della figura a lato si sa che:
$\overline{CD} - \overline{AB} = 5$ cm;
$\overline{AB} + \overline{CD} = 25$ cm;
$AD = \frac{6}{5} \cdot AB$; $BC = \frac{2}{3} \cdot AD$
Calcola il perimetro del quadrilatero. [45 cm]



24 Esercizio guida

Date le misure degli angoli del seguente quadrilatero (vedi tabella dati), calcola le ampiezze dell'angolo interno $\widehat{ADC}$ e del suo corrispondente angolo esterno $\widehat{ADE}$.

Svolgimento



Dati	Incognite
$\widehat{DAB} = 48°\ 33'$	$\widehat{ADC}$
$\widehat{ABC} = 2 \cdot \widehat{ADC}$	$\widehat{ADE}$
$\widehat{BCD} = 88°\ 30'$	

$\widehat{ABC} + \widehat{ADC} = 360° - \left(\widehat{DAB} + \widehat{BCD}\right) = 360° - (48°\ 33' + 88°\ 30') =$ ....

Dai dati sappiamo che l'angolo $\widehat{ABC}$ è il doppio dell'angolo $\widehat{ADC}$ pertanto avendo la misura della somma di tali angoli dobbiamo considerare che tale valore corrisponde a tre parti.

$\widehat{ADC} = (222°\ 57') : 3 =$ .... e dunque $\widehat{ABC} = \widehat{ADC} \cdot 2 =$ ..... $\cdot\ 2 = 148°\ 38'$.

$\widehat{ADE} = 180° - \widehat{ADC} = 179°\ 60' - 74°\ 19' = 105°\ 41'$.

25 Due angoli di un quadrilatero misurano rispettivamente 50° e 70°. Calcola le misure degli altri due angoli sapendo che sono uno il doppio dell'altro. [80°; 160°]

26 Due angoli di un quadrilatero misurano rispettivamente 130° e 40°. Calcola le misure degli altri due angoli sapendo che sono uno il quadruplo dell'altro. [38°; 152°]

27 Un angolo di un quadrilatero è 120°. Sapendo che la somma e la differenza delle misure di due altri suoi angoli sono rispettivamente 75° e 15°, calcola le ampiezze degli altri tre angoli. [30°; 45°; 165°]

28 Un quadrilatero ha due angoli congruenti. Sapendo che la somma e la differenza degli altri due angoli sono rispettivamente 176° e 24°, calcola le ampiezze di tutti gli angoli. [92°; 92°; 76°; 100°]

29 Un quadrilatero ha due angoli congruenti. Sapendo che la somma e la differenza delle misure degli altri due angoli sono rispettivamente 178° e 12°, calcola le ampiezze di tutti gli angoli. [91°; 91°; 83°; 95°]

30 Un quadrilatero ha due angoli che sono uno il doppio dell'altro, aumentato di 17°. Sapendo che la somma e la differenza delle misure degli altri due angoli sono rispettivamente 175° e 45°, calcola le ampiezze di tutti gli angoli. [56°; 129°; 110°; 65°]

31 Due angoli opposti di un quadrilatero sono uno la terza parte dell'altro e la loro differenza misura 70°. Sapendo che un suo angolo esterno non adiacente ad alcuno dei primi due angoli misura 92°, calcola le misure degli angoli interni del quadrilatero. [35°; 105°; 88°; 132°]

32 In un quadrilatero la somma e la differenza delle misure di due angoli opposti sono rispettivamente 187° e 17°. Sapendo che un angolo esterno, non adiacente ad alcuno dei due angoli opposti, misura 71°, calcola le misure degli angoli interni del quadrilatero. [85°; 102°; 109°; 64°]

33 In un quadrilatero due angoli sono congruenti e supplementari e gli altri due sono uno il quadruplo dell'altro. Calcola l'ampiezza di tutti gli angoli del quadrilatero. [90°; 90°; 36°; 144°]

34 Gli angoli di un quadrilatero sono tali che:
a. due angoli interni sono congruenti e misurano ciascuno 65°;
b. un terzo angolo esterno supera l'ampiezza di ciascuno degli angoli interni del punto **a.** di 32°.
Calcola l'ampiezza dei due angoli interni. [83°; 147°]

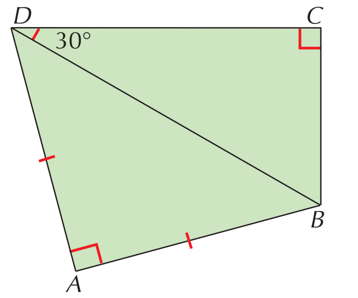
35 Gli angoli di un quadrilatero sono tali che:
a. due angoli esterni sono congruenti e misurano ciascuno 80°;
b. un terzo angolo esterno supera l'ampiezza di ciascuno degli angoli interni del punto **a.** di 25°.
Calcola l'ampiezza di ciascun angolo interno del quadrilatero. [100°; 100°; 75°; 85°]

36 Il quadrilatero *ABCD* della figura a lato è costituito dal triangolo rettangolo *BCD* e dal triangolo rettangolo isoscele *ABD*. Sapendo che:

$\overline{AB} = 84{,}85$ cm; $\overline{BC} = 60$ cm;

$C\widehat{D}B = 30°$; $\overline{DC} = \overline{AB} + 19{,}07$ cm;

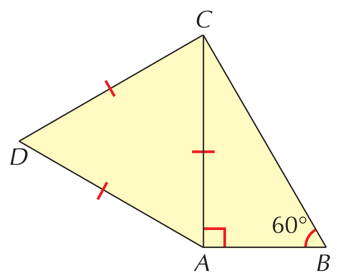
calcola il perimetro e l'ampiezza degli angoli del quadrilatero. [333,62 cm; 90°; 105°; 90°; 75°]



37 Il quadrilatero *ABCD* della figura a lato è costituito dal triangolo equilatero *ACD* e dal triangolo rettangolo *ABC*. Sapendo che:

$A\widehat{B}C = 60°$; $\overline{BC} = 80$ cm; $\overline{AC} = 69{,}28$ cm;

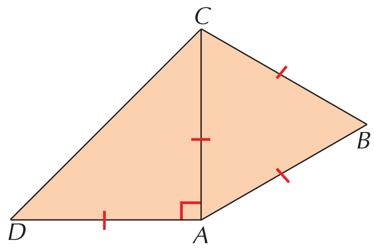
calcola il perimetro e l'ampiezza degli angoli del quadrilatero. [258,56 cm; 150°; 60°; 90°; 60°]



38 Il quadrilatero *ABCD* della figura a lato è costituito dal triangolo equilatero *ABC* e dal triangolo rettangolo isoscele *ACD*. Sapendo che:

$\overline{DC} = 84{,}85$ dm; $\overline{AD} = 60$ dm;

calcola il perimetro e l'ampiezza degli angoli del quadrilatero. [264,85 dm; 150°; 60°; 105°; 45°]



39 Considera il quadrilatero $ABCD$ in cui:

$2p = 70$ cm; $DC = 2 \cdot AD$; $\overline{AB} + \overline{BC} = 40$ cm; $\overline{AB} - \overline{BC} = 10$ cm;

$\widehat{C} = 2 \cdot \widehat{B}$; $\widehat{A} = 95°$; $\widehat{D} = \widehat{A} + 20°$.

Calcola la misura dei lati e le ampiezze degli angoli del quadrilatero.

$[\overline{AB} = 25$ cm; $\overline{BC} = 15$ cm; $\overline{CD} = 20$ cm; $\overline{AD} = 10$ cm; $\widehat{B} = 50°$; $\widehat{C} = 100°$; $\widehat{D} = 115°]$

2 Il trapezio

teoria pag. 87

- ✗ Un **trapezio** ha due lati opposti paralleli e gli angoli adiacenti ad uno stesso lato obliquo supplementari;
- ✗ un **trapezio rettangolo** ha un lato obliquo perpendicolare alle due basi;
- ✗ un **trapezio isoscele** ha i due lati obliqui, le proiezioni dei lati obliqui sulla base maggiore, le diagonali e gli angoli adiacenti ad ogni base congruenti;
- ✗ un **trapezio scaleno** ha i lati obliqui disuguali.

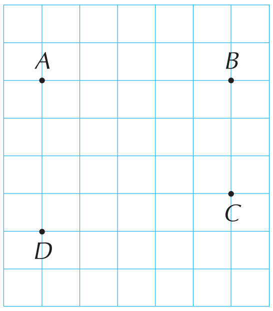
Comprensione della teoria

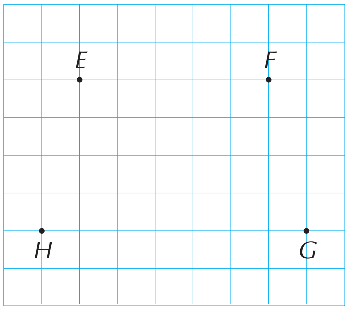
40 Il trapezio è un quadrilatero avente:
a. i lati a due a due paralleli; **b.** i lati opposti paralleli;
c. i lati opposti congruenti e paralleli; **d.** due lati opposti paralleli.

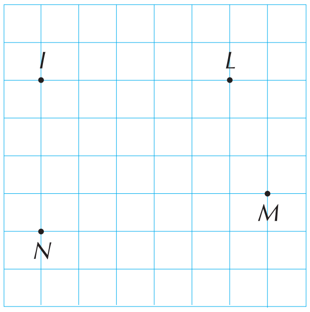
41 Un trapezio avente un lato obliquo perpendicolare alle due basi si chiama:
a. trapezio scaleno; **b.** trapezio isoscele;
c. trapezio rettangolo; **d.** nessuno dei precedenti.

42 In ogni trapezio gli angoli adiacenti ad uno stesso lato obliquo sono:
a. complementari; **b.** supplementari; **c.** congruenti.

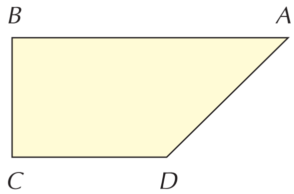
43 Unisci tra di loro secondo l'ordine alfabetico i seguenti punti e indica quali dei quadrilateri ottenuti sono trapezi.

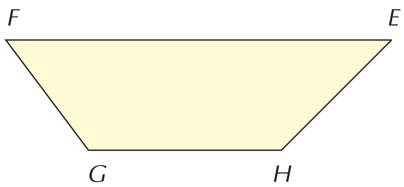
a.


b.


c.


44 Indica nei seguenti trapezi quali sono i lati e gli angoli opposti.

a.


b.


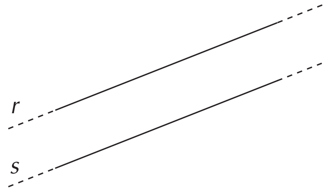
45 Utilizzando i trapezi dell'esercizio precedente rispondi alle seguenti domande:

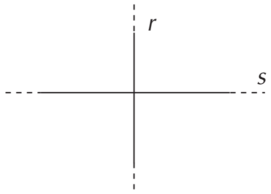
a. nel trapezio $ABCD$ l'angolo $\widehat{A}$ e l'angolo $\widehat{D}$ sono ....

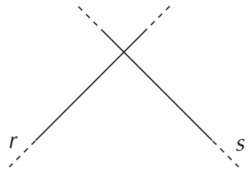
b. nel trapezio $EFGH$ l'angolo $\widehat{F}$ e l'angolo $\widehat{G}$ sono ....

Applicazione

46 Utilizzando le seguenti coppie di rette disegna un trapezio e spiega perchè le figure ottenute sono trapezi.

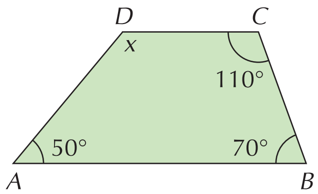
a. 

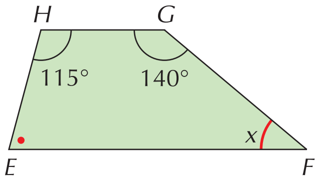
b. 

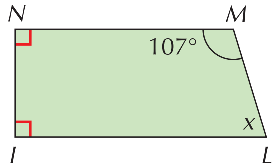
c. 

47 Disegna un trapezio rettangolo, uno isoscele e uno scaleno.

48 Stabilisci l'ampiezza degli angoli incogniti dei trapezi delle figure seguenti:

a. 

b. 

c. 

49 In un trapezio rettangolo l'altezza, il lato obliquo, la sua proiezione sulla base maggiore e la base minore misurano rispettivamente 8 dm, 10 dm, 6 dm e 12 dm. Calcola il perimetro del trapezio. [48 dm]

50 In un trapezio isoscele il lato obliquo, la sua proiezione sulla base maggiore e la base minore misurano rispettivamente 5 m, 3 m, e 10 m. Calcola il perimetro del trapezio. [36 m]

51 In un trapezio isoscele gli angoli adiacenti alla base maggiore misurano ciascuno 50°. Disegna il trapezio con l'aiuto di un goniometro e calcola la misura di ciascuno degli altri due angoli. [130°]

52 Considera un trapezio isoscele *ABCD* di base maggiore *BC*; se l'angolo $\widehat{B}$ misura 50°, quanto misura l'ampiezza degli angoli di vertice *A* e *C*? [130°; 50°]

53 Disegna un trapezio isoscele con le misure degli angoli adiacenti alla base maggiore di 40°. Quanto misurano gli angoli adiacenti alla base minore? [140°]

54 Considera un trapezio isoscele *ABCD* avente la base maggiore *BC* e la base minore *AD* che misurano rispettivamente 20 cm e 15 cm; calcola la misura della proiezione del lato obliquo sulla base maggiore. [2,5 cm]

55 In un trapezio scaleno gli angoli adiacenti alla base maggiore misurano rispettivamente 70° e 50°. Calcola le misure degli altri due angoli. [110°; 130°]

56 In un trapezio rettangolo l'angolo acuto adiacente alla base maggiore misura 65°. Disegna il trapezio con l'aiuto di un goniometro e calcola le misure degli altri angoli. [115°; 90°; 90°]

57 In un trapezio isoscele un angolo adiacente alla base maggiore misura 62° 15′. Calcola le misure degli altri angoli. [117° 45′; .....]

58 In un trapezio rettangolo la misura dell'angolo adiacente alla base minore è 102° 27′. Calcola le misure degli altri angoli. [90°; 90°; 77° 33′]

59 In un trapezio scaleno i due lati obliqui misurano rispettivamente 15 cm e 18 cm. Calcola il perimetro del trapezio sapendo che la base maggiore è il doppio del lato obliquo minore e la base minore è la metà del lato obliquo maggiore. [72 cm]

• **60** Disegna un trapezio e verifica che la somma delle basi è minore della somma delle diagonali ed è maggiore della loro differenza.

• **61** In un trapezio la differenza delle misure delle basi è 25 m, i lati obliqui misurano rispettivamente 38 m e 44 m e il perimetro è 207 m. Calcola le misure delle due basi. [50 m; 75 m]

• **62** Il perimetro di un trapezio rettangolo è 186 cm e la misura dell'altezza 48 cm. Calcola la misura della base minore sapendo che quella del lato obliquo è 60 cm e che la misura della sua proiezione sulla base maggiore è 36 cm. [21 cm]

● **63** In un trapezio rettangolo i lati non paralleli misurano rispettivamente 24 cm e 40 cm; la base minore è la terza parte della base maggiore e la differenza delle loro misure è 32 cm. Calcola il perimetro del trapezio. [128 cm]

● **64** In un trapezio isoscele la base minore è metà della base maggiore e il lato obliquo è lungo 5 cm. Calcola le misure delle due basi sapendo che il perimetro è 34 cm. [8 cm; 16 cm]

● **65** In un trapezio rettangolo la differenza delle misure delle basi è 39 dm, il lato obliquo e l'altezza misurano rispettivamente 41 dm e 12,64 dm. Sapendo che il perimetro è 148,64 dm, calcola le misure delle due basi. [28 dm; 67 dm]

● **66** Le misure delle basi di un trapezio isoscele sono una il doppio dell'altra. Sapendo che il perimetro è 79 cm e che il lato obliquo misura 17 cm, calcola le misure delle proiezioni dei lati obliqui sulla base maggiore. [7,5 cm]

● **67** Il perimetro di un trapezio isoscele è 84 m e il lato obliquo misura 18 m. Sapendo che le due basi sono una il triplo dell'altra, calcola le loro misure. [12 m; 36 m]

● **68** In un trapezio la base maggiore è il doppio della minore e la loro somma misura 105 cm. Sapendo che un lato obliquo misura 43 cm e che il perimetro è 198 cm, calcola la misura delle due basi e dell'altro lato obliquo. [35 cm; 70 cm; 50 cm]

● **69** In un trapezio rettangolo, che ha il perimetro di 152 cm, la somma e la differenza delle misure dell'altezza e del lato obliquo sono rispettivamente 54 cm e 6 cm. Sapendo che la misura della base minore supera di 10 cm quella del lato obliquo, calcola le misure della base maggiore e della proiezione del lato obliquo su quest'ultima. [58 cm; 18 cm]

● **70** La somma e la differenza delle misure delle basi di un trapezio isoscele sono rispettivamente 84 dm e 56 dm. Sapendo che la misura della proiezione del lato obliquo sulla base maggiore è inferiore di 7 dm rispetto a quella dello stesso lato obliquo, calcola il perimetro del trapezio. [154 dm]

● **71** In un trapezio scaleno la somma delle misure degli angoli adiacenti alla base maggiore è 120° e la loro differenza è ampia 20°. Calcola le misure degli angoli del trapezio. [50°; 70°; 110°; 130°]

● **72** In un trapezio rettangolo le misure degli angoli disuguali sono una il triplo dell'altra. Calcola le misure di questi due angoli. [45°; 135°]

● **73** In un trapezio rettangolo gli angoli adiacenti al lato obliquo sono uno il doppio dell'altro. Calcola le misure degli angoli del trapezio. [60°; .....]

●● **74** Disegna un trapezio rettangolo *ABCD* con $\widehat{A}$ e $\widehat{D}$ angoli retti. Se la base maggiore *DC* è congruente al lato obliquo *BC* ed è il doppio della base minore *AB*, che tipo di triangolo è *BDC*?

●● **75** In un trapezio isoscele la proiezione del lato obliquo sulla base maggiore misura 5 cm ed il lato obliquo è $\frac{5}{4}$ di quest'ultima. Sapendo che il perimetro del trapezio è 102,5 cm, calcola le misure delle basi. [40 cm; 50 cm]

●● **76** In un trapezio isoscele la differenza delle misure delle basi è 18 dm ed una di esse è $\frac{7}{2}$ dell'altra. Sapendo che il lato obliquo supera di 6 dm la misura della sua proiezione sulla base maggiore, calcola le misure dei lati del trapezio. [15 dm; 7,2 dm; 25,2 dm]

●● **77** In un trapezio rettangolo il lato obliquo è il doppio della sua proiezione sulla base maggiore. Calcola le misure degli angoli interni del trapezio. [60°; ....]

●● **78** In un trapezio un lato obliquo è $\frac{4}{7}$ della base minore e la somma delle loro misure è 33 m. Calcola il perimetro del trapezio sapendo che le due basi sono una il doppio dell'altra e che l'altro lato obliquo è $\frac{2}{3}$ base maggiore. [103 m]

●● **79** Congiungendo il punto medio *M* della base maggiore *DA* di un trapezio *ABCD* con gli estremi della base minore *CB* otteniamo tre triangoli equilateri congruenti. Calcola la misura degli angoli del trapezio e indica di che tipo è il trapezio. [60°; 120°; .....; isoscele]

3 Il parallelogramma

teoria pag. 89

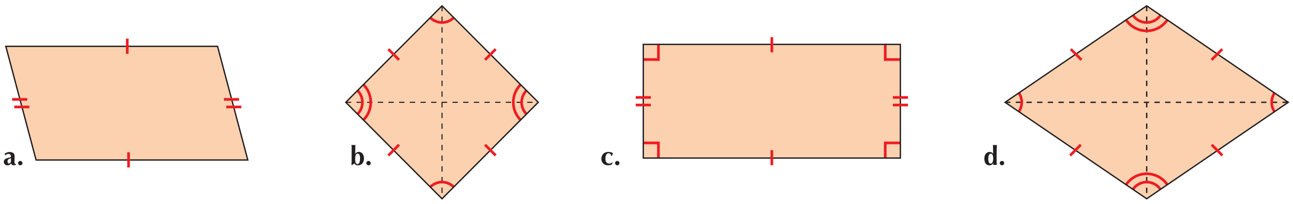
- ✗ Un **parallelogramma** ha i lati opposti congruenti e paralleli, gli angoli opposti congruenti, gli angoli consecutivi supplementari e le diagonali che si dimezzano scambievolmente;
- ✗ un **rettangolo** è un parallelogramma che ha quattro angoli retti e le diagonali congruenti;
- ✗ un **rombo** è un parallelogramma che ha quattro lati congruenti, le diagonali fra loro perpendicolari e bisettrici dei rispettivi angoli;
- ✗ un **quadrato** è un parallelogramma che ha tutti i lati congruenti, quattro angoli retti, le diagonali congruenti e perpendicolari.

Comprensione della teoria

80 Il parallelogramma è un quadrilatero avente:
a. i lati opposti paralleli; **b.** tutti i lati congruenti;
c. quattro angoli congruenti; **d.** quattro lati e quattro angoli congruenti.

81 In un parallelogramma le diagonali:
a. sono congruenti; **b.** sono perpendicolari;
c. si dimezzano scambievolmente; **d.** sono congruenti e perpendicolari.

82 Come si chiamano le seguenti figure geometriche?



83 Il rettangolo è un parallelogramma avente:
a. quattro angoli retti; **b.** quattro lati congruenti;
c. le diagonali non congruenti; **d.** le diagonali perpendicolari.

84 Il rombo è un parallelogramma avente:
a. quattro angoli congruenti; **b.** le diagonali congruenti;
c. quattro angoli retti; **d.** le diagonali perpendicolari.

85 Il quadrato è un parallelogramma avente:
a. i lati congruenti e i quattro angoli retti;
b. i lati congruenti e gli angoli congruenti a due a due;
c. le diagonali non congruenti e perpendicolari;
d. le diagonali congruenti ma non perpendicolari.

86 Un quadrato, un rombo ed un triangolo equilatero sono isoperimetrici. Quale delle tre figure ha il lato maggiore?

87 Indica quali sono le proprietà in comune tra un rombo e un parallelogramma:
a. angoli congruenti SI NO
b. angoli retti SI NO
c. angoli opposti congruenti SI NO
d. lati opposti paralleli. SI NO

88 Indica quali sono le proprietà in comune tra un rombo e un quadrato:
a. diagonali congruenti SI NO
b. diagonali perpendicolari SI NO
c. lati congruenti SI NO
d. angoli retti. SI NO

89 Indica quali sono le proprietà in comune tra trapezio e quadrato:

a. angoli retti SI NO

b. lati opposti congruenti SI NO

c. almeno due lati paralleli SI NO

d. diagonali perpendicolari. SI NO

Applicazione

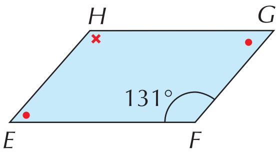
90 Dopo aver disegnato un parallelogrammo indica:

a. le due altezze; **b.** le diagonali; **c.** i lati opposti; **d.** gli angoli opposti.

91 Stabilisci l'ampiezza degli angoli incogniti dei seguenti parallelogrammi:

a.

b.

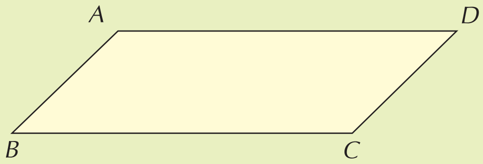


c.

92 **Esercizio guida**

Calcola la misura dei lati ed il perimetro di un parallelogrammo sapendo che due lati consecutivi sono uno il doppio dell'altro e che la loro somma misura 60 cm.

Svolgimento



Dati	Incognite
$BC = 2 \cdot AB$	$\overline{AB}$, $\overline{BC}$
$\overline{BC} + \overline{AB} = 60$ cm	$2p_{(ABCD)}$

Per determinare un segmento unitario (corrispondente al lato *AB*) dobbiamo dividere per tre la misura della somma dei segmenti:

$\overline{AB} = (60 : 3)$ cm $= 20$ cm e dunque $\overline{BC} = (20 \cdot 2)$ cm $= 40$ cm.

Possiamo quindi calcolare $2p = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA} = (20 + 40 + 20 + 40)$ cm $= 120$ cm.

93 Calcola il perimetro di un parallelogrammo sapendo che i due lati consecutivi misurano rispettivamente 45 cm e 56 cm. [202 cm]

94 Calcola il perimetro di un parallelogrammo avente due lati consecutivi che misurano rispettivamente 29 cm e 41 cm. [140 cm]

95 Un parallelogrammo ha il perimetro di 110 dm e un lato che misura 31,25 dm. Calcola la misura dell'altro lato. [23,75 dm]

96 Il perimetro di un parallelogrammo è 125 cm; calcola la misura dei lati sapendo che la somma dei due lati maggiori è 80 cm. [40 cm; 22,5 cm]

97 L'angolo acuto di un parallelogrammo è ampio 32°. Calcola le misure degli altri angoli. [148°; 32°; 148°]

98 In un parallelogrammo uno degli angoli è ampio 34°; calcola l'ampiezza degli altri angoli. [34°; 146°; 146°]

99 Disegna un parallelogrammo *ABCD*; se l'angolo $\widehat{A}$ misura 50°, quanto misurano gli altri angoli? [130°; 50°; 130°]

100 Disegna un parallelogrammo *ABCD*; se i lati consecutivi *AB* e *BC* misurano rispettivamente 10 cm e 8 cm, quanto è il perimetro? [36 cm]

101 Un angolo esterno di un parallelogrammo misura 110° 30′. Calcola le ampiezze di due angoli interni consecutivi del parallelogrammo. [69° 30′; 110° 30′]

102 Un angolo esterno di un parallelogrammo misura 68° 15′ 10″. Calcola le misure degli angoli interni del parallelogrammo. [.....; 111° 44′ 50″; .....]

103 La differenza di due lati consecutivi di un parallelogrammo è 45 dm. Sapendo che il perimetro è 360 dm, calcola le misure dei due lati. [67,5 dm; 112,5 dm]

104 La somma e la differenza delle misure di due lati consecutivi di un parallelogrammo sono rispettivamente 45 cm e 20,26 cm. Calcola il perimetro. [90 cm]

105 Calcola il perimetro di un parallelogrammo sapendo che un lato misura 15 cm ed il suo consecutivo è il suo triplo diminuito di 5 cm. [110 cm]

106 Il perimetro di un parallelogrammo è 70 dm. Calcola la misura dei suoi lati sapendo che il primo supera di 7 dm la misura del secondo. [14 dm; 21 dm]

107 Il perimetro di un parallelogrammo è 15,4 cm e la differenza fra due lati consecutivi misura 1,1 cm. Calcola la misura dei due lati. [3,3 cm; 4,4 cm]

108 In un parallelogrammo un lato supera di 5 cm il doppio del suo consecutivo. Sapendo che il suo perimetro è 121 cm, calcola le misure dei lati. [18,5 cm; 42 cm]

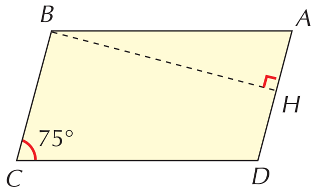
109 Calcola l'ampiezza degli angoli di un parallelogrammo sapendo che l'ampiezza di un angolo supera quella dell'angolo adiacente di 6°. [87°; 93°]

110 In un parallelogrammo la differenza delle misure degli angoli adiacenti ad uno stesso lato è 66°. Calcola le misure degli angoli. [57°; 123°]

111 Calcola l'ampiezza degli angoli di un parallelogrammo sapendo che la differenza tra due angoli adiacenti ad uno stesso lato misura 60°. [60°; 120°]

112 In un parallelogrammo gli angoli adiacenti ad uno stesso lato sono uno il triplo dell'altro. Calcola la misura di ciascun angolo. [45°; 135°]

113 Il parallelogrammo *ABCD* della figura a lato è diviso dall'altezza *BH* relativa al lato *AD* nel triangolo *AHB* e nel trapezio *BCDH*. Sapendo che l'angolo $\widehat{C}$ misura 75°, calcola le misure degli altri angoli del triangolo *AHB* e del trapezio *BCDH*. [75°; 15°; 90°; .....]



114 Un parallelogrammo *ABCD* è diviso dall'altezza *AH* in un triangolo rettangolo *AHD* e in un trapezio rettangolo *ABCH*. Sapendo che l'angolo $\widehat{BCD}$ misura 120° 35′, calcola le ampiezze degli angoli del triangolo rettangolo e del trapezio rettangolo. [30° 35′; 59° 25′; .....]

115 Dal vertice *A* del parallelogrammo *ABCD* traccia la perpendicolare al prolungamento del lato *CD* e costruisci il triangolo *AHD*. Sapendo che l'angolo $\widehat{ADC}$ misura 108°, calcola le misure degli altri angoli del parallelogrammo *ABCD* e del triangolo *ADH*. [72°; .....; 18°; .....]

116 I lati di un parallelogrammo formano un angolo di 60° e sono uno il triplo dell'altro. Sapendo che la proiezione del minore dei due lati sull'altro misura 10 dm, calcola il suo perimetro. [160 dm]

117 I due lati consecutivi di un parallelogrammo sono uno il triplo dell'altro. Sapendo che il perimetro del parallelogrammo è 96 cm, calcola il perimetro di un triangolo isoscele avente il lato obliquo e la base congruenti rispettivamente al lato maggiore e minore del parallelogrammo. [84 cm]

118 La differenza di due lati consecutivi di un parallelogrammo è 8 cm e il perimetro è 164 cm. Calcola il perimetro di un triangolo equilatero avente il lato congruente al doppio del lato minore del parallelogrammo. [222 cm]

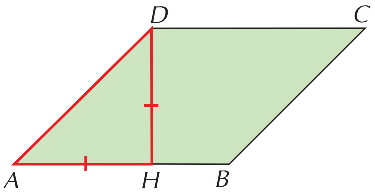
119 Un angolo esterno di un parallelogrammo è $\frac{5}{3}$ dell'angolo interno ad esso adiacente. Calcola le ampiezze di ciascuno dei quattro angoli del parallelogrammo. [67° 30′; 112° 30′; .....]

120 In un parallelogrammo un lato è $\frac{32}{15}$ dell'altro. Da uno dei suoi vertici traccia l'altezza relativa al lato opposto maggiore. Quest'ultima, che misura 31,5 cm, divide il lato opposto in due parti tali che una è $\frac{5}{3}$ dell'altra e tali che la differenza delle loro misure è di 28 cm. Verifica se la somma dei perimetri del triangolo e del trapezio, formati dall'altezza, è uguale a quella del parallelogrammo. Se no, di quanto differiscono? [no; 63 cm]

●● **121** Il parallelogrammo $ABCD$ della figura a lato è diviso dall'altezza DH relativa al lato AB nel triangolo rettangolo isoscele AHD e nel trapezio rettangolo $HBCD$. Sapendo che:

$\overline{DC} = 24$ cm; $\overline{DH} = 16$ cm; $\overline{AD} = 22{,}62$ cm;

calcola il perimetro del parallelogrammo e le ampiezze degli angoli del triangolo AHD, del trapezio $HBCD$ e del parallelogrammo $ABCD$. [93,24 cm; 45°; 135°; .....]



Il rettangolo

122 Dopo aver disegnato un rettangolo indica la base, l'altezza e le diagonali.

123 Disegna un triangolo isoscele ABC di base AB; sui prolungamenti dei lati obliqui dalla parte di C stacca due punti D ed E tali che $CD = AC$ e $CE = BC$. Utilizzando il righello verifica che il quadrilatero $ABDE$ è un rettangolo.

124 Calcola il perimetro di un rettangolo sapendo che la base misura 25 cm e l'altezza è 12 cm. [74 cm]

125 Calcola il perimetro di un rettangolo sapendo che la base e l'altezza misurano rispettivamente 6,5 m e 8,7 m. [30,4 m]

126 Calcola il perimetro di un rettangolo sapendo che l'altezza è lunga 18 cm e la base è il doppio dell'altezza. [108 cm]

127 Il perimetro di un rettangolo è 120 cm; calcola la misura della base sapendo che l'altezza è lunga 25 cm. [35 cm]

128 Se il perimetro di un rettangolo è 84 cm e la base misura 24 cm, quanto misura l'altezza? [18 cm]

129 Se le dimensioni di un rettangolo sono una il doppio dell'altra e il perimetro è 138 cm, quanto misurano la base e l'altezza? [23 cm; 46 cm]

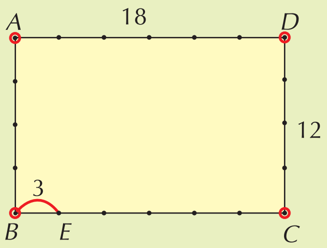
130 Le dimensioni di un rettangolo sono una la terza parte dell'altra; sapendo che la misura della dimensione maggiore è 69 m, calcola il perimetro. [184 m]

131 Quanti metri di rete metallica occorrono per recintare un appezzamento di terreno rettangolare, avente le misure delle dimensioni di 36 m e 19,5 m? [111 m]

132 **Esercizio guida**

Un contadino vuole recintare un campo rettangolare avente le dimensioni rispettivamente di 12 m e 18 m, piantando un paletto di sostegno per la staccionata ogni 3 m. Quanti paletti gli occorrono?

Svolgimento



Dati	Incognita
$\overline{AB} = 12$ m $\overline{BC} = 18$ m $\overline{BE} = 3$ m	n° paletti

La soluzione è data dalla misura del perimetro divisa per la distanza tra i paletti.

$2p = [(12 + 18) \cdot 2]$ m $= (30 \cdot 2)$ m $= 60$ m.

Numero dei paletti $= 60 : 3 = 20$ paletti.

● **133** Quanti paletti di sostegno servono per sostenere un nastro colorato, delimitante il percorso rettangolare di una corsa campestre, sapendo che i paletti sono distanti 3 m uno dell'altro e che le misure delle dimensioni del percorso sono rispettivamente 120 m e 900 m? [680 paletti]

●**134** Il perimetro di un rettangolo è 137,8 cm. Sapendo che la differenza delle misure delle dimensioni è 36,5 cm, calcola le loro misure. [16,2 cm; 52,7 cm]

●**135** La somma e la differenza delle misure delle dimensioni di un rettangolo sono rispettivamente 45 cm e 27 cm. Calcola la lunghezza dei lati del rettangolo. [9 cm; 36 cm]

●**136** Le misure delle dimensioni di un rettangolo sono una il doppio dell'altra; sapendo che il perimetro è 24 cm, calcola le misure delle due dimensioni. [4 cm; 8 cm]

●**137** Il perimetro di un rettangolo è 480 m e la base è il doppio dell'altezza meno 48 m. Calcola le misure delle dimensioni del rettangolo. [96 m; 144 m]

●**138** La misura di una dimensione di un rettangolo supera l'altra di 20 cm e il perimetro è 320 cm. Calcola le misure delle dimensioni. [70 cm; 90 cm]

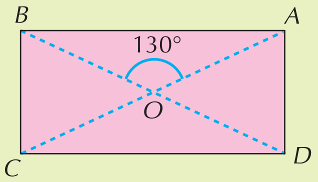
●**139** La somma e la differenza delle misure delle dimensioni di un rettangolo sono rispettivamente 77 cm e 35 cm; calcola le misure delle due dimensioni. [21 cm; 56 cm]

●**140** Per delimitare le tribune di calcio di uno stadio vengono utilizzati 130 pannelli di vetro plexiglass ognuno dei quali misura 4 m di lunghezza. Calcola le misure delle dimensioni del campo di calcio sapendo che la loro differenza è 20 m. [120 m; 140 m]

141 **Esercizio guida**

Le diagonali di un rettangolo formano, intersecandosi, un angolo ottuso di 130°. Calcola le ampiezze degli angoli dei quattro triangoli formati dall'intersezione delle due diagonali.

Svolgimento



Dato	Incognite
$A\widehat{O}B = 130°$	$O\widehat{A}B$, $O\widehat{B}A$ $O\widehat{A}D$, $O\widehat{D}A$, $A\widehat{O}D$

Sappiamo che le diagonali di un rettangolo sono congruenti e, intersecandosi, si dividono scambievolmente a metà; quindi i triangoli in discussione sono tutti triangoli isosceli a due a due congruenti..

$O\widehat{A}B = O\widehat{B}A = (180° - 130°) : 2 =$ .... allora $O\widehat{A}D = O\widehat{D}A =$ .... $= 65°$.

e infine $A\widehat{O}D =$ .... $= 180° - 130° = 50°$.

142 Le diagonali di un rettangolo intersecandosi formano un angolo acuto di 70°. Calcola le ampiezze degli angoli dei triangoli formati dall'intersezione delle due diagonali. [70°; 55°; 55°; 110°; 35°; 35°]

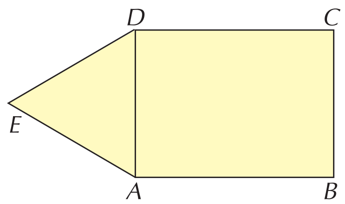
143 Le diagonali di un rettangolo intersecandosi formano un angolo acuto di 30°. Calcola le misure degli angoli dei triangoli formati dall'intersezione delle due diagonali. [30°; 75°; 75°; 150°; 15°; 15°]

144 Disegna un rettangolo e traccia una sua diagonale. Sapendo che quest'ultima forma con la base un angolo di 38°, calcola le misure degli angoli dei due triangoli in cui la diagonale divide il rettangolo. [.....; 90°]

145 Uno dei quattro angoli che si formano dall'intersezione delle due diagonali di un rettangolo è ampio 80°. Calcola la misura degli angoli dei quattro triangoli in cui il rettangolo è diviso dalle diagonali. [50°; .....; .....; 100°; .....; .....]

●**146** Il perimetro di un rettangolo è 80 dm. Calcola la misura delle due dimensioni, sapendo che una è $\frac{3}{2}$ dell'altra. [24 dm; 16 dm]

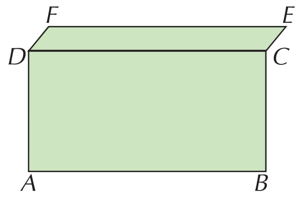
●**147** Il poligono *ABCDE* della figura a lato è costituito dal rettangolo *ABCD* e dal triangolo equilatero *ADE*. Sapendo che il perimetro del rettangolo è 54 dm e che il lato *AB* misura 16 dm, calcola il perimetro e l'ampiezza degli angoli del poligono. [65 dm; 150°; 90°; 90°; 150°; 60°]



148 Il poligono *ABCEFD* della figura a lato è costituito dal rettangolo *ABCD* e dal parallelogrammo *CEFD*. Sapendo che:

$2p_{(ABCD)} = 192$ cm; $AB = 2 \cdot BC$; $CE = \frac{1}{4} \cdot BC$;

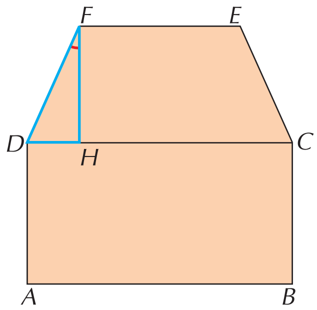
calcola il perimetro del poligono. [208 cm]



149 Il poligono *ABCEFD* della figura a lato è costituito dal rettangolo *ABCD* e dal trapezio isoscele *DCEF*. Sapendo che:

$\overline{FE} = 20$ cm; $\overline{DF} = 12$ cm; $\overline{DA} = \overline{DF} + 2$ cm; $D\widehat{F}H = 30°$;

calcola il perimetro e l'ampiezza degli angoli del poligono.
[104 cm; 90°; 90°; 150°; 120°; 120°; 150°]

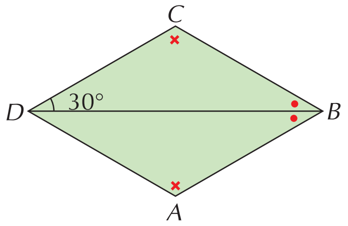


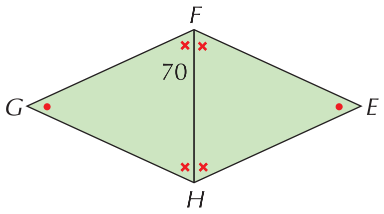
150 Un trapezio isoscele *ABCD*, un parallelogrammo *EFGH* ed un rettangolo *ILMN* sono isoperimetrici. La somma delle due basi *AB* e *CD* del trapezio e la differenza di due lati consecutivi *EF* e *FG* del parallelogrammo misurano rispettivamente 44 cm e 10 cm e le dimensioni *IL* e *LM* del rettangolo sono una $\frac{9}{8}$ dell'altra. Calcola le misure dei lati delle tre figure sapendo che il lato obliquo del trapezio è i $\frac{6}{5}$ della differenza dei due lati del parallelogrammo e che le due basi del trapezio sono una $\frac{4}{7}$ dell'altra.
[$\overline{AB} = 28$ cm; $\overline{CD} = 16$ cm; $\overline{EF} = 22$ cm; $\overline{FG} = 12$ cm; $\overline{IL} = 16$ cm; $\overline{LM} = 18$ cm]

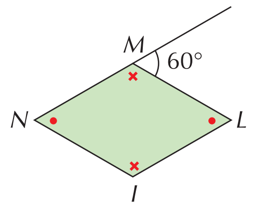
Il rombo

151 Dopo aver disegnato un rombo indica le diagonali, l'altezza, i lati e gli angoli opposti.

152 Calcola l'ampiezza degli angoli incogniti dei seguenti rombi.

a. 

b. 

c. 

153 Calcola il perimetro di un rombo sapendo che un lato misura 15 cm. [60 cm]

154 Il lato di un rombo misura 9,25 cm. Calcola il suo perimetro. [37 cm]

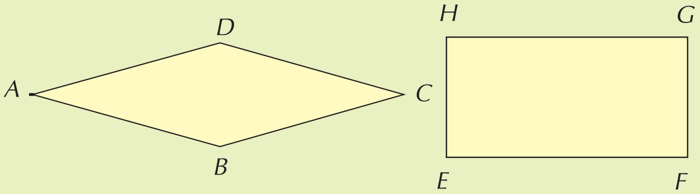
155 Il perimetro di un rombo è 164 m. Calcola la misura del suo lato. [41 cm]

156 Se in un rombo il lato è lungo 20 cm, quanto è il perimetro? [80 cm]

157 **Esercizio guida**

Un rombo ed un rettangolo sono isoperimetrici. Sapendo che le dimensioni del rettangolo sono una il doppio dell'altra e che la loro somma è 27 cm, calcola la loro misura e quella del lato del rombo.

Svolgimento



Dati	Incognite
$2p_{(ABCD)} = 2p_{(EFGH)}$	$\overline{EH}$; $\overline{EF}$
$EF = 2 \cdot EH$	$\overline{AB}$
$\overline{EF} + \overline{EH} = 27$ cm	

Consideriamo il rettangolo; per determinare un segmento unitario (corrispondente al lato EH) dobbiamo dividere per tre la somma delle due dimensioni:

$\overline{EH} = (27 : 3)$ cm $= 9$ cm.

Possiamo ora calcolare la base del rettangolo $\overline{EF} = (9 \cdot 2)$ cm $= 18$ cm.

Calcoliamo il perimetro del rettangolo: $2p_{(EFGH)} = \overline{EF} + \overline{FG} + \overline{GH} + \overline{HF} = (18 \cdot 2 + 9 \cdot 2)$ cm $= 54$ cm.

Il rombo ha lo stesso perimetro del rettangolo; calcoliamo la misura del lato del rombo:

$\overline{AB} = 2p_{(ABCD)} : 4 = (54 : 4)$ cm $= 13{,}5$ cm.

158 Un rombo ed un rettangolo sono isoperimetrici. Sapendo che le misure delle dimensioni del rettangolo sono rispettivamente di 18 cm e 20 cm. Calcola la misura del lato del rombo. [19 cm]

159 Un rombo ed un triangolo equilatero sono isoperimetrici. Calcola la misura del lato del rombo sapendo che il lato del triangolo è lungo 28 dm. [21 dm]

160 Un rombo ed un parallelogrammo sono isoperimetrici. Calcola la misura del lato del rombo sapendo che i due lati consecutivi del parallelogrammo sono lunghi rispettivamente 13 cm e 16 cm. [14,5 cm]

161 Il lato di un rombo misura 7,5 dm. Calcola la misura del lato di un triangolo equilatero avente il perimetro triplo di quello del rombo. [30 dm]

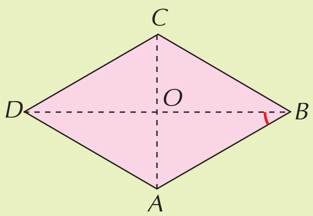
162 Un rombo e un triangolo equilatero sono isoperimetrici. Calcola il perimetro di un esagono regolare sapendo che il lato del triangolo è lungo 10 cm e che il lato dell'esagono è congruente a quello del rombo. [45 cm]

163 Se la diagonale maggiore e quella minore di un rombo sono lunghe rispettivamente 48 cm e 36 cm e il perimetro è 120 cm, quanto è il perimetro di uno dei quattro triangoli in cui il rombo è diviso dalle due diagonali? [72 cm]

164 Esercizio guida

Il rombo $ABCD$ ha l'angolo $A\widehat{B}O$ e la diagonale AC che misurano rispettivamente 30° e 28 cm. Calcola il perimetro del rombo.

Svolgimento



Dati	Incognita
$A\widehat{B}O = 30°$ $\overline{AC} = 28$ cm	$2p_{(ABCD)}$

Se $A\widehat{B}O = 30°$ allora nel triangolo rettangolo ABO si ha che $B\widehat{A}O = 60°$ e $AB = 2 \cdot AO$ (come abbiamo già studiato nel capitolo 5).

Possiamo dunque concludere che ABC è un triangolo equilatero e pertanto $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{AC} = 28$ cm

e quindi: $2p = \overline{AB} \cdot$ .... $=$ (..........) cm $= 112$ cm.

165 In un rombo un angolo acuto misura 45°. Calcola le ampiezze degli altri angoli. [.....; 135°;.....]

166 In un rombo un angolo ottuso misura 100°. Quanto misura l'ampiezza degli altri angoli? [80°; 100°; .....]

167 In un rombo $ABCD$, indicato con O il punto d'incontro delle due diagonali, l'angolo $B\widehat{A}O$ misura 40°. Calcola le misure degli angoli dei triangoli AOB e COD. Che cosa noti? [90°; 50°; .....]

168 In un rombo $ABCD$, indicato con O il punto d'incontro delle due diagonali, l'angolo $B\widehat{C}O$ misura 28°. Calcola le misure degli angoli dei triangoli BCD e BAD. Che cosa noti? [56°; 62°; .....]

169 In un rombo $ABCD$ l'angolo $B\widehat{A}D$ misura 135°. Calcola le misure degli angoli dei triangoli ABC, AOB e ACD. Che cosa noti? [67° 30′; 45°; 90°; 22° 30′]

170 In un rombo un angolo acuto misura 50° 38′. Calcola le ampiezze degli altri angoli. [.....; 129° 22′; .....]

●171 La differenza di due angoli consecutivi di un rombo misura 50°; calcola le ampiezze degli angoli del rombo. [65°; 115°]

●172 Le diagonali di un rombo sono una la metà dell'altra e la loro somma misura 96 m. Calcola il perimetro del rombo sapendo che la misura del suo lato supera di 3,7 m quella della semidiagonale maggiore. [142,8 m]

●173 Il lato di un rombo è il doppio del lato obliquo di un triangolo isoscele avente il perimetro di 392 cm e la base che è la terza parte del lato obliquo. Calcola il perimetro del rombo. [1 344 cm]

●174 Un rombo ed un rettangolo sono isoperimetrici. Calcola la misura del lato del rombo sapendo che le dimensioni del rettangolo sono una il triplo dell'altra e la loro differenza misura 8 cm. [8 cm]

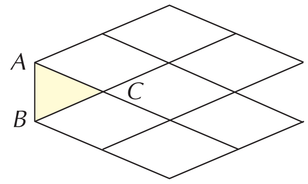
●175 Il lato di un rombo è il triplo della dimensione maggiore di un rettangolo avente il perimetro di 1 680 dm e una dimensione che è il doppio dell'altra. Calcola il perimetro del rombo. [6 720 dm]

●176 Un rombo ha lo stesso perimetro di un trapezio isoscele avente la misura del lato obliquo di 12,8 cm, mentre la base maggiore è il triplo del lato obliquo e la base minore è la metà della base maggiore. Calcola la misura del lato del rombo. [20,8 cm]

●●177 I lati obliqui di un trapezio isoscele misurano 28 cm e il perimetro è 166 cm. Calcola:
a. la misura delle due basi sapendo che la loro differenza misura 30 cm;
b. il perimetro di un rettangolo avente le dimensioni rispettivamente il doppio e il triplo della base maggiore del trapezio;
c. la misura del lato di un rombo avente il perimetro uguale alla metà del perimetro del rettangolo.
[40 cm; 70 cm; 700 cm; 87,5 cm]

●●178 Un rettangolo e un rombo sono isoperimetrici. Le misure delle dimensioni del rettangolo sono uguali rispettivamente alla somma delle semidiagonali del rombo e alla misura della semidiagonale minore. Sapendo che le due semidiagonali sono una i $\frac{4}{3}$ dell'altra e che la loro differenza misura 4,5 m, calcola la lunghezza del lato del rombo. [22,5 m]

●179 La somma dei perimetri dei sette rombi congruenti della figura a lato è 140 cm. Calcola il perimetro del triangolo isoscele *ABC* sapendo che la misura del lato *AB* è la quinta parte del perimetro di ciascun rombo. [14 cm]



●●180 Un trapezio isoscele ed un rombo sono isoperimetrici. Sapendo che le basi del trapezio misurano rispettivamente 18 cm e 6 cm e che il lato del rombo è il doppio della semidifferenza delle basi del trapezio, calcola la misura del lato obliquo del trapezio. [12 cm]

Il quadrato

181 Dopo aver disegnato un quadrato indica le diagonali, i lati opposti, gli angoli opposti e il perimetro.

182 Disegna un quadrato e traccia le sue diagonali. Che tipo di triangoli sono quelli in cui risulta diviso il quadrato?

183 Disegna un angolo retto, traccia la sua bisettrice, prendi un punto su di essa e da questo traccia le parallele ai lati dell'angolo. Verifica che il quadrilatero ottenuto è un quadrato.

184 Se il perimetro di un quadrato è 180 cm, quanto misura ciascun lato? [45 cm]

185 Se in un quadrato una diagonale misura 10 cm, quanto misura l'altra diagonale? [10 cm]

186 In un quadrato quanto è ampio ciascuno degli angoli formati dalla diagonale con un lato? [45°]

187 Congiungendo i punti medi dei lati opposti di un quadrato avente il perimetro di 49,6 si ottengono quattro quadrati. Calcola il perimetro di ognuno di essi. [24,8 dm]

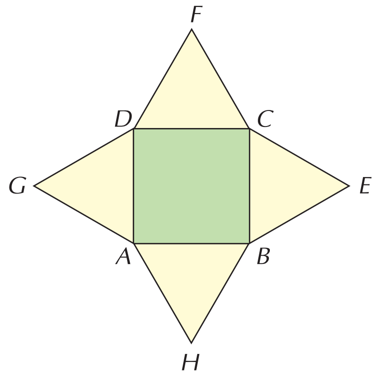
188 Calcola il perimetro di un quadrato che ha la misura del lato di 28,8 m. [115,2 m]

189 Calcola la misura del lato di un quadrato che ha il perimetro di 102,16 cm. [25,54 cm]

190 Calcola il lato di un quadrato che ha il perimetro uguale alla metà del perimetro di un rettangolo, avente le dimensioni lunghe rispettivamente 14 cm e 16 cm. [7,5 cm]

191 Calcola il perimetro di un quadrato che ha il lato metà del lato di un rombo avente il perimetro di 84 cm. [42 cm]

192 Sui lati del quadrato *ABCD* della figura a lato, sono stati costruiti 4 triangoli equilateri aventi un lato coincidente con un lato del quadrato. Calcola il perimetro del quadrato sapendo che la somma dei perimetri dei quattro triangoli è 180 cm. [60 cm]



193 In riferimento alla figura del problema precedente calcola il perimetro del poligono *AHBECFDG* supponendo che il perimetro del quadrato sia 96 cm. [192 cm]

●**194** In un parallelogrammo i lati sono lunghi rispettivamente 12,5 cm e 17,5 cm. Calcola la lunghezza del lato di un quadrato che è isoperimetrico al parallelogrammo. [15 cm]

●**195** Il lato di un quadrato e la base di un rettangolo misurano rispettivamente 16,2 cm e 14,5 cm. Calcola la misura dell'altezza del rettangolo sapendo che i due poligoni sono isoperimetrici. [17,9 cm]

●**196** Un quadrato e un rettangolo sono isoperimetrici. Sapendo che la somma delle misure delle dimensioni del rettangolo è di 78 cm, calcola la misura del lato del quadrato. [39 cm]

●**197** La somma e la differenza delle dimensioni di un rettangolo sono rispettivamente 182 cm e 28 cm. Calcola:
a. il perimetro del rettangolo; [364 cm]
b. il perimetro di un quadrato avente il lato congruente alla dimensione minore del rettangolo aumentata di 18 cm; [380 cm]
c. la misura del lato di un ottagono regolare il cui perimetro è $\frac{2}{5}$ del perimetro del quadrato. [19 cm]

●**198** Calcola la misura del lato di un quadrato il cui perimetro è il doppio di quello di un rettangolo avente le misure delle dimensioni rispettivamente di 25 dm e di 35 dm. [60 dm]

●**199** Calcola il perimetro di un quadrato che ha il lato uguale alla metà della base minore di un trapezio rettangolo, aumentata di 15 cm, sapendo che il trapezio ha l'altezza lunga 40 cm, che il lato obliquo lungo 50 cm, che la proiezione di quest'ultimo sulla base maggiore è 30 cm e che il perimetro di 240 cm. [180 cm]

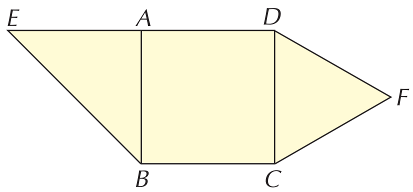
●**200** Calcola il perimetro di un quadrato che ha il lato doppio del lato di un rombo avente la somma e la differenza delle misure delle diagonali rispettivamente di 154 dm e 22 dm e la misura del suo lato metà della semidiagonale maggiore aumentata di 11 cm. [440 dm]

●●**201** In un trapezio isoscele il lato obliquo misura 9 cm, la somma e la differenza delle misure dell'altezza e della proiezione del lato obliquo sulla base maggiore sono rispettivamente 12,6 cm e 1,8 cm e la base minore supera di 3 cm la misura dell'altezza. Calcola la misura del lato di un quadrato isoperimetrico al trapezio. [12,3 cm]

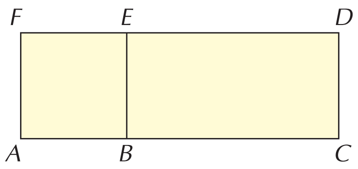
●●**202** Calcola il perimetro di un quadrato che ha il lato congruente alla proiezione del lato obliquo di un trapezio isoscele sulla base maggiore. Si sa inoltre che il trapezio ha il lato obliquo lungo 17 m, che la base minore è metà della base maggiore e che il perimetro di 79 m. [30 m]

●●**203** Il perimetro di un parallelogrammo è 110 cm e la differenza delle misure di due lati consecutivi è 5 cm. Calcola:
a. le misure dei lati del parallelogrammo;
b. il perimetro di un quadrato avente il lato congruente al lato minore del parallelogrammo;
c. la misura del lato di un rombo avente il perimetro doppio rispetto a quello del quadrato.
[25 cm; 30 cm; 100 cm; 50 cm]

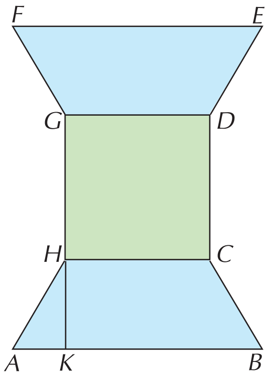
●●**204** Il poligono *AEBCFD* della figura a lato è costituito dal quadrato *ABCD*, dal triangolo rettangolo isoscele *AEB* e dal triangolo equilatero *DCF*. Calcola il perimetro e l'ampiezza degli angoli del poligono sapendo che il perimetro del quadrato è 60 cm e che l'ipotenusa del triangolo rettangolo misura 21,21 cm. [96,21 cm; 45°; 60°; .....]



●●**205** Il rettangolo *ACDF* della figura a lato è costituito dal quadrato *ABEF* e dal rettangolo *BCDE*. Calcola il perimetro del rettangolo *ACDF* sapendo che le dimensioni del rettangolo *BCDE* sono una il triplo dell'altra e la loro somma è 24 cm. [84 cm]



●●**206** Il poligono *ABCDEFGH* della figura a lato è costituito dal quadrato *HCDG* e da due trapezi isosceli congruenti aventi la base minore congruente con il lato del quadrato. Sapendo che: $\overline{HC} = 22$ cm; $\overline{HA} = 18$ cm; $K\widehat{A}H = 60°$. Calcola il perimetro e l'ampiezza degli angoli del poligono. [196 cm; 60°; 90°; 210°; .....]



●●**207** Un trapezio isoscele, un quadrato ed un parallelogrammo sono isoperimetrici. Sapendo che la somma e la differenza delle misure delle basi del trapezio sono rispettivamente 28 cm e 4 cm, che il lato obliquo è $\frac{5}{8}$ della base maggiore, calcola la misura del lato del quadrato. Determina inoltre le misure dei lati del parallelogrammo sapendo che la differenza di due lati consecutivi è 6 cm. [12 cm; 15 cm; 9 cm]

4 Il deltoide

teoria pag. 90

Il **deltoide** è un quadrilatero che ha:
- ✗ due coppie di lati consecutivi congruenti;
- ✗ le diagonali fra loro perpendicolari;
- ✗ una diagonale bisettrice dei due angoli formati dai lati uguali;
- ✗ l'altra diagonale che resta divisa dalla prima diagonale in due segmenti congruenti;
- ✗ due angoli opposti fra loro congruenti.

Comprensione della teoria

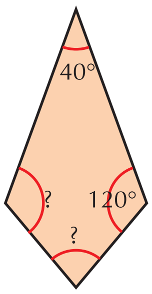
208 In un deltoide la somma degli angoli interni misura:
a. 180° **b.** 360° **c.** 90° **d.** 45°.

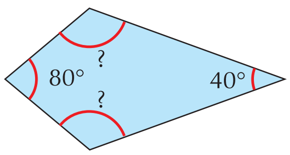
209 Le seguenti quaterne rappresentano le misure di quattro segmenti espresse in centimetri. Indica quali di queste quaterne possono formare i lati di un deltoide e spiega il motivo della tua scelta:
a. 10; 15; 10; 20; **b.** 8; 10; 10; 8; **c.** 10; 100; 100; 10.

210 Stabilisci quali delle seguenti affermazioni, riferite ad un deltoide, sono vere.
a. Le diagonali si intersecano nei loro punti medi;
b. le diagonali si intersecano formando quattro angoli retti;
c. gli angoli opposti sono a due a due fra loro congruenti.

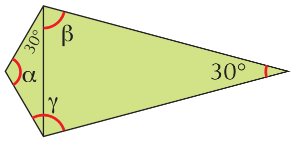
Applicazione

211 Nei seguenti deltoidi calcola l'ampiezza degli angoli incogniti:

a.


b.


212 È dato il deltoide della figura a lato. Calcola l'ampiezza degli angoli α, β e γ.



213 Disegna un deltoide e prendi su ciascun lato il suo punto medio. Verifica che unendo tali punti si forma un rettangolo.

● **214** La somma e la differenza di due angoli opposti di un deltoide misurano rispettivamente 180° e 30°. Calcola l'ampiezza di tutti gli angoli del deltoide. [105°; 75°; .....]

● **215** La somma di due angoli congruenti di un deltoide è $\frac{2}{3}$ della somma dei quattro angoli interni. Calcola le ampiezze degli altri tre angoli sapendo che uno dei essi misura 90°. [30°, 120°; 120°]

● **216** Un deltoide è formato da due triangoli isosceli aventi la base in comune che misura 24 cm. Sapendo che il perimetro dei due triangoli è rispettivamente 54 cm e 64, calcola il perimetro del deltoide. [70 cm]

● **217** Un deltoide è formato da un triangolo isoscele e da uno equilatero aventi la base in comune. Sapendo che il perimetro del triangolo equilatero è di 45 cm e che il lato obliquo del triangolo isoscele è lungo 9 cm, calcola il perimetro del deltoide. [48 cm]

●● **218** Un deltoide è formato da due triangoli isosceli aventi la base in comune. Sapendo che la somma e la differenza dei lati obliqui dei due triangoli misurano rispettivamente 126 cm e 18 cm, calcola il perimetro di un rombo con il lato congruente alla quarta parte del maggiore dei lati obliqui. [72 cm]

●● **219** Un deltoide, formato da due triangoli isosceli aventi la base in comune, è isoperimetrico ad un quadrato avente il lato lungo 10,5 cm. Calcola la misura di ciascun lato obliquo dei due triangoli isosceli che formano il deltoide sapendo che la base comune è lunga 14,4 cm e che il perimetro di uno dei due triangoli è 38,4 cm. [12 cm; 9 cm]

I quadrilateri nel piano cartesiano

Rappresenta nel piano cartesiano i quadrilateri ottenuti unendo, nell'ordine, i punti A, B, C e D e stabilisci di che tipo di quadrilatero si tratta.

220 $A(2; 2)$; $B(8; 2)$; $C(8; 4)$; $D(2; 4)$.

221 $A(2; 1)$; $B(7; 2)$; $C(6; 7)$; $D(1; 6)$.

222 $A(2; 2)$; $B(8; 5)$; $C(6; 7)$; $D(2; 5)$.

Dopo aver rappresentato nel piano cartesiano i quadrilateri ottenuti unendo, nell'ordine, i punti A, B, C e D calcola il perimetro (in cm) della figura ottenuta sapendo che:

223 $A(2; 2)$; $B(6; 2)$; $C(6; 4)$; $D(2; 4)$. [12 cm]

224 $A(2; 2)$; $B(6; 2)$; $C(6; 6)$; $D(2; 6)$. [16 cm]

225 $A(3; 3)$; $B(10; 3)$; $C(8; 6)$; $D(5; 6)$; il lato BC misura 3,61 cm. [17,22 cm]

226 $A(1; 2)$; $B(12; 2)$; $C(6; 5)$; $D(1; 5)$; il lato BC misura 6,71 cm. [25,71 cm]

227 $A(3; 5)$; $B(13; 5)$; $C(16; 9)$; $D(6; 9)$; il lato BC misura 5 cm. [30 cm]

Verifica la tua preparazione eseguendo i seguenti esercizi relativi agli obiettivi di **conoscenza**. Controlla quindi l'esattezza delle soluzioni alla fine del volume ed assegnati un punto per ciascun esercizio svolto correttamente.

✗ Le caratteristiche generali e le proprietà dei quadrilateri

1 Indica quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali false:

a. la somma degli angoli interni di un quadrilatero vale 360° V F
b. la somma degli angoli esterni di un quadrilatero vale 180° V F
c. in un quadrilatero ogni lato è minore della somma degli altri V F
d. le diagonali di un quadrilatero qualsiasi sono sempre 2. V F

2 Le seguenti quaterne rappresentano le misure in centimetri di quattro segmenti. Indica quale di queste quaterne non può formare i lati di un quadrilatero e spiega il motivo della tua scelta.

a. 32; 44; 66; 100; **b.** 14; 59; 20; 26; **c.** 12; 14; 16; 42; **d.** 28; 82; 34; 140.

3 Indica quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali false. Un quadrilatero:

a. può avere quattro angoli acuti V F
b. può avere un angolo retto e tre angoli acuti V F
c. può avere due angoli acuti e due ottusi V F
d. può avere quattro angoli retti. V F

✗ La classificazione dei quadrilateri e le loro proprietà

4 Completa le seguenti definizioni. Un trapezio:

a. è un quadrilatero avente due .... opposti ....;
b. si dice rettangolo se ha un lato .... perpendicolare alle ....;
c. si dice isoscele se ha i due .... obliqui ....;
d. si dice scaleno se ha i due .... obliqui non .... e non .... alle basi.

5 Indica quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali false:

a. in un trapezio gli angoli adiacenti ad uno stesso lato obliquo sono supplementari V F
b. in un trapezio isoscele gli angoli opposti sono complementari V F
c. in un trapezio isoscele le diagonali sono fra loro congruenti V F
d. in un trapezio scaleno le proiezioni dei lati obliqui sulla base maggiore sono congruenti. V F

6 Completa le seguenti proprietà. In un parallelogrammo:

a. gli angoli opposti sono ....; **b.** le diagonali si dimezzano ....;
c. gli angoli consecutivi sono ....; **d.** i lati opposti sono ....

7 Indica quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali false. Se un parallelogrammo:

a. ha le diagonali congruenti allora è un rombo V F
b. ha i quattro lati congruenti allora è un rettangolo V F
c. ha le diagonali perpendicolari allora è un rombo V F
d. ha quattro angoli retti allora è un rettangolo. V F

8 Completa le seguenti proprietà. In un quadrato:

a. le diagonali sono ....;
b. le diagonali sono .... dei rispettivi angoli;
c. le diagonali sono fra loro ....

..... / 8

Da 0 a 2: Non conosci gli argomenti trattati nel capitolo. **Devi ristudiarlo**.
Da 3 a 5: Conosci solo superficialmente i contenuti del capitolo. **Devi ripassare** gli argomenti corrispondenti alle conoscenze non acquisite.
Da 6 a 8: Conosci in modo sufficientemente approfondito i contenuti del capitolo. **Puoi affrontare il prossimo capitolo**.

Verifica la tua preparazione eseguendo i seguenti esercizi relativi agli obiettivi di **abilità**. Controlla quindi l'esattezza delle soluzioni alla fine del volume ed assegnati un punto per ciascun esercizio svolto correttamente.

✗ Operare con i lati e gli angoli di un quadrilatero

1 Stabilisci quale fra i seguenti gruppi di misure possono rappresentare le ampiezze degli angoli di un quadrilatero:

a. 45° 35° 100° 150°; **b.** 80° 70° 90° 120°;
c. 105° 98° 77° 80°; **d.** 123° 78° 105° 98°.

2 Le seguenti terne rappresentano le misure in centimetri dei lati di un quadrilatero. Indica qual è il valore massimo che può assumere la misura del quarto lato:

a. 20; 15; 10; .....;
b. 19; 17; 33; .....;
c. 95; 80; 77; ......

3 In un quadrilatero *ABCD* il lato *AB* misura 36 cm e i lati *BC* e *CD* sono rispettivamente la metà e la terza parte di *AB*. Calcola il perimetro del quadrilatero sapendo che il quarto lato è lungo quanto la somma di *BC* e *CD*.

✗ Operare con gli elementi dei quadrilateri particolari

4 Considera un trapezio isoscele *ABCD* di base maggiore *BC*; se il lato obliquo *AB* è lungo 25 cm, la proiezione del lato obliquo sulla base maggiore *BH* misura 15 cm e il perimetro è 104 cm, quanto misura la base minore *AD*?

5 Ciascuno degli angoli ottusi di un trapezio isoscele supera di 20° ognuno dei due angoli acuti. Calcola l'ampiezza degli angoli del trapezio.

6 I due lati consecutivi di un parallelogrammo sono uno doppio dell'altro. Calcola la misura dei due lati sapendo che il perimetro è 120 cm.

7 La diagonale maggiore di un parallelogrammo lo divide in due triangoli isosceli congruenti aventi ciascuno un angolo alla base 14° 30′. Calcola il perimetro e l'ampiezza degli angoli del parallelogrammo, sapendo che un lato obliquo del triangolo misura 7,67 cm.

8 In un rettangolo la base è il triplo dell'altezza. Calcola la misura delle due dimensioni sapendo che il perimetro è 128 cm.

9 Un quadrato ed un rettangolo sono isoperimetrici. Calcola la lunghezza dei lati del rettangolo e del quadrato sapendo che la somma delle dimensioni del rettangolo misura 116 cm mentre la loro differenza è lunga 12 cm.

..... / 9

Da 0 a 3: Non hai sviluppato adeguate abilità. Devi studiare nuovamente il capitolo ed eseguire tutti gli **esercizi del recupero**.

Da 4 a 6: Non possiedi le abilità richieste. Prima di affrontare gli **esercizi di consolidamento** devi svolgere gli **esercizi del recupero** relativi alle abilità non ancora acquisite.

Da 7 a 9: Hai raggiunto pienamente le abilità specifiche del capitolo. Puoi affrontare gli **esercizi per il potenziamento** e le **gare della matematica**.

✗ Operare con i lati e gli angoli di un quadrilatero

1 Vero o Falso?

Stabilisci quali delle seguenti affermazioni sono errate e correggi gli errori. In ogni quadrilatero:

a. la misura di un lato è sempre maggiore della somma degli altri lati V F

b. la somma degli angoli esterni è maggiore della somma degli angoli interni V F

c. il numero complessivo delle diagonali è due V F

d. la somma degli angoli interni è pari all'ampiezza di un angolo giro. V F

2 Disegna un quadrilatero e conta quanti sono i suoi angoli acuti e quanti i suoi angoli ottusi.

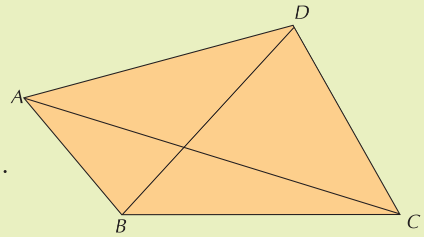
3 Disegna un quadrilatero e traccia una sua diagonale. Questa lo suddivide in:
a. altri due quadrilateri; **b.** due triangoli; **c.** quattro triangoli.

4 Disegna un quadrilatero, misura con la massima precisione possibile i suoi lati e somma poi le loro misure. Questa somma si chiama:
a. grandezza del quadrilatero; **b.** perimetro; **c.** distanza dei vertici tra di loro.

5 Disegna un quadrilatero *ABCD* e unisci consecutivamente i punti medi dei suoi lati. Che figura hai ottenuto?

6 Esercizio guida

Calcola l'ampiezza degli angoli del quadrilatero *ABCD* sapendo che:
$\widehat{A} = 65°$; $\widehat{B} = 2 \cdot \widehat{A}$; $\widehat{D} = \widehat{A} + 40°$.



Svolgimento

Calcoliamo la misura dell'angolo $\widehat{B}$: $\widehat{B} = 2 \cdot \widehat{A} = 2 \cdot ..... = ...$

Calcoliamo la misura dell'angolo $\widehat{D}$: $\widehat{D} = \widehat{A} + ... = 65° + ... = ...$

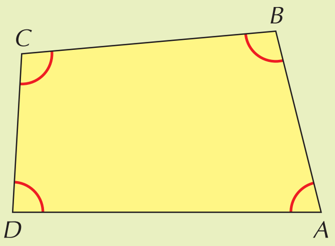
Calcoliamo la misura dell'angolo $\widehat{C}$:
$\widehat{C} = 360° - \left(\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{D}\right) = 360° - (65° + ... + ...) = 360° - 300° = 60°.$

7 In un quadrilatero il secondo angolo supera il primo di 30°; gli altri due angoli sono fra loro congruenti e superano il primo di 25°. Calcola le ampiezze di quattro angoli. [70°; 100°; 95°; 95°]

8 Esercizio guida

Un quadrilatero ha le misure dei lati di 15 cm, 20 cm, 12 cm e 25 cm. Calcola il suo perimetro.

Svolgimento



Dati	Incognita
$\overline{AB} = 15$ cm	$2p_{(ABCD)}$
$\overline{BC} = 20$ cm	
$\overline{CD} = 12$ cm	
$\overline{DA} = 25$ cm	

$2p = \overline{AB} + BC + \overline{CD} + \overline{DA} = (..)$ cm $= 72$ cm.

9 Calcola il perimetro dei seguenti quadrilateri aventi le misure dei lati espresse in cm:

a. $\overline{AB} = 16$ $\overline{BC} = 8$ $\overline{CD} = 9$ $\overline{DA} = 7$;

b. $\overline{AB} = 21$ $\overline{BC} = 5$ $\overline{CD} = 10$ $\overline{DA} = 9$.

10 Un quadrilatero ha due lati e il perimetro che misurano rispettivamente 28 cm, 32 cm e 180 cm. Sapendo che, degli altri due lati, uno è il triplo dell'altro, calcola la loro lunghezza [30 cm; 90 cm]

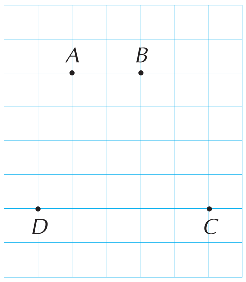
✗ Operare con gli elementi dei quadrilateri particolari

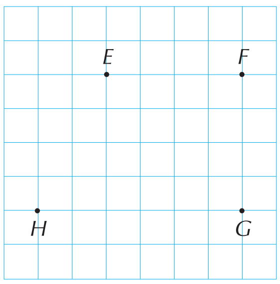
11 Vero o Falso?

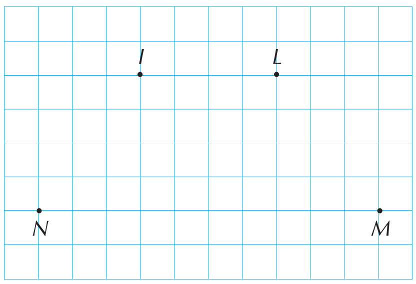
Stabilisci quali delle seguenti affermazioni sono errate e correggi gli errori.

a. In un trapezio i lati opposti sono paralleli. V F
b. La somma degli angoli interni di un trapezio è 360°. V F
c. I lati opposti paralleli di un trapezio prendono il nome di basi. V F
d. Gli angoli adiacenti alle due basi di un trapezio sono fra loro congruenti. V F
e. Nel trapezio rettangolo uno dei due lati obliqui è parallelo alla base maggiore. V F
f. Nel trapezio isoscele la proiezione del lato obliquo sulla base maggiore è uguale alla metà della differenza fra le due basi. V F
g. Un parallelogrammo ha i lati opposti congruenti. V F
h. Un parallelogrammo ha gli angoli consecutivi congruenti. V F
i. Un rettangolo è un poligono equiangolo. V F
l. In un rettangolo le due diagonali si intersecano formando un angolo di 90°. V F
m. Un rombo ha i lati opposti paralleli. V F
n. In un rombo le diagonali sono fra loro congruenti. V F
o. Un quadrato ha le diagonali perpendicolari fra di loro. V F
p. In un quadrato due angoli consecutivi sono esplementari. V F
q. Un deltoide ha le diagonali congruenti. V F

12 Unisci tra di loro i seguenti punti secondo l'ordine alfabetico e stabilisci il tipo di trapezio che hai costruito.

a.


b.


c.


13 I lati paralleli di un trapezio rettangolo si chiamano:
a. altezze; **b.** basi; **c.** lati obliqui.

14 Un trapezio isoscele ha i due lati obliqui:
a. paralleli; **b.** perpendicolari; **c.** congruenti.

15 In un trapezio isoscele il lato obliquo è il doppio della misura della sua proiezione sulla base maggiore. Calcola le misure degli angoli interni del trapezio. [120°; ....]

16 In un trapezio isoscele il perimetro è 80 cm. Calcola la misura del lato obliquo sapendo che la somma delle basi del trapezio misura 50 cm. [15 cm]

17 In un trapezio rettangolo l'altezza, il lato obliquo, la sua proiezione sulla base maggiore e la base minore misurano rispettivamente 12 cm, 13 cm, 5 cm, 15 cm. Calcola il perimetro del trapezio. [60 cm]

18 Le diagonali di un parallelogrammo:
a. sono fra loro congruenti; **b.** si dimezzano scambievolmente; **c.** sono fra loro perpendicolari.

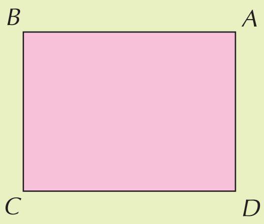
19 I lati consecutivi di un parallelogrammo misurano rispettivamente 15 cm e 18 cm; calcola il perimetro. [66 cm]

20 Il perimetro di un parallelogrammo è 132 cm. Calcola la misura dei suoi lati sapendo che la differenza di due lati consecutivi è lunga 6 cm. [30 cm; 36 cm]

21 Esercizio guida

Calcola il perimetro di un rettangolo avente le misure della base e dell'altezza rispettivamente di 12 cm e 9 cm.

Svolgimento



Dati	Incognita
$\overline{CD} = 12$ cm $\overline{AD} = 9$ cm	$2p_{(ABCD)}$

Indicata con b e h la misura della base e dell'altezza del rettangolo, abbiamo:

$2p = (b + h) \cdot 2 =$ .... cm $= 42$ cm.

22 Calcola il perimetro dei seguenti rettangoli, in cui le misure della base b e dell'altezza h sono espresse in dm:

a. $b = 8$; $h = 3$; **b.** $b = 4$; $h = 11$;
c. $b = 10$; $h = 5$; **d.** $b = 20$; $h = 10$;
e. $b = 40$; $h = 50$. **f.** $b = 14$; $h = 70$.

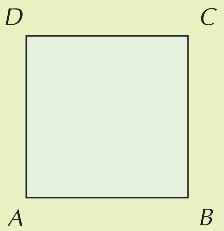
23 Calcola il perimetro dei seguenti rombi, in cui la misura del lato ℓ è espressa in cm:

a. $\ell = 10$; **b.** $\ell = 20$; **c.** $\ell = 30$; **d.** $\ell = 40$; **e.** $\ell = 50$.

24 Esercizio guida

Calcola il perimetro di un quadrato avente il lato lungo 13 cm.

Svolgimento



Dato	Incognita
$\overline{AB} = 13$ cm	$2p_{(ABCD)}$

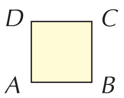
Indicata con ℓ la misura del lato del quadrato, abbiamo:

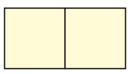
$2p = 4 \cdot \ell =$ .... cm $= 52$ cm

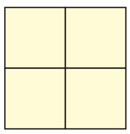
25 Calcola il perimetro dei seguenti quadrati, in cui la misura del lato ℓ è espressa in dm:

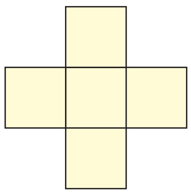
a. $\ell = 5$; **b.** $\ell = 10$; **c.** $\ell = 20$; **d.** $\ell = 40$.

26 Considera il quadrato $ABCD$ avente il lato lungo 4 cm; calcola il suo perimetro e quello delle figure dei punti **a.**, **b.**, **c.**.



a. 

b. 

c. 

27 Un quadrato ed un rettangolo sono isoperimetrici. Calcola le misure dei lati del rettangolo sapendo che sono uno il triplo dell'altro e che il lato del quadrato è lungo 16 cm. [8 cm; 24 cm]

28 Un deltoide è formato da un triangolo isoscele e da uno equilatero. Calcola il perimetro del deltoide sapendo che la base e il lato obliquo del triangolo isoscele misurano rispettivamente 8 cm e 10 cm. [36 cm]

Scheda di Valutazione del Recupero

Dopo aver rivisto la teoria e svolto l'attività di recupero, metti alla prova la tua preparazione rispondendo ai seguenti quesiti (scegli tra le soluzioni proposte), controlla l'esattezza delle risposte a pag. 383 e calcola il punteggio ottenuto in base alla griglia. Se hai totalizzato **almeno 12 punti** puoi ritenere colmato il debito, altrimenti riguarda gli argomenti sui quali hai commesso errori.

1 In un quadrilatero la somma degli angoli interni è uguale a:
a. due angoli piatti; **b.** un angolo piatto; **c.** tre angoli piatti.

2 Un quadrilatero ha le misure dei quattro lati di 8 cm, 9 cm, 10 cm e 11 cm. Indica quale dei seguenti calcoli è corretto:
a. $2p = (8 + 9 + 10 - 11)$ cm $= 16$ cm;
b. $2p = (8 + 9 + 10 + 11) : 2$ cm $= 19$ cm;
c. $2p = (8 + 9 + 10 + 11)$ cm $= 38$ cm.

3 Un trapezio isoscele ha i due lati obliqui:
a. uno il doppio dell'altro; **b.** congruenti; **c.** paralleli.

4 Un parallelogrammo è un quadrilatero che ha:
a. i lati opposti paralleli; **b.** quattro angoli congruenti; **c.** le diagonali congruenti.

5 Il rettangolo ha:
a. quattro lati congruenti; **b.** le diagonali congruenti; **c.** le diagonali perpendicolari.

6 Disegna un rettangolo con le misure della base e dell'altezza di 8 cm e 4 cm. Dal punto medio della base traccia la parallela all'altezza. Che tipo di figura hai ottenuto?
a. Ancora due rettangoli; **b.** due quadrati; **c.** due trapezi.

7 Le diagonali di un rombo sono:
a. perpendicolari; **b.** congruenti; **c.** parallele.

8 Calcola il perimetro di un rombo, con la misura del lato di 7 cm:
a. 28 cm; **b.** 21 cm; **c.** 49 cm.

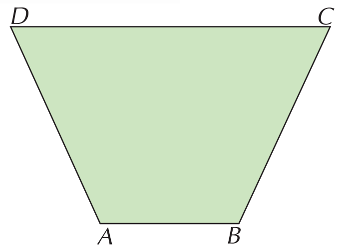
9 Calcola il perimetro di un rettangolo, con le misure della base e dell'altezza di 12 dm e 10 dm:
a. 42 dm; **b.** 44 dm; **c.** 22 dm.

10 Calcola il perimetro di un quadrato con il lato lungo 12 m:
a. 144 m; **b.** 58 m; **c.** 48 m.

11 Calcola il perimetro di un trapezio rettangolo con le misure delle basi, del lato obliquo e dell'altezza rispettivamente di 13,6 cm, 10 cm, 6 cm e 4,8 cm:
a. 28,4 cm; **b.** 36,4 cm; **c.** 34,4 cm.

12 Calcola l'ampiezza degli angoli di un trapezio rettangolo sapendo che gli angoli adiacenti al lato obliquo sono uno la metà dell'altro.
a. 90°; 90°; 100°; 50°; **b.** 100°; 50°; 80°; 80°; **c.** 90°; 90°; 60°; 120°.

1 In relazione alla figura a lato rispondi alle seguenti domande:

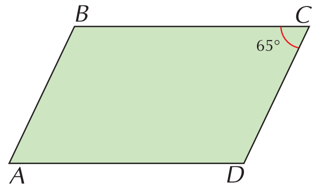


a. il lato AB è parallelo al lato DC; come si chiama il quadrilatero $ABCD$?

b. Quanto vale la somma delle misure degli angoli interni del quadrilatero $ABCD$? [360°]

c. Sappiamo che $\widehat{A} = \widehat{B}$ e che $\widehat{D} = \widehat{C}$. Se la misura dell'angolo $\widehat{A} = 115°$, quanto è ampio l'angolo $\widehat{D}$? [65°]

2 In relazione alla figura a lato rispondi alle seguenti domande:



a. sappiamo che AB è parallelo a CD e che AD è parallelo a BC. Come chiamiamo questo tipo di figura?

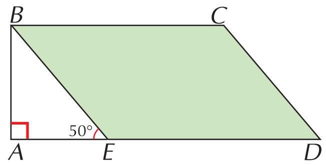
b. Qual è l'ampiezza dell'angolo $\widehat{A}$? [65°]

c. Qual è l'ampiezza dell'angolo $\widehat{B}$? [115°]

3 In un quadrilatero un angolo è ampio 20° meno rispetto ad un altro angolo. I rimanenti due angoli sono retti. Qual è la misura di ciascuno dei quattro angoli del quadrilatero? Di che quadrilatero si tratta? [80°; 100°; 90°; 90°]

4 Le misure dei quattro lati di un quadrilatero sono rispettivamente 18 cm, 12 cm, 18 cm e 12 cm. Sapendo che i lati opposti sono paralleli e che la figura non ha angoli retti, qual è il nome del quadrilatero?

5 In relazione alla figura a lato rispondi alle seguenti domande:



a. il quadrilatero $BCDE$ è un parallelogrammo. Quali sono le due proprietà che presentano i lati BC e ED?

b. qual è la misura dell'angolo $\widehat{C}$? [130°]

c. il quadrilatero $ABCD$ è un trapezio. Qual è la misura degli angoli $\widehat{ABC}$ e $\widehat{CDE}$? [90° e 50°]

6 Calcola il perimetro di un quadrilatero $ABCD$ sapendo che $\overline{AB} = 24$ cm; $\overline{BC} = 20$ cm; $\overline{CD} = \overline{AB} - 6$ cm; $\overline{DA} = \overline{BC} - 4$ cm. [78 cm]

7 Il perimetro di un parallelogrammo è 154 cm ed un lato è $\frac{3}{4}$ del lato consecutivo. Calcola la misura dei lati. [33 cm; 44 cm]

8 Calcola le misure delle basi di un trapezio isoscele sapendo che il lato obliquo è lungo 30 cm, la base minore $\frac{2}{3}$ della maggiore e il perimetro 260 cm. [80 cm; 120 cm]

9 La diagonale di un rombo forma con un lato, un angolo di 32°. Calcola le ampiezze degli angoli del rombo. [64°; 116°]

10 Calcola le misure dei lati AB e BC di un quadrilatero $ABCD$ sapendo che il perimetro è 92 cm e che: $BC = \frac{2}{3} \cdot AB$; $\overline{DC} = 18$ cm; $\overline{DA} = \overline{DC} + 6$ cm. [30 cm; 20 cm]

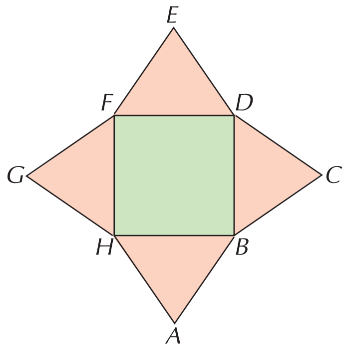
11 In un trapezio isoscele la somma delle basi e il lato obliquo misurano rispettivamente 100 cm e 30 cm; calcola il perimetro. [160 cm]

12 I due lati consecutivi di un parallelogrammo misurano rispettivamente 18 cm e 16 cm; calcola il perimetro. [68 cm]

13 Il perimetro di un rombo è 200 cm; calcola la misura del suo lato. [50 cm]

14 La diagonale di un parallelogrammo divide gli angoli acuti in due angoli ciascuno dei quali è ampio rispettivamente 38° e 43°. Calcola la misura degli angoli di ciascun triangolo in cui risulta diviso il parallelogrammo dalla diagonale stessa. [38°; 43°; 99°]

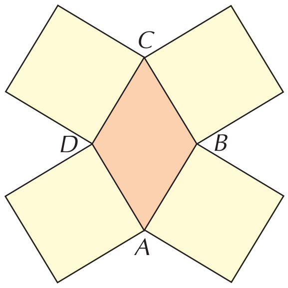
15 Il poligono $ABCDEFGH$ della figura a lato è costituito dal quadrato $BDFH$ e da quattro triangoli equilateri. Calcola il perimetro del poligono, sapendo che il perimetro del quadrato è 176 dm. [352 dm]



16 Sui lati di un rettangolo $ABCD$ sono stati costruiti quattro quadrati, a due a due congruenti. Calcola il perimetro della figura sapendo che le dimensioni del rettangolo sono una il triplo dell'altra e la loro somma è 48 cm. [288 cm]

17 In un rettangolo $ABCD$ la diagonale AC è lunga 18 cm e forma con la base un angolo di 30°. Sapendo che la base misura 15,588 cm, calcola il perimetro del rettangolo e le ampiezze degli angoli di ciascun triangolo in cui risulta diviso il rettangolo dalla diagonale. [49,176 cm; 30°; 60°; 90°]

18 Sui lati del rombo $ABCD$ della figura a lato sono stati costruiti quattro quadrati. Calcola il perimetro del rombo sapendo che la somma dei perimetri dei quadrati è 480 cm. [120 cm]



19 Un rombo ha il perimetro di 64 cm ed un angolo ampio 60°. Calcola la lunghezza della diagonale minore. [16 cm]

20 Un quadrato avente il lato lungo 32 cm è isoperimetrico ad un rettangolo. Calcola la base del rettangolo sapendo che l'altezza misura 26 cm. [38 cm]

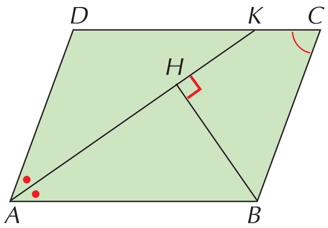
21 In un triangolo isoscele la somma e la differenza della base e del lato obliquo misurano rispettivamente 82 cm e 6 cm; calcola:
- **a.** il perimetro del triangolo; [120 cm]
- **b.** la misura del lato di un quadrato avente lo stesso perimetro del triangolo; [30 cm]
- **c.** il perimetro di un rettangolo avente le dimensioni rispettivamente il doppio del lato del quadrato e la metà del lato obliquo del triangolo. [158 cm]

22 In un trapezio rettangolo il perimetro è 428 cm, il lato obliquo, l'altezza e la differenza delle basi misurano rispettivamente 90 cm, 54 cm e 72 cm; calcola:
- **a.** la misura delle basi del trapezio; [106 cm; 178 cm]
- **b.** il perimetro di un rettangolo avente le dimensioni rispettivamente la metà della base maggiore e il doppio dell'altezza del trapezio; [394 cm]
- **c.** la misura del lato di un rombo avente il perimetro pari ai $\frac{3}{2}$ del perimetro del rettangolo. [147,75 cm]

23 Un rettangolo $ABCD$ ha le dimensioni una doppia dell'altra e il perimetro è 90 cm. Congiungendo i punti medi dei lati si ottiene il rombo $EFGH$. Calcola il perimetro di uno dei quattro triangoli rettangoli ottenuti sapendo che il perimetro del rombo è 67,08 cm. [39,27 cm]

24 Un trapezio rettangolo ed un rettangolo sono isoperimetrici. Calcola la misura delle basi del trapezio sapendo che la somma delle dimensioni del rettangolo è 36 cm, che il lato obliquo e l'altezza del trapezio sono lunghi rispettivamente 17,5 cm e 14 cm, e che la base minore è $\frac{10}{17}$ della maggiore. [15 cm; 25,5 cm]

25 Nel parallelogrammo $ABCD$ della figura a lato l'angolo $\widehat{C}$ misura 70°, AK è la bisettrice dell'angolo $\widehat{A}$ e BH è la perpendicolare condotta dal vertice B alla bisettrice stessa. Calcola le ampiezze degli angoli del triangolo ABH e del quadrilatero $BCKH$. [$\widehat{ABH}$: 35°; 55°; 90°; $BCKH$: 55°; 70°; 145°; 90°]



26 In un trapezio isoscele la somma delle due basi è 120 cm, la base minore è $\frac{2}{3}$ della maggiore ed il lato obliquo misura 15 cm. Calcola la misura delle due dimensioni di un rettangolo sapendo che il suo perimetro è $\frac{4}{3}$ del perimetro del trapezio e che tali dimensioni sono una $\frac{3}{5}$ dell'altra. [37,5 cm; 62,5 cm]

1 Disegna un quadrilatero convesso e verifica, misurando con un goniometro, che le bisettrici di due angoli consecutivi intersecandosi formano un angolo pari alla metà della somma degli altri due angoli del quadrilatero.

2 Disegna due rette a e b incidenti in un punto O. Stacca su a, a partire da O e da parti opposte, i segmenti congruenti OA e OA', e su b i segmenti congruenti OB e OB'. Che tipo di quadrilatero è $ABA'B$?

3 Disegna un angolo $\widehat{MON}$, sulla sua bisettrice prendi un punto A, da questo traccia le parallele ai lati dell'angolo e indica con B e C i punti di intersezione con i lati dell'angolo. Verifica che il quadrilatero $ABOC$ è un rombo.

4 Il lato di un rombo, la dimensione minore di un rettangolo e il lato obliquo di un trapezio isoscele misurano rispettivamente 8 cm, 10 cm e 20 cm. Il perimetro del rettangolo è $\frac{11}{8}$ del perimetro del rombo e quest'ultimo è $\frac{1}{3}$ del perimetro del trapezio. Calcola la misura della base minore del trapezio sapendo che la base maggiore è $\frac{7}{2}$ della dimensione maggiore del rettangolo.
[14 cm]

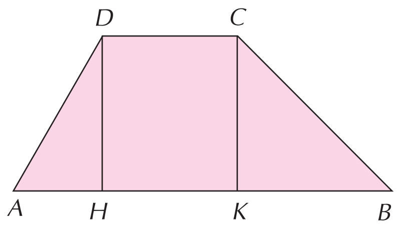
5 In un trapezio rettangolo la base minore è congruente alla diagonale minore di un rombo, la base maggiore supera di 14 dm quella del lato obliquo, l'altezza è $\frac{2}{3}$ della base minore e la proiezione del lato obliquo sulla base maggiore è lunga 10,5 dm. Sapendo che le diagonali del rombo sono una $\frac{3}{4}$ dell'altra, che la loro somma misura 49 dm e che il perimetro del rombo è i $\frac{5}{6}$ di quello del trapezio, calcola la misura del lato del rombo. [17,5 dm]

6 Il trapezio $ABCD$ della figura a lato è diviso dalle due altezze DH e CK nel triangolo rettangolo AHD, nel rettangolo $HKCD$ e nel triangolo rettangolo isoscele KBC. Sapendo che:

$\widehat{HAD} = 60°$; $\widehat{KBC} = 45°$; $\overline{DC} = 30$ cm;

$\overline{BC} = 49$ cm; $\overline{AD} = 40$ cm; $\overline{KB} = 34{,}65$ cm;

calcola il perimetro e l'ampiezza degli angoli del trapezio.
[203,65 cm; 60°; 45°; 135°; 120°]



7 Un trapezio isoscele, un quadrato ed un rettangolo sono isoperimetrici. Sapendo che la somma e la differenza delle basi del trapezio misurano rispettivamente 52 cm e 16 cm e che il lato obliquo è $\frac{2}{3}$ della base minore, calcola:

a. il perimetro del trapezio: [76 cm]

b. la misura del lato del quadrato; [19 cm]

c. le dimensioni del rettangolo sapendo che la loro differenza è 12 cm. [13 cm; 25 cm]

8 In un triangolo isoscele la misura del lato obliquo supera quella della base di 4 cm e la loro somma è lunga 28 cm. Calcola:

a. il perimetro del triangolo; [44 cm]

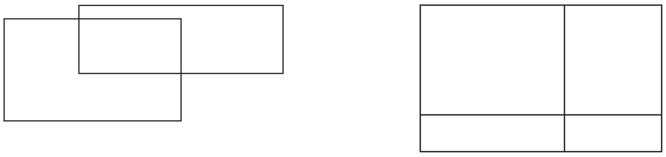
b. la misura del lato di un quadrato avente il perimetro pari ai $\frac{3}{2}$ di quello del triangolo; [16,5 cm]

c. il perimetro di un parallelogrammo avente due lati consecutivi rispettivamente congruenti al doppio del lato del quadrato e ai $\frac{5}{2}$ della base del triangolo. [126 cm]

9 Un rombo ha il lato lungo 12 cm ed è isoperimetrico ad un parallelogrammo i cui lati consecutivi sono uno il triplo dell'altro. Calcola il perimetro di un rettangolo le cui dimensioni sono il doppio e un terzo rispettivamente del lato minore e del lato maggiore del parallelogrammo.
[36 cm]

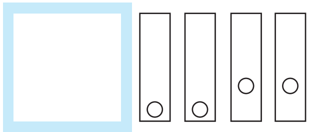
10 Dato un quadrato $ABCD$ prolunga la diagonale AC di un segmento CE congruente al lato del quadrato. Dopo aver unito E con B e con D, calcola le ampiezze degli angoli del triangolo DEB. [67° 30'; 67° 30'; 45°]

1 I rettangoli (2002, Finale italiana)
Nella figura di sinistra si possono vedere 3 rettangoli. Quanti rettangoli si vedono nella figura di destra?



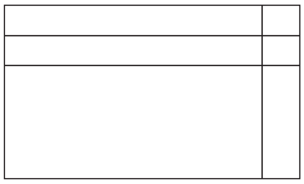
2 La diagonale di Elena (2002, Finale italiana)
Su un foglio a quadretti (ciascuno di lato 1 cm), seguendo le linee della quadrettatura, Elena disegna un rettangolo con la base lunga 6 cm. Poi traccia la diagonale del rettangolo e si accorge che questa attraversa 12 quadretti ma non attraversa alcun nodo della quadrettatura (ad eccezione delle due estremità). Quanti centimetri misura l'altezza del rettangolo?

3 Trovate il quadrato (2002, Finale internazionale)
Disponi le quattro barrette bucate nella scatola, in modo che i buchi siano situati in corrispondenza dei vertici di un quadrato. Le barrette non devono sovrapporsi.

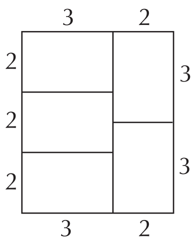


4 I cinque quadrati (2002, Finale internazionale)
Mattia era riuscito a disporre 5 piccoli quadrati di 1 cm di lato, senza sovrapporli, in modo da formare una figura con un perimetro di 10 cm. Purtroppo ha distrutto la sua opera. Ricostruiscila.

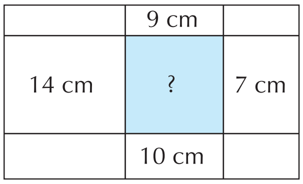
5 I rettangoli (2002, Giochi d'Autunno)
Quanti rettangoli contiene la seguente figura?
(Attenzione: ricorda che anche un quadrato è un "particolare" tipo di rettangolo)



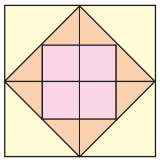
6 Quadrata e testarda (2003, Finale italiana)
Fausta e Desiderio giocano con delle tessere di domino rettangolari di 2 cm per 3 cm. Hanno deciso di formare un quadrato, mettendo le tessere una accanto all'altra, senza lasciare vuoti.
Desiderio trova rapidamente una soluzione utilizzando 6 tessere. Fausta, invece, si è messa in testa di formare il suo quadrato partendo dalla disposizione disegnata a lato.
Quante tessere del domino dovrà aggiungere, al minimo, per ottenere il risultato voluto?



7 Il perimetro misterioso (2003, Finale italiana)
Un rettangolo ha un perimetro di 34 cm. Dividiamolo nei 9 rettangoli della figura, tracciando delle linee parallele ai bordi. Sempre in figura sono indicati alcuni perimetri di questi rettangoli. Qual è il perimetro (in cm) del rettangolo centrale, più scuro nella figura?
(Nota: il disegno non rispetta le proporzioni esatte dei rettangoli)



8 I quadrati (2004, Giochi di primavera)
Quanti quadrati riesci a contare nella figura a lato?



9 Bianconeri (2005, Giochi di primavera)
Un rettangolo è formato da tanti quadratini della stessa dimensione. Sul suo lato più lungo si contano 22 quadratini; su quello più corto 15. I quadratini interni sono bianchi; quelli lungo il bordo del rettangolo sono neri. Quanti sono i quadratini bianchi?

La circonferenza e il cerchio

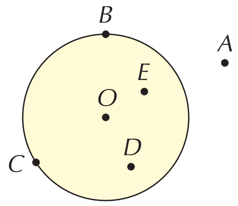
Capitolo 7
ESERCIZI

1 La circonferenza e il cerchio

teoria pag. 94

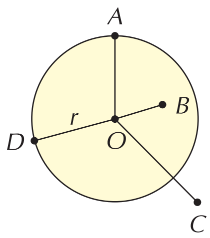
- ✗ La **circonferenza** è l'insieme di tutti e soli i punti di un piano equidistanti da un punto fisso detto centro;
- ✗ il **raggio** è il segmento che unisce il centro con un punto qualunque della circonferenza;
- ✗ il **cerchio** è la parte di piano costituita dalla circonferenza e dai punti ad essa interni;
- ✗ l'**arco** è ciascuna delle due parti di una circonferenza individuata da due punti presi su di essa;
- ✗ la **corda** è un segmento avente gli estremi appartenenti alla circonferenza;
- ✗ il **diametro** è una corda passante per il centro ed è il doppio del raggio.

Comprensione della teoria



1 Utilizzando la figura a lato, indica quali punti appartengono alla circonferenza.

2 La circonferenza è:
a. la parte interna in un cerchio;
b. la parte esterna ad un cerchio;
c. il contorno del cerchio.

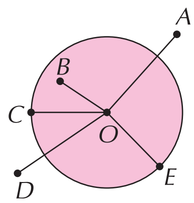


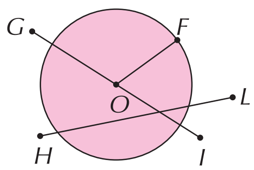
3 Osserva la figura a lato e completa le seguenti relazioni inserendo i simboli >, =, <.

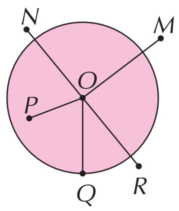
a. OA ..... r; **b.** OB ..... r;
c. OC ..... r; **d.** OD ..... r.

4 Il cerchio è la parte di piano costituita:
a. da tutti i punti interni alla circonferenza;
b. da una circonferenza e dai punti a essa interni;
c. da una circonferenza e da tutti i suoi punti esterni;
d. da tutti i punti che hanno la stessa distanza dal centro.

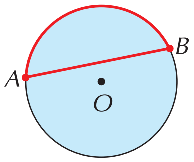
5 Indica, nelle seguenti circonferenze, quali segmenti sono raggi.

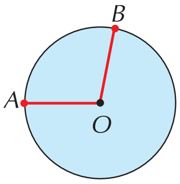
a.


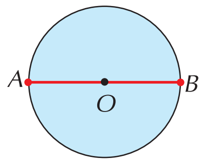
b.


c.


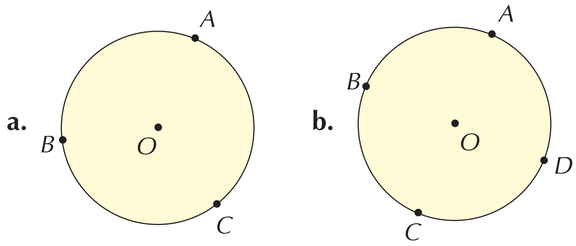
6 Nelle seguenti figure colora in modo diverso gli archi individuati dai punti A e B.

a.


b.


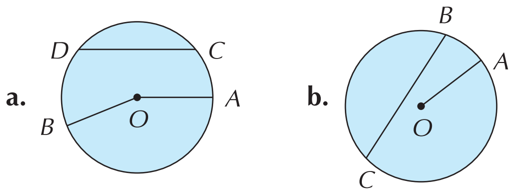
c.


7 Individua, usando colori diversi, gli archi presenti in ognuna delle circonferenze a lato.



8 Si dice corda di una circonferenza ogni segmento che abbia gli estremi:
a. appartenenti alla circonferenza; **b.** all'interno della circonferenza;
c. uno sulla circonferenza e l'altro al suo interno; **d.** uno sulla circonferenza e l'altro all'esterno.

9 Indica in ognuna delle circonferenze a lato quali segmenti rappresentano delle corde.



10 Il raggio r di una circonferenza è:
a. sempre minore del diametro; **b.** congruente al diametro; **c.** sempre maggiore del diametro.

11 Il diametro d di una circonferenza è:
a. congruente al raggio; **b.** la metà del raggio; **c.** il doppio del raggio.

12 Indica fra le seguenti la corretta relazione tra il diametro e il raggio:
a. $r = d \cdot 2$; **b.** $d = r \cdot 2$; **c.** $r = d + 2$.

Applicazione

13 Dopo aver disegnato una circonferenza traccia il raggio e il diametro.

14 Dopo aver disegnato una circonferenza di centro O avente il raggio di 3 cm, traccia:
a. un punto A interno alla circonferenza;
b. un punto B esterno alla circonferenza;
c. un punto C sulla circonferenza.

15 Il lato di un quadrato misura 5 cm; dal punto O, intersezione delle sue diagonali, traccia tre circonferenze i cui raggi misurano rispettivamente 2 cm, 2,5 cm e 3 cm. Le tre circonferenze risultano tutte interne al quadrato?

16 Disegna una circonferenza di centro O con il raggio che misura 5,5 cm. Traccia poi tre punti A, B e C le cui distanze dal centro O misurano rispettivamente 3 cm, 5,5 cm e 6 cm. Uno solo di questi tre punti appartiene alla circonferenza. Indica quale e spiega perché.

17 Disegna una circonferenza di centro O con la misura del raggio di 3,5 cm e scegli tre punti uno interno, uno esterno e uno appartenente alla circonferenza. Misura le distanze di ognuno di questi punti dal centro O e scrivi le tre relazioni rispetto alla misura del raggio. Che cosa noti?

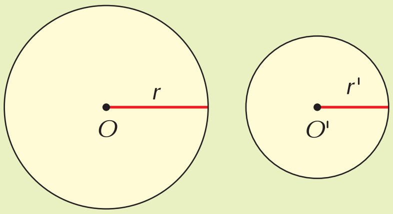
18 Dopo aver disegnato una circonferenza di centro O avente il raggio di 4 cm, traccia:
a. una corda AB;
b. un diametro CD che non intersechi AB;
c. un arco $\overset{\frown}{EF}$ dalla parte opposta, rispetto al diametro, della corda AB.

19 **Esercizio guida**

Una circonferenza ha il raggio di 27 cm. Disegna un'altra circonferenza sapendo che il suo diametro è la terza parte del raggio della prima.

Svolgimento

Indichiamo con d la misura del diametro e con r quella del raggio della prima circonferenza e con d' e r' le misure del diametro e del raggio della seconda circonferenza.



Dati	Incognita
$r = 27$ cm $d' = r : 3$	r'

Per disegnare la circonferenza dobbiamo determinare la misura del suo raggio: iniziamo calcolando il diametro della seconda circonferenza:

$d' = (27 : 3)$ cm $= 9$ cm; pertanto $r' = d' : 2 = (9 : 2)$ cm $= 4{,}5$ cm.

20 Disegna due circonferenze con le misure dei raggi rispettivamente di 2 cm e 4 cm. Misura poi i rispettivi diametri. Che cosa noti?

21 Disegna due circonferenze che hanno le misure dei diametri rispettivamente di 6 cm e 4,8 cm.

22 Una circonferenza ha la misura del diametro di 16 cm. Disegna un'altra circonferenza sapendo che il suo raggio è la metà del raggio della prima.

23 Disegna una circonferenza sapendo che il suo raggio è la trentaduesima parte del diametro di un'altra circonferenza il cui raggio misura 32 cm.

24 Disegna una circonferenza sapendo che il suo diametro è il doppio, aumentato di 3 cm, del raggio di un'altra circonferenza il cui diametro misura 2 cm.

● **25** Due circonferenze hanno i raggi uno il doppio dell'altro; sapendo che la loro somma è 9 cm, calcola la lunghezza dei raggi e disegna le due circonferenze. [3 cm; 6 cm]

● **26** Due circonferenze hanno i diametri uno il triplo dell'altro; sapendo che la loro differenza è 12 cm calcola le misure dei loro raggi. [3 cm; 9 cm]

● **27** Due circonferenze hanno la somma e la differenza delle misure dei raggi rispettivamente di 8 dm e 2 dm; calcola le misure dei loro diametri. [10 dm; 6 dm]

● **28** Due circonferenze hanno la somma e la differenza delle misure dei loro diametri rispettivamente di 18 m e 2 m; calcola le misure dei loro raggi. [5 m; 4 m]

● **29** Due circonferenze hanno il diametro uno il triplo dell'altro; sapendo che la somma delle loro misure è 14 cm calcola le misure dei loro raggi. [1,75 cm; 5,25 cm]

● **30** La somma dei raggi di due circonferenze misura 20 cm. Calcola la lunghezza dei diametri delle due circonferenze sapendo che il raggio maggiore supera il raggio minore di 6 cm. [14 cm; 26 cm]

● **31** La differenza dei diametri di due circonferenze misura 8 cm mentre la loro somma misura 56 cm. Calcola la lunghezza dei raggi delle due circonferenze. [12 cm; 16 cm]

● **32** Calcola il diametro di una circonferenza sapendo che il suo raggio è il doppio aumentato di 2 cm rispetto al raggio di un'altra circonferenza avente il diametro lungo 2 cm. [8 cm]

2 Le proprietà della circonferenza

teoria pag. 95

- ✗ La perpendicolare condotta dal centro di una circonferenza ad una corda la divide a metà;
- ✗ la perpendicolare ad una corda nel suo punto medio passa per il centro della circonferenza;
- ✗ in una stessa circonferenza ad archi congruenti corrispondono corde congruenti, e viceversa;
- ✗ due corde congruenti di una stessa circonferenza hanno la stessa distanza dal centro.

Comprensione della teoria

33 Da quale punto passa l'asse di una corda in una circonferenza?

34 La perpendicolare condotta dal centro di una circonferenza ad una corda la divide:
a. in due parti una doppia dell'altra; **b.** in due parti disuguali; **c.** a metà.

35 In una stessa circonferenza ad archi congruenti corrispondono:
a. diametri congruenti e viceversa; **b.** raggi congruenti e viceversa; **c.** corde congruenti e viceversa.

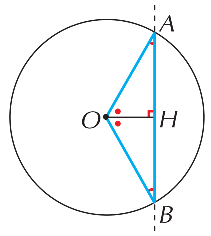
Applicazione

36 Disegna una circonferenza avente una corda AB lunga 5 cm e distante 2 cm dal centro O.

37 Due archi $\overset{\frown}{AB}$ e $\overset{\frown}{CD}$ di una stessa circonferenza di centro O sono congruenti. Calcola la misura della corda che sottende l'arco $\overset{\frown}{AB}$ sapendo che la corda CD è lunga 14 cm.

38 In una circonferenza di centro O e raggio lungo 5 cm, la corda AB misura 7 cm. Calcola il perimetro del triangolo AOB. [17 cm]

39 Calcola le misure degli angoli $O\widehat{A}H$, $H\widehat{O}A$, $O\widehat{B}H$ e $H\widehat{O}B$ della figura a lato sapendo che OH è perpendicolare ad AB e che OA è il doppio di OH. [30°; 60°; 30°; 60°]



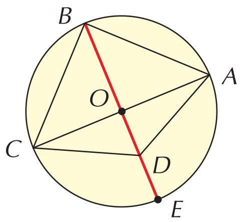
40 Traccia in una circonferenza di centro O due corde congruenti e non parallele in modo tale che il loro punto di intersezione P sia sui loro prolungamenti all'esterno della circonferenza e unisci P con O. Verifica che PO è la bisettrice dell'angolo formato dalle due corde.

41 Traccia in una circonferenza di centro O due corde AB e CD congruenti e unisci con una retta r i loro punti medi M e N. La retta r interseca la circonferenza in due punti P e Q. Verifica che $MP = NQ$.

42 Traccia in una circonferenza di centro O due corde disuguali e parallele. Che tipo di quadrilatero si ottiene unendo i quattro estremi delle corde tra di loro?

Osserva i dati riferiti a ciascuna delle seguenti circonferenze e calcola le relative incognite.

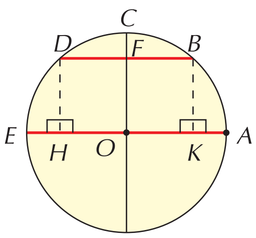
43



Dati	Incognite
$\overline{BE} = 8$ cm $\overline{BD} = 6$ cm	$\overline{OC}$, $\overline{OD}$

[4 cm; 2 cm]

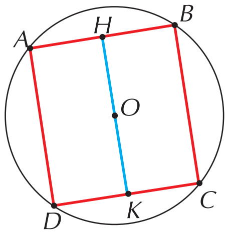
44



Dati	Incognite
$\overline{AE} = 12$ cm $\overline{BD} = 8$ cm $AE \parallel BD$	$\overline{EH}$, $\overline{KA}$ $\overline{BF}$, $\overline{FD}$

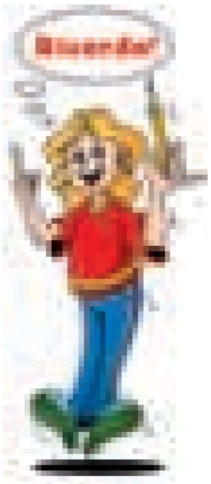
[2 cm; 2 cm; 4 cm; 4 cm]

45 In una circonferenza due corde AB e CD, tra loro parallele, sono congruenti e misurano 6 cm (figura a lato). Calcola il perimetro del quadrilatero $ABCD$ sapendo che le distanze OH e OK di ciascuna corda dal centro sono 3,28 cm. [25,12 cm]



3 Le parti di un cerchio

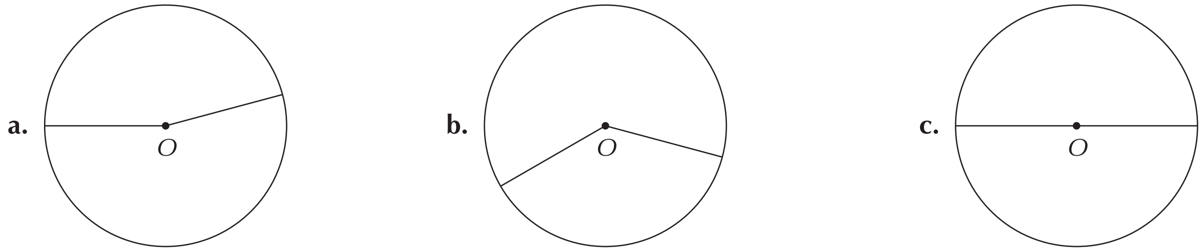
teoria pag. 96



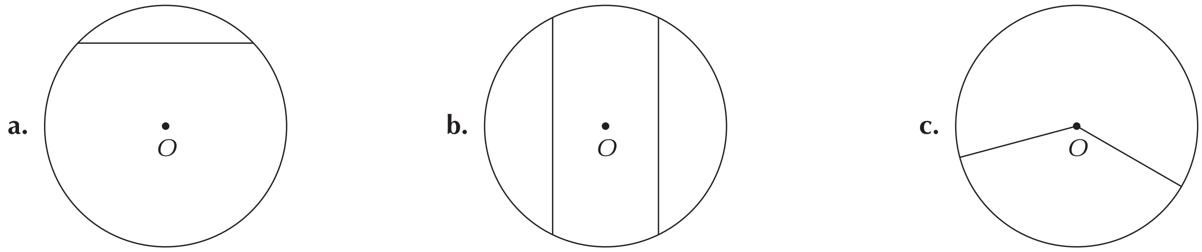
- ✗ Il **settore circolare** è ognuna delle due parti in cui un cerchio è diviso da due suoi raggi;
- ✗ il **segmento circolare ad una base** è ognuna delle due parti in cui un cerchio è diviso da una sua corda;
- ✗ il **segmento circolare a due basi** è la parte di cerchio compresa fra due corde parallele; la distanza tra due basi si chiama altezza.

Comprensione della teoria

46 Colora nei seguenti cerchi di centro O i settori circolari.



47 Colora nei seguenti cerchi di centro O i segmenti circolari.



48 Si chiama settore circolare:
a. ognuna delle due parti in cui un cerchio è diviso da una sua corda;
b. la parte di cerchio compresa fra due corde parallele;
c. ognuna delle due parti in cui un cerchio è diviso da due suoi raggi;
d. ciascuna parte di circonferenza delimitata da due punti presi su di essa.

49 Si chiama segmento circolare ad una base:
a. ognuna delle due parti in cui un cerchio è diviso da una sua corda;
b. la parte di cerchio compresa fra due corde parallele;
c. ognuna delle due parti in cui un cerchio è diviso dai suoi raggi;
d. una parte qualunque di cerchio.

Applicazione

50 Disegna due corde parallele di un cerchio. In quante parti viene suddiviso il cerchio? Come si chiamano le parti ottenute? Come si chiama la distanza tra le due corde?

51 Disegna un diametro e due corde ad esso parallele di un cerchio. In quanti parti viene suddiviso il cerchio? Come si chiamano le parti ottenute?

52 Due corde parallele AB e CD distano dal centro del cerchio cui appartengono rispettivamente 2 cm e 3 cm. Calcola l'altezza del segmento circolare a due basi.
(Suggerimento: il problema ammette due soluzioni)

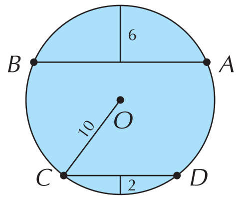
53 Calcola l'ampiezza di due settori circolari determinati da un diametro del cerchio. [180°]

● **54** Calcola l'ampiezza di due settori circolari sapendo che uno è la terza parte dell'altro e che la loro somma è 120°. [30°; 90°]

● **55** Calcola l'ampiezza di due settori circolari sapendo che uno è il triplo dell'altro e che la loro somma è 88°. [22°; 66°]

● **56** Calcola l'ampiezza di due settori circolari sapendo che uno è il doppio dell'altro diminuito di 36° e che sono supplementari. [72°; 108°]

● **57** Osserva la figura a lato e calcola la misura dell'altezza del segmento circolare a due basi (le misure sono espresse in cm). [12 cm]



4 Le condizioni per individuare una circonferenza

teoria pag. 97

✗ Per **un punto** passano **infinite** circonferenze;
✗ per **due punti distinti** passano **infinite** circonferenze;
✗ per **tre punti non allineati** passa **una** sola circonferenza.

Comprensione della teoria

58 Delle seguenti affermazioni indica quali sono vere e quali false:
a. per tre punti non allineati passa una e una sola circonferenza V F
b. per due punti distinti passano infinite circonferenze V F
c. per un punto passa una e una sola circonferenza V F
d. per tre punti allineati passa una circonferenza di raggio infinito. V F

59 Rispondi alle seguenti domande.
a. Quante circonferenze passano per due punti distinti *A* e *B*?
b. Come si chiama l'insieme delle circonferenze passanti per *A* e *B*?
c. Come si chiamano i due punti *A* e *B*?

60 Considera tre punti allineati *A*, *B*, *C* e la retta *r* che passa per tali punti; la retta ottenuta si può considerare:
a. una circonferenza di raggio pari alla distanza tra i punti estremi;
b. una circonferenza di raggio nullo;
c. una circonferenza di raggio infinito.

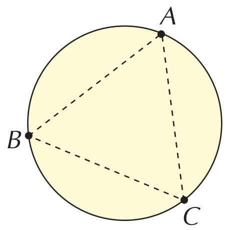
Applicazione

61 Disegna due punti distinti *A* e *B*. Quante circonferenze passano contemporaneamente per *A* e per *B*? Tracciane alcune.

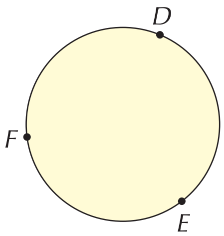
62 Disegna tre punti *A*, *B* e *C* non allineati. Quante circonferenze possono passare per i punti *A*, *B* e *C*? Verificarlo con un disegno.

63 Utilizzando le proprietà dell'asse di un segmento, individua con una opportuna costruzione il centro delle due seguenti circonferenze.

a.



b.



64 Disegna un punto *P*. Quante circonferenze possono passare per il punto *P*? Tracciane alcune.

65 In un piano disegna quattro punti distinti *A*, *B*, *C* e *D* non allineati fra loro. Rappresenta ora:
a. tre circonferenze distinte passanti per il punto *A*;
b. tre circonferenze distinte passanti per i punti *B* e *C*;
c. la circonferenza avente centro in *D* e raggio *BD*.

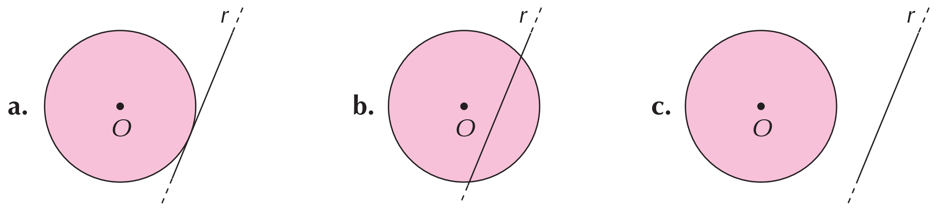
5 Le posizioni di una retta rispetto ad una circonferenza

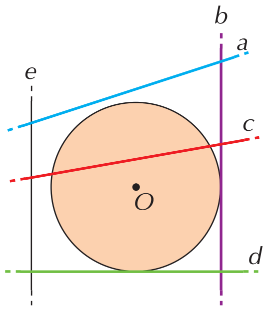
teoria pag. 98

- ✗ Una **retta esterna** ad una circonferenza non ha con essa **alcun punto** in comune;
- ✗ una **retta tangente** ad una circonferenza ha con essa **un solo punto** in comune;
- ✗ una **retta secante** una circonferenza ha con essa **due punti** distinti in comune;
- ✗ la **tangente** ad una circonferenza è sempre **perpendicolare al raggio** nel punto di tangenza;
- ✗ i segmenti che uniscono un punto esterno ad una circonferenza con la circonferenza stessa sono tra loro congruenti;
- ✗ la retta che congiunge un punto esterno ad una circonferenza con il centro della circonferenza è la **bisettrice** dell'angolo formato dalle tangenti condotte dal punto alla circonferenza.

Comprensione della teoria

66 Indica, per ciascuna delle seguenti figure, qual è la posizione della retta *r* rispetto alla circonferenza di centro *O*.





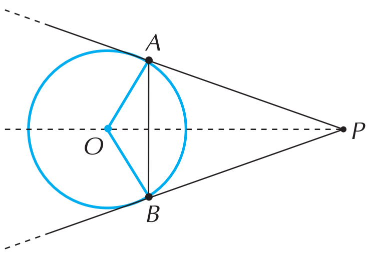
67 Osserva la figura a lato e indica quali rette sono secanti, quali tangenti e quali esterne alla circonferenza di centro *O*.

68 Una retta è tangente ad una circonferenza se la sua distanza dal centro della circonferenza è:
a. maggiore del raggio; **b.** minore del raggio; **c.** congruente al raggio.

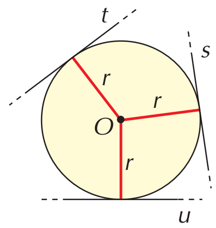
69 Una retta è esterna ad una circonferenza se la sua distanza dal centro è:
a. congruente al raggio; **b.** maggiore del raggio; **c.** minore del raggio.

70 Una retta è secante una circonferenza se:
a. ha con essa un solo punto in comune; **b.** ha con essa due punti in comune;
c. ha con essa infiniti punti in comune; **d.** non ha con essa alcun punto in comune.

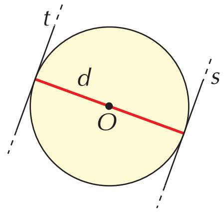
71 Osserva la figura a lato e indica quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali false:
a. *OA* e *OB* sono due raggi V F
b. *OB* è perpendicolare a *PO* V F
c. i triangoli *OAP* e *OBP* sono congruenti V F
d. il triangolo *OAB* è isoscele. V F



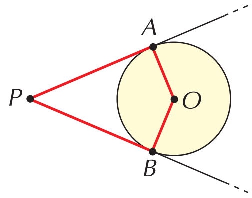
72 Considera la figura a lato e misura gli angoli che il raggio r forma con le tangenti alla circonferenza s, t, u. Che cosa noti?



73 Considera la figura a lato e misura gli angoli che il diametro d forma con le tangenti alla circonferenza s e t. Come risultano fra loro le due tangenti?



74 Considera la figura a lato e misura i segmenti PA e PB delle due tangenti alla circonferenza di centro O e confronta poi le due misure. Che cosa noti? Sai spiegare il motivo?



Applicazione

75 Rappresenta con un disegno le posizioni reciproche che possono avere una circonferenza e una retta nel piano.

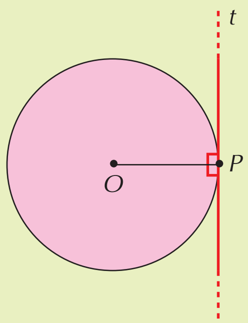
76 Dopo aver disegnato una circonferenza, traccia tre rette fra loro parallele che siano una secante, una esterna e una tangente alla circonferenza.

77 **Esercizio guida**

Traccia la tangente t ad una circonferenza di centro O in un suo punto P.

Svolgimento

Poiché la tangente ad una circonferenza è sempre .... al raggio nel punto di tangenza, dopo aver tracciato la circonferenza e un suo raggio OP basta tracciare la retta .... a quest'ultimo nel punto P. Quest'ultima retta è la tangente cercata.



78 Traccia due tangenti ad una circonferenza in due suoi punti distinti.

79 Disegna una circonferenza e scegli un punto ad essa esterno. Quante tangenti alla circonferenza riesci a condurre da quel punto?

80 Disegna una circonferenza e scegli un punto ad essa esterno. Quante secanti alla circonferenza riesci a condurre da quel punto?

81 Completa la seguente tabella.

Raggio circonferenza	Distanza della retta dal centro	Posizione della retta
8 cm	5 cm	
5 cm		esterna
3,6 cm	0,36 cm	
12,4 cm	12,5 cm	
2,56 cm		tangente

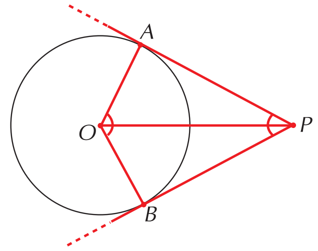
82 Disegna una circonferenza di centro O e raggio $r = 1{,}5$ cm e traccia una retta ad una distanza dal centro pari alla metà del diametro. Qual è la posizione della retta rispetto alla circonferenza?

83 Disegna una circonferenza di centro O e raggio $r = 2$ cm e tre rette, tra loro parallele, tali che siano una esterna, una tangente e una secante rispetto alla circonferenza.

84 Disegna due rette parallele a e b e due circonferenze tangenti contemporaneamente ad entrambe le rette. Verifica che la retta congiungente i due centri delle circonferenze è parallela ad a e b.

85 Su una circonferenza di centro O traccia due diametri perpendicolari tra di loro, scegli un punto P sulla circonferenza, unisci P con O e traccia da P le perpendicolari PH e PK ai due diametri. Se l'angolo $\widehat{POH} = 45°$, che tipo di quadrilatero è $HPKO$?

86 Calcola l'ampiezza degli angoli del triangolo PAO nella figura a lato sapendo che $\widehat{APB} = 46°$. [90°; 23°; 67°]

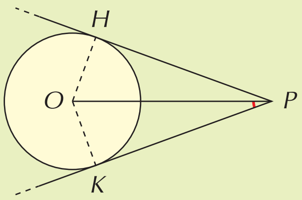


87 Due rette parallele sono una secante e l'altra tangente ad una circonferenza di raggio $r = 3{,}2$ cm. Sapendo che la prima retta dista 2,8 cm dal centro, calcola la distanza tra le due rette sia quando tracci le rette da parti opposte, sia quando tracci le rette dalla stessa parte rispetto al centro. [6 cm oppure 0,4 cm]

88 Data una circonferenza di centro O, prendi un punto P esterno ad essa e traccia le rette tangenti che incontrano la circonferenza in A e B; sapendo che il segmento PA misura 7 cm ed il raggio è lungo 3 cm, calcola il perimetro del quadrilatero $PAOB$. [20 cm]

Nei seguenti esercizi osserva le figure e i dati delle tabelle a lato e calcola le incognite indicate.

89 Esercizio guida



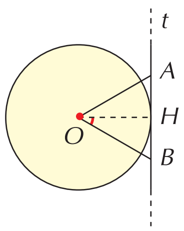
Dati	Incognite
$\overline{PH} = 48$ m	$\overline{PK}$
$\widehat{KPO} = 20°$	$\widehat{KPH}$
	$\widehat{PHO}$, $\widehat{PKO}$
	$\widehat{POH}$, $\widehat{POK}$

Svolgimento

$\overline{PK} =$ .... m; $\widehat{KPH} = 2 \cdot$ .... $=$ ....

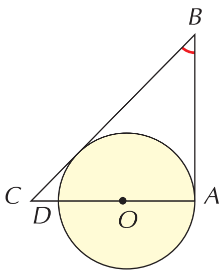
$\widehat{PHO} = \widehat{PKO} =$ ....; $\widehat{POH} = \widehat{POK} = 180° - (90° +$ ....$) =$ ....

90



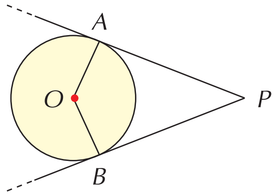
Dati	Incognite
OH : raggio	$\widehat{AOB}$
$AH = HB$	$\widehat{OBA}$
AB : tangente	$\widehat{BAO}$
$\widehat{BOH} = 30°$	

91



Dati	Incognite
AD : diametro	$\widehat{BAC}$
$\widehat{ABC} = 45°$	$\widehat{ACB}$
$\overline{AC} = 12$ cm	$\overline{AO}$
$\overline{DC} = 2$ cm	
AB e BC = tangenti	

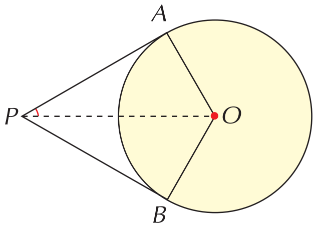
92



Dati	Incognita
$\overline{AP} = 155$ cm	$2p_{(AOBP)}$
diametro $= 186$ cm	

[496 cm]

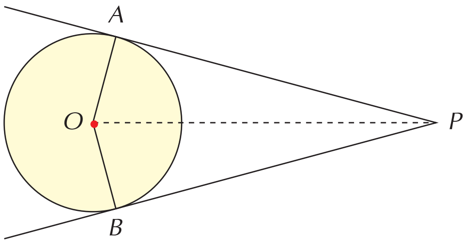
93



Dati	Incognite
$\widehat{APO} = 30°$	$\widehat{A}$, $\widehat{B}$
$\overline{PO} = 10$ cm	$\widehat{AOP}$, $\widehat{BOP}$, $\widehat{BPA}$
$\overline{AP} = 8{,}66$ cm	$2p_{(PBOA)}$

[90°; 90°; 60°; 60°; 60°; 27,32 cm]

94



Dato	Incognite
$\widehat{AOP} = 5 \cdot \widehat{APO}$	$\widehat{A}$, $\widehat{B}$
	$\widehat{AOP}$, $\widehat{BOP}$
	$\widehat{APO}$, $\widehat{BPO}$

[90°; 90°; 75°; 75°; 15°; 15°]

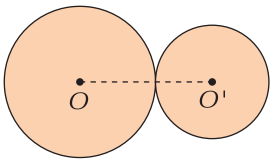
6 Le posizioni di due circonferenze

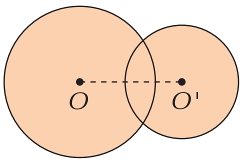
teoria pag. 100

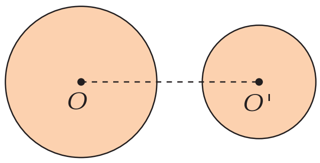
- ✗ Due **circonferenze** sono **esterne** l'una all'altra se la distanza dei loro centri è maggiore della somma dei loro raggi;
- ✗ due **circonferenze** sono **tangenti esternamente** se la distanza dei loro centri è congruente alla somma dei loro raggi;
- ✗ due **circonferenze** sono **secanti** se la distanza dei loro centri è minore della somma dei loro raggi e maggiore della loro differenza;
- ✗ due **circonferenze** sono **tangenti internamente** se la distanza dei loro centri è congruente alla differenza dei loro raggi;
- ✗ due **circonferenze** sono una **interna** all'altra se la distanza dei loro centri è minore della differenza dei loro raggi;
- ✗ due **circonferenze concentriche** hanno lo stesso centro;
- ✗ la **corona circolare** è la parte di piano delimitata da due circonferenze concentriche.

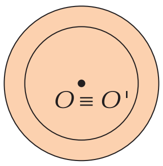
Comprensione della teoria

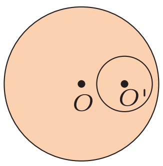
95 Osserva le seguenti figure e indica in quale posizione reciproca si trovano le circonferenze.

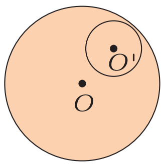
a. 

b. 

c. 

d. 

e. 

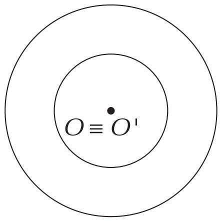
f. 

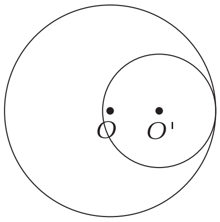
96 Due circonferenze sono tangenti internamente se la distanza dei loro centri è:
a. congruente alla differenza dei raggi;
b. congruente alla somma dei raggi;
c. minore della somma dei raggi e maggiore della loro differenza.

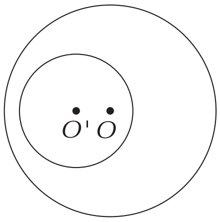
97 Due circonferenze si dicono secanti se la distanza dei loro centri è:
a. congruente alla somma dei loro raggi;
b. maggiore della somma dei loro raggi;
c. minore della somma dei loro raggi e maggiore della loro differenza;
d. congruente alla differenza dei loro raggi.

98 La corona circolare è la parte di piano delimitata da:
a. due circonferenze secanti;
b. due circonferenze tangenti internamente;
c. due circonferenze tangenti esternamente;
d. due circonferenze concentriche di raggi disuguali.

99 Indica quale delle seguenti figure rappresenta due circonferenze concentriche e colora la corona circolare.

a.


b.


c.


Applicazione

100 Rappresenta con un disegno le posizioni reciproche che possono avere due circonferenze nel piano.

101 Disegna due circonferenze secanti i cui raggi misurano rispettivamente 4 cm e 5 cm.

102 Disegna due circonferenze tangenti internamente che hanno i raggi uno il doppio dell'altro e il diametro della circonferenza minore lungo 6 cm.

103 Dopo aver disegnato una circonferenza di raggio 3 cm e centro O, traccia:
a. una circonferenza di raggio 3 cm e centro in A esterna alla prima;
b. una circonferenza di raggio 2 cm e centro in B tangente esternamente alla prima;
c. una circonferenza di raggio 1 cm e centro in C concentrica alla prima.

104 Dopo aver disegnato due circonferenze tangenti esternamente i cui raggi misurano rispettivamente 4,6 cm e 4,2 cm, calcola la misura della distanza dei loro centri.

105 Dopo aver disegnato due circonferenze tangenti internamente i cui raggi misurano rispettivamente 9 cm e 5,5 cm, calcola la misura della distanza dei loro centri.

106 Due circonferenze hanno le misure dei rispettivi diametri di 6 cm e 4 cm. Disegnale in modo tale che la distanza dei loro centri sia di 5 cm. Come sono le due circonferenze tra di loro?

107 Due circonferenze hanno le misure dei rispettivi diametri di 5 cm e 3 cm. Disegnale in modo tale che la distanza dei loro centri sia di 6 cm. Come sono le due circonferenze tra di loro?

108 Due circonferenze hanno le misure dei diametri rispettivamente di 10 cm e 4 cm. Qual è la posizione delle due circonferenze sapendo che la distanza dei loro centri è di 3 cm?

109 I diametri di due circonferenze misurano rispettivamente 10 cm e 12 cm. Se la distanza dei loro centri misura 11 cm, qual è la loro posizione reciproca?

110 La distanza fra i centri di due circonferenze misura 8 cm. Se il raggio della prima circonferenza misura 3 cm quali valori deve avere il raggio della seconda circonferenza affinché siano secanti? [$5 < r < 11$]

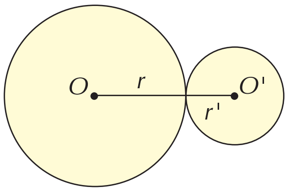
111 Due circonferenze sono tangenti internamente. Calcola la distanza fra i centri sapendo che i raggi delle due circonferenze misurano rispettivamente 10 cm e 7 cm. [3 cm]

112 Disegna due circonferenze congruenti di centri O e O' che si intersecano nei punti C e D. Dopo aver tracciato una delle loro tangenti comuni, siano A e B i punti di tangenza. Verifica che il quadrilatero $OO'BA$ è un rettangolo.

113 Disegna due circonferenze c e c' secanti nei punti H e K; verifica che la retta r congiungente i centri delle due circonferenze è l'asse del segmento HK.

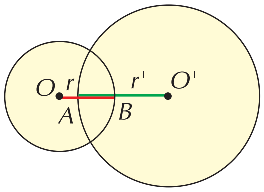
Dopo aver osservato attentamente le seguenti figure, considera i dati ad esse relativi e calcola quanto richiesto.

114



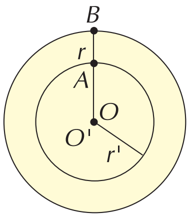
Dati	Incognite
$\overline{OO'} = 21$ cm	r
$r = 2 \cdot r'$	r'

115



Dati	Incognita
$r = 4$ cm	$\overline{OO'}$
$r' = 6$ cm	
$\overline{AB} = 2$ cm	

116



Dati	Incognita
$r = 16$ cm	$\overline{AB}$
$r' = 9{,}2$ cm	

117 La misura della distanza dei centri di due circonferenze tangenti internamente è 4 cm. Calcola la misura del raggio della circonferenza maggiore sapendo che il raggio della circonferenza minore è lungo 8 cm. [12 cm]

118 Due circonferenze tangenti esternamente hanno i raggi uno il doppio dell'altro. Sapendo che la loro differenza è 9 cm, calcola la misura della distanza dei loro centri. [27 cm]

119 Disegna una circonferenza di centro O e raggio lungo 3 cm; scegli poi un punto P tale che disti 6,5 cm da O. Quanto deve misurare il raggio di una circonferenza avente il centro in P per essere tangente esternamente a quella data?

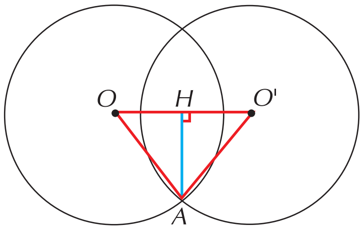
120 Disegna una retta r e due circonferenze ad essa tangenti nello stesso punto. Considera quindi la retta s congiungente i due centri della circonferenza; che tipo di retta è s rispetto ad r?

121 Disegna un angolo e due circonferenze tangenti contemporaneamente ai due lati dell'angolo. Considera quindi la semiretta r congiungente il vertice dell'angolo con i due centri delle circonferenze; che caratteristica ha la semiretta r rispetto all'angolo?

122 Disegna un segmento AB e prendi su di esso due punti P e Q distinti da A e B. Traccia ora la circonferenza di centro A e raggio AP e quella di centro B e raggio BQ. Come risultano le due circonferenze tra di loro? Facendo variare le posizioni di P e Q su AB, quando le due circonferenze saranno tangenti esternamente?

123 Disegna una retta r ed un punto A appartenente ad essa. Traccia quindi due circonferenze entrambe tangenti alla retta r nel punto A ed aventi i raggi rispettivamente di 8 cm e 14 cm. Come sono le due circonferenze tra loro? Quanto misura la distanza dei loro centri? [22 cm oppure 6 cm]

124 Le due circonferenze di centro O e O' della figura a lato sono congruenti. Calcola il perimetro del triangolo $AO'O$ sapendo che AH è perpendicolare alla distanza fra i centri OO', che ciascun raggio è lungo 50 cm e che la misura del segmento OH è uguale alla somma di 10,35 cm con la metà di OA. [170,7 cm]



7 Gli angoli al centro e alla circonferenza

teoria pag. 102

- ✗ L'**angolo al centro di una circonferenza** è ogni angolo avente il vertice nel suo centro;
- ✗ in una circonferenza ad **angoli al centro congruenti** corrispondono **archi congruenti** e viceversa;
- ✗ l'**angolo alla circonferenza** è un angolo convesso con il vertice su di essa e i lati secanti (o tangenti) la circonferenza;
- ✗ ad ogni angolo alla circonferenza corrisponde un solo arco sul quale insiste; mentre ad ogni arco corrispondono infiniti angoli alla circonferenza.

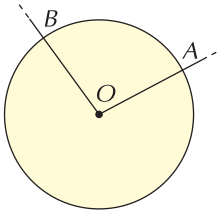
Comprensione della teoria

125 Un angolo al centro di una circonferenza ha:
a. il vertice in un punto qualunque del cerchio;
b. il vertice in un punto qualunque della circonferenza;
c. il vertice nel suo centro.

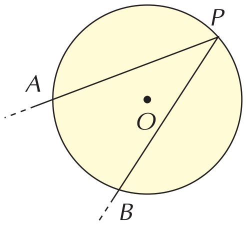
126 Si chiama angolo alla circonferenza ogni angolo convesso avente:
a. il vertice nel suo centro;
b. il vertice sulla circonferenza e i lati secanti (o tangenti) la circonferenza;
c. il vertice in un punto qualunque del cerchio;
d. il vertice in un punto esterno della circonferenza.

127 Indica in quale delle due figure seguenti è rappresentato un angolo al centro e in quale un angolo alla circonferenza.

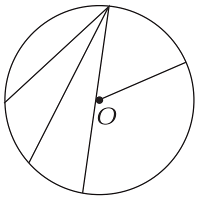
a.



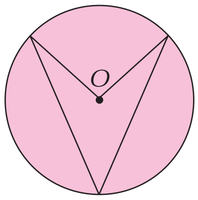
b.



128 Nella figura a lato colora in rosso gli angoli al centro e in blu gli angoli alla circonferenza.

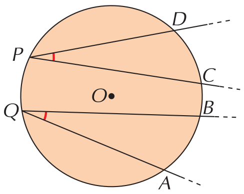


129 Nella figura a lato sono rappresentati due angoli al centro e tre angoli alla circonferenza; individuali e colora in rosso gli angoli al centro e in blu gli angoli alla circonferenza.



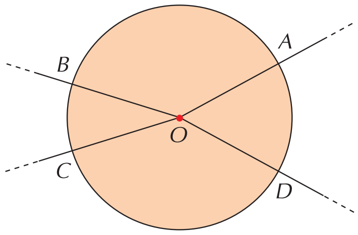
130 Nella circonferenza di centro O rappresentata a lato, considera l'angolo alla circonferenza e l'arco ad esso corrispondente e completa le seguenti scritture:

a. $\widehat{DPC}$ insiste su ....; **b.** $\widehat{AQB}$ insiste su ....



131 Nella circonferenza di centro O rappresentata a lato, considera l'angolo al centro e l'arco ad esso corrispondente e completa le seguenti scritture:

a. $\widehat{AOB}$ insiste su ....;
b. $\widehat{COD}$ insiste su ....;
c. $\widehat{BOC}$ insiste su ....;
d. $\widehat{DOA}$ insiste su ....



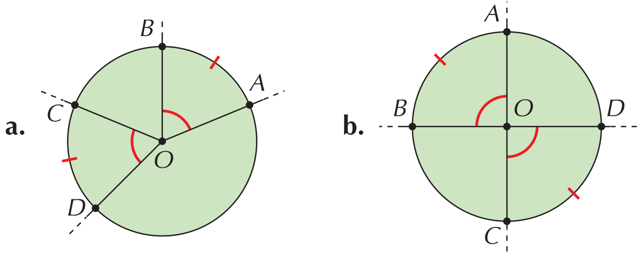
132 Ad ogni angolo alla circonferenza:
a. corrisponde un solo arco e ad ogni arco corrisponde un solo angolo alla circonferenza;
b. corrispondono infiniti archi e per ciascun arco corrisponde un angolo alla circonferenza;
c. corrisponde un solo arco e ad ogni arco corrispondono infiniti angoli alla circonferenza;
d. corrispondono infiniti archi e ad ogni arco corrispondono infiniti angoli al centro.

133 Completa le seguenti affermazioni relative alle proprietà degli angoli alla circonferenza:
a. ad ogni angolo alla circonferenza corrisponde un .... sul quale insiste;
b. ad ogni arco corrispondono .... angoli alla circonferenza.

Applicazione

134 In una circonferenza di centro O scegli un arco $\overset{\frown}{AB}$, unisci gli estremi A e B con il centro O e specifica quale angolo al centro corrisponde all'arco $\overset{\frown}{AB}$.

135 Gli archi $\overset{\frown}{AB}$ e $\overset{\frown}{CD}$ delle seguenti circonferenze di centro O sono fra di loro congruenti. Misura i loro corrispondenti angoli al centro. Che cosa noti?



136 In una circonferenza di centro O traccia due angoli al centro che misurano ciascuno 40°. Come sono gli archi sui quali insistono?

137 In una circonferenza di centro O traccia un angolo alla circonferenza di 50° e specifica su quale arco insiste.

138 In una circonferenza di centro O traccia un arco $\overset{\frown}{AB}$ e stabilisci quanti angoli al centro e quanti angoli alla circonferenza corrispondono ad esso.

139 Su una circonferenza di diametro AB prendi un punto C in modo tale che gli angoli $\widehat{A}$ e $\widehat{B}$ del triangolo ABC siano congruenti.

140 In una circonferenza di centro O traccia un angolo al centro e stabilisci quanti angoli alla circonferenza e quanti archi corrispondono ad esso.

8 Le relazioni tra gli angoli al centro e alla circonferenza

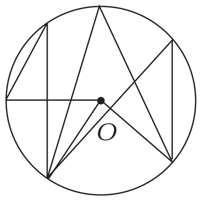
teoria pag. 103

- ✗ Ogni angolo alla circonferenza è **metà** del corrispondente angolo al centro;
- ✗ tutti gli angoli alla circonferenza che insistono sullo stesso arco sono fra loro congruenti;
- ✗ ogni angolo alla circonferenza che insiste su una semicirconferenza è retto;
- ✗ tutti i triangoli aventi un vertice sulla circonferenza e un lato coincidente con il diametro sono triangoli rettangoli;
- ✗ in ogni triangolo rettangolo la **mediana relativa all'ipotenusa** è congruente alla **metà** dell'**ipotenusa** stessa.

Comprensione della teoria

141 Come si chiamano gli angoli al centro e gli angoli alla circonferenza che insistono sullo stesso arco?

142 Nella figura a lato colora dello stesso colore gli angoli al centro e gli angoli alla circonferenza che insistono sullo stesso arco.

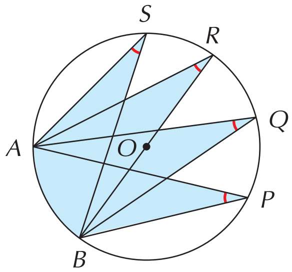


143 Ogni angolo alla circonferenza è:
a. il doppio del corrispondente angolo al centro;
b. la metà del corrispondente angolo al centro;
c. congruente al corrispondente angolo al centro;
d. il triplo del corrispondente angolo al centro.

144 Tutti gli angoli alla circonferenza che insistono sullo stesso arco:
a. non sono mai congruenti;
b. sono fra loro congruenti;
c. sono a due a due congruenti.

145 Indica quale delle seguenti affermazioni è vera e quali sono false:
a. ogni angolo alla circonferenza è il doppio dell'angolo al centro che insiste sullo stesso arco V F
b. ogni angolo al centro è il doppio dell'angolo alla circonferenza che insiste sullo stesso arco V F
c. un angolo alla circonferenza e il corrispondente angolo al centro sono congruenti. V F

146 Osserva la circonferenza di centro *O* raffigurata a lato e rispondi alle seguenti domande:
a. quanti archi corrispondono agli angoli alla circonferenza aventi i vertici nei punti *S*, *R*, *Q* e *P*?
b. Come sono gli angoli alla circonferenza aventi i vertici nei punti *S*, *R*, *Q* e *P*? Giustifica la tua risposta.



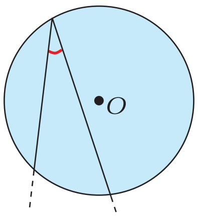
147 Ogni angolo alla circonferenza che insiste su una semicirconferenza è:
a. piatto; **b.** ottuso; **c.** retto.

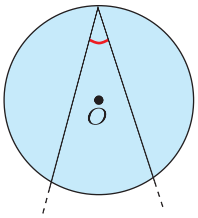
148 Completa la seguente frase:
i triangoli che hanno un lato coincidente con il diametro di una circonferenza e il vertice opposto appartenente alla stessa circonferenza sono triangoli ....

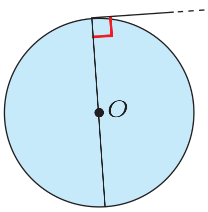
149 In ogni triangolo rettangolo la mediana relativa all'ipotenusa è:
a. la metà dell'ipotenusa stessa; **b.** il doppio dell'ipotenusa stessa; **c.** congruente ad uno dei due cateti.

Applicazione

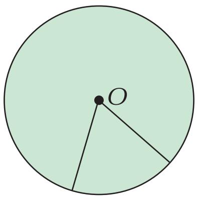
150 Dopo aver disegnato per ciascun angolo alla circonferenza il corrispondente angolo al centro, misura la relativa ampiezza.

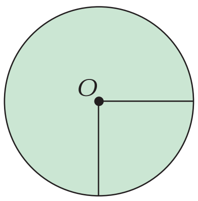
a.


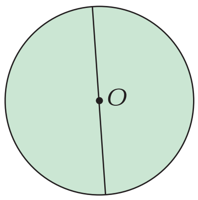
b.


c.


151 Disegna per ognuno dei seguenti angoli al centro almeno due angoli alla circonferenza corrispondenti e calcola le relative misure.

a.


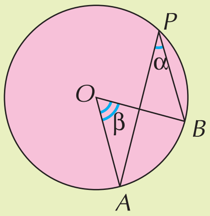
b.


c.


152 **Esercizio guida**

Un angolo alla circonferenza insiste su un arco $\overset{\frown}{AB}$ ed è ampio la decima parte di un angolo giro. Calcola la misura dell'angolo al centro corrispondente.

Svolgimento



Dato	Incognita
$\alpha = 360° : 10$	β

$\alpha = 360° : 10 = ...$ se $\alpha = 36°$ $\rightarrow$ $\beta = \alpha \cdot 2 = ...$

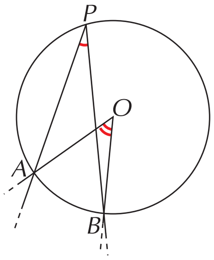
153 Un angolo alla circonferenza misura 28°. Qual è la misura del corrispondente angolo al centro?

154 Un angolo al centro misura 28°. Qual è la misura del corrispondente angolo alla circonferenza?

155 Completa la seguente tabella sapendo che α indica la misura dell'angolo al centro e β quella del suo corrispondente angolo alla circonferenza.

α	35°		16° 28′		36° 51′	
β		52°		40° 50′		92° 40′

156 Considera la figura a lato e calcola l'ampiezza dell'angolo $\widehat{AOB}$ sapendo che l'angolo $\widehat{APB}$ è ampio 25° 45′. [51° 30′]



157 Un angolo al centro è la quinta parte dell'angolo piatto. Quanto misura il corrispondente angolo alla circonferenza? [18°]

158 Un angolo alla circonferenza è la terza parte di un angolo retto. Quanto misura il corrispondente angolo al centro? [60°]

159 Un angolo al centro è la dodicesima parte di un angolo giro. Calcola la misura dell'angolo alla circonferenza corrispondente. [15°]

160 Un angolo alla circonferenza è la quarta parte di un angolo giro. Calcola la misura dell'angolo al centro corrispondente. [180°]

161 Un angolo al centro è la terza parte di un angolo giro. Calcola la misura dell'angolo alla circonferenza corrispondente. [60°]

162 Un angolo al centro insiste su un arco che è la quarta parte della circonferenza. Quanto è ampio il corrispondente angolo alla circonferenza? [45°]

163 Un angolo alla circonferenza è la metà di un angolo retto aumentato di 27°. Calcola la misura del corrispondente angolo al centro. [144°]

164 La bisettrice di un angolo al centro divide l'angolo stesso in due angoli di 25°. Calcola l'ampiezza di un corrispondente angolo alla circonferenza. [25°]

● **165** La somma di due angoli al centro è di 132° e uno è il doppio dell'altro. Calcola la misura dei loro corrispondenti angoli alla circonferenza. [22°; 44°]

● **166** La somma delle misure di un angolo al centro e del suo corrispondente angolo alla circonferenza è di 246°. Calcola le misure di ciascun angolo. [82°; 164°]

● **167** La somma delle misure di un angolo al centro e del suo corrispondente angolo alla circonferenza è di 126° 30′ 15″. Calcola le misure di ciascun angolo. [42° 10′ 5″; 84° 20′ 10″]

● **168** La differenza delle misure di un angolo al centro e del suo corrispondente angolo alla circonferenza è 48°. Calcola le misure dei due angoli. [48°; 96°]

● **169** Un angolo alla circonferenza è complementare del corrispondente angolo al centro; calcola la misura della loro ampiezza. [30°; 60°]

● **170** Un angolo alla circonferenza è la quinta parte di un angolo giro aumentata di 16°. Calcola la misura del corrispondente angolo al centro. [176°]

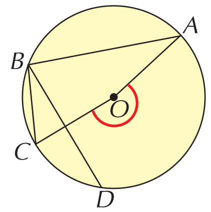
• **171** Un angolo alla circonferenza è supplementare del corrispondente angolo al centro; calcola la misura delle loro ampiezze. [60°; 120°]

• **172** Un angolo alla circonferenza è $\frac{2}{5}$ di un angolo retto. Calcola l'ampiezza del corrispondente angolo al centro. [72°]

• **173** Un angolo alla circonferenza è $\frac{3}{4}$ di un angolo piatto. Calcola l'ampiezza del corrispondente angolo al centro. [270°]

• **174** La somma delle ampiezze di due angoli al centro è di 193° 38′; sapendo che uno dei due è il quadruplo dell'altro, calcola le ampiezze dei due corrispondenti angoli alla circonferenza. [19° 21′ 48″; 77° 27′ 12″]

• **175** Considera la figura a lato e calcola l'ampiezza dell'angolo $A\widehat{O}C$ sapendo che $A\widehat{B}D = 65°$ e che $C\widehat{B}D = \frac{3}{5} \cdot A\widehat{B}D$. [208°]



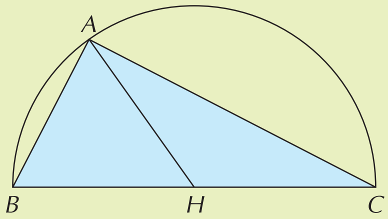
• **176** La somma e la differenza delle ampiezze di due angoli alla circonferenza misurano rispettivamente 117° 45′ 52″ e 51° 08′ 40″; calcola le misure dei due corrispondenti angoli al centro. [168° 54′ 32″; 66° 37′ 12″]

177 In una circonferenza di centro O traccia un angolo al centro di 180°; scegli poi un punto P appartenente alla circonferenza ed uniscilo con gli estremi dell'angolo al centro. Che tipo di triangolo ottieni?

178 **Esercizio guida**

In un triangolo rettangolo i due cateti misurano rispettivamente 111 cm e 148 cm e la mediana relativa all'ipotenusa è lunga 92,5 cm. Calcola il perimetro del triangolo.

Svolgimento



Dati	Incognita
$\overline{AB} = 111$ cm $\overline{AC} = 148$ cm $\overline{AH} = 92{,}5$ cm	$2p_{(ABC)}$

Poiché in ogni triangolo rettangolo la mediana relativa all'ipotenusa è la metà dell'ipotenusa stessa:

$\overline{BC} = 2 \cdot \overline{AH} = (2 \cdot 92{,}5)$ cm $= 185$ cm.

$2p_{(ABC)} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} = (111 + 185 + 148)$ cm $= 444$ cm.

179 In un triangolo rettangolo i due cateti misurano rispettivamente 20 dm e 15 dm. Sapendo che la mediana relativa all'ipotenusa misura 12,5 dm, calcola il perimetro del triangolo. [60 dm]

180 Il perimetro di un triangolo rettangolo è 120 m. Sapendo che le misure dei cateti sono rispettivamente 30 m e 40 m, calcola la misura della mediana relativa all'ipotenusa. [25 m]

• **181** In un triangolo rettangolo il cateto maggiore misura 24 cm. Sapendo che la mediana relativa all'ipotenusa è $\frac{5}{6}$ dell'altro cateto e che la somma delle loro misure è 33 cm, calcola il perimetro del triangolo. [72 cm]

• **182** Un cateto di un triangolo rettangolo misura 7 cm. Sapendo che la somma e la differenza delle misure dell'ipotenusa e dell'altro cateto sono rispettivamente 49 cm e 1 cm, calcola la misura della mediana relativa all'ipotenusa e il perimetro del triangolo. [12,5 cm; 56 cm]

• **183** Il perimetro di un triangolo rettangolo è 348 cm. Calcola la mediana relativa all'ipotenusa del triangolo sapendo che un cateto è lungo 87 cm e l'altro cateto è il suo doppio diminuito di 58 cm. [72,5 cm]

•• **184** Il perimetro di un triangolo rettangolo è 108 m. Sapendo che un cateto è $\frac{3}{4}$ dell'altro e che la differenza tra le loro misure è 9 m, calcola la lunghezza della mediana relativa all'ipotenusa. [22,5 m]

Verifica la tua preparazione eseguendo i seguenti esercizi relativi agli obiettivi di **conoscenza**. Controlla quindi l'esattezza delle soluzioni alla fine del volume ed assegnati un punto per ciascun esercizio svolto correttamente.

✗ La circonferenza e il cerchio

1 La circonferenza è l'insieme di:
a. tutti e soli i punti di un piano la cui distanza dal centro è maggiore del raggio;
b. tutti e soli i punti di un piano la cui distanza dal centro è minore del raggio;
c. tutti i punti di un piano interni ad una linea chiusa;
d. tutti e soli i punti di un piano equidistanti da un punto fisso detto centro.

2 La corda passante per il centro della circonferenza si chiama:
a. raggio; **b.** diametro; **c.** arco; **d.** segmento circolare.

3 In una circonferenza, ad archi congruenti corrispondono:
a. corde congruenti ma non viceversa; **b.** infinite corde;
c. corde congruenti e viceversa; **d.** corde disuguali.

✗ Le posizioni reciproche fra retta e circonferenza e fra due circonferenze

4 Una retta si dice esterna ad una circonferenza se:
a. ha con essa un solo punto in comune; **b.** ha con essa due punti in comune;
c. ha con essa infiniti punti in comune; **d.** non ha con essa alcun punto in comune.

5 Una retta si dice tangente ad una circonferenza se:
a. ha con essa un solo punto in comune;
b. ha con essa due punti in comune;
c. ha con essa infiniti punti in comune;
d. non ha con essa alcun punto in comune.

6 Due circonferenze si dicono concentriche se:
a. hanno lo stesso centro;
b. la distanza dei loro centri è minore della differenza dei loro raggi;
c. la distanza dei loro centri è congruente alla somma dei loro raggi;
d. la distanza dei loro centri è maggiore della somma dei raggi.

✗ Gli angoli al centro ed alla circonferenza e le loro proprietà

7 Si chiama angolo al centro di una circonferenza ogni angolo avente:
a. il vertice nel suo centro;
b. il vertice sulla circonferenza e i lati secanti la circonferenza;
c. il vertice in un punto qualunque del cerchio;
d. il vertice in un punto esterno della circonferenza.

8 In ogni triangolo rettangolo la mediana relativa all'ipotenusa è:
a. congruente alla metà dell'ipotenusa stessa;
b. congruente al doppio dell'ipotenusa stessa;
c. perpendicolare all'ipotenusa stessa;
d. congruente all'ipotenusa stessa.

..... / 8

Da 0 a 2: Non conosci gli argomenti trattati nel capitolo. **Devi ristudiarlo**.
Da 3 a 5: Conosci solo superficialmente i contenuti del capitolo. **Devi ripassare** gli argomenti corrispondenti alle conoscenze non acquisite.
Da 6 a 8: Conosci in modo sufficientemente approfondito i contenuti del capitolo. **Puoi affrontare il prossimo capitolo**.

Verifica la tua preparazione eseguendo i seguenti esercizi relativi agli obiettivi di **abilità**. Controlla quindi l'esattezza delle soluzioni alla fine del volume ed assegnati un punto per ciascun esercizio svolto correttamente.

✗ Operare con gli elementi di una circonferenza

1 Data la ***figura 1***:

a. se la corda AB misura 10 cm, quanto misura il segmento MA?

b. se la corda AB è lunga 64 cm, il segmento MO misura 24 cm e il raggio è lungo 40 cm, calcola il perimetro del triangolo AOM;

c. se l'angolo $\widehat{OAM}$ è ampio 37°, quanto misura l'angolo $\widehat{AOM}$?

2 Calcola la lunghezza della parte colorata in rosso della ***figura 2*** sapendo che il diametro ha la stessa lunghezza dell'arco $\widehat{AB}$ e il raggio è lungo 3 cm.

3 Calcola la lunghezza dell'altezza del segmento circolare a due basi della ***figura 3*** sapendo che:

$\overline{OC} = 2{,}96$ cm; $\overline{HE} = 1$ cm; $\overline{FK} = 1{,}32$ cm.

✗ Applicare le proprietà sulla posizione reciproca di retta e circonferenza e di due circonferenze

4 Calcola le misure degli angoli e il perimetro del triangolo PAB della ***figura 4*** sapendo che $\overline{PA} = 17{,}32$ cm, che le ampiezze degli angoli $\widehat{PBA}$ e $\widehat{BPA}$ sono una il doppio dell'altro e che il diametro misura 20 cm.

✗ Applicare le proprietà relative agli angoli al centro ed alla circonferenza

5 In una circonferenza, un angolo al centro misura 68°. Calcola la misura del corrispondente angolo alla circonferenza.

6 In un triangolo rettangolo i due cateti misurano rispettivamente 51 cm e 68 cm. Calcola il perimetro del triangolo sapendo che la mediana relativa all'ipotenusa è lunga 42,5 cm.

7 Considera la ***figura 5*** e calcola l'ampiezza degli angoli $\widehat{ABD}$ e $\widehat{DBC}$ sapendo che $\widehat{ABD} = \frac{2}{3} \cdot \widehat{DBC}$ e che l'angolo $\widehat{AOC}$ misura 210°.

8 La somma del cateto maggiore e del cateto minore di un triangolo rettangolo misura 161 cm. Sapendo che il perimetro del triangolo è 276 cm calcola la misura della mediana relativa all'ipotenusa.

Figura 1

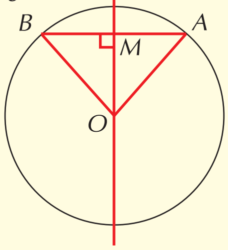


Figura 2

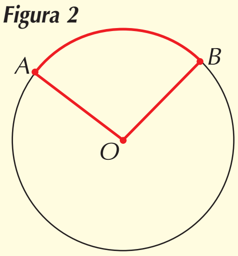


Figura 3

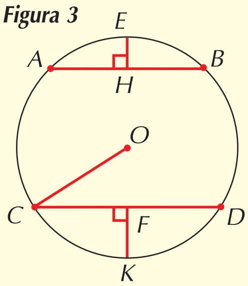


Figura 4

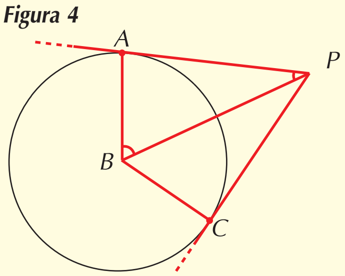
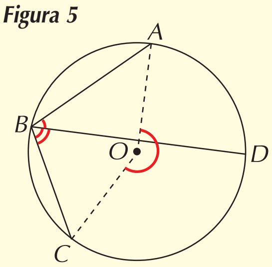


Figura 5



..... / 8

Da 0 a 2:	Non hai sviluppato adeguate abilità. Devi studiare nuovamente il capitolo ed eseguire tutti gli **esercizi del recupero**.
Da 3 a 5:	Non possiedi le abilità richieste. Prima di affrontare gli **esercizi di consolidamento** devi svolgere gli **esercizi del recupero** relativi alle abilità non ancora acquisite.
Da 6 a 8:	Hai raggiunto pienamente le abilità specifiche del capitolo. Puoi affrontare gli **esercizi per il potenziamento** e le **gare della matematica**.

✗ Operare con gli elementi di una circonferenza

1 **Vero o Falso?**

Stabilisci quali delle seguenti affermazioni sono errate e correggi gli errori.

a. La circonferenza è l'insieme dei punti del piano che hanno la stessa distanza da un punto fisso detto centro. V F

b. Il segmento che congiunge due punti sulla circonferenza è detto raggio. V F

c. La corda è l'insieme dei punti della circonferenza che ha per estremi i punti A e B. V F

d. Il diametro è la corda che passa per il centro della circonferenza. V F

e. Il settore circolare è ognuna delle parti in cui una circonferenza è divisa da due raggi. V F

f. Per due punti distinti passa una sola circonferenza. V F

2 Disegna una circonferenza di raggio $r = 3$ cm.

3 Disegna una circonferenza di $r = 5$ cm e di centro O, scegli tre punti A, B e C su di essa e misura poi la distanza dei punti scelti dal centro O. Cosa noti?

4 Riferisciti all'esercizio precedente e completa:
i punti A, B e C appartengono alla .... Il punto O .... al cerchio.

5 Disegna una circonferenza di centro O. Sia A un punto interno e B un punto esterno alla circonferenza e C un punto della circonferenza. Che relazione esiste tra il raggio della circonferenza e i segmenti AO, BO, CO?

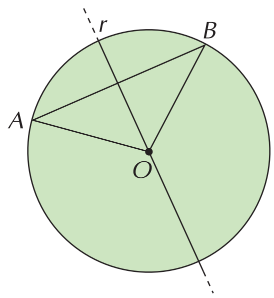
6 Calcola le misure dei raggi delle circonferenze aventi i diametri rispettivamente lunghi (in cm):
a. 10; **b.** 18; **c.** 28; **d.** 46.

7 Calcola le misure dei diametri delle circonferenze aventi i raggi rispettivamente lunghi (in cm):
a. 5; **b.** 6; **c.** 7; **d.** 8.

8 Disegna due circonferenze la prima con $d = 2$ cm e la seconda con r congruente al diametro della prima.

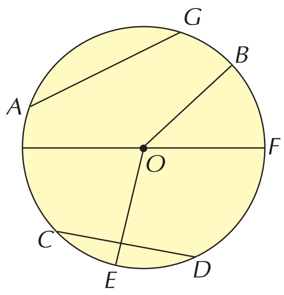
9 Disegna due circonferenze la prima avente il raggio congruente alla metà del raggio della seconda, sapendo che quest'ultima ha il diametro lungo 4 cm.

10 Disegna una circonferenza di centro O e raggio 2 cm. Traccia sulla circonferenza una corda AB e indica qual è l'arco corrispondente alla corda. Traccia la perpendicolare alla corda nel suo punto medio e verifica che passa per il centro O della circonferenza.



11 Nella figura a lato la retta r è perpendicolare alla corda AB. Calcola il perimetro del triangolo ABO sapendo che la corda AB e il diametro della circonferenza misurano rispettivamente 56 cm e 70 cm. [126 cm]

12 Due corde parallele AB e CD distano dal centro del cerchio rispettivamente 4 cm e 3 cm. Calcola l'altezza del segmento circolare a due basi $ABCD$.
(Suggerimento: attento perché il problema ammette due soluzioni)



13 Indica nella figura a lato tutti i segmenti circolari ad una base.

14 Quante circonferenze passano
a. per due punti; **b.** per un punto; **c.** per tre punti.

Risolvi i seguenti problemi.

15 La somma dei raggi di due circonferenze misura 27 cm e la loro differenza è 9 cm. Calcola la lunghezza dei due raggi. [18 cm; 9 cm]

16 La somma dei raggi di due circonferenze misura 120 cm e la loro differenza è 3 dm. Calcola la lunghezza dei due diametri. [90 cm; 150 cm]

17 La somma del diametro di una prima circonferenza con il raggio di una seconda circonferenza misura 63 cm e la loro differenza misura 33 cm. Calcola la lunghezza dei due raggi. [24 cm; 15 cm]

18 La somma dei raggi di due circonferenze è 60 cm ed uno è $\frac{2}{3}$ dell'altro. Calcola la misura del diametro della circonferenza maggiore. [72 cm]

✗ Applicare le proprietà sulla posizione reciproca di retta e circonferenza e di due circonferenze

19 **Vero o Falso?**

Stabilisci quali delle seguenti affermazioni sono errate e correggi gli errori.

a. Una retta è secante una circonferenza se la sua distanza dal centro è uguale al raggio. V F

b. Una retta tangente ad una circonferenza forma con il raggio un angolo ottuso. V F

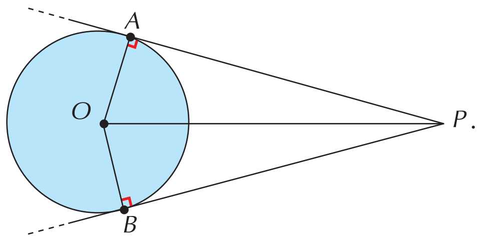
c. Due circonferenze si dicono esterne se la distanza dei loro centri è maggiore della somma dei due raggi. V F

d. Due circonferenze si dicono tangenti internamente se la distanza dei loro centri è congruente alla somma dei loro raggi. V F

e. Due circonferenze concentriche hanno sempre lo stesso raggio. V F

Dopo aver osservato le seguenti figure considera i dati ad esse relativi e calcola quanto richiesto.

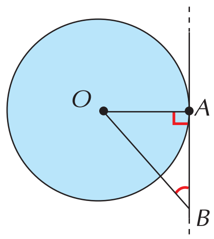
20



Dati	Incognite
$\widehat{AOB} = 150°$	$\widehat{APB}$
$r = 5$ cm	$2p_{(APBO)}$
$\overline{PA} = 18{,}66$	

[30°; 47,32 cm]

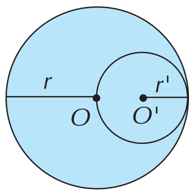
21



Dati	Incognite
$\widehat{OBA} = 45°$	$\widehat{AOB}$
$r = 5$ cm	$2p_{(AOB)}$
$\overline{OB} = 7{,}07$ cm	

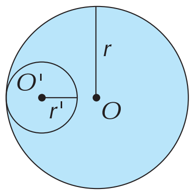
[45°; 17,07 cm]

22



Dati	Incognita
$r = 10$ cm	$\overline{OO'}$
$r' = 5$ cm	

23



Dati	Incognita
$r = 5$ cm	$\overline{OO'}$
$r' = 3$ cm	

✗ Applicare le proprietà relative agli angoli al centro ed alla circonferenza

24 **Vero o Falso?**

Stabilisci quali delle seguenti affermazioni sono errate e correggi gli errori.

a. Un angolo alla circonferenza è sempre minore di un qualsiasi angolo al centro. V F
b. Ad archi congruenti corrispondono angoli al centro congruenti. V F
c. Un angolo alla circonferenza ha sempre il vertice interno alla circonferenza. V F
d. Ad un arco corrispondono infiniti angoli al centro. V F
e. Gli angoli alla circonferenza che insistono sullo stesso arco sono fra loro congruenti. V F
f. Un angolo al centro è sempre la metà del corrispondente angolo alla circonferenza. V F
g. Ogni angolo al centro che insiste su una semicirconferenza è retto. V F

25 Disegna una circonferenza di centro O e traccia un angolo al centro ed uno alla circonferenza che insistono sullo stesso arco. Misura con un goniometro l'ampiezza dei due angoli; che cosa noti?

26 Disegna una circonferenza di centro O e $r = 3$ cm e traccia in essa quattro angoli al centro di ampiezze:
a. $\alpha = 30°$; **b.** $\beta = 40°$; **c.** $\gamma = 90°$; **d.** $\delta = 180°$.

27 Disegna una circonferenza di centro O e $r = 3$ cm e traccia in essa quattro angoli alla circonferenza di ampiezze:
a. $\alpha = 30°$; **b.** $\beta = 45°$; **c.** $\gamma = 60°$; **d.** $\delta = 90°$.

28 Disegna una circonferenza di centro O e $r = 3$ cm, scegli su di essa un punto P e altri due punti A e B sempre sulla circonferenza. Unisci poi il punto P con A e B e il centro O ancora con A e B. Misura ora i due angoli $\widehat{APB}$ e $\widehat{AOB}$. Confronta infine le due misure. Cosa noti?

29 Tutti gli angoli alla circonferenza che insistono su uno stesso arco sono tra loro ....

30 Un angolo al centro è ampio 65°. Calcola l'ampiezza di un corrispondente angolo alla circonferenza.

31 Completa la seguente tabella dove α e β rappresentano rispettivamente le ampiezze di un angolo al centro e del corrispondente angolo alla circonferenza che insistono sullo stesso arco.

α angolo al centro	60°			38° 44′		104° 30′	
β angolo alla circonferenza		50°	25° 30′		52° 20′		60° 24′ 18″

32 Un angolo alla circonferenza è la quinta parte di un angolo giro. Calcola la misura del corrispondente angolo al centro. [144°]

33 La somma di un angolo alla circonferenza e del corrispondente angolo al centro è di 150°. Calcola le ampiezze dei due angoli. [50°; 100°]

34 Un angolo alla circonferenza è supplementare del corrispondente angolo al centro. Quanto è ampio? [60°]

35 In un triangolo rettangolo i due cateti misurano rispettivamente 87 cm e 116 cm. Sapendo che la mediana relativa all'ipotenusa è lunga 72,5 cm, calcola il perimetro del triangolo. [348 cm]

Scheda di Valutazione del Recupero

Dopo aver rivisto la teoria e svolto l'attività di recupero, metti alla prova la tua preparazione rispondendo ai seguenti quesiti (scegli tra le soluzioni proposte), controlla l'esattezza delle risposte a pag. 383 e calcola il punteggio ottenuto in base alla griglia. Se hai totalizzato **almeno 8 punti** puoi ritenere colmato il debito, altrimenti riguarda gli argomenti sui quali hai commesso errori.

1 Il cerchio è la figura formata:
a. da tutti i punti interni alla circonferenza;
b. da una circonferenza e da tutti i suoi punti interni;
c. da tutti i punti appartenenti alla circonferenza.

2 Si dice corda di una circonferenza:
a. ogni segmento interno alla circonferenza;
b. ogni segmento secante la circonferenza;
c. ogni segmento che abbia gli estremi appartenenti alla circonferenza.

3 Il settore circolare è:
a. ognuna delle due parti in cui un cerchio è diviso da due suoi raggi;
b. ognuna delle due parti in cui il cerchio è diviso da una sua corda;
c. la parte di cerchio compresa fra due corde parallele.

4 Per tre punti non allineati:
a. passa una sola circonferenza;
b. passano infinite circonferenze;
c. non passa alcuna circonferenza.

5 Una retta si dice secante ad una circonferenza se:
a. hanno in comune un solo punto;
b. hanno in comune due punti;
c. non hanno punti in comune.

6 Due circonferenze si dicono tangenti esternamente se:
a. la distanza dei loro centri è maggiore della somma dei loro raggi;
b. la distanza dei loro centri è minore della somma dei loro raggi;
c. la distanza dei loro centri è congruente alla somma dei loro raggi.

7 La tangente ad una circonferenza:
a. tocca la circonferenza in uno o più punti;
b. è sempre perpendicolare al raggio nel punto di tangenza;
c. è sempre parallela al raggio nel punto di tangenza.

8 L'angolo al centro di una circonferenza:
a. ha il vertice sulla circonferenza;
b. ha il vertice nel centro della circonferenza;
c. è la metà dell'angolo alla circonferenza che insiste sullo stesso arco.

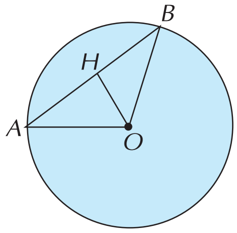
9 Un angolo alla circonferenza misura 35°; qual è l'ampiezza del suo corrispondente angolo al centro?
a. 35°; **b.** 70°; **c.** 17° 30′.

10 La somma delle misure di un angolo al centro e del suo corrispondente angolo alla circonferenza è 285°. Qual è l'ampiezza dei due angoli?
a. 150°; 135°; **b.** 190°; 95°; **c.** 100°; 185°.

1 Calcola la misura del raggio di una circonferenza sapendo che è $\frac{5}{4}$ del diametro di un'altra circonferenza il cui raggio è lungo 16 cm. [40 cm]

2 Il diametro di una circonferenza misura quanto il lato di un quadrato avente il perimetro di 184 cm. Calcola la misura del raggio della circonferenza. [23 cm]

3 Calcola il perimetro del triangolo AOH della figura a lato sapendo che la corda AB, il diametro e la distanza della corda dal centro misurano rispettivamente 184 cm, 230 cm e 69 cm essendo H il punto medio di AB. [276 cm]



4 Una circonferenza di centro O ha il raggio lungo 52 cm. Determina la posizione delle seguenti rette che distano dal centro rispettivamente:

a. 0,52 dm → retta ....

b. 58 cm → retta ....

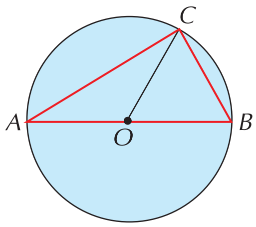
c. 40 cm → retta ....

5 Un angolo al centro è diviso dalla bisettrice in due angoli ciascuno dei quali è ampio 28°. Calcola l'ampiezza del corrispondente angolo alla circonferenza. [28°]

6 Un angolo alla circonferenza è esplementare del corrispondente angolo al centro; calcola quanto è ampio. [120°]

7 Un angolo alla circonferenza misura 60° ed è il triplo di un secondo angolo alla circonferenza; calcola l'ampiezza dell'angolo al centro corrispondente al secondo angolo alla circonferenza. [40°]

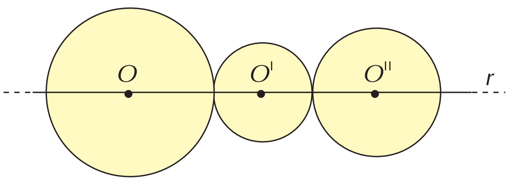
8 Il triangolo ABC della figura a lato è inscritto in una semicirconferenza; sapendo che AC e BC misurano rispettivamente 136 cm e 102 cm e che la mediana OC relativa all'ipotenusa è lunga 85 cm, calcola il perimetro del triangolo ABC. [408 cm]



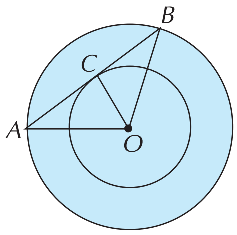
● **9** La differenza dei diametri di due circonferenze è 38 cm ed uno è $\frac{5}{3}$ dell'altro. Calcola la misura del raggio di un'altra circonferenza avente il diametro congruente alla somma dei raggi delle due circonferenze date. [38 cm]

● **10** Due corde parallele sono situate da parti opposte rispetto al centro. Sapendo che la differenza della loro distanza dal centro è 4 cm e che la distanza di una è $\frac{3}{5}$ dell'altra, calcola la misura dell'altezza del segmento circolare a due basi formato dalle due corde. [16 cm]

● **11** Nella figura a lato le tre circonferenze sono a due a due tangenti esternamente con i centri allineati sulla stessa retta r. Calcola la misura del raggio della circonferenza di centro O' sapendo che $\overline{OO''} = 47$ cm e che i diametri delle circonferenze di centro O e O'' sono lunghi rispettivamente 40 cm e 30 cm. [6 cm]



● **12** Le due circonferenze della figura a lato sono concentriche, O è il loro centro, i raggi sono uno $\frac{5}{3}$ dell'altro e la loro differenza è 30 cm. Dopo aver tracciato la corda AB tangente alla circonferenza minore nel punto C, calcola il perimetro del triangolo AOC sapendo che la corda AB è lunga quanto la somma dei raggi. [180 cm]



● **13** Due circonferenze sono esterne e distano fra loro 4 cm. Calcola la distanza dei centri sapendo che la somma e la differenza dei diametri delle due circonferenze misurano rispettivamente 28 cm e 4 cm. [18 cm]

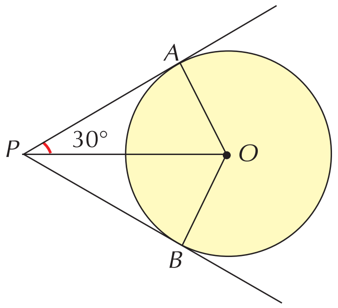
14 La somma delle ampiezze di due angoli alla circonferenza è 65° e uno è $\frac{2}{3}$ dell'altro. Calcola la misura degli angoli al centro corrispondenti. [52°; 78°]

15 La differenza delle ampiezze di due angoli al centro è 21° e uno è $\frac{5}{4}$ dell'altro. Calcola la misura degli angoli alla circonferenza corrispondenti. [52° 30′; 42°]

16 La somma delle ampiezze di due angoli alla circonferenza è 96° ed uno è $\frac{5}{3}$ dell'altro; calcola l'ampiezza degli angoli al centro corrispondenti. [120°; 72°]

17 La somma delle ampiezze di un angolo alla circonferenza e del suo corrispondente angolo al centro è 108° 22′ 24″. Calcola le misure dei due angoli. [36° 7′ 28″; 72° 14′ 56″]

18 Nella figura a lato il segmento di tangente *PA* è lungo 86,6 cm e il segmento *PO* misura 100 cm. Calcola il perimetro del quadrilatero *PAOB* e l'ampiezza dei suoi angoli sapendo che $\widehat{APO} = 30°$. [273,2 cm; 60°; 90°; 120°]



19 Da un punto *P* esterno ad una circonferenza si tracciano le due tangenti alla stessa. Determina il raggio della circonferenza sapendo che *P* dista 20 cm dal centro *O* e che gli angoli che *PO* forma con i raggi tracciati nei punti di tangenza misurano 60°. [10 cm]

20 Traccia due tangenti ad una circonferenza di centro *O* da un punto ad essa esterno *P* e chiama *A* e *B* i due punti di tangenza. Sapendo che l'angolo $\widehat{APB}$ misura 70°, calcola le ampiezze degli altri angoli del quadrilatero *AOBP*. [.....; 110°; .....]

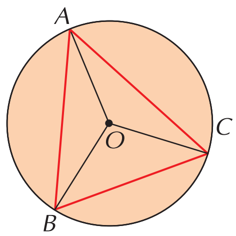
21 In un triangolo rettangolo avente un angolo acuto di 30° la mediana relativa all'ipotenusa misura 25 cm. Calcola il perimetro del triangolo sapendo che il cateto maggiore è lungo 43,3 cm. [118,3 cm]

22 In un triangolo rettangolo i cateti sono uno i $\frac{3}{4}$ dell'altro e la loro differenza misura 23 cm. Calcola il perimetro del triangolo sapendo che la mediana relativa all'ipotenusa è lunga 57,5 cm. [276 cm]

23 Da un punto *P*, esterno alla circonferenza di centro *O*, tracciamo le tangenti che toccano la circonferenza nei punti *A* e *B*. Calcola le misure degli angoli e il perimetro del quadrilatero *PBOA* sapendo che le distanze di *P* da *O* e da *A* sono rispettivamente 32 cm e 27,71 cm e che l'angolo $\widehat{POA}$ ha ampiezza di 60°. [90°; 90°; 60°; 120°; 87,42 cm]

24 Nella figura a lato gli angoli $\widehat{AOC}$ e $\widehat{BOC}$ misurano rispettivamente 130° e 105°; calcola le ampiezze degli angoli del triangolo *ABC*. [52° 30′; 62° 30′; 65°]

25 In un triangolo inscritto in una semicirconferenza il cateto minore è lungo 72 cm. Sapendo che la mediana relativa all'ipotenusa è $\frac{5}{8}$ dell'altro cateto e che la differenza delle loro misure è 36 cm; calcola il perimetro del triangolo. [288 cm]



1 La somma dei diametri di due circonferenze è 126 cm ed uno è $\frac{4}{3}$ dell'altro. Calcola la misura del raggio di un'altra circonferenza avente il diametro congruente ai $\frac{5}{6}$ della differenza dei due raggi delle circonferenze date. [3,75 cm]

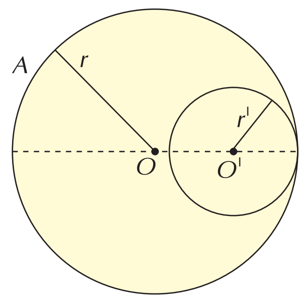
2 La differenza delle ampiezze di due angoli alla circonferenza è 20° ed uno è $\frac{3}{2}$ dell'altro. Calcola la somma delle ampiezze degli angoli al centro corrispondenti. [200°]

3 La somma delle ampiezze di due angoli al centro è 286° ed uno è $\frac{5}{8}$ dell'altro. Calcola la differenza delle ampiezze degli angoli alla circonferenza corrispondenti. [33°]

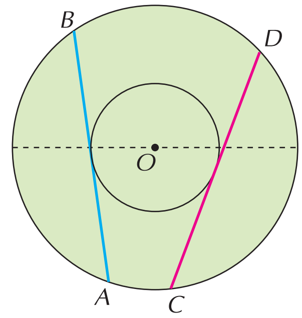
4 In una circonferenza di centro O, traccia due tangenti nelle estremità di un diametro AB e poi una terza tangente che intersechi le due precedenti in C e D. Unisci C e D con O e stabilisci che tipo di angolo è $\widehat{COD}$.

5 Traccia due circonferenze congruenti secanti tra di loro in modo tale che l'una passi per il centro dell'altra. Che tipo di quadrilatero è quello i cui vertici sono determinati dai centri e dai punti di intersezione delle due circonferenze?

6 In riferimento alla figura a lato determina la distanza fra i centri O e O' delle due circonferenze tangenti interamente sapendo che i due diametri d e d' misurano rispettivamente 80 cm e 36 cm. [22 cm]



7 Le due circonferenze della figura a lato sono concentriche. Spiega perché le due corde AB e CD della circonferenza maggiore e tangenti a quella minore sono congruenti.



8 Disegna due circonferenze tangenti esternamente in un punto A, traccia poi una loro tangente comune, non passante per A, e siano B e C i punti di tangenza. Che tipo di triangolo è ABC?

9 Su una circonferenza di diametro AB prendi un punto C in modo tale che gli angoli in A e B del triangolo ABC siano uno $\frac{2}{3}$ dell'altro. Traccia poi da C la perpendicolare al diametro e sia H la loro intersezione. Calcola l'ampiezza degli angoli dei triangoli ACH e BCH. [36°; 54°; 90°]

10 Su una circonferenza di centro O e diametro AB prendi un punto P in modo tale che PA sia $\frac{3}{4}$ di PB. Sapendo che il perimetro del triangolo ABP è 48 cm e che PO è lungo 10 cm, calcola la misura di PA e PB. [12 cm; .....]

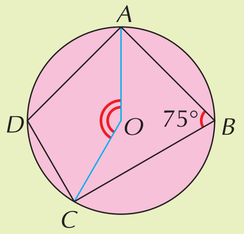
11 Disegna due circonferenze c e c' di centri O e O' secanti nei punti A, B. Per uno dei due punti dove le circonferenze si secano, traccia la parallela r alla retta OO' passante per i centri delle circonferenze. Chiama C e D gli ulteriori due punti in cui la parallela r interseca le circonferenze. Verifica che $CD = 2 \cdot OO'$.

12 La somma e la differenza di un angolo al centro e di un angolo alla circonferenza non corrispondenti misurano rispettivamente 100° 11′ 12″ e 30° 54′ 16″. Calcola l'ampiezza dell'angolo alla circonferenza corrispondente del primo angolo e dell'angolo al centro corrispondente del secondo angolo. [32° 46′ 22″; 69° 16′ 56″]

13 **Esercizio guida**

Un quadrilatero *ABCD* ha i suoi vertici sulla circonferenza. Sapendo che l'angolo $\widehat{B}$ misura 75°, calcola l'ampiezza dell'angolo $\widehat{D}$.

Svolgimento



a. $\widehat{B} = 75° \rightarrow \widehat{AOC} = 150°$ (insistono entrambi sull'arco $\overset{\frown}{AC}$)

b. $\widehat{AOC} = 150° \rightarrow \overset{\smile}{AOC}$ (concavo) $= 210°$
perché formano un angolo giro

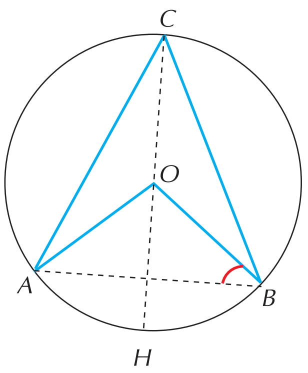
c. $\overset{\smile}{AOC} = 210° \rightarrow \widehat{ADC} = 105°$ (insistono entrambi sull'arco $\overset{\frown}{AC}$)

Attenzione perchè: $\widehat{B} + \widehat{D} = 75° + 105° = 180°$ cioè gli angoli $\widehat{B}$ e $\widehat{D}$ sono supplementari.
Scopriremo nel prossimo capitolo l'importanza di questa relazione tra gli angoli opposti di un quadrilatero inscritto in una circonferenza.

14 Un quadrilatero ha i suoi vertici sulla circonferenza. Sapendo che due angoli consecutivi sono ampi rispettivamente 70° e 105°. Calcola la misura degli altri due angoli. [110°; 75°]

Dopo aver considerato le figure e i dati dei seguenti esercizi, calcola i valori incogniti.

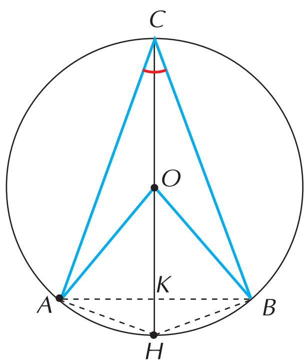
15



Dato	Incognite
$\widehat{ABO} = 40°$	$\widehat{AOB}$
	$\widehat{ACB}$
	$\widehat{CBO}$
	$\widehat{CAB}$

[100°; 50°; 25°; 65°]

16

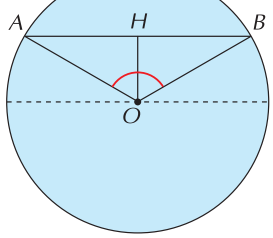


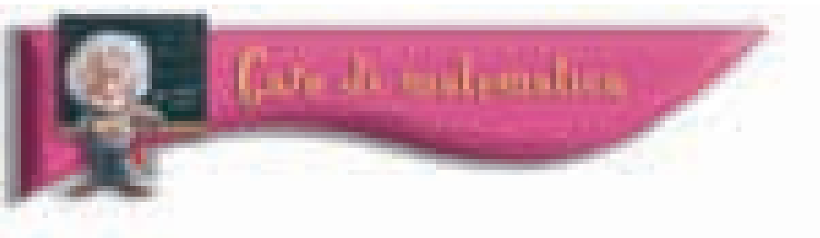
Dato	Incognite
$\widehat{ACB} = 40°$	$\widehat{ABO}$
	$\widehat{BAO}$
	$\widehat{BAC}$
	$\widehat{ABC}$
	$\widehat{HBK}$
	$\widehat{HAK}$

[50°; 50°; 70°; 70°; 20°; 20°]

17 Il perimetro di un triangolo rettangolo è 222 cm. Calcola la misura dei tre lati e della mediana relativa all'ipotenusa del triangolo sapendo che la somma e la differenza di due cateti sono rispettivamente 129,5 cm e 18,5 cm. [74 cm; 55,5 cm; 92,5 cm; 46,25 cm]

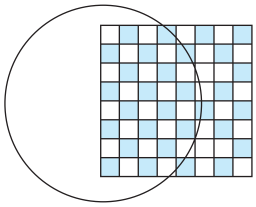
18 Il diametro della circonferenza di centro *O* della figura a lato misura 200 cm. Dopo aver unito il centro con gli estremi della corda *AB*, calcola la misura della corda e quella della sua distanza dal centro sapendo che $\widehat{AOB} = 120°$ e che $\overline{AH} = 86{,}6$ cm. [173,2 cm; 50 cm]





1 **Il cerchio sulla scacchiera** (2000, Finale nazionale)

Guido ha disegnato una scacchiera quadrata con lati di 8 caselle su un foglio di carta. Prende poi il suo compasso e traccia un cerchio che passa all'interno di alcune caselle della scacchiera. (Il disegno mostra un esempio in cui il cerchio attraversa 11 caselle). Se Guido sceglie bene il centro e il raggio del suo cerchio, quante caselle il cerchio può attraversare al massimo?



2 **Almeno 100** (2001, Giochi a squadre)

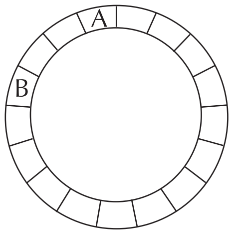
Qual è il più grande numero di punti che si possono collocare in un cerchio di 100 m di raggio (circonferenza inclusa) in modo tale che la distanza tra due qualsiasi di loro sia almeno 100 m?

3 **Più di 100** (2001, Giochi a squadre)

Risolvi il quesito precedente, in cui però ora si richiede che la distanza tra due qualsiasi punti sia superiore a 100 m.

4 **Il girotondo delle pulci** (2002, Semifinale italiana)

Ad ogni secondo, la pulce A si sposta di 3 caselle in senso orario mentre la pulce B si sposta di 2 caselle in senso contrario. Dopo quanti secondi le due pulci si poseranno per la prima volta contemporaneamente sulla stessa casella?

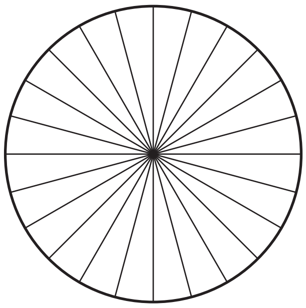


5 **Quattro circonferenze** (2003, Finale nazionale)

Consideriamo 4 circonferenze aventi tutte lo stesso raggio e mai tangenti (a due a due). Disponiamole nel piano in modo che la figura così formata sia connessa (formi cioè un "pezzo unico"). Complessivamente quanti punti di intersezione avranno al minimo le quattro circonferenze?

6 **La merendina** (2004, Giochi d'autunno)

Jacob è un ragazzo generoso e vuole dividere la sua tortina rotonda, divisa in spicchi, con i compagni. Ne dà la metà a Guido, che a sua volta dà la metà di quello che riceve a Giacomo che non ha molta fame e restituisce allora la metà di quello che ha ricevuto a Guido. Quanti spicchi della tortina mangerà Guido?



I poligoni inscritti e circoscritti

Capitolo 8
ESERCIZI

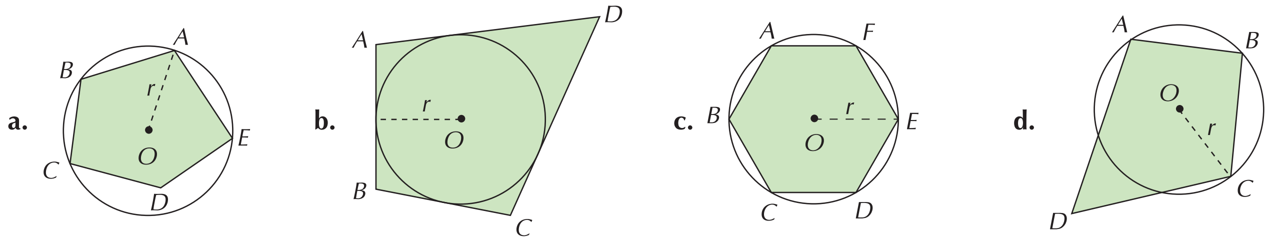
1 I poligoni inscritti e circoscritti

teoria pag. 108

- ✗ Un poligono **inscritto** in una circonferenza ha tutti i suoi vertici appartenenti alla circonferenza;
- ✗ gli **assi** dei lati di un poligono inscritto si intersecano in uno stesso punto detto **circocentro**;
- ✗ un poligono **circoscritto** ad una circonferenza ha tutti i suoi lati tangenti alla circonferenza;
- ✗ le **bisettrici** degli angoli di un poligono circoscritto si intersecano in uno stesso punto detto **incentro**;
- ✗ un **quadrilatero inscritto** in una circonferenza ha gli angoli opposti supplementari;
- ✗ un **quadrilatero circoscritto** ad una circonferenza ha la somma di due lati opposti congruente alla somma degli altri due.

Comprensione della teoria

1 Quali dei seguenti poligoni sono inscritti nella circonferenza di centro O e raggio r?



2 Se un poligono è inscritto in una circonferenza, come risulta quest'ultima rispetto al poligono?

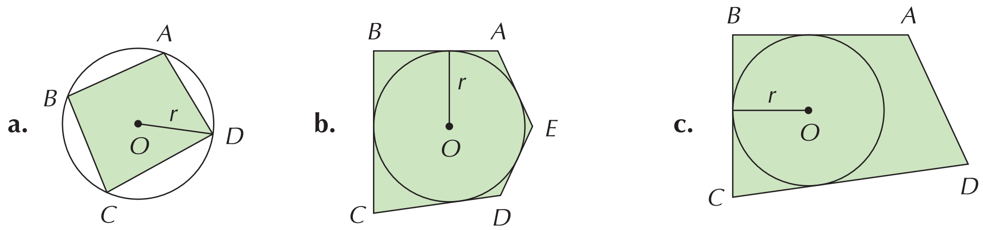
3 Se un poligono è inscritto in una circonferenza, dove si trovano i vertici del poligono?

4 Se un poligono è inscritto in una circonferenza il raggio di quest'ultimo si chiama ....

5 Perché un rombo non si può inscrivere in una circonferenza?

6 Un poligono è inscrivibile in una circonferenza se gli assi dei suoi lati si intersecano in:
a. uno stesso punto, il centro della circonferenza;
b. un punto qualunque sulla circonferenza;
c. un punto qualunque interno alla circonferenza;
d. un punto qualunque esterno alla circonferenza.

7 Quali dei seguenti poligoni sono circoscritti alla circonferenza di centro O e raggio r?



8 Se un poligono è circoscritto ad una circonferenza, come risulta quest'ultima rispetto al poligono?

9 Se un poligono è circoscritto ad una circonferenza, come sono i suoi lati rispetto alla circonferenza?

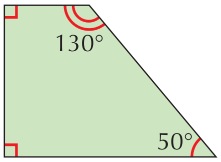
10 Come si chiama il raggio di una circonferenza inscritta in un poligono?

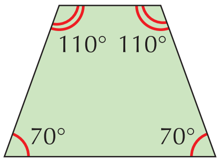
11 Un poligono è circoscrivibile ad una circonferenza se le bisettrici di tutti i suoi angoli si intersecano in:
a. un punto qualunque sulla circonferenza;
b. un punto qualunque interno alla circonferenza;
c. un punto qualunque esterno alla circonferenza;
d. uno stesso punto, il centro della circonferenza.

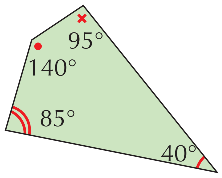
12 Perché un rettangolo non può essere circoscritto ad una circonferenza?

13 Individua quali tra i seguenti poligoni possono essere sia inscritti che circoscritti ad una circonferenza e spiega il perché:
a. triangolo equilatero; **b.** rettangolo; **c.** trapezio isoscele.

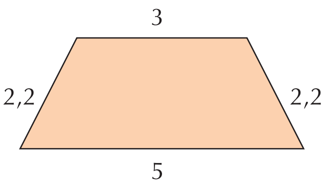
14 Osserva le ampiezze degli angoli dei seguenti quadrilateri e stabilisci quali di essi si possono inscrivere in una circonferenza.

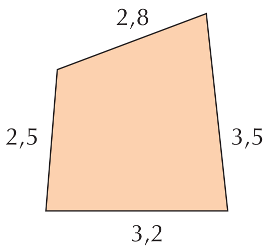
a. 

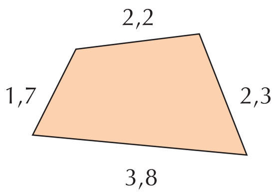
b. 

c. 

15 Osserva le misure dei lati dei seguenti quadrilateri e stabilisci quali di essi si possono circoscrivere ad una circonferenza (le misure sono espresse in cm).

a. 

b. 

c. 

Applicazione

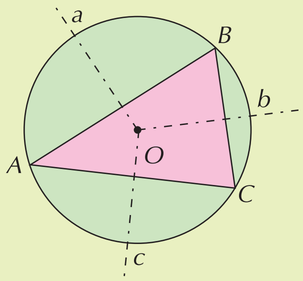
I poligoni inscritti

16 **Esercizio guida**

Dato un triangolo circoscrivi ad esso una circonferenza.

Svolgimento

Dopo aver disegnato il triangolo *ABC* traccia gli .... *a*, *b*, *c* dei suoi lati e chiama *O* il loro punto di intersezione. Quest'ultimo è il .... del triangolo. Punta il compasso in *O* e aprilo fino a far coincidere la sua punta scrivente con uno dei vertici del triangolo. Traccia infine la circonferenza. Il triangolo *ABC* è così inscritto nella circonferenza.



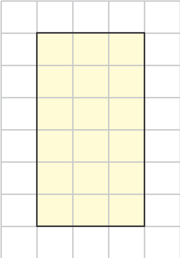
Attenzione: la possibilità di trovare sempre il circocentro vale solo per i triangoli; per gli altri poligoni si devono rispettare le proprietà studiate nella teoria.

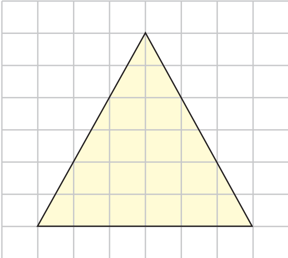
17 Disegna una circonferenza e inscrivi in essa un triangolo e un esagono.

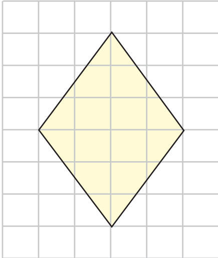
18 Sulla base dell'esercizio guida precedente, disegna un triangolo ottusangolo e circoscrivi ad esso una circonferenza.

19 Dopo aver disegnato un quadrilatero inscritto in una circonferenza con due angoli consecutivi retti, indica che tipo di quadrilatero può essere.

20 Trova gli eventuali circocentri dei seguenti poligoni e traccia le circonferenze circoscritte.

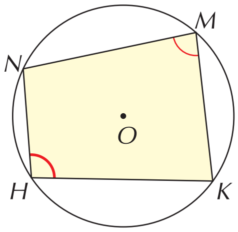
a. 

b. 

c. 

21 Considera un generico quadrilatero, per esempio *HKMN*, di cui è nota l'ampiezza degli angoli opposti $\widehat{H}$ e $\widehat{M}$ (vedi tabella). Specifica quali quadrilateri sono inscrivibili in una circonferenza e quali non lo sono.

Angolo $\widehat{H}$	Angolo opposto $\widehat{M}$	Quadrilatero inscritto	Quadrilatero non inscritto
120°	60°		
37° 50′	142° 10′		
67° 45′	113° 15′		
100° 27′ 15″	79° 32′ 45″		



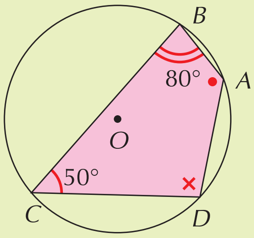
22 Si può inscrivere in una circonferenza un quadrilatero che ha la misura di un angolo di 45° e quella dell'angolo opposto pari al suo triplo? Motiva la tua risposta.

23 Verifica con un disegno che in un quadrilatero inscritto in una circonferenza l'angolo formato da un lato con una diagonale è congruente all'angolo formato dal lato opposto con l'altra diagonale. Sai spiegare perché?

24 **Esercizio guida**

Un quadrilatero inscritto in una circonferenza ha due angoli consecutivi che misurano rispettivamente 80° e 50°. Calcola l'ampiezza di ciascuno degli altri due angoli.

Svolgimento



Dati	Incognite
$\widehat{B} = 80°$	$\widehat{A}$
$\widehat{C} = 50°$	$\widehat{D}$

Poiché il quadrilatero *ABCD* è inscritto nella circonferenza di centro *O*:

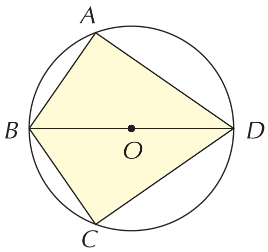
$\widehat{A} + \widehat{C} = 180°$ e pertanto $\widehat{A} = 180° - ..... = ... = 130°$.

$\widehat{B} + \widehat{D} = ...$ e pertanto $\widehat{D} = 180° - \widehat{B} = ... = 100°$.

25 In un quadrilatero *ABCD* inscritto in una circonferenza, due angoli consecutivi misurano rispettivamente 77° e 95°. Calcola l'ampiezza degli altri due angoli. [103°; 85°]

26 Un quadrilatero inscritto in una circonferenza ha due angoli consecutivi che misurano rispettivamente 65° 15′ e 92° 20′. Calcola l'ampiezza di ciascuno degli altri due angoli. [114° 45′; .....]

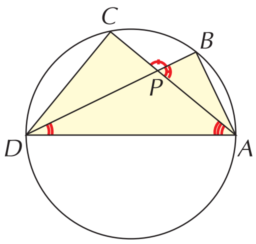
Osserva le seguenti figure e calcola le misure degli angoli indicati.

27 

Dato	Incognite
$\widehat{B} + \widehat{C} = 199°\ 40'$	$\widehat{A}, \widehat{B}, \widehat{C}, \widehat{D}$
DB = diametro	

[.....; .....; .....; 70° 20′]

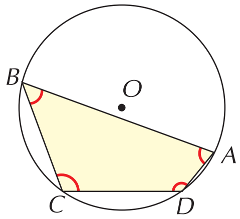
28



Dati	Incognite
$\widehat{BDA} = 26°\ 30'$	$\widehat{BPA}$, $\widehat{BPC}$
$\widehat{CAD} = 39°\ 40'$	
AD = diametro	

[66° 10′; .....]

29



Dati	Incognite
$\widehat{C} + \widehat{B} = 160°$	$\widehat{A}$, $\widehat{B}$, $\widehat{C}$, $\widehat{D}$
$\widehat{C} = 2 \cdot \widehat{B} + 10°$	

[70°; 50°; 110°; 130°]

30 La differenza delle misure di due angoli opposti di un quadrilatero inscritto in una circonferenza è 46°. Calcola l'ampiezza di ciascun angolo del quadrilatero sapendo che uno degli altri due angoli opposti è ampio 80°. [67°; 100°; 113°; 80°]

31 La somma delle misure di due angoli consecutivi di un quadrilatero inscritto in una circonferenza è 160°; sapendo che il primo è il doppio, diminuito di 20°, del secondo, calcola l'ampiezza di ciascun angolo del quadrilatero. [60°; 100°; 120°; 80°]

32 La somma e la differenza delle misure di due angoli consecutivi di un quadrilatero inscritto in una circonferenza sono rispettivamente 181° e 11°. Calcola l'ampiezza di ciascun angolo del quadrilatero. [85°; 96°; .....; .....]

33 La somma e la differenza delle misure degli angoli consecutivi di un quadrilatero inscritto in una circonferenza sono rispettivamente 151° 10′ e 30° 10′. Calcola le misure degli angoli del quadrilatero. [60° 30′; 90° 40′; .....]

34 La differenza delle misure di due angoli opposti di un quadrilatero inscritto in una circonferenza è 89° 41′ 10″. Sapendo che il terzo angolo misura 62° 17′ 20″, calcola le ampiezze degli altri angoli. [134° 50′ 35″; 45° 09′ 25″; .....]

35 In un quadrilatero inscritto in una circonferenza due angoli misurano rispettivamente 121° 19′ e 95° 40′; calcola le misure degli altri due angoli del quadrilatero. [58° 41′; 84° 20′]

36 In quale caso il circocentro di un triangolo inscritto in una circonferenza coincide con il punto medio di uno dei suoi lati?

37 Un triangolo isoscele è inscritto in una semicirconferenza con raggio lungo 5 dm. Sapendo che la base del triangolo coincide con il diametro della semicirconferenza e che la misura del lato obliquo è di 7,07 dm, calcola l'ampiezza degli angoli alla base e il perimetro del triangolo. [45°; 24,14 dm]

38 Due angoli consecutivi di un quadrilatero inscritto in una circonferenza sono tali che il maggiore dei due supera di 15° il doppio del minore e la loro somma misura 210°. Calcola l'ampiezza degli angoli del quadrilatero. [65°; 115°; 145°; 35°]

39 In un quadrilatero inscritto in una circonferenza la somma di due angoli adiacenti ad un lato è 145° 45′ e uno è $\frac{3}{2}$ dell'altro. Calcola l'ampiezza degli altri due angoli del quadrilatero. [121° 42′; 92° 33′]

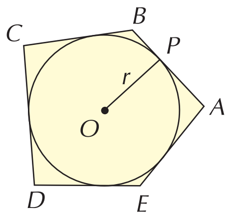
40 In un quadrilatero inscritto in una circonferenza la differenza di due angoli adiacenti ad un lato è 28° 40′ e uno è $\frac{3}{5}$ dell'altro. Calcola l'ampiezza degli altri due angoli del quadrilatero. [108° 20′; 137°]

41 Un trapezio isoscele è inscritto in una semicirconferenza che ha la misura del raggio di 25 dm. Calcola il perimetro del trapezio sapendo che la proiezione del lato obliquo sulla base maggiore è $\frac{9}{15}$ del lato obliquo stesso e che la somma delle loro misure è 48 dm. [124 dm]

42 In un trapezio isoscele, inscritto in una semicirconferenza il cui raggio è lungo 20 cm, la diagonale è $\frac{5}{4}$ della sua proiezione e la differenza delle loro misure è 6,4 cm. Sapendo che il lato obliquo è $\frac{5}{3}$ della sua proiezione, calcola la lunghezza della base minore e il perimetro del trapezio. [11,2 cm; 99,2 cm]

I poligoni circoscritti

43 Osserva il poligono *ABCDE* circoscritto alla circonferenza di centro *O* e raggio *r* e disegna tutti i segmenti che rappresentano l'apotema del poligono. Quale punto rappresenta l'incentro del poligono?

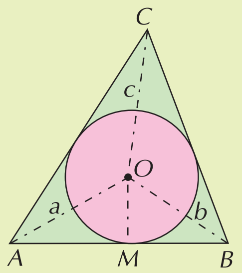


44 **Esercizio guida**

Dato un triangolo inscrivi in esso una circonferenza.

Svolgimento

Dopo aver disegnato il triangolo *ABC*, traccia le .... *a*, *b*, *c* dei suoi angoli e chiama *O* il loro punto di intersezione. Quest'ultimo è .... del triangolo. Punta il compasso in *O* e aprilo fino a far coincidere la sua punta scrivente con il punto *M* (*OM* è il raggio della circonferenza inscritta). Traccia infine la circonferenza. Il triangolo *ABC* è così circoscritto alla circonferenza.



Attenzione: anche in questo caso valgono considerazioni analoghe a quelle che concludono l'esercizio guida numero 16. Il triangolo infatti è sempre circoscrivibile ad una circonferenza; ricorda però che gli altri poligoni devono rispettare le proprietà studiate nella teoria.

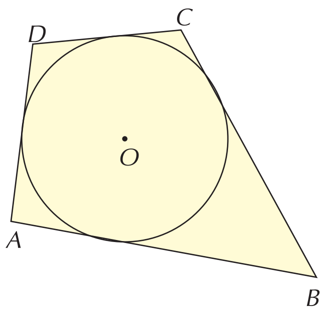
45 Sulla base dell'esercizio guida precedente circoscrivi un rombo ad una circonferenza.

46 Disegna una circonferenza e circoscrivi ad essa un triangolo e un esagono.

47 Considera le tre figure dell'esercizio 20 e, dopo averle ricopiate sul tuo quaderno, trova gli eventuali incentri dei poligoni. Traccia, quando possibile, le circonferenze inscritte.

48 Considera un generico quadrilatero, per esempio *ABCD*, di cui è nota la lunghezza dei lati opposti *AB* e *CD*, *BC* e *AD*. Completa la tabella, indicando quali quadrilateri sono circoscrivibili ad una circonferenza e quali no.

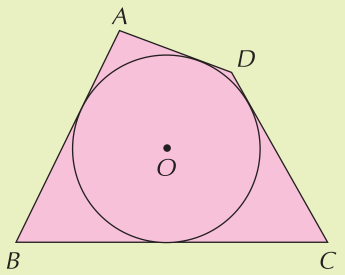
$\overline{AB}$ (dm)	$\overline{BC}$ (dm)	$\overline{CD}$ (dm)	$\overline{DA}$ (dm)	Quadrilatero
10	12	20	18	
7,2	8,1	9,4	8,5	
10,57	13	15,43	14	
20	28	12	14	
31,5	18,6	43,5		circoscrivibile
20,4	9,2	16,8		non circoscrivibile



49 **Esercizio guida**

In un quadrilatero circoscritto ad una circonferenza di centro *O* la somma delle misure di due lati opposti è 27 cm mentre la loro differenza è 3 cm. Sapendo che il lato *BC* è il doppio di *AD* calcola la misura di ciascun lato del quadrilatero.

Svolgimento



Dati	Incognite
$\overline{AB} + \overline{CD} = 27$ cm	$\overline{AB}$, $\overline{CD}$
$\overline{AB} - \overline{CD} = 3$ cm	$\overline{BC}$, $\overline{AD}$
$BC = 2 \cdot AD$	

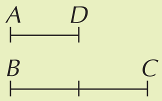
Poiché il quadrilatero *ABCD* è circoscritto alla circonferenza di centro *O* sappiamo che:

$\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{BC} + \overline{AD} = 27$ cm, quindi:

$\overline{CD} = \left[(\overline{AB} + \overline{CD}) - (\overline{AB} - \overline{CD})\right] : 2 = [(27 - 3) : 2]$ cm $= 12$ cm.

$\overline{AB} = \overline{CD} + 3$ cm $= (12 + 3)$ cm $= 15$ cm.

Essendo $BC = 2 \cdot AD$ e $\overline{BC} + \overline{AD} = 27$ cm, (figura a lato) per calcolare i lati AD e BC dobbiamo svolgere il seguente calcolo:



27 cm = 3 parti

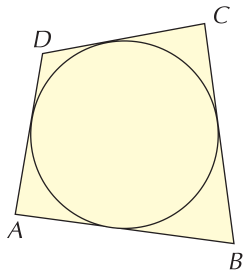
$\overline{AD} = (27 : 3)$ cm $= 9$ cm.

$\overline{BC} = (9 \cdot 2)$ cm $= 18$ cm.

50 Un quadrilatero circoscritto ad una circonferenza ha due lati opposti che misurano rispettivamente 5,8 m e 6,2 m; sapendo che uno degli altri due lati opposti è lungo 5 m, calcola la misura del quarto lato. [7 m]

51 Calcola la misura del lato AB del quadrilatero $ABCD$ circoscritto ad una circonferenza sapendo che (figura a lato):

$\overline{DC} = 25$ cm; $\overline{BC} = 40$ cm; $\overline{AD} = \overline{DC} - 10$ cm. [30 cm]



52 Un quadrilatero $ABCD$ è circoscritto ad una circonferenza. Calcola la misura degli altri lati sapendo che:

$2p_{(ABCD)} = 300$ cm; $\overline{AD} = 2p_{(ABCD)} : 3$; $\overline{DC} = 60$ cm. [100 cm; 90 cm; 50 cm]

53 Verifica con un disegno che in un trapezio isoscele circoscritto ad una circonferenza quest'ultima tocca le due basi nei loro punti medi.

54 Un trapezio rettangolo è circoscritto ad una circonferenza che ha la misura del raggio di 11 cm. Sapendo che il lato obliquo misura 14 cm, calcola il perimetro. [72 cm]

55 La somma delle misure delle basi di un trapezio isoscele circoscritto ad una circonferenza è 360 cm e la base minore misura 108 cm; calcola la lunghezza dei lati. [252 cm; .....; .....]

56 Un trapezio isoscele è circoscritto ad una circonferenza. Sapendo che le sue basi misurano rispettivamente 64 dm e 16 dm, calcola il perimetro del trapezio. [160 dm]

57 Ad una circonferenza, il cui raggio è lungo 7 cm, è circoscritto un trapezio rettangolo il cui lato obliquo misura 17,5 cm. Calcola il perimetro del trapezio. [63 cm]

58 In un trapezio isoscele circoscritto ad una circonferenza la somma delle basi misura 30 cm e la loro differenza 6 cm. Calcola le misure dei lati. [12 cm; 18 cm; .....]

59 In un trapezio isoscele circoscritto ad una circonferenza la differenza tra le misure delle basi è di 12 dm e una è il doppio dell'altra; calcola il perimetro. [72 dm]

60 Il lato obliquo di un trapezio isoscele circoscritto a una circonferenza misura 11 cm; sapendo che le basi sono una il doppio dell'altra, diminuito di 2 cm, calcola la misura delle due basi. [14 cm; 8 cm]

61 In un quadrilatero circoscritto ad una circonferenza di centro O la somma delle misure di due lati opposti è 63 cm, il lato CD è la metà del lato AB più 9 cm e il lato BC è doppio di AD. Calcola le misure di ciascun lato. [36 cm; 42 cm; 27 cm; 21 cm]

62 Un trapezio rettangolo è circoscritto ad una circonferenza che ha la misura del raggio di 10 cm; sapendo che il lato obliquo misura 25 cm e che le due basi sono una il doppio dell'altra, calcola la misura delle basi. [30 cm; 15 cm]

63 Un quadrilatero circoscritto ad una circonferenza ha il perimetro di 132 cm. Due lati opposti differiscono di 14 cm ed un terzo lato misura 30 cm. Calcola la misura di tutti i lati. [36 cm; 30 cm; 40 cm; 26 cm]

64 Il perimetro di un trapezio isoscele circoscritto ad una circonferenza è 112 dm. Calcola le misure dei suoi lati sapendo che le due basi sono una il doppio dell'altra diminuito di 7 dm. [35 dm; 21 dm; .....]

65 Un triangolo rettangolo ha le misure dei cateti e dell'ipotenusa che valgono rispettivamente 3 cm, 4 cm e 5 cm. Verifica con un disegno che il raggio del cerchio in esso inscritto misura 1 cm.

●● **66** Il perimetro di un trapezio rettangolo circoscritto ad una circonferenza è 80 m. Calcola la misura di ciascun lato del trapezio sapendo che una base è il triplo dell'altra e che gli altri due lati sono uno il doppio dell'altro diminuito di 5 m. [10 m; 30 m; 15 m; 25 m]

●● **67** In un trapezio isoscele circoscritto ed una circonferenza la proiezione del suo lato obliquo sulla base maggiore è $\frac{3}{5}$ del lato obliquo stesso e la loro somma misura 96 cm. Calcola la misura delle basi e il perimetro del trapezio. [24 cm, 96 cm; 240 cm]

●● **68** Calcola il perimetro di un rombo che ha il lato pari a $\frac{2}{3}$ della base maggiore di un trapezio isoscele circoscritto ad una circonferenza. Si sa inoltre che la base minore del trapezio è $\frac{4}{9}$ della maggiore e che il suo perimetro è 104 m. [96 m]

●● **69** Un rombo è circoscritto ad una circonferenza. Sapendo che le sue diagonali sono una $\frac{4}{3}$ dell'altra e che la loro differenza è 2 cm, calcola la lunghezza delle due diagonali. Usando le misure ottenute disegna, nel modo più preciso possibile, il rombo e la circonferenza inscritta; misura con un righello la lunghezza del raggio della circonferenza. [2,4 cm]

●● **70** Calcola le misure dei lati di un quadrilatero circoscritto ad una circonferenza sapendo che due suoi lati opposti sono uno $\frac{3}{5}$ dell'altro, che la differenza delle loro misure è 10 m e che gli altri due lati sono uno la terza parte dell'altro. [15 m; 25 m; .....]

●● **71** Un trapezio rettangolo è circoscritto ad una circonferenza avente il raggio lungo 36 cm. Sapendo che la base minore misura 54 cm ed è congruente alla proiezione del lato obliquo sulla base maggiore, calcola la lunghezza del lato obliquo del trapezio. [90 cm]

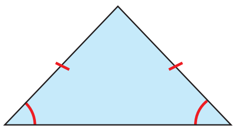
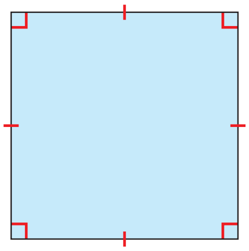
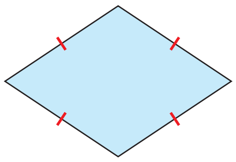
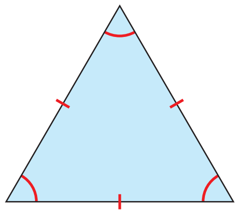
2 I poligoni regolari

teoria pag. 111

- ✗ Un **poligono regolare** ha tutti i lati e tutti gli angoli congruenti;
- ✗ un **poligono regolare** è sempre inscrivibile e circoscrivibile ad una circonferenza;
- ✗ il **raggio della circonferenza circoscritta** ad un triangolo equilatero è il doppio del raggio di quella inscritta;
- ✗ l'**apotema di un triangolo equilatero** è un terzo dell'altezza del triangolo stesso;
- ✗ l'**apotema di un quadrato** è la metà del lato;
- ✗ il **lato di un esagono regolare** è congruente al raggio della circonferenza circoscritta;
- ✗ la misura dell'**apotema di un poligono regolare** è uguale al prodotto della misura del lato per il valore del numero fisso del poligono.

Comprensione della teoria

72 Quali delle seguenti figure sono dei poligoni regolari?

a.  **b.**  **c.**  **d.** 

73 Delle seguenti affermazioni indica quale è vera e quali sono false:

a. un triangolo equilatero è anche equiangolo V F

b. un poligono si dice regolare quando ha tutti i lati congruenti V F

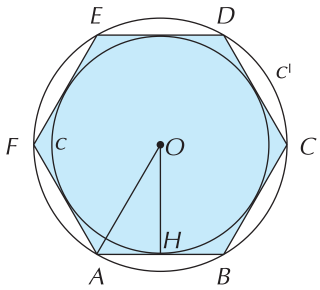
c. il rombo è un poligono regolare. V F

74 Indica quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali false. Un poligono regolare si può sempre:
a. inscrivere in una circonferenza V F
b. circoscrivere ad una circonferenza V F
c. inscrivere ma non circoscrivere. V F

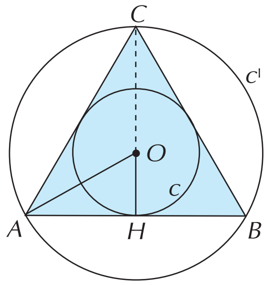
75 Indica che cosa rappresenta il raggio della circonferenza inscritta e il raggio della circonferenza circoscritta nei poligoni regolari.

76 Una circonferenza è circoscritta ad un ottagono. Quanti archi formano i vertici del poligono? Come sono fra loro tali archi?

77 Dopo aver osservato attentamente la figura a lato completa le seguenti affermazioni:
a. l'esagono regolare *ABCDEF* è .... nella circonferenza c' e .... alla circonferenza c;
b. il segmento *OA* è il .... della circonferenza .... e rappresenta .... dell'esagono;
c. il segmento *OH* è il .... della circonferenza .... e rappresenta .... dell'esagono.



78 Dopo aver osservato attentamente la figura a lato completa le seguenti affermazioni:
a. il triangolo equilatero *ABC* è .... nella circonferenza c' ed è .... alla circonferenza c;
b. il segmento *OH* è il .... della circonferenza .... e rappresenta .... del triangolo *ABC*;
c. il segmento *OC* è il .... della circonferenza .... ed è il doppio del .... di quella ....



79 In ogni poligono regolare è costante: **a.** il rapporto $a : \ell$; **b.** il prodotto $a \cdot \ell$; **c.** la somma $a + \ell$.

80 Qual è la formula per calcolare l'apotema di un poligono regolare?
a. $a = \ell \cdot n$; **b.** $a = \ell : n$; **c** $a = n : \ell$

Applicazione

81 Calcola la misura dell'angolo al centro dei seguenti poligoni regolari:
a. triangolo equilatero; **b.** quadrato; **c.** pentagono.

82 Calcola la misura dell'angolo al centro dei seguenti poligoni regolari:
a. esagono; **b.** ottagono; **c.** dodecagono.

83 Completa la seguente tabella.

Angolo al centro	N° lati	Nome poligono
72°		
		Esagono
45°		
		Dodecagono
	4	

84 Calcola l'ampiezza di ciascun angolo interno di un pentagono e di un esagono regolare. [108°; 120°]

85 Calcola il numero dei lati di un poligono regolare sapendo che il rispettivo angolo al centro è ampio 30°. [12]

86 Calcola il numero dei lati di un poligono regolare sapendo che il rispettivo angolo al centro è ampio 24°. [15]

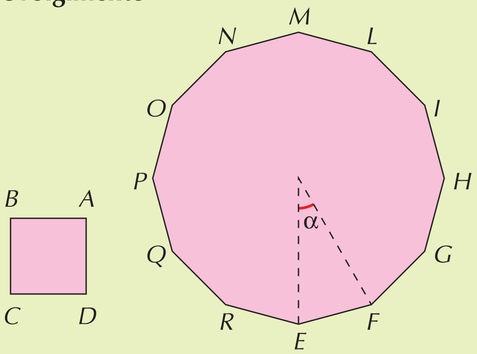
87 Calcola il numero dei lati di un poligono regolare sapendo che il rispettivo angolo al centro è ampio 45°. [8]

88 Quanti lati ha un poligono regolare che ha l'angolo al centro complementare di un angolo ampio 54°. [10]

89 **Esercizio guida**

Un poligono regolare, di cui non si conosce il numero dei lati, ha il perimetro pari al triplo di quello di un quadrato il cui lato misura 2,5 cm. Sapendo che il lato del poligono regolare misura quanto quello del quadrato, calcola l'ampiezza dell'angolo al centro del poligono regolare.

Svolgimento



Dati	Incognita
$2p_{(\text{poligono regolare})} = 3 \cdot 2p_{(ABCD)}$ $\overline{AB} = 2{,}5$ cm $\overline{EF} = 2{,}5$ cm	α

$2p_{(ABCD)} = \overline{AB} \cdot 4 = \ldots\ldots \cdot 4 = \ldots\ldots$

$2p_{(\text{poligono regolare})} = 3 \cdot \ldots\ldots = 30$ cm.

n lati $= 2p_{(\text{poligono regolare})} : \overline{EF} = 30$ cm $: 2{,}5$ cm $= 12$ lati.

$\alpha = \ldots\ldots : 12 = 30°$.

90 In un rettangolo la somma delle due dimensioni è 26 m. Calcola l'ampiezza dell'angolo al centro di un poligono regolare, che ha la misura del lato di 5,2 m e lo stesso perimetro del rettangolo. [36°]

91 Un quadrato ha il lato lungo 12 cm. Calcola l'ampiezza dell'angolo al centro di un poligono regolare, sapendo che è isoperimetrico al quadrato e con il lato lungo 6 cm. [45°]

92 Un rettangolo ha le dimensioni lunghe rispettivamente 24 cm e 18 cm. Calcola l'ampiezza dell'angolo al centro di un poligono regolare, con la misura del lato di 3,5 cm e isoperimetrico al rettangolo. [15°]

93 Calcola l'ampiezza dell'angolo al centro di un poligono regolare, di cui non si conosce il numero dei lati, sapendo che il suo lato è lungo quanto il lato di un ottagono regolare avente il perimetro di 128 cm e che il perimetro del poligono è il triplo di quello di un quadrato avente il lato che misura 20 cm. [24°]

94 Calcola l'ampiezza dell'angolo al centro di un poligono regolare, di cui non si conosce il numero dei lati, sapendo che il suo lato è lungo quanto il lato di un quadrato avente il perimetro di 200 cm e che il perimetro del poligono è doppio di quello del quadrato. [45°]

95 Calcola l'ampiezza dell'angolo al centro di un poligono regolare, di cui non si conosce il numero dei lati, sapendo che ha il perimetro pari al quadruplo del perimetro di un quadrato avente il lato lungo 12 cm e il lato congruente al lato di un esagono regolare avente il perimetro di 96 cm. [30°]

96 **Esercizio guida**

L'angolo al centro di un poligono regolare misura la diciassettesima parte di un altro angolo; sapendo che i due angoli sono complementari, calcola il numero dei lati del poligono regolare.

Svolgimento

Calcoliamo l'ampiezza dell'angolo al centro $\alpha = 90° : (1 + 17) \cdot 1 = 90° : 18 \cdot 1 = 5°$.

Applichiamo direttamente la formula: n lati $= 360° : 5° = 72$ lati.

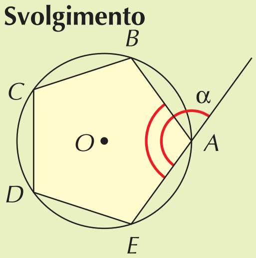
97 L'angolo al centro di un poligono regolare è la metà di un altro angolo; sapendo che i due angoli sono supplementari, calcola il numero dei lati del poligono regolare. [6]

98 L'angolo al centro di un poligono regolare è l'undicesima parte di un altro angolo; sapendo che i due angoli sono esplementari, calcola il numero dei lati del poligono regolare. [12]

99 Esercizio guida

Calcola la misura dell'angolo esterno di un pentagono regolare.

Svolgimento



Dati	Incognita
$ABCDE$ = pentagono regolare	α

Sapendo che la somma degli angoli esterni di un poligono qualsiasi è sempre 360° basta dividere tale valore per il numero di angoli esterni (che equivale al numero di lati) cioè: $\alpha = 360° : ..... = 72°$.

100 Calcola la misura dell'angolo esterno di un esagono. [60°]

101 Calcola la misura dell'angolo esterno di un decagono. [36°]

102 Calcola la misura dell'angolo esterno di un poligono di 18 lati. [20°]

103 Calcola il numero dei lati di un poligono regolare il cui angolo esterno misura 15°. [24 lati]

104 Calcola il numero dei lati di un poligono regolare il cui angolo esterno misura 20°. [18 lati]

105 Calcola il numero dei lati di un poligono regolare il cui angolo esterno misura 10°. [36 lati]

106 Completa la seguente tabella.

Angolo esterno	N° lati	Nome poligono
		Pentagono
	4	
36°		

Poligoni regolari particolari

107 Verifica con un disegno che il lato di un triangolo equilatero circoscritto ad una circonferenza è il doppio di quello di un triangolo equilatero inscritto.

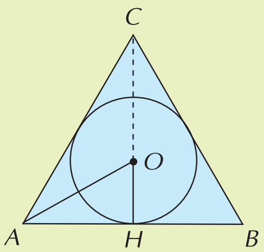
108 Verifica con un disegno che l'altezza di un triangolo equilatero inscritto in una circonferenza è congruente ai $\frac{3}{4}$ del diametro della circonferenza stessa.

109 Verifica con un disegno che l'apotema di un esagono regolare inscritto in una circonferenza è la metà del lato di un triangolo equilatero inscritto nella stessa circonferenza.

110 Esercizio guida

Calcola il perimetro di un triangolo equilatero sapendo che il raggio del cerchio in esso inscritto misura 2,5 cm e che la misura del suo lato supera di 1,16 cm quella dell'altezza.

Svolgimento



Dati	Incognita
$\overline{OH} = 2{,}5$ cm $\overline{AC} = \overline{CH} + 1{,}16$ cm	$2p_{(ABC)}$

Poiché CH (altezza) è tre volte OH (apotema):

$\overline{CH} = 3 \cdot \overline{OH} = (3 \cdot .....)$ cm $= .....$

$\overline{AC} = \overline{CH} + 1{,}16$ cm $= (..... + 1{,}16)$ cm $= 8{,}66$ cm.

$2p_{(ABC)} = \overline{AC} \cdot 3 = (8{,}66 \cdot 3)$ cm $= .....$

111 Calcola la misura del raggio della circonferenza inscritta in un triangolo equilatero, avente la misura dell'altezza di 36 m. [12 m]

112 Calcola la misura dell'altezza di un triangolo equilatero, sapendo che quella del diametro della circonferenza in esso inscritta è di 45 cm. [67,5 cm]

113 Il raggio della circonferenza circoscritta ad un triangolo equilatero misura 25,2 m. Calcola la misura dell'altezza del triangolo. [37,8 m]

114 L'apotema di un triangolo equilatero ABC misura 1,7 dm. Sapendo che il suo perimetro è 17,667 dm, calcola il perimetro del triangolo rettangolo *ACH* ottenuto tracciando l'altezza *CH* relativa al lato *AB*. [13,9335 dm]

115 Una circonferenza ha il raggio che misura 12 cm. Calcola il perimetro del quadrato ad essa circoscritto. [96 cm]

116 Il perimetro di un quadrato è 120 dm. Calcola la misura del raggio della circonferenza ad esso inscritta. [15 dm]

117 Un esagono regolare è inscritto in una circonferenza il cui raggio misura 19 cm. Cacola il perimetro dell'esagono. [114 cm]

118 Un esagono regolare ha il perimetro di 144 cm; calcola la misura del raggio della circonferenza circoscritta. [24 cm]

● **119** Un quadrato è circoscritto ad una circonferenza il cui raggio misura 7,5 dm; calcola la misura del lato dell'esagono regolare isoperimetrico al quadrato. [10 dm]

● **120** Un esagono regolare è inscritto in una circonferenza il cui raggio misura 18,5 cm; calcola la misura del lato del quadrato isoperimetrico dell'esagono. [27,75 cm]

● **121** La misura del lato di un quadrato è 24 m; esso è isoperimetrico di un esagono regolare inscritto in una circonferenza; calcola la misura del diametro di quest'ultima. [32 m]

● **122** Calcola il perimetro di un rettangolo le cui dimensioni sono congruenti rispettivamente al raggio della circonferenza inscritta e al raggio di quella circoscritta ad un triangolo equilatero di altezza 18 cm. [36 cm]

● **123** Calcola il perimetro di un esagono regolare sapendo che il raggio della circonferenza circoscritta è il doppio dell'apotema di un triangolo equilatero di altezza 27 cm. [108 cm]

● **124** L'apotema di un triangolo equilatero è lungo 27 cm; calcola il perimetro di un pentagono regolare che ha il lato pari alla terza parte dell'altezza del triangolo. [135 cm]

● **125** Il perimetro di un quadrato è 96 cm; calcola il perimetro di un ottagono regolare sapendo che il suo lato è il triplo dell'apotema del quadrato. [288 cm]

● **126** Il perimetro di un quadrato è 80 cm e il suo lato è il doppio, aumentato di 10 cm, del raggio di una circonferenza circoscritta ad un esagono regolare. Calcola il perimetro dell'esagono regolare. [30 cm]

● **127** Calcola il perimetro di un esagono regolare inscritto in una circonferenza sapendo che l'apotema di un pentagono regolare, circoscritto alla stessa circonferenza, misura 6,2 cm. [37,2 cm]

● **128** La somma e la differenza delle misure del lato di un triangolo equilatero e del raggio di una circonferenza sono rispettivamente 30 cm e 6 cm; calcola il perimetro del triangolo dato e dell'esagono regolare inscritto nella stessa circonferenza. [54 cm; 72 cm]

● **129** Il raggio della circonferenza circoscritta ad un triangolo equilatero misura 32 dm; calcola il perimetro dell'esagono regolare inscritto in una circonferenza che ha il raggio congruente al raggio della circonferenza inscritta nel triangolo equilatero. [96 dm]

●● **130** Calcola il perimetro di un rettangolo le cui dimensioni sono rispettivamente $\frac{3}{4}$ e $\frac{5}{2}$ del raggio della circonferenza inscritta in un quadrato, il cui perimetro è 400 cm. [325 cm]

●● **131** La misura della base di un triangolo isoscele inscritto in una circonferenza è congruente a quella del raggio di quest'ultima; calcola le misure degli angoli del triangolo. [30°; 75°; 75°]

●● **132** Una corda *AB* di una circonferenza è lunga quanto il lato di un pentagono regolare in essa inscritto. Sapendo che due triangoli isosceli *ABC* e *ABO*, anch'essi inscritti nella stessa circonferenza, hanno entrambi la corda *AB* come base. Calcola le ampiezze degli angoli alla base dei due triangoli. [18°; 72°]

La relazione tra il lato e l'apotema dei poligoni regolari

Completa le seguenti tabelle in cui le misure sono espresse in cm.

133

Poligono	Lato	Apotema
Quadrato	20	
Pentagono		10,32
Esagono	12	
Decagono		46,17

134

Poligono	Lato	Apotema	Perimetro
Triangolo equilatero			48
Quadrato		11,5	
Esagono		51,96	
Decagono	18		

Risolvi i seguenti problemi.

135 Il lato di un esagono misura 78 dm. Calcola la misura del suo apotema. [67,548 dm]

136 L'apotema di un dodecagono regolare misura 46,65 cm, calcola il suo lato. [25 cm]

137 Il perimetro di un pentagono regolare misura 250 cm, calcola il suo apotema. [34,4 cm]

138 L'apotema di un ottagono misura 28,968 mm; calcola il perimetro. [192 mm]

139 Calcola la misura del lato di un quadrato sapendo che è isoperimetrico ad un esagono il cui apotema misura 10,392 cm. [18 cm]

140 Il perimetro di un decagono è 200 cm. Calcola la misura del lato di un quadrato che ha l'apotema congruente a quello del decagono. [61,56 cm]

141 Un decadono è isoperimetrico ad un rettangolo le cui dimensioni misurano rispettivamente 18 cm e 15 cm. Calcola l'apotema del decagono. [10,1574 cm]

● **142** L'apotema di un esagono regolare misura 4,33 cm. Calcola la lunghezza della base di un triangolo isoscele isoperimetrico all'esagono sapendo che il lato obliquo misura 12 cm. [6 cm]

● **143** Il perimetro di un ottagono regolare è 120 cm. Calcola il perimetro di un rombo avente il lato congruente all'apotema dell'ottagono. [72,42 cm]

●● **144** Il perimetro di un decagono regolare è 200 cm. Calcola il perimetro di un rettangolo sapendo che la base è congruente all'apotema del decagono e l'altezza è congruente al lato di un esagono regolare avente l'apotema lungo 34,64 cm. [141,56 cm]

●● **145** L'apotema di un ottagono regolare e il lato di un ennagono regolare misurano rispettivamente 72,42 cm e 30 cm. Calcola il perimetro di un trapezio isoscele avente la base maggiore e la base minore congruenti rispettivamente al lato dell'ottagono e all'apotema dell'ennagono e il lato obliquo lungo 45 cm. [191,22 cm]

Verifica la tua preparazione eseguendo i seguenti esercizi relativi agli obiettivi di **conoscenza**. Controlla quindi l'esattezza delle soluzioni alla fine del volume ed assegnati un punto per ciascun esercizio svolto correttamente.

✗ Le proprietà dei poligoni inscritti e circoscritti

1 Completa le seguenti affermazioni:
a. Un poligono si dice inscritto in una circonferenza se ....;
b. un poligono si dice circoscritto ad una circonferenza se ....

2 L'apotema di un poligono è:
a. il raggio della circonferenza inscritta nel poligono;
b. il raggio della circonferenza circoscritta al poligono;
c. una delle bisettrici degli angoli del poligono;
d. la sua diagonale più lunga.

3 In un quadrilatero inscritto in una circonferenza:
a. i lati opposti sono congruenti;
b. gli angoli opposti sono supplementari;
c. gli angoli opposti sono complementari;
d. la somma dei lati opposti è congruente alla somma degli altri due.

4 In un quadrilatero circoscritto ad una circonferenza:
a. i lati opposti sono congruenti;
b. gli angoli opposti sono supplementari;
c. gli angoli opposti sono complementari;
d. la somma di due lati opposti è congruente alla somma degli altri due.

✗ Le proprietà dei poligoni regolari

5 Un poligono si dice regolare se:
a. ha tutti i lati congruenti; **b.** ha tutti gli angoli congruenti;
c. ha tutti i lati e tutti gli angoli congruenti; **d.** si può circoscrivere ma non inscrivere in una circonferenza.

6 In un triangolo equilatero il raggio della circonferenza:
a. inscritta è il doppio di quella circoscritta;
b. circoscritta è il doppio di quella inscritta;
c. inscritta è congruente con il raggio di quella circoscritta;
d. inscritta è un terzo di quella circoscritta.

7 In un triangolo equilatero l'apotema è:
a. la terza parte dell'altezza del triangolo; **b.** la metà dell'altezza del triangolo;
c. il doppio dell'altezza del triangolo; **d.** congruente all'altezza del triangolo.

8 In un quadrato l'apotema è:
a. il doppio del lato; **b.** la terza parte del lato; **c.** congruente al lato; **d.** la metà del lato.

9 In un esagono regolare il lato è:
a. congruente al raggio della circonferenza inscritta;
b. congruente al raggio della circonferenza circoscritta;
c. la metà dell'apotema;
d. la metà del raggio della circonferenza circoscritta.

Autovalutazione Punteggio conseguito ..... / 9

Da 0 a 3: Non conosci gli argomenti trattati nel capitolo. **Devi ristudiarlo**.
Da 4 a 6: Conosci solo superficialmente i contenuti del capitolo. **Devi ripassare** gli argomenti corrispondenti alle conoscenze non acquisite.
Da 7 a 9: Conosci in modo sufficientemente approfondito i contenuti del capitolo. **Puoi affrontare il prossimo capitolo**.

Verifica la tua preparazione eseguendo i seguenti esercizi relativi agli obiettivi di **abilità**. Controlla quindi l'esattezza delle soluzioni alla fine del volume ed assegnati un punto per ciascun esercizio svolto correttamente.

✗ Applicare le proprietà dei poligoni inscritti e circoscritti

1 Un quadrilatero *ABCD* inscritto in una circonferenza ha l'angolo *A* ampio 75°; quanto misura l'angolo *C* opposto ad *A*?

2 In un quadrilatero circoscritto ad una circonferenza la somma delle misure di due lati opposti è 55 cm. Calcola il perimetro del quadrilatero.

3 Calcola le ampiezze degli angoli di un quadrilatero inscritto in una circonferenza sapendo che la somma e la differenza di due angoli consecutivi misurano rispettivamente $205°\ 30'$ e $11°\ 30'$.

4 In una coppia di lati opposti di un quadrilatero circoscritto ad una circonferenza un lato è il doppio dell'altro aumentato di 3 cm ed il maggiore misura 53 cm. Calcola il perimetro del quadrilatero.

5 Il perimetro di un quadrilatero circoscritto ad una circonferenza è 200 cm. Sapendo che due lati consecutivi sono lunghi rispettivamente 42 cm e 65 cm, calcola le misure degli altri due lati.

✗ Applicare le proprietà dei poligoni regolari

6 Calcola il numero dei lati di un poligono regolare sapendo che l'ampiezza del suo angolo al centro è 36°.

7 Calcola il perimetro di un quadrato sapendo che l'apotema è lungo 19 cm.

8 Un rettangolo è isoperimetrico ad un quadrato. Calcola le dimensioni del rettangolo sapendo che l'apotema del quadrato è lungo 15 cm e che la base del rettangolo è il doppio dell'altezza.

9 Un triangolo equilatero ha l'altezza lunga 57 cm. Calcola il perimetro di un rettangolo avente le due dimensioni congruenti rispettivamente al raggio della circonferenza inscritta e al raggio di quella circoscritta al triangolo dato.

10 Il perimetro di un decagono regolare è 400 cm. Calcola la misura del suo apotema.

..... / 10

Da 0 a 3: Non hai sviluppato adeguate abilità. Devi studiare nuovamente il capitolo ed eseguire tutti gli **esercizi del recupero**.

Da 4 a 7: Non possiedi le abilità richieste. Prima di affrontare gli **esercizi di consolidamento** devi svolgere gli **esercizi del recupero** relativi alle abilità non ancora acquisite.

Da 8 a 10: Hai raggiunto pienamente le abilità specifiche del capitolo. Puoi affrontare gli **esercizi per il potenziamento** e le **gare della matematica**.

✗ Applicare le proprietà dei poligoni inscritti e circoscritti

1 **Vero o Falso?**

Stabilisci quali delle seguenti affermazioni sono errate e correggi gli errori.

a. Un poligono si dice inscritto in una circonferenza se ogni vertice appartiene alla circonferenza. V F

b. Un poligono si può inscrivere in una circonferenza se le bisettrici uscenti da ciascun vertice si intersecano in un unico punto. V F

c. L'apotema di un poligono è il segmento che congiunge ciascun vertice con il centro della circonferenza. V F

d. Un poligono circoscritto ad una circonferenza ha tutti i lati secanti la circonferenza. V F

e. Un triangolo può sempre essere inscritto ad una circonferenza. V F

f. In un quadrilatero inscritto in una circonferenza la somma delle misure di due lati adiacenti è congruente alla somma delle misure degli altri due lati. V F

g. Un trapezio si può sempre inscrivere in una circonferenza. V F

h. Un rombo si può sempre circoscrivere ad una circonferenza. V F

2 Disegna una circonferenza di centro O, scegli cinque punti A, B, C, D, E su di essa e uniscili secondo l'ordine alfabetico. Il poligono $ABCDE$ ottenuto è inscritto o circoscritto alla circonferenza?

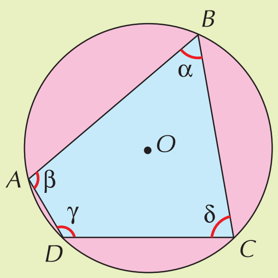
3 Disegna una circonferenza di centro O, scegli quattro punti su di essa e traccia le quattro rette tangenti passanti per essi e chiama A, B, C, D le loro reciproche intersezioni. Il poligono $ABCD$ ottenuto è inscritto o circoscritto alla circonferenza?

Le seguenti misure rappresentano l'ampiezza di due angoli consecutivi di un quadrilatero inscritto in una circonferenza; calcola l'ampiezza degli altri due angoli.

4 **Esercizio guida**

120°, 80°.

Svolgimento



Dati	Incognite
$\gamma = 120°$	α
$\delta = 80°$	β

Il quadrilatero $ABCD$ è .... nella circonferenza, quindi:

$\alpha + \gamma = 180°$ dunque $\alpha = 180° - \gamma = 180° -$ .... $= 60°$.

$\beta + \delta = 180°$ dunque $\beta = 180° - \delta = 180° -$ .... $=$ ....

5 **a.** 50°, 150°; **b.** 165°, 48°. [**a.** 130°, 30°; **b.** 15°, 132°]

6 **a.** 75°, 95°; **b.** 122°, 140°. [**a.** 105°, 85°; **b.** 58°, 40°]

7 **a.** 157°, 162°; **b.** 88°, 102° [**a.** 23°, 18°; **b.** 92°, 78°]

8 In un quadrilatero inscritto in una circonferenza la somma delle misure di due angoli consecutivi è 150° ed il primo angolo è il doppio dell'altro. Calcola l'ampiezza degli angoli del quadrilatero. [100°, 50°, 80°, 130°]

9 In un quadrilatero inscritto in una circonferenza la differenza delle misure di due angoli consecutivi è 66° ed il primo è il triplo del secondo. Calcola le ampiezze degli angoli del quadrilatero. [99°; 33°; 81°; 147°]

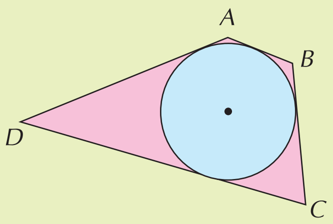
10 La somma e la differenza di due angoli consecutivi di un quadrilatero inscritto in una circonferenza misurano rispettivamente 167° e 21°. Calcola le ampiezze degli angoli del quadrilatero. [73°; 94°; 107°; 86°]

Le seguenti misure (in cm) si riferiscono ai lati di un quadrilatero circoscritto ad una circonferenza. Calcola la lunghezza del quarto lato.

11 Esercizio guida

Misura dei lati opposti 2,63 e 11,29; misura dell'altro lato 5,43.

Svolgimento



Dati	Incognita
$\overline{AB} = 2{,}63$ cm $\overline{BC} = 5{,}43$ cm $\overline{CD} = 11{,}29$ cm	$\overline{AD}$

Poiché in un quadrilatero circoscritto ad una circonferenza la somma di due lati .... è congruente alla somma degli ...., possiamo calcolare:

$\overline{AB} + \overline{CD} = (2{,}63 + 11{,}29)$ cm $= 13{,}92$ cm; pertanto $\overline{AD} = (13{,}92 - .....)$ cm $= .....$ cm.

12 Misura dei lati opposti 20 e 8; misura dell'altro lato 19. [9 cm]

13 Misura dei lati opposti 16 e 9; misura dell'altro lato 13. [12 cm]

14 Misura dei lati opposti 10 e 14; misura dell'altro lato 15. [9 cm]

15 Misura dei lati opposti 20 e 30; misura dell'altro lato 40. [10 cm]

16 In un quadrilatero circoscritto ad una circonferenza la somma delle misure di due lati opposti è 90 cm ed uno di essi è il doppio dell'altro. Calcola le misure dei lati, sapendo che gli altri due lati opposti sono congruenti. [30 cm; 60 cm; 45 cm; 45 cm]

17 In un quadrilatero circoscritto ad una circonferenza la somma delle misure di due lati opposti è 120 dm ed uno di essi è la terza parte dell'altro. Calcola le misure dei lati, sapendo che uno degli altri due lati opposti misura 40 dm. [30 dm; 90 dm; 80 dm; 40 dm]

✗ Applicare le proprietà dei poligoni regolari

18 Vero o Falso?

Stabilisci quali delle seguenti affermazioni sono errate e correggi gli errori.

a. Un poligono equilatero è sempre anche equiangolo. V F

b. Un poligono regolare è sempre equilatero. V F

c. Un poligono regolare è sempre inscrittibile in una circonferenza. V F

d. Il raggio di un poligono regolare è congruente all'apotema del poligono. V F

e. L'angolo al centro di un triangolo equilatero è ampio 60°. V F

f. In un triangolo equilatero l'altezza è un terzo dell'apotema. V F

g. In un esagono regolare il lato è congruente al raggio della circonferenza inscritta. V F

19 Completa la seguente affermazione.

Un poligono si dice regolare quando ha tutti i .... e tutti gli .... congruenti.

20 Il poligono regolare di tre lati si chiama:

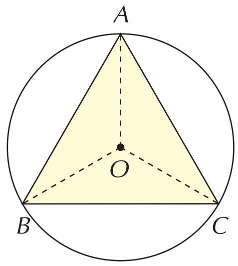
a. triangolo isoscele; **b.** triangolo rettangolo; **c.** triangolo equilatero.

21 Tra i seguenti poligoni ve ne sono alcuni regolari; sceglili e poi elencali in ordine crescente rispetto al numero dei lati:

a. rombo; **b.** quadrato; **c.** rettangolo;
d. pentagono regolare; **e.** triangolo equilatero; **f.** esagono;
g. esagono regolare; **h.** trapezio rettangolo; **i.** triangolo isoscele.

Calcola l'ampiezza degli angoli indicati nelle seguenti figure nelle quali sono rappresentati poligoni regolari.

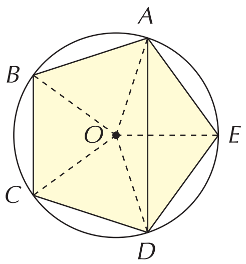
22



a. $\widehat{ABO} =$ ....

b. $\widehat{BOA} =$ ....

23



a. $\widehat{OAB} =$ .....; **b.** $\widehat{EAD} =$ .....;

c. $\widehat{OBA} =$ .....; **d.** $\widehat{EDA} =$ .....;

e. $\widehat{AOD} =$ .....; **f.** $\widehat{ODA} =$ .....

24 Calcola l'ampiezza dell'angolo al centro di un ottagono regolare. [45°]

25 In un triangolo equilatero l'altezza misura 12 cm. Calcola la lunghezza dell'apotema. [4 cm]

26 Completa la seguente tabella.

Poligono regolare	*n* lati	*n* angoli	AMPIEZZE		
			Angolo al centro	Angolo interno	Angolo esterno
		6			
					36°
			72°		
Triangolo					
				150°	

27 Un esagono regolare è inscritto in una circonferenza il cui diametro è lungo 50 cm. Calcola il perimetro dell'esagono. [150 cm]

28 Calcola il perimetro di un esagono regolare sapendo che il raggio della circonferenza circoscritta misura 3 cm. [18 cm]

29 Un quadrato ha il perimetro di 104 cm. Calcola la misura del raggio della circonferenza in esso inscritta. [13 cm]

30 Calcola la misura del raggio della circonferenza inscritta in un triangolo equilatero la cui altezza misura 96 cm. [32 cm]

31 Il raggio della circonferenza circoscritta ad un triangolo equilatero è lungo 90 cm. Calcola la misura dell'altezza del triangolo. [135 cm]

32 Un esagono regolare ha il perimetro di 138 cm. Calcola la misura del raggio della circonferenza circoscritta. [23 cm]

33 Calcola il perimetro di un decagono regolare il cui apotema misura 41,553 cm. [270 cm]

34 Il perimetro di un esagono regolare è 1152 cm. Calcola la misura del suo apotema. [166,272 cm]

35 L'apotema di un triangolo equilatero è lungo 65,025 cm. Calcola il perimetro del triangolo. [675 cm]

Scheda di Valutazione del Recupero

Dopo aver rivisto la teoria e svolto l'attività di recupero, metti alla prova la tua preparazione rispondendo ai seguenti quesiti (scegli tra le soluzioni proposte), controlla l'esattezza delle risposte a pag. 383 e calcola il punteggio ottenuto in base alla griglia. Se hai totalizzato **almeno 10 punti** puoi ritenere colmato il debito, altrimenti riguarda gli argomenti sui quali hai commesso errori.

1 Il termine "circoscritto", riferito ad un poligono, significa che esso è:
a. esterno alla circonferenza e con i lati tangenti;
b. tutto interno alla circonferenza;
c. tutto interno alla circonferenza e con i lati esterni.

2 Un poligono è inscritto in una circonferenza se tutti i suoi vertici appartengono:
a. alla circonferenza; **b.** al diametro; **c.** al centro.

3 Inserisci nei puntini la risposta corretta.
Un poligono si dice .... ad una circonferenza se tutti i suoi lati sono tangenti alla circonferenza.
a. inscritto; **b.** circoscritto; **c.** interno alla circonferenza.

4 Inserisci nei puntini la risposta corretta.
Un quadrilatero si può inscrivere in una circonferenza se .... dei suoi angoli opposti è congruente a 180°.
a. la differenza; **b.** il prodotto; **c.** la somma.

5 Inserisci nei puntini la risposta corretta.
Un quadrilatero si può circoscrivere ad una circonferenza se la somma di due suoi lati opposti è .... somma degli altri due.
a. congruente alla; **b.** maggiore della; **c.** minore della.

6 Calcola le misure degli altri due angoli di un quadrilatero inscritto in una circonferenza, sapendo che due suoi angoli consecutivi misurano 60° e 70°.
a. 120° e 100°; **b.** 120° e 110°; **c.** 140° e 10°.

7 Calcola la misura del lato di un quadrilatero, circoscritto ad una circonferenza, sapendo che il suo opposto misura 40 cm e che le misure degli altri due lati sono rispettivamente 30 cm e 70 cm.
a. 60 cm; **b.** 38 cm; **c.** 65 cm.

8 Il perimetro di un quadrato è 80 cm e il suo lato è congruente al raggio di una circonferenza nella quale è inscritto un esagono regolare. Calcola il perimetro dell'esagono.
a. 180 cm; **b.** 120 cm; **c.** 250 cm.

9 L'unico poligono regolare di tre lati si chiama?
a. triangolo; **b.** triangolo isoscele; **c.** triangolo equilatero.

10 Come si chiama il poligono che ha sei lati e sei angoli congruenti?
a. esagono; **b.** ennagono; **c.** esagono regolare.

1 Nella seguente tabella i quattro angoli $\widehat{A}$, $\widehat{B}$, $\widehat{C}$ e $\widehat{D}$ rappresentano le misure angolari di un quadrilatero (con $\widehat{A}$ opposto a $\widehat{C}$). Stabilisci in quali casi il quadrilatero è inscrivibile in una circonferenza e, nel caso in cui non lo sia, modifica l'ampiezza o dell'angolo $\widehat{A}$ o dell'angolo $\widehat{B}$ o di entrambi, in modo tale da rendere il quadrilatero inscrivibile.

$\widehat{A}$	$\widehat{B}$	$\widehat{C}$	$\widehat{D}$	Il quadrilatero è inscrivibile?	Modifica gli angoli $\widehat{A}$ e/o $\widehat{B}$
95°	78°	83°	102°		
65°	56°	114°	124°		
103°	91°	77°	89°		
95°	111°	83°	69°		
65° 42′	77° 29′ 32″	114° 18′	102° 30′ 28″		

2 Nella seguente tabella *AB*, *BC*, *CD* e *DA* rappresentano le misure dei lati di un quadrilatero. Stabilisci in quali casi il quadrilatero è circoscrivibile ad una circonferenza; nel caso in cui non lo sia, modifica la lunghezza del lato *AB* in modo da rendere il quadrilatero circoscrivibile.

$\overline{AB}$	$\overline{BC}$	$\overline{CD}$	$\overline{DA}$	Il quadrilatero è circoscrivibile?	Modifica la misura del lato *AB*
50 cm	37 cm	25 cm	38 cm		
46 cm	48 cm	82 cm	70 cm		
77 cm	60 cm	48 cm	65 cm		
84 cm	110 cm	96 cm	60 cm		
47,5 cm	36,5 cm	64,5 cm	75,5 cm		

3 Il perimetro di un quadrato circoscritto ad una circonferenza è 112 cm. Calcola la misura del raggio della circonferenza. [14 cm]

4 In un quadrilatero circoscritto ad una circonferenza i due lati opposti misurano rispettivamente 65 cm e 49 cm. Calcola il perimetro del quadrilatero. [228 cm]

5 Le due basi di un trapezio isoscele circoscritto ad una circonferenza sono lunghe rispettivamente 36 cm e 48 cm. Calcola il perimetro del trapezio. [168 cm]

6 Il lato obliquo di un trapezio isoscele circoscritto ad una circonferenza misura 54 cm. Calcola il perimetro del trapezio. [216 cm]

7 Calcola il perimetro di un trapezio rettangolo circoscritto ad una circonferenza sapendo che le due basi misurano rispettivamente 44,5 cm e 37,5 cm. [164 cm]

8 Un poligono regolare ha 16 lati. Qual è la misura di uno dei suoi angoli esterni? [22° 30′]

9 L'angolo esterno di un poligono regolare è ampio 18°. Quanti lati ha il poligono? [20]

10 La differenza di un angolo al centro di un poligono regolare e del suo complementare è 30°. Calcola il numero dei lati del poligono. [12]

11 Una circonferenza è circoscritta ad un esagono regolare il cui perimetro è 168 cm. Calcola la misura del raggio della circonferenza. [28 cm]

12 Calcola la lunghezza del diametro di una circonferenza circoscritta ad un triangolo equilatero sapendo che l'altezza del triangolo misura 19,5 cm. [26 cm]

13 Un quadrilatero *ABCD* è inscritto in una circonferenza; sapendo che l'angolo $\widehat{A}$ è ampio 72°, che l'angolo $\widehat{B}$ è adiacente ad $\widehat{A}$ ed è $\frac{2}{3}$ di $\widehat{A}$, calcola le ampiezze degli angoli $\widehat{C}$ e $\widehat{D}$. [108°; 132°]

● **14** Un quadrato è circoscritto ad una circonferenza avente il raggio lungo 40 cm. Calcola la misura del lato di un ottagono regolare sapendo che è congruente a $\frac{3}{4}$ del lato del quadrato. [60 cm]

● **15** L'apotema di un triangolo equilatero circoscritto ad una circonferenza misura 8,5 cm. Calcola il perimetro di un pentagono regolare sapendo che il suo lato è congruente all'altezza del triangolo equilatero. [127,5 cm]

● **16** Il perimetro di un rettangolo è 180 cm e le due dimensioni sono una $\frac{3}{2}$ dell'altra. Calcola il perimetro di un esagono regolare inscritto in una circonferenza sapendo che il suo diametro è congruente alla dimensione minore del rettangolo. [108 cm]

● **17** In un trapezio isoscele circoscritto ad una circonferenza il lato obliquo misura 42 cm. Calcola la lunghezza del lato di un ottagono regolare isoperimetrico al trapezio. [21 cm]

● **18** Una circonferenza è circoscritta ad un quadrato la cui diagonale è lunga 64 cm. Calcola il perimetro di un trapezio isoscele circoscritto ad un'altra circonferenza sapendo che il lato obliquo misura quanto il raggio della circonferenza circoscritta al quadrato. [128 cm]

● **19** In un quadrilatero inscritto in una circonferenza due angoli consecutivi sono ampi rispettivamente il primo quanto l'angolo al centro di un ottagono regolare e il secondo quanto l'angolo al centro di un triangolo equilatero. Calcola la misura degli angoli del quadrilatero. [45°; 120°; 135°; 60°]

●● **20** Due lati consecutivi di un quadrilatero circoscritto ad una circonferenza misurano rispettivamente 16 cm e 12 cm. Calcola la misura degli altri due lati del quadrilatero sapendo che il perimetro di quest'ultimo è $\frac{3}{4}$ del perimetro di un rettangolo la cui somma delle dimensioni misura 44 cm. [21 cm; 17 cm]

●● **21** In un poligono regolare l'ampiezza dell'angolo esterno è 45°. Calcola la misura del lato di un esagono regolare sapendo che il suo perimetro è $\frac{3}{2}$ del perimetro del poligono dato, il cui lato è lungo 15 cm. [30 cm]

●● **22** In un trapezio rettangolo circoscritto ad una circonferenza la somma del lato obliquo e dell'altezza misura 50 cm. Calcola:

a. la misura dell'apotema di un quadrato il cui perimetro è $\frac{5}{4}$ del perimetro del trapezio; [15,625 cm]

b. la misura del lato di un esagono regolare il cui perimetro è $\frac{3}{2}$ del perimetro del quadrato. [31,25 cm]

●● **23** L'altezza di un triangolo equilatero misura 49,5 cm. Calcola il perimetro di un trapezio isoscele sapendo che ciascun lato obliquo e la base minore sono lunghi rispettivamente quanto il diametro e il raggio della circonferenza inscritta nel triangolo, mentre la base maggiore è congruente al diametro della circonferenza circoscritta al triangolo. [148,5 cm]

●● **24** In un quadrilatero *ABCD* inscritto nella circonferenza di centro *O*, la diagonale *AC* è il diametro della circonferenza stessa. Sapendo che $CD = DA$ e che $BC = \frac{1}{2} \cdot AC$, calcola le ampiezze degli angoli del quadrilatero. [90°; 105°; 90°; 75°]

●● **25** Un poligono regolare ha l'angolo al centro ampio 45°, un altro poligono regolare ha l'angolo esterno ampio 40°. Il lato del primo poligono e quello del secondo sono lunghi rispettivamente quanto la dimensioni minore e la dimensione maggiore di un rettangolo. Calcola i perimetri dei due poligoni sapendo che la somma e la differenza delle due dimensioni del rettangolo misurano rispettivamente 145 cm e 15 cm. [520 cm; 720 cm]

1 Verifica con un disegno che in un triangolo *ABC*, rettangolo in *B*, il piede *H* dell'altezza relativa all'ipotenusa, il vertice *B* e i punti medi dei cateti stanno su una stessa circonferenza.

2 Verifica con un disegno che in una circonferenza le corde perpendicolari alle estremità di una terza corda qualunque, formano i lati opposti di un rettangolo inscritto.

3 Verifica con un disegno che in un trapezio isoscele circoscritto ad una circonferenza il lato obliquo è congruente alla semisomma delle basi.

4 Costruisci un esagono regolare *ABCDEF* e traccia le diagonali *AC*, *AE*, *CE*, *BD*, *BF*, *DF*. Riesci a individuare all'interno dell'esagono un altro esagono regolare? Qual è? Coloralo.

5 Gli angoli consecutivi di un quadrilatero inscritto in una circonferenza sono uno $\frac{5}{4}$ e l'altro metà dei rispettivi angoli opposti. Calcola le ampiezze degli angoli del quadrilatero. [100°; 80°; .....]

6 Due angoli consecutivi di un quadrilatero inscritto in una circonferenza sono uno $\frac{2}{3}$ dell'altro e la somma delle loro misure è 200°. Calcola l'ampiezza dei quattro angoli. [80°; 120°; 100°; 60°]

7 Due angoli consecutivi di un quadrilatero inscritto in una circonferenza sono uno $\frac{4}{3}$ dell'altro e la differenza delle loro ampiezze è 15°. Calcola l'ampiezza dei quattro angoli. [60°; 45°; 120°; 135°]

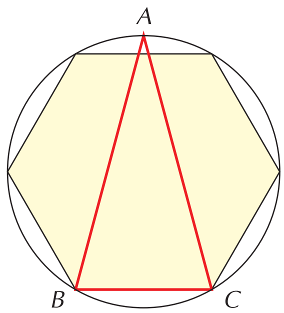
8 La diagonale di un quadrato misura 18 cm. Calcola il perimetro di un rettangolo le cui dimensioni sono rispettivamente $\frac{4}{3}$ e $\frac{5}{2}$ del raggio della circonferenza circoscritta al quadrato. [69 cm]

9 Un trapezio rettangolo è circoscritto ad una circonferenza il cui raggio misura 8 cm. Calcola la lunghezza del lato di un quadrato isoperimetrico al trapezio sapendo che il lato obliquo di quest'ultimo è $\frac{5}{4}$ del diametro della circonferenza. [18 cm]

10 Un esagono regolare inscritto in una circonferenza ha il perimetro di 60 cm. Calcola il perimetro di uno dei sei triangoli che si ottengono congiungendo i vertici dell'esagono con il centro della circonferenza. [30 cm]

11 La misura della base di un triangolo isoscele inscritto in una circonferenza è congruente a quella del lato dell'esagono regolare inscritto nella stessa circonferenza. Calcola l'ampiezza degli angoli alla base del triangolo. [75°]

12 Inscrivi in una circonferenza un triangolo isoscele che abbia per base un lato dell'esagono regolare inscritto nella stessa circonferenza (figura a lato) e calcola la misura del lato *AB* del triangolo *ABC*, sapendo che il diametro della circonferenza misura 18 cm e che il perimetro dell'esagono è $\frac{9}{4}$ del perimetro del triangolo. [7,5 cm]



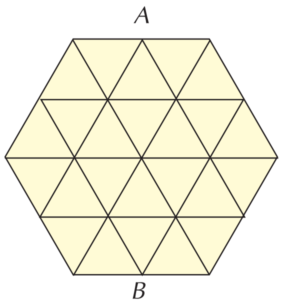
13 Le basi di un trapezio isoscele, inscritto in una circonferenza, sono posizionate da parti opposte rispetto al centro; sapendo che sono una il lato di un esagono regolare e l'altra il lato di un pentagono regolare, entrambi inscritti nella stessa circonferenza, calcola l'ampiezza degli angoli del trapezio. [93°; 87°]

14 In un trapezio isoscele circoscritto ad una circonferenza la proiezione del suo lato obliquo sulla base maggiore è $\frac{3}{5}$ dello stesso lato obliquo e la loro somma misura 56 cm; calcola le misure dei lati. [14 cm; 56 cm; 35 cm; 35 cm]

15 In un trapezio rettangolo, che ha il perimetro di 78 cm, il lato obliquo è $\frac{7}{6}$ del suo lato opposto. Calcola la misura del raggio della circonferenza in esso inscritta. [9 cm]

1 **Di triangolo in triangolo** (2005, Giochi d'autunno)
Consideriamo, su un foglio di carta, cento segmenti lunghi 1 cm. Quanti triangoli equilateri di 1 cm riusciamo a tracciare al massimo?

2 **Da casa a scuola** (2002, Semifinale italiana)
Ecco il piano delle strade di Triangopoli, dove ogni lato dei triangolini misura 1 km. Jacob si trova nel cortile della sua abitazione (A) e prende la bicicletta per andare a scuola in via Bognetti (B). Quale distanza percorrerà Jacob, al minimo?



La geometria con Cabri Géomètre

Informatica 1

1 La geometria con Cabri Géomètre II Plus

Cabri Géomètre II Plus è un software didattico di geometria che evita il rischio di dover studiare i capitoli di geometria in modo eccessivamente astratto. È un programma di facile consultazione che risulta particolarmente utile nella visualizzazione, nello studio e nell'approfondimento dei contenuti della teoria, soprattutto per quel che riguarda le proprietà delle figure geometriche. Inoltre la realizzazione di figure geometriche con il computer apporta una nuova caratteristica rispetto alle costruzioni classiche che utilizzano carta, matita, riga e compasso. La figura, infatti, una volta generata si può liberamente modificare, verificare la correttezza della costruzione, formulare delle congetture, misurare, calcolare, cancellare, ricominciare... Terminata la costruzione, Cabri Géomètre permette di nascondere gli oggetti intermedi e quelli inutili, inserire colori, tratteggiare, aggiungere un testo, creare delle animazioni. Infine la figura stessa può essere diffusa su Internet o essere incorporata in un altro documento.
Dopo aver installato Cabri Géomètre II Plus sul proprio computer, si può accedere alla videata principale del programma cliccando sull'icona presente sul desktop oppure selezionando in sequenza i pulsanti: **Start/Programmi/Cabri Géomètre II Plus.**
La figura in basso mostra l'interfaccia del programma e le sue diverse zone:

a. **la barra del titolo:** indica il nome del file che contiene la figura;

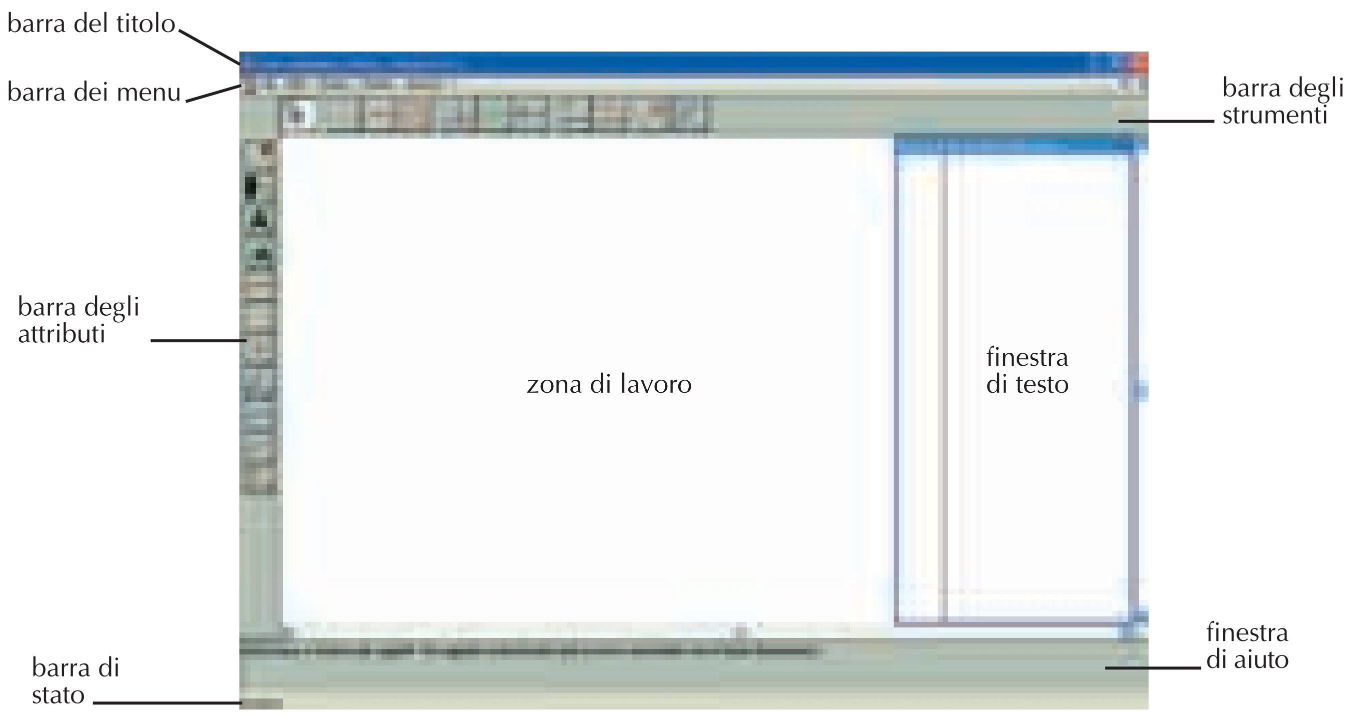
b. **la barra dei menu:** permette di accedere ai comandi dell'applicazione;

c. **la barra degli strumenti:** fornisce gli strumenti che servono per creare e modificare la figura. Essa è costituita da più caselle ognuna delle quali indica uno strumento visibile, corrispondente a un'icona a barra. Il comando operativo è rappresentato con la forma di tasto premuto su sfondo bianco;

d. **la barra di stato:** mostra costantemente qual è lo strumento selezionato;

e. **la barra degli attributi:** consente di cambiare gli attributi degli oggetti, colore, stili, dimensioni... Viene attivata mediante il comando *"Opzioni/Mostra la barra degli attributi"*;

f. **la finestra di aiuto:** fornisce un breve testo di aiuto riguardante lo strumento selezionato;



g. la finestra di testo: contiene una descrizione della costruzione della figura sotto forma di testo; viene attivata mediante il comando *"Opzioni/Mostra la descrizione della figura"*;

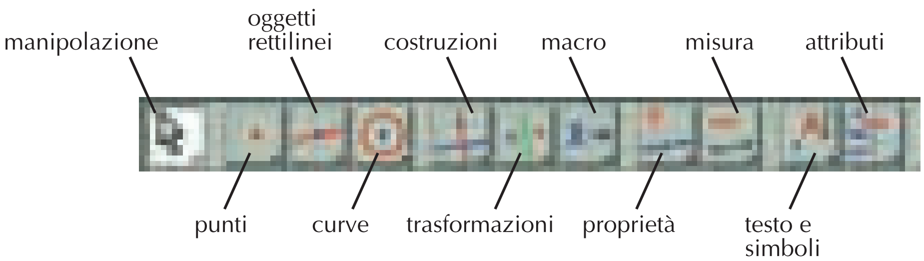
h. la zona di lavoro: rappresenta una porzione del foglio di lavoro dove vengono realizzate materialmente le figure geometriche.

Nella maggior parte delle costruzioni realizzate mediante le funzioni utilizzate da *Cabri Géomètre II Plus* è richiesto un corretto uso del mouse. Per questo motivo è consigliabile acquisire una buona manualità con il mouse perché questa è una condizione fondamentale per una corretta riuscita delle figure che verranno realizzate. Le principali azioni che si possono eseguire con il mouse sono: lo spostamento di un oggetto, la pressione su un tasto e il rilascio del tasto.
Quando ci si sposta con il mouse nel foglio di lavoro, Cabri informa in tre modi diversi ciò che un click o un trascinamento-spostamento produrranno:
– la forma del cursore;
– il testo visualizzato vicino al cursore;
– una rappresentazione parziale dell'oggetto in corso di realizzazione.

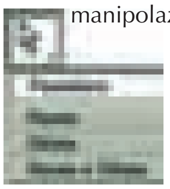
Le seguenti icone rappresentano le diverse forme assunte dal cursore nel corso delle varie costruzioni:

freccia	compare quando il puntatore passa sulla barra degli strumenti
croce	indica che ci si trova nella modalità Puntatore
matita	si presenta in due modalità: se è rivolta verso l'alto è attivo uno strumento di costruzione, se è rivolta verso il basso si può inserire un punto sull'oggetto appena disegnato
mano che punta	indica un oggetto selezionabile
mano che trascina	indica che si sta spostando un oggetto
mano aperta	appare quando si usa il tasto CTRL
mano che afferra	indica che si sta spostando la finestra grafica (usata dopo aver premuto il tasto CTRL)
lente d'ingrandimento	compare quando esiste una ambiguità, per esempio non si sa a quale oggetto si sta puntando
cursore	si può inserire o modificare un testo
pennello	si possono cambiare i colori o gli attributi di un oggetto del disegno
secchio di vernice	si può riempire un oggetto con un motivo o un colore

All'avvio di Cabri Géomètre, viene creato un nuovo documento di lavoro vuoto e si può immediatamente iniziare una costruzione. Quando si entra nel programma lo strumento attivo è il **Puntatore** dell'icona ***Manipolazione***; la posizione del mouse viene segnalata nella finestra di disegno con una croce.
Lo strumento **Puntatore** permette la selezione dei singoli oggetti presenti nel disegno e si può attivare con un click del mouse su un punto qualunque della parte vuota della barra degli strumenti.
Per disegnare un qualsiasi ente geometrico si deve selezionare uno degli strumenti di Cabri. La barra degli strumenti presenta le icone raggruppate in relazione all'operazione che Cabri può svolgere. Subito a fianco del Puntatore si trovano gli strumenti di costruzione, quindi le icone relative alla costruzione degli oggetti a partire da altri, per esempio una retta parallela o perpendicolare ad una data; seguono gli strumenti di verifica e misura con i quali, ad esempio, è possibile stabilire l'ampiezza di un angolo oppure stabilire se un punto appartiene ad una retta; infine gli strumenti che modificano l'aspetto di un disegno mediante, per esempio, l'attribuzione di una lettera per indicare un punto. In questa prima schermata abbiamo visualizzato il contenuto e i simboli grafici della barra delle icone.

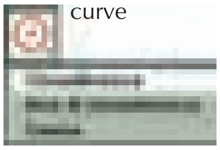


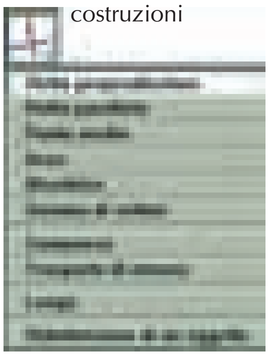
Tenendo premuto il tasto sinistro del mouse sull'icona si provocherà l'apertura di una finestra sulla quale sono scritti i nomi dei comandi presenti. Analizziamo in dettaglio quali sono.


manipolazione


punti


oggetti rettilinei


curve


costruzioni

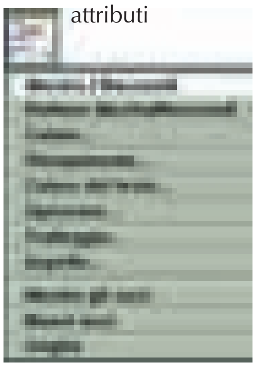

trasformazioni


macro


proprietà


misura


testo e simboli


attributi

Prima di iniziare le esercitazioni è consigliabile attivare l'**Help** (cioè aiuto) in linea che consente di visualizzare nella parte bassa dello schermo un breve messaggio di aiuto per ogni funzione del menu. Per attivare l'help basta selezionare il punto interrogativo all'estrema destra della **Barra dei menu** e cliccare sul comando **Aiuto** del menu a tendina che si apre. Per disabilitare l'Help in linea basta ripetere l'operazione.
Inoltre conviene utilizzare il comando **Mostra la descrizione della figura** che si apre cliccando sulla voce **Opzioni** della **Barra dei menu**. Questa nuova funzione di Cabri è molto importante in quanto presenta una descrizione testuale chiara ed efficace di tutti i passi relativi alla costruzione della figura. Anche in questo caso, per disattivarla basta ripetere l'operazione.
Per rendere più agevole l'utilizzo di tutti i comandi che contribuiscono ad abbellire e differenziare gli oggetti delle costruzioni è consigliabile attivare la **Barra degli attributi** che si apre cliccando sulla voce **Opzioni** della **Barra dei menu** e si posiziona automaticamente sul lato sinistro del foglio di lavoro.

I primi elementi con Cabri

Informatica 2

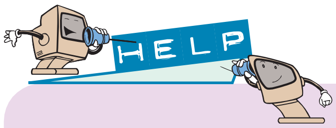
1 Disegnare e spostare punti

Iniziamo con la costruzione e lo spostamento di un punto. Per costruire un punto si deve:

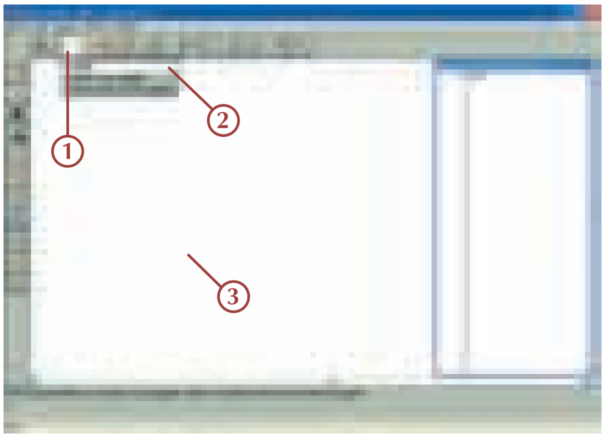
– selezionare l'icona ***Punti*** ①;
– attivare il comando ***Punto*** ②;
– posizionare il mouse nella posizione desiderata;
– cliccare una volta con la parte sinistra del mouse quando la croce mobile si trasforma in matita ③.

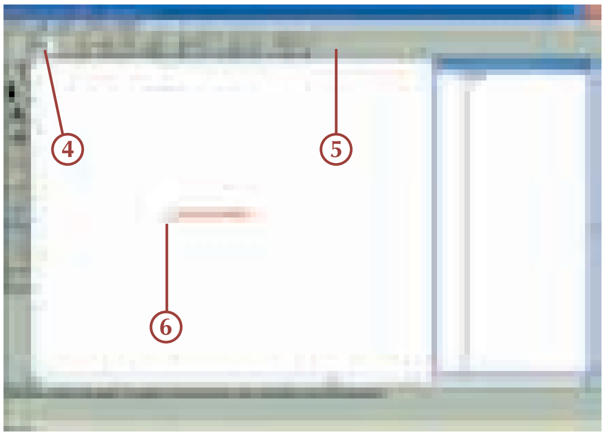
Per spostare il punto disegnato si deve:

– selezionare lo strumento **Puntatore** ④, oppure cliccare con il mouse nella parte vuota della barra degli strumenti ⑤;
– spostare il mouse in prossimità del punto fino a quando la croce mobile si trasforma in una mano con l'indice puntato in direzione del punto;
– cliccare con il mouse sul punto (sullo schermo compare il messaggio *"Questo punto"*) ⑥;
– spostare il punto nella posizione desiderata.



Questo tipo di punti sono chiamati **punti liberi**, in quanto possono essere scelti, oppure spostati, ovunque nel foglio di lavoro.

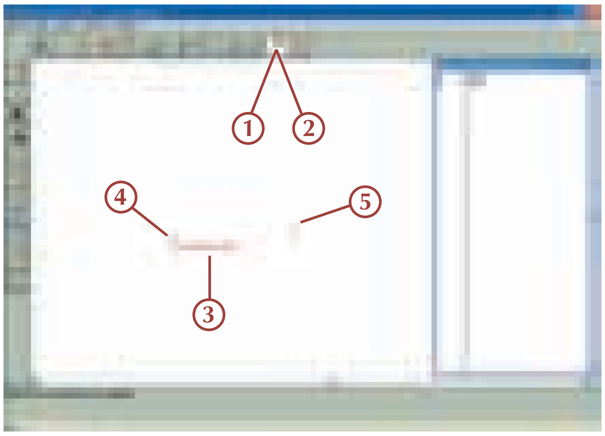




2 Assegnare un nome agli oggetti

Per assegnare un nome agli oggetti si deve:

– disegnare due punti secondo le modalità descritte nella precedente esercitazione;
– selezionare l'icona ***Testo e Simboli*** ①;
– attivare il comando **Nomi** ②;
– avvicinare il mouse ai punti fino a quando compare il messaggio *"Questo punto"* ③;
– cliccare con il mouse sui punti ed assegnare ad essi i nomi *A* ④ e *B* ⑤.



Dobbiamo osservare che il nome dell'oggetto è un testo allegato e può essere spostato lungo l'oggetto oppure in prossimità di esso.

In alternativa si può assegnare il nome ad un oggetto digitando la lettera subito dopo averlo creato.

3 Cancellare gli oggetti inutili

Se sono stati commessi errori nel tracciare gli oggetti e se ne vuole cancellare qualcuno, basta selezionarlo utilizzando la modalità **Puntatore** (il punto selezionato a video diventa lampeggiante) e premere sulla tastiera il tasto **CANC**. Una seconda modalità è quella di utilizzare il menu **Edita/Cancella** della barra degli strumenti che permette di cancellare gli oggetti dopo averli selezionati. Se nelle precedenti esercitazioni sono stati tracciati molti punti e se ne vogliono cancellare diversi, non conviene applicare le procedure appena segnalate perché richiederebbero molto tempo.
È consigliabile pertanto utilizzare la seguente modalità:

– attivare l'icona ***Manipolazione*** ① e selezionare il comando **Puntatore** ②;
– cliccare sul foglio di lavoro e, tenendo premuto il tasto sinistro del mouse, tracciare un rettangolo che include gli oggetti da eliminare ③;
– rilasciare il mouse (si osserva che tutti gli oggetti compresi nel rettangolo lampeggiano contemporaneamente);
– premere sul tasto **CANC**.

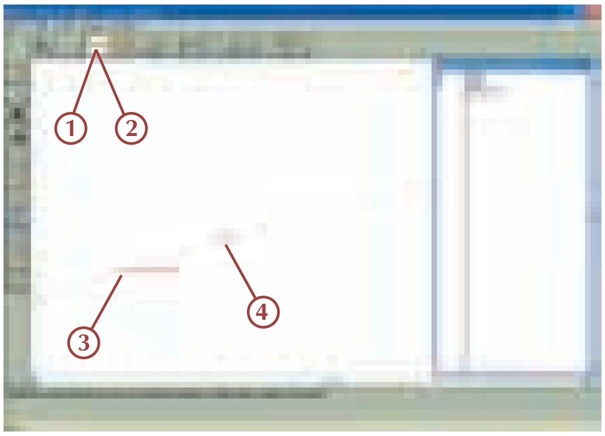
HELP

Anche dopo aver cancellato gli oggetti è possibile, mediante il comando **Ripristina** dal menu **Edita**, ritornare all'ultima versione registrata dall'archivio prima della sua cancellazione.

4 Disegnare una retta

Cabri permette di costruire una retta quando siano assegnati in alternativa, due punti, oppure un punto e una direzione. Per costruire una retta dati due punti si deve:

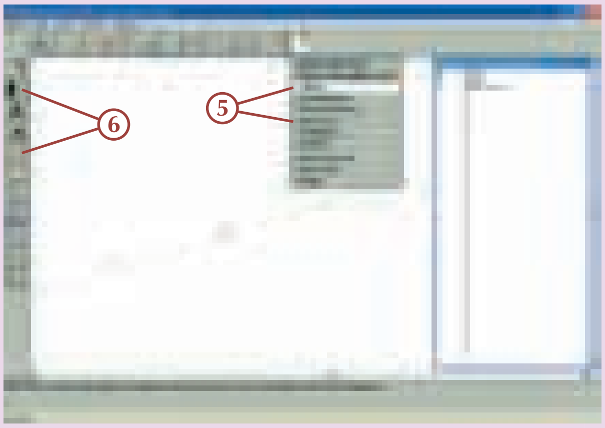
– disegnare due punti *A* e *B* secondo le modalità esposte nelle esercitazioni precedenti;
– selezionare lo strumento **Retta** ① dall'icona ***Oggetti rettilinei*** ②;
– posizionare il mouse nelle vicinanze del punto *A* fino a quando la croce mobile si trasforma in matita, sullo schermo compare la scritta *"Per questo punto"* ③;
– cliccare con la parte sinistra del mouse e spostarsi verso il punto *B*;
– cliccare sul punto *B* quando a video compare la scritta *"e questo punto"* ④.



In questo caso la posizione della retta può cambiare, restando però sempre "ancorata" ai punti *A* e *B*.

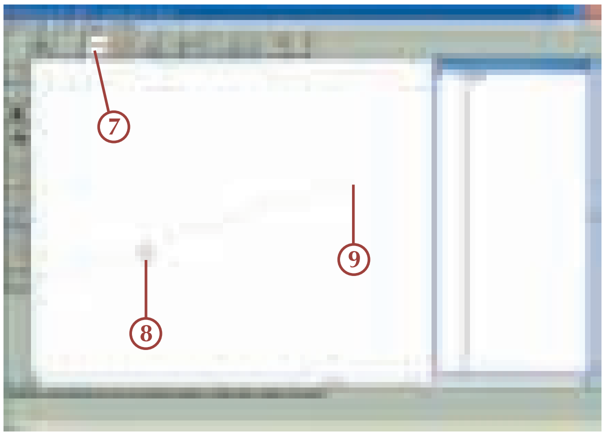
HELP

È possibile cambiare lo spessore o il colore della retta o di altri oggetti rettilinei o di curve utilizzando i bottoni **Spessore** e **Colore** ⑤ dell'icona ***Attributi*** oppure selezionare direttamente gli stessi strumenti della **Barra degli attributi** ⑥. La barra degli attributi contiene una serie di funzionalità volte ad evidenziare, colorare, definire gli stili e ad aumentare o diminuire la dimensione del testo. Può essere attivata anche dal comando **Aspetto** dell'icona ***Attributi*** della barra degli strumenti.



Per costruire una retta dato un punto si deve:

– disegnare un punto *A* secondo le note modalità;
– selezionare lo strumento **Retta** dall'icona ***Oggetti rettilinei*** ⑦;
– cliccare nel punto *A* del piano, quando a video compare il messaggio *"Per questo punto"*, e spostarsi nella direzione desiderata ⑧;
– cliccare una seconda volta con il tasto sinistro del mouse per fissare in modo univoco la retta ⑨.

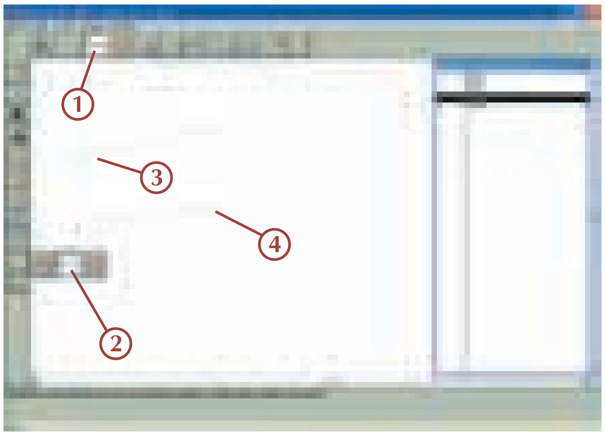


Il punto *A* è **vincolato** alla retta: uno spostamento del punto *A* cambia contemporaneamente tutti i punti della retta. La retta è vincolata unicamente al punto *A* e se si vuole cambiare la sua direzione, basta mettersi in modalità **Puntatore** e avvicinarsi alla retta fino a quando sul video compare il messaggio *"questa retta"*. Cliccando in corrispondenza della retta, la mano si chiude stringendo la retta stessa. A questo punto si può, mantenendo premuto il tasto sinistro del mouse, modificare l'inclinazione.

5 Disegnare le "rette intelligenti"

Una delle più importanti novità di Cabri Géomètre II Plus, rispetto alle versioni precedenti, consiste nella possibilità di poter ridurre automaticamente la visualizzazione di rette alla loro parte "utile" che si può definire liberamente.
Per costruire una retta intelligente si deve eseguire la seguente procedura:

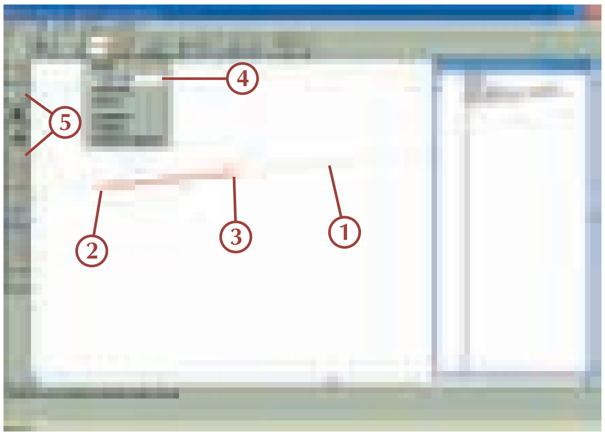
– attivare il comando **Retta** dall'icona ***Oggetti rettilinei*** ①;
– selezionare dalla barra degli attributi il comando **Rette Intelligenti** scegliendo tra le varie opzioni con o senza frecce ②;
– disegnare una retta passante per un punto ③ o per due punti ④ secondo le modalità descritte nelle esercitazioni precedenti.



6 Disegnare segmenti

Dopo aver pulito la finestra di disegno da tutti gli oggetti eventualmente presenti si deve:

– tracciare una retta ① ed assegnare la lettera *A* al suo punto base ②;
– prendere un punto *B* ③ sulla stessa retta mediante il comando **Punto** dell'icona ***Punti***.



Dal disegno sembra che Cabri abbia evidenziato il segmento *AB* che volevamo rappresentare. In realtà l'esistenza del segmento non viene riconosciuta fino a quando non viene definito dalla seguente procedura:

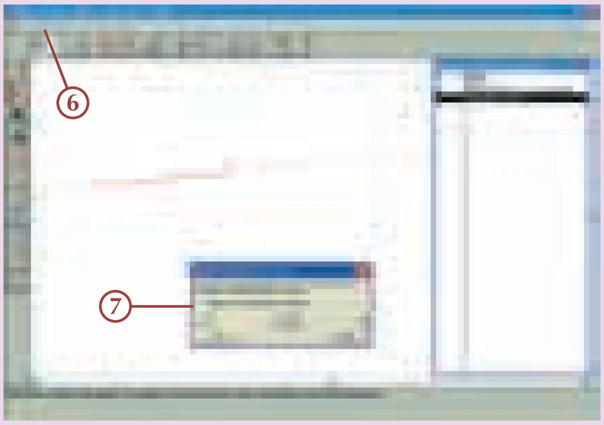
– selezionare il comando **Segmento** ④ dall'icona ***Oggetti rettilinei***;
– spostare il mouse sul punto *A*, fino a quando sul video compare il messaggio *"questo punto"*;
– trascinare il mouse dal punto *A* al punto *B* fino a quando compare il messaggio *"e questo punto"*;
– cliccare nuovamente vincolando così il segmento;

– se desideri puoi colorare e aumentare lo spessore del segmento *AB* per renderlo più visibile con gli strumenti **Colore** e **Spessore** ⑤ selezionando i relativi comandi della **Barra degli attributi**.

Un procedimento alternativo per la costruzione di segmenti è mettersi direttamente nella modalità ***Oggetti rettilinei*** operando la scelta **Segmento**. Con questa operazione è possibile tracciare il segmento senza la retta di riferimento che lo contiene (cioè lo vincola) e tale operazione può risultare utile in moltissime occasioni.

HELP

Oltre alla descrizione testuale della figura, Cabri mediante il comando **Ricostruzione passo a passo** del menu **Edita** ⑥ offre uno strumento molto potente per rivedere tutti i passi della costruzione così come è stata realizzata dall'inizio allo stato corrente.
Attivando il relativo comando si apre una finestra di dialogo ⑦ dove i bottoni o consentono di avanzare o di arretrare di un passo la costruzione. I bottoni e riportano all'inizio o alla fine della costruzione. Il tasto "OK", scelto quando la figura è in uno stato intermedio, permette di lasciare la figura in quello stato.



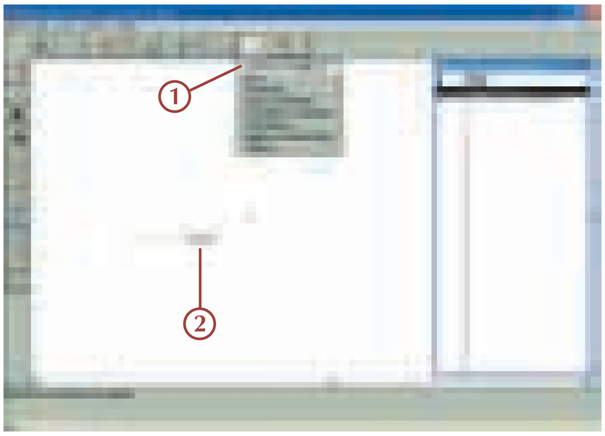
7 Calcolare la lunghezza di un segmento

Cabri possiede diversi strumenti che si possono applicare ai segmenti. Il primo che vogliamo considerare è relativo alla misura della sua lunghezza. Per misurare la lunghezza di un segmento si deve:

– disegnare un segmento di estremi *A* e *B* secondo una delle modalità descritte nelle esercitazioni precedenti;

– attivare il comando **Distanza o lunghezza** ① dall'icona ***Misura***;

– selezionare i due punti *A* e *B* in successione o in alternativa il segmento *AB*; sul video compare una finestra che indica la misura in centimetri del segmento considerato ②.



Eventuali spostamenti dei punti *A* e *B* incidono ovviamente anche sulla misura del segmento *AB*. Se, infatti, si modifica la posizione di uno dei due punti, la misura nel riquadro continua a cambiare.

HELP

Con lo strumento **Trasporto di misura** dall'icona ***Costruzioni*** è possibile trasportare una lunghezza su una circonferenza, un poligono, un vettore o una semiretta; per eseguire questa operazione basta selezionare la misura e poi un punto sul poligono o sulla semiretta.

8 Determinare il punto medio di un segmento

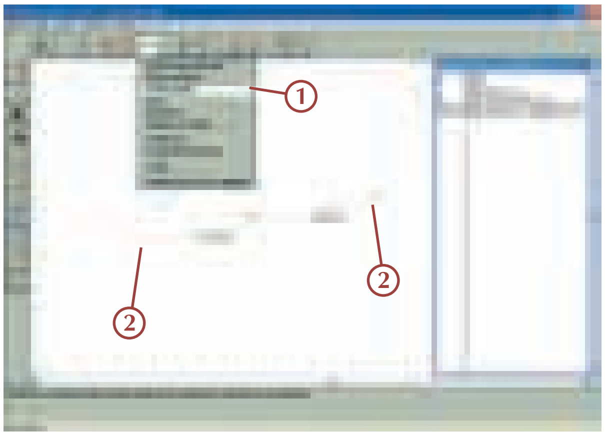
Il secondo comando che si può applicare con molta efficacia ai segmenti è la determinazione del loro punto medio. Per determinare il punto medio di un segmento si deve (*figura a pagina seguente*):

– disegnare un segmento di estremi *A* e *B* secondo le modalità descritte nelle esercitazioni precedenti;

– attivare il comando ***Punto medio*** ① dall'icona ***Costruzioni***;

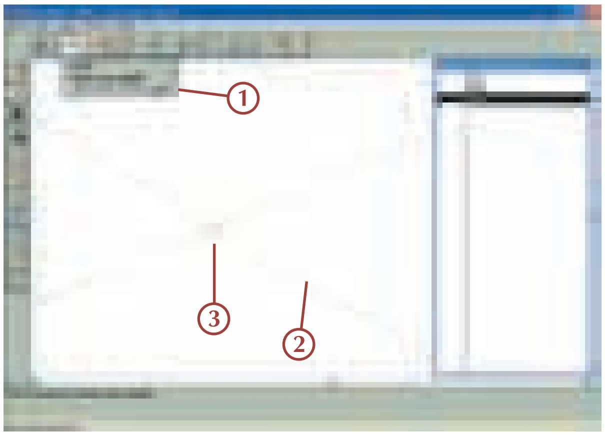
– selezionare il punto *A* (compare la scritta *"Punto medio tra questo punto"*) e il punto *B* (compare la scritta *"e questo punto"*) in successione ②;
– assegnare il nome *M* al punto medio.

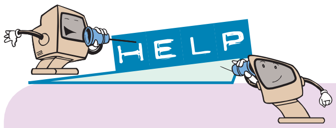
Mediante il comando **Distanza o lunghezza** dell'icona ***Misura*** è possibile verificare la correttezza dell'operazione svolta da Cabri andando a misurare la distanza del punto medio *M* dai punti *A* e *B*.



9 Determinare l'intersezione di due oggetti

Per determinare l'intersezione fra due oggetti si deve:
– disegnare due rette incidenti *r* ed *s* secondo le modalità esposte nelle esercitazioni precedenti;
– selezionare lo strumento **Intersezione di due oggetti** ① dall'icona ***Punti***;
– cliccare in successione sulle due rette fino a quando compare la scritta *"questa retta"* sulla prima retta e *"e questa retta"* sulla seconda. A video si osserva che la retta *r*, evidenziata per prima, inizia a lampeggiare ②;
– assegnare il nome *A* al loro punto di intersezione ③.



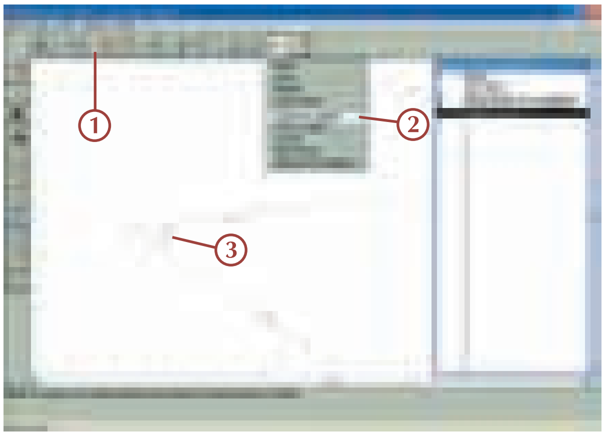


Come per la costruzione del segmento, sembra che Cabri abbia già rappresentato sul disegno il punto di intersezione. In realtà, se è vero che le due rette si intersecano nella finestra di disegno, è anche vero che l'esistenza del punto non viene riconosciuta fino a quando tale punto non viene definito.

10 Disegnare un angolo

Per disegnare un angolo si deve:
– selezionare lo strumento **Semiretta** dall'icona ***Oggetti rettilinei*** ①;
– disegnare due semirette *r* e *s* uscenti dal vertice *V* dell'angolo.

Come già detto in altre esercitazioni, Cabri, pur avendo visualizzato l'angolo, non lo riconosce come oggetto geometrico fino a quando non è definito come tale. Per questo motivo è necessario attivare la seguente procedura:



– scegliere il comando **Segna un angolo** ② dall'icona ***Testo e Simboli***;
– segnare nell'ordine un punto *A* sulla semiretta *r* (compare il messaggio *"su questa semiretta"*), il punto del vertice *V* (compare il messaggio *"questo punto"*) e un punto *B* sull'altra semiretta *s* (compare il messaggio *"su questa semiretta"*).

Al termine di questa operazione, in corrispondenza dell'angolo si evidenzierà un archetto che indica l'angolo convesso ③. Per ingrandire l'archetto è necessario mettersi nella modalità **Puntatore** e selezionare l'archetto. Per considerare l'angolo concavo, sempre con il comando **Puntatore**, basta afferrare l'archetto e spostarlo dalla parte opposta rispetto a *V*.

11 Calcolare l’ampiezza di un angolo

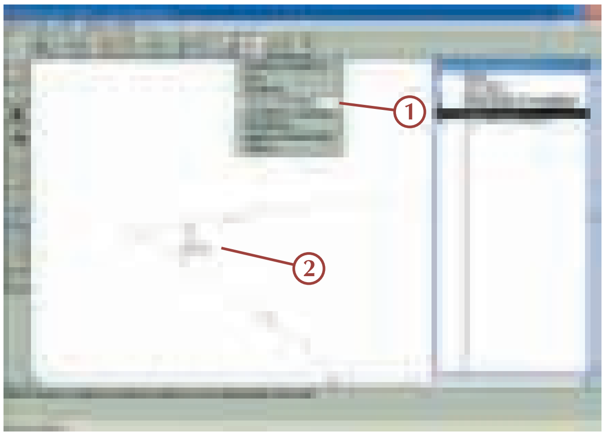
Per misurare l’ampiezza di un angolo si deve:

– disegnare un angolo secondo le modalità descritte nell’esercitazione precedente;

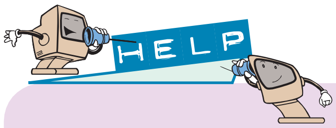
– attivare lo strumento **Misura dell’angolo** ① dell’icona ***Misura***;

– posizionare il mouse sull’archetto indicante l’angolo;

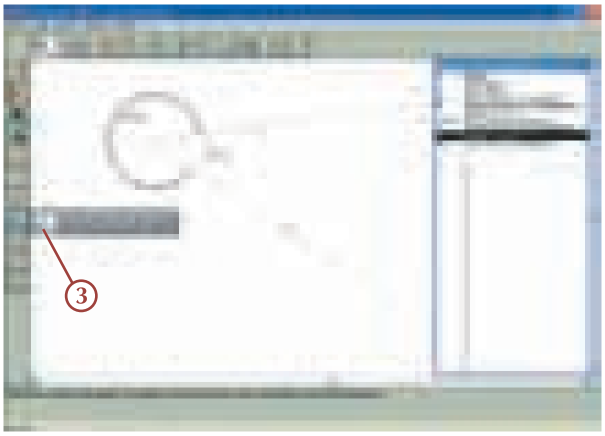
– cliccare con il tasto sinistro del mouse quando a video compare la scritta *"questo segno"* o *"questo angolo"* ②.



Eventuali rotazioni di una delle due semirette incidono sulla misura dell’angolo che viene visualizzata nella finestra sullo schermo.



Il sistema di numerazione che Cabri usa per calcolare la misura di un angolo è quello decimale e non quello sessagesimale.



Nel caso si prendano in considerazione più angoli, per differenziarli, è possibile modificare il segno dell’archetto dell’angolo dato, selezionando lo strumento **Aspetto** dell’icona ***Attributi*** oppure agendo sull’apposita icona della **Barra degli attributi** ③.

12 Costruire la bisettrice di un angolo

Per costruire la bisettrice di un angolo si deve:

– disegnare un angolo di vertice V secondo le modalità descritte nelle precedenti esercitazioni;

– tracciare mediante lo strumento **Circonferenza** ① dell’icona ***Curve*** una circonferenza di centro V e raggio a piacere ②;

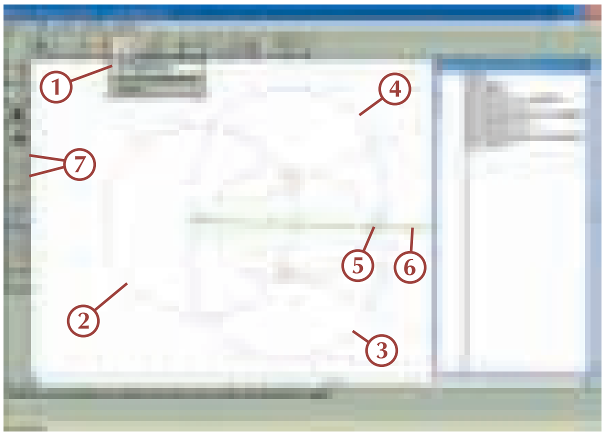
– individuare i punti di intersezione A e B della circonferenza con le due semirette che formano l’angolo;

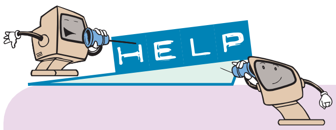
– disegnare la circonferenza di centro B e raggio BV ③ e la circonferenza di centro A e raggio AV ④;

– individuare mediante il comando **Intersezione di due oggetti** dell’icona ***Punti*** il punto di intersezione C di queste ultime due circonferenze ⑤;

– tracciare la semiretta avente origine in V e passante per C; questa semiretta è la bisettrice dell’angolo $B\widehat{V}A$ ⑥;

– tratteggiare le circonferenze e aumentare lo spessore della bisettrice con i comandi **Tratteggio** e **Spessore** ⑦ dalla **Barra degli Attributi**.





Con Cabri è possibile tracciare la retta bisettrice semplicemente selezionando lo strumento **Bisettrice** dall’icona ***Costruzioni*** e cliccando nell’ordine nei punti B, V e A.

Con Cabri è possibile, mediante lo strumento **Mostra/Nascondi** dalla casella ***Attributi***, nascondere gli oggetti che non fanno strettamente parte della costuzione o che ne complicano la lettura. Questi oggetti diventano così invisibili e potranno essere riportati sul foglio di lavoro mediante lo stesso strumento. Nel momento in cui gli oggetti vengono nascosti, non sono più riportati sul riquadro della descrizione testuale.

13 Verificare che gli angoli opposti al vertice sono congruenti

Per costruire due angoli opposti al vertice si deve:

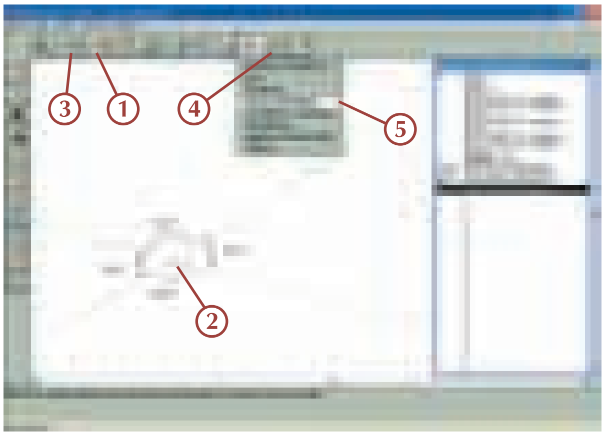
– disegnare due rette incidenti mediante il comando **Retta** dell'icona ***Oggetti rettilinei*** ①;

– individuare il punto di intersezione *V* ② delle due rette mediante lo strumento **Intersezione di due oggetti** dell'icona ***Punti*** ③;

– determinare con lo strumento **Segna un angolo** ④ dell'icona ***Testo e simboli*** i quattro angoli formati dalle due rette;

– misurare, mediante il comando **Misura dell'angolo** ⑤ dell'icona ***Misura***, l'ampiezza degli angoli opposti al vertice e verificare che sono congruenti;

– evidenziare con lo stesso colore le coppie di angoli opposti al vertice congruenti.



14 Determinare le coordinate di un punto nel piano cartesiano

Il piano cartesiano con Cabri rappresenta una delle più importanti e potenti applicazioni nel campo della geometria. Per determinare le coordinate di un punto nel piano cartesiano si deve:

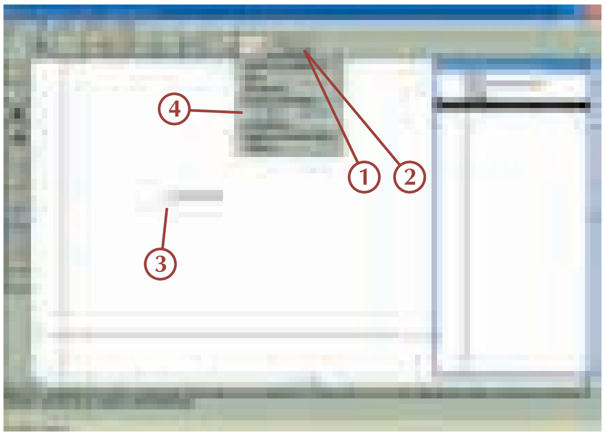
– selezionare il comando **Mostra gli assi** dell'icona ***Attributi*** ①;

– attivare la griglia mediante il comando **Griglia** sempre dall'icona ***Attributi*** e cliccare con il mouse su uno degli assi ②;

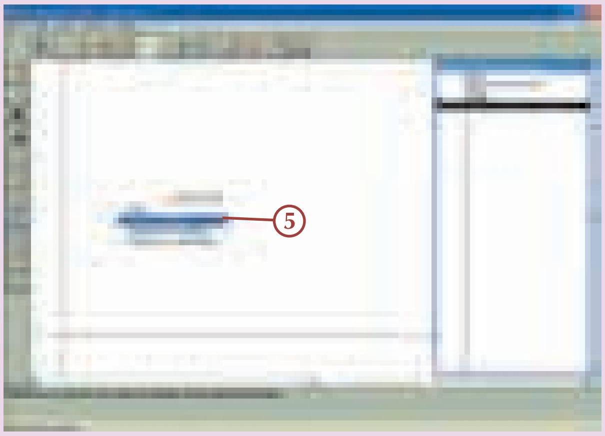
– posizionare il mouse in un punto qualunque del 1° quadrante del piano cartesiano e cliccare;

– assegnare il nome *A* ③ al punto con il comando **Nomi** dell'icona ***Testo e simboli***;

– attivare il comando **Coordinate ed equazioni** ④ dell'icona ***Misura*** e cliccare sul punto *A* quando appare il messaggio *"Coordinate di questo punto"*.



Con il comando **Ridefinizione di un oggetto** dell'icona ***Costruzioni***, è possibile spostare un punto, vincolato alla griglia o a un asse, al di fuori di tali oggetti in una qualunque posizione del foglio di lavoro. Per eseguire tale operazione basta avvicinare il mouse sul punto da spostare e, quando appare a video la finestra con le varie opzioni, cliccare sul comando *punto su un oggetto* ⑤.



Esercizi

1 Disegna 4 punti nel piano e chiamali *A*, *B*, *C* e *D*.

2 Disegna un segmento e modificalo utilizzando il comando puntatore.

3 Costruisci una retta passante per un punto e una retta passante per due punti. Prova con il comando Puntatore a spostare nel piano le due rette, che cosa noti?

4 Costruisci una retta e stacca su di essa una semiretta avente l'origine nel punto *O*. Colora con un colore diverso la semiretta ottenuta.

5 Disegna due segmenti consecutivi e due adiacenti.

6 Costruisci il punto medio di un segmento.

7 Considera tre punti distinti nel piano, quanti segmenti aventi per estremi tali punti si possono tracciare? E con quattro punti?

8 Determina il punto medio *M* di un segmento *AB* e verifica la correttezza delle operazioni svolte misurando la distanza tra *AM* e *MB*.

9 Costruisci e misura un angolo convesso e uno concavo.

10 Disegna due angoli e indica il primo con un archetto ed il secondo con due archetti.

11 Misura l'ampiezza dei due angoli dell'esercizio precedente.

12 Disegna due angoli consecutivi e misura l'ampiezza di ciascun angolo.

13 Dopo aver aperto Cabri e attivato i comandi Mostra gli assi e Griglia, individua un punto e determina le relative coordinate cartesiane.

14 Determina le coordinate del punto medio di un segmento di coordinate $A(4; 2)$ e $B(3; 5)$.

15 Nel piano cartesiano rappresenta la retta che passa per i punti $A(5; 3)$ e $B(2; 0)$.

● **16** Disegna tre segmenti tali che il secondo sia consecutivo e non adiacente rispetto al primo e il terzo sia adiacente rispetto al secondo.

● **17** Disegna un fascio di rette incidenti in un unico punto *P*.

● **18** Utilizzando lo strumento Segmento dell'icona Oggetti rettilinei, costruisci nell'ordine le seguenti spezzate:
a. spezzata aperta;
b. spezzata chiusa o poligonale;
c. spezzata intrecciata aperta;
d. spezzata intrecciata chiusa.

● **19** Traccia la bisettrice di due angoli consecutivi e verifica la correttezza della costruzione misurando i quattro angoli ottenuti.

● **20** Verifica che due angoli supplementari dello stesso angolo sono fra loro congruenti.

● **21** Disegna due angoli adiacenti e traccia la bisettrice dei due angoli. Verifica la correttezza della costruzione misurando i quattro angoli ottenuti. Come sono fra loro le bisettrici?

● **22** Disegna due angoli complementari e due esplementari.

● **23** Disegna due rette incidenti e dopo aver determinato i quattro angoli verifica che sono congruenti a due a due.

● **24** Disegna l'angolo che ha il vertice nel punto $V(2; 6)$ ed ha come semirette quelle che passano per l'origine e il punto $B(2; 0)$.

● **25** Trova la bisettrice dell'angolo definito dalla retta che passa per i punti $A(5; 3)$ e $B(2; 0)$ e la semiretta che ha come origine il punto $O(0; 0)$ e passa per il punto *B*.

Le rette nel piano con Cabri

Informatica 3

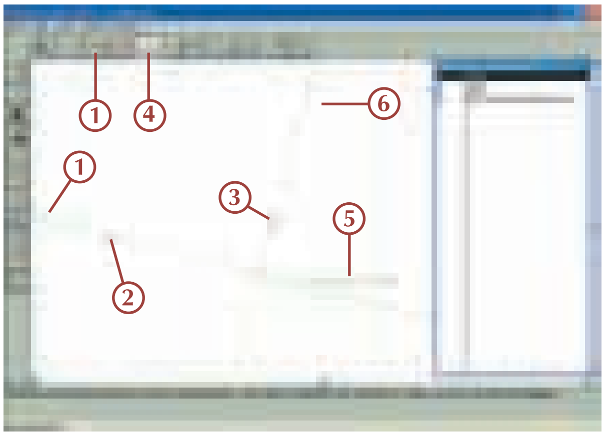
1 Costruire la retta perpendicolare ad una retta data

In questa esercitazione vogliamo verificare che due perpendicolari ad una retta data passanti rispettivamente la prima per un punto appartenente ad una retta *r*, e la seconda per un punto non appartenente alla retta data, sono fra loro parallele. Per eseguire tale costruzione si deve:

– selezionare lo strumento **Retta** dall'icona ***Oggetti rettilinei*** ① e disegnare la retta *r* ①;

– tracciare con il comando **Punto su un oggetto** dell'icona ***Punti*** un punto *A* sulla retta *r* ②;

– tracciare, con il comando **Punto**, sempre dall'icona ***Punti***, il punto *B* non appartenente ad essa ③.

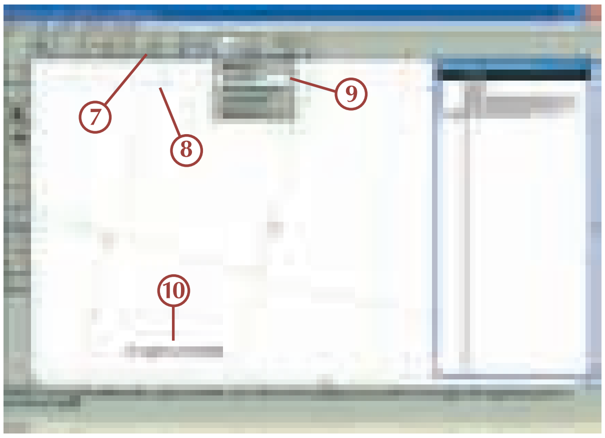


Per ottenere la retta perpendicolare alla retta *r* passante per il punto *B* si deve:

– selezionare lo strumento **Retta perpendicolare** dall'icona ***Costruzioni*** ④;

– muovere il mouse posizionandolo prima sulla retta *r*, a video compare il messaggio *"perpendicolare a questa retta"* ⑤ e poi sul punto *B*, a video compare il messaggio *"per questo punto"* e cliccare;

– chiamare, mediante il comando **Nomi** dall'icona ***Testo e simboli***, la retta trovata *m* ⑥.



Per ottenere la retta perpendicolare alla retta *r* passante per il punto *A* si deve:

– selezionare lo strumento **Retta perpendicolare** dall'icona ***Costruzioni*** ⑦;

– muovere il mouse posizionandolo prima sulla retta *r*, a video compare il messaggio *"perpendicolare a questa retta"* e poi sul punto *A*, a video compare il messaggio *"per questo punto"* e cliccare;

– chiamare la retta trovata *n* ⑧.

Per verificare il teorema che dice che due rette perpendicolari ad una terza retta sono fra loro parallele si deve:

– selezionare lo strumento **Parallelo?** ⑨ dall'icona ***Proprietà***;

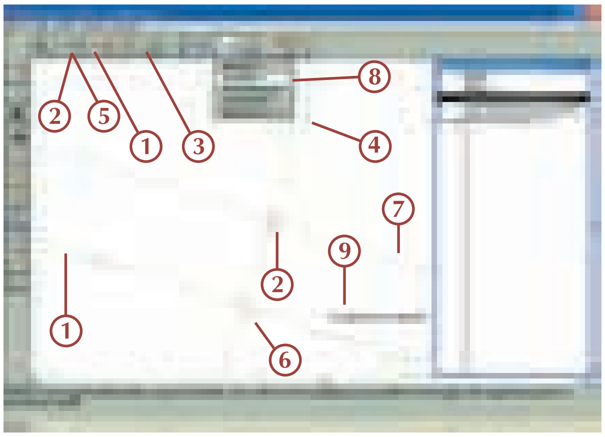
– cliccare con il mouse in corrispondenza della retta *m*, a video compare il messaggio *"questa retta è parallela"*;

– cliccare con il mouse in corrispondenza della retta *n*, a video compare il messaggio *"a questa retta?"*;

– cliccare in un punto qualunque della finestra di disegno quando si evidenzia un rettangolo su cui compare la scritta *"gli oggetti sono paralleli"*, che verifica il teorema e quindi la correttezza delle operazioni eseguite ⑩.

L'ordine con cui si scelgono le due rette *m* e *n* non ha alcuna importanza ai fini del risultato finale. La presenza degli strumenti dell'icona ***Proprietà*** risulta di particolare importanza perchè con essi si può verificare la validità di molte ipotesi formulate sulle figure geometriche.

2 Costruire la parallela per un punto ad una retta data



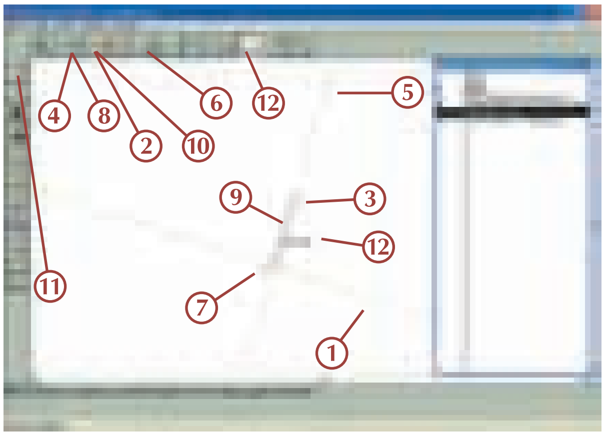
La proprietà di questa costruzione viene anche ricordata come **quinto postulato di Euclide** o **postulato delle parallele**. Per costruire una parallela per un punto ad una retta data si deve:

- selezionare il comando **Retta** dall'icona ***Oggetti rettilinei*** ① e costruire una retta *r* ①;
- determinare un punto *P*, non appartenente alla retta *r*, con lo strumento **Punto** dall'icona ***Punti*** ②;
- attivare il comando **Retta perpendicolare** dall'icona ***Costruzioni*** ③;
- tracciare la retta *t* perpendicolare ad *r* passante per *P* ④;
- determinare con lo strumento **Intersezione di due oggetti** dall'icona ***Punti*** ⑤, il punto di intersezione delle due rette, e chiamare tale punto *H* ⑥;
- attivare nuovamente l'icona ***Costruzioni*** e, mediante il comando **Retta perpendicolare,** tracciare, sempre nel punto *P*, la retta *s* perpendicolare alla retta *t* ⑦.

Le due rette *r* ed *s* sono entrambe perpendicolari alla stessa retta *t* e sono tra loro parallele. Questa proprietà si può facilmente verificare mediante lo strumento **Parallelo?** ⑧ dall'icona ***Proprietà***; a video compare il messaggio di conferma ⑨. È importante specificare che la retta *s* è unica.

In alternativa puoi costruire la retta parallela ad una retta data direttamente con il comando **Retta parallela** dall'icona ***Costruzioni***.

3 Calcolare la distanza di un punto da una retta



Per determinare la distanza di un punto da una retta si deve:

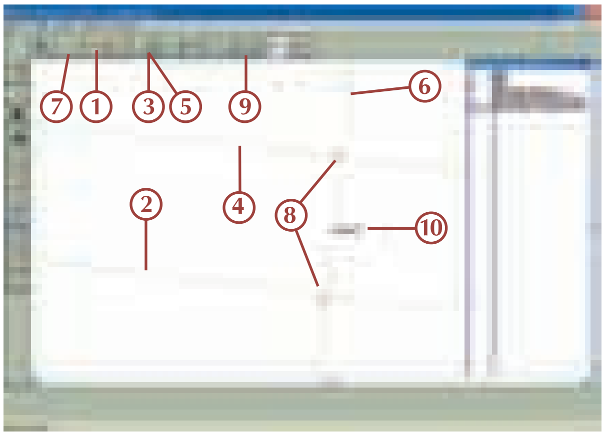
- tracciare una retta *r* ① mediante il comando **Retta** dall'icona ***Oggetti rettilinei*** ②;
- disegnare un punto *P* ③, non appartenente alla retta *r*, mediante il comando **Punto** dall'icona ***Punti*** ④;
- mandare la retta perpendicolare *s* ⑤ alla retta *r* passante per il punto *P* mediante lo strumento **Retta perpendicolare** dall'icona ***Costruzioni*** ⑥;
- individuare il punto di intersezione *H* ⑦ tra la retta *r* e la retta *s* mediante il comando **Intersezione di due oggetti** dall'icona ***Punti*** ⑧;
- tracciare il segmento *PH* ⑨, distanza tra il punto *P* e la retta *r*, mediante il comando **Segmento** dall'icona ***Oggetti rettilinei*** ⑩;
- segnare con un colore diverso il segmento *PH* agendo direttamente sulla **Barra degli Attributi** ⑪;
- calcolare la lunghezza del segmento *PH* mediante il comando **Distanza o lunghezza** dall'icona ***Misura*** ⑫.

4 Determinare la distanza fra due rette parallele

Per calcolare la distanza tra due rette parallele si deve (*figura a pagina seguente*):

- attivare il comando **Retta** dall'icona ***Oggetti rettilinei*** ① e tracciare una retta *r* ②;
- selezionare il comando **Retta parallela** dall'icona ***Costruzioni*** ③;

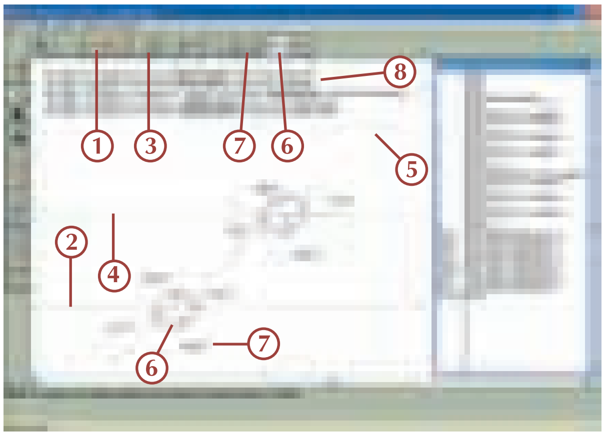
– tracciare una retta *s* parallela alla retta *r* ④;
– selezionare il comando **Retta perpendicolare** dall'icona ***Costruzione*** ⑤;
– tracciare una retta perpendicolare alle due rette date ⑥;
– individuare mediante il comando **Intersezione di due oggetti** ⑦ i punti di intersezione tra le rette parallele e la retta perpendicolare;
– indicare i due punti con le lettere *A* e *B* ⑧;
– attivare il comando **Distanza o lunghezza** dall'icona ***Misura*** ⑨;
– calcolare la distanza tra *A* e *B* ⑩.



5 Costruire gli angoli formati da due parallele e una trasversale

Per costruire due rette parallele ed una trasversale si deve:
– attivare il comando **Retta** dall'icona ***Oggetti rettilinei*** ① e tracciare una retta ②;
– selezionare il comando **Retta parallela** dall'icona ***Costruzioni*** ③;
– tracciare una retta parallela alla retta data ④;
– attivare lo strumento **Retta** dall'icona ***Oggetti rettilinei*** e tracciare la retta trasversale ⑤ alle due rette parallele.

Per definire gli angoli formati dalle due parallele tagliate dalla trasversale si deve:
– selezionare il comando **Segna un angolo** dall'icona ***Testo e simboli*** ⑥ e indicare con un archetto gli otto angoli che si formano che per comodità saranno numerati dall'uno all'otto;
– attivare lo strumento **Misura dell'angolo** dall'icona ***Misura*** ⑦ e misurare l'ampiezza di tutti gli angoli;
– scrivere a video, mediante il comando **Testo** dall'icona ***Testo e simboli***, le relazioni esistenti tra le varie coppie di angoli ⑧.



È possibile modificare il tipo di carattere, lo stile e la dimensione del testo mediante il comando **Carattere** della **Barra dei menu**.

Esercizi

1 Costruisci la proiezione di un segmento su una retta.

2 Costruisci l'asse di un segmento sfruttando la sua definizione.

3 Costruisci la parallela ad una retta data passante per un punto P sfruttando le proprietà delle rette parallele.

4 Disegna due rette r ed s tra di loro perpendicolari e poi una terza retta t perpendicolare alla retta r. Come sono tra loro le rette r e t?

5 Disegna una retta r e un punto P non appartenente ad essa. Traccia la distanza di P su r.

6 Disegna una retta r ed un segmento AB non appartenente ad essa. Traccia la proiezione di AB su r.

7 Disegna una retta r ed un segmento AB incidente la retta r nel punto H. Traccia la proiezione di AB su r.

8 Disegna una retta r e due punti P e Q distinti appartenenti alla retta; traccia per tali punti le rette perpendicolari alla retta data. Verifica che tali rette perpendicolari sono tra loro parallele.

● **9** Disegna una retta r ed un punto A fuori di essa; prendi un punto B distante da r quanto il punto A. Esiste una relazione di perpendicolarità tra la retta r e il segmento AB? Spiega in quale unico caso si verifica questa condizione.

● **10** Disegna una retta r ed un punto A non appartenente ad essa. Traccia poi altre due rette s e t passanti per A, rispettivamente parallela e perpendicolare ad r. Che relazione esiste tra la retta t e la retta s?

● **11** Disegna un angolo retto $\widehat{AOB}$ e da un punto qualunque del piano traccia le perpendicolari ai lati dell'angolo. Verifica che queste perpendicolari formano un angolo congruente a quello dato.

● **12** Disegna due rette incidenti r ed s, traccia le bisettrici delle coppie di angoli opposti al vertice da esse individuate e verifica che tali bisettrici sono perpendicolari tra di loro.

● **13** Disegna un angolo convesso $\widehat{AOB}$ e la sua bisettrice b. Prendi sui lati OA e OB dell'angolo due punti C e D tali che OC sia congruente con OD. Verifica che CD è perpendicolare alla bisettrice.

● **14** Disegna due segmenti AB e CD tali da intersecarsi nel loro punto medio e verifica poi che le congiungenti gli estremi AC e BD sono parallele tra di loro.

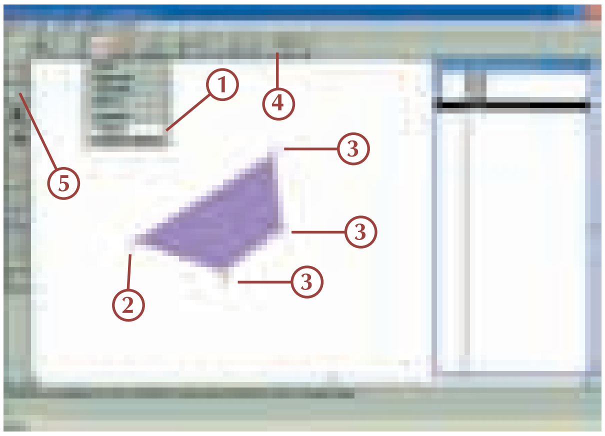
● **15** Dopo aver tracciato due rette parallele tagliate da una trasversale, determina tutti gli angoli che si formano e calcola la loro ampiezza. Quali coppie di angoli sono congruenti? Quali supplementari? Indicali mediante il comando Testo.

I poligoni con Cabri

1 Costruire un poligono

Per costruire un poligono qualsiasi si deve eseguire una procedura molto semplice:

– selezionare lo strumento **Poligono** ① dall'icona ***Oggetti rettilinei***;
– posizionare il mouse, che assume la forma di matita, in un punto qualunque del foglio di disegno;
– cliccare per definire la posizione del primo vertice del poligono ②;
– spostare la "matita" in un secondo vertice e fermarsi nella posizione dove si intende fissare il secondo vertice (a video si può notare come Cabri inizi contemporaneamente la costruzione del primo lato del poligono);
– cliccare nel secondo vertice ③ (a video si osserva come un successivo spostamento della matita provoca l'iniziale costruzione del poligono);
– ripetere le due operazioni precedenti per i due vertici successivi del quadrilatero ③. Cabri segnala con un segmento tratteggiato il lato che si deve costruire per chiudere il poligono. Quando si ritiene di voler chiudere il poligono bisogna riposizionarsi sul primo vertice e cliccare;
– assegnare ai quattro vertici le lettere A, B, C e D mediante il comando **Nomi** dall'icona ***Testo e simboli*** ④;
– è possibile riempire l'interno del poligono con il comando **Riempimento** dall'icona ***Attributi*** oppure agendo direttamente sulla **Barra degli attributi** ⑤.



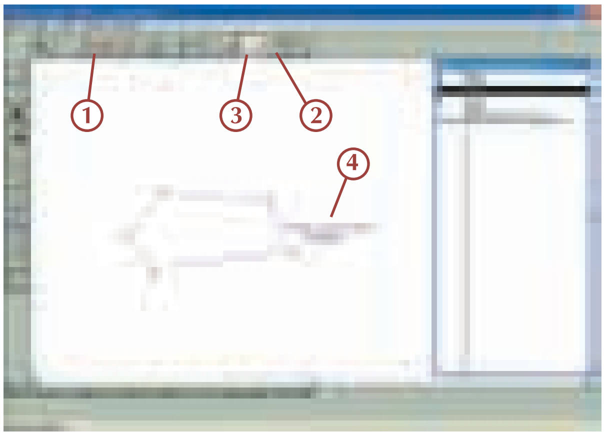
HELP

È possibile assegnare il nome ai vertici del poligono subito dopo aver disegnato ogni punto.

2 Calcolare il perimetro di un poligono

Per determinare il perimetro di un poligono si deve:

– selezionare lo strumento **Poligono** dall'icona ***Oggetti rettilinei*** ①;
– disegnare un poligono di cinque lati;
– attivare il comando **Nomi** dall'icona ***Testo e simboli*** ② e assegnare il nome A, B, C, D, E ai vertici del poligono;
– attivare il comando **Distanza o lunghezza** dall'icona ***Misura*** ③;
– cliccare sul poligono quando compare la scritta *"perimetro di questo poligono"* ④.



HELP

La misura di una lunghezza o del perimetro di una figura è data da un numero con l'aggiunta di una unità di misura (per default il cm). È possibile cambiare l'unità di misura attivando il comando **Preferenze** dal menu **Opzioni** e selezionando una diversa unità di misura.

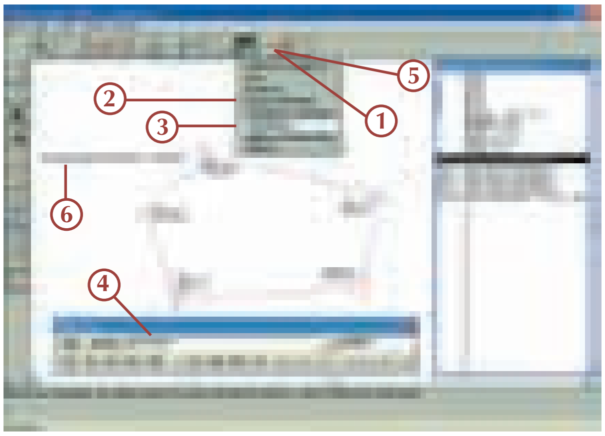
3 Calcolare la somma degli angoli interni di un pentagono

In questa esercitazione vogliamo verificare la relazione sulla somma degli angoli interni di un poligono, cioè la formula: $S_i = (n - 2) \cdot 180°$, dove n rappresenta il numero dei lati del poligono.
Consideriamo dunque un pentagono ($n = 5$); per verificare che $S_i = (5 - 2) \cdot 180° = 540°$ si deve seguire la seguente procedura:

- costruire un pentagono secondo le modalità descritte nella prima esercitazione;
- selezionare lo strumento **Segna un angolo** dall'icona ***Testo e Simboli*** ① e tracciare gli angoli interni del pentagono;
- attivare lo strumento **Misura dell'angolo** ② dall'icona ***Misura*** e calcolare l'ampiezza degli angoli interni del pentagono.

Arrivati a questo punto per determinare la somma degli angoli interni del pentagono si deve:

- selezionare lo strumento **Calcolatrice** ③ sempre dall'icona ***Misura***;
- impostare il calcolo della somma cliccando sulle cinque misure angolari; sulla finestra della calcolatrice compaiono le lettere *a, b, c, d, e* corrispondenti alle misure dei cinque angoli ④;
- trascinare il risultato nella finestra di disegno;
- selezionare il comando **Testo** dall'icona ***Testo e simboli*** ⑤ e aggiungere prima del numero 540° la scritta: *"Somma degli angoli interni ="* ⑥.

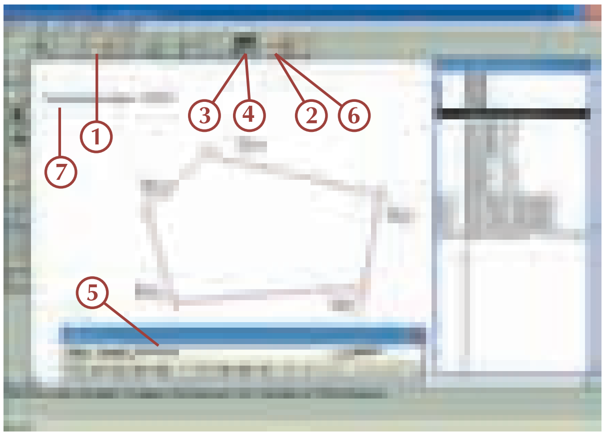


Se, dopo aver attivato lo strumento **Puntatore**, si modifica la posizione di uno o più vertici del pentagono si può facilmente verificare che l'ampiezza dei singoli angoli continua a cambiare, ma resta immutato il valore della loro somma.

4 Calcolare la somma degli angoli esterni di un pentagono

Per verificare la relazione sulla somma degli angoli esterni di un poligono ($S_e = 360°$), si deve:

- costruire un Poligono (nel nostro caso un pentagono) secondo la procedura descritta nella precedente esercitazione;
- selezionare il comando **Semiretta** dall'icona ***Oggetti rettilinei*** ① e tracciare le semirette uscenti dai vertici del pentagono (per comodità nella figura abbiamo deciso di muoverci secondo la rotazione oraria);
- selezionare lo strumento **Segna un angolo** dall'icona ***Testo e Simboli*** ② e tracciare gli angoli esterni del pentagono;
- attivare lo strumento **Misura dell'angolo** dall'icona ***Misura*** ③ e calcolare l'ampiezza degli angoli esterni del pentagono;
- selezionare lo strumento **Calcolatrice** ④ dalla stessa icona;
- impostare il calcolo della somma cliccando sulle cinque misure angolari; sulla finestra della calcolatrice compaiono le lettere *a, b, c, d, e* corrispondenti alle misure dei cinque angoli ⑤;
- trascinare il risultato (360°) nella finestra di disegno;
- selezionare il comando **Testo** dall'icona ***Testo e simboli*** ⑥ e sostituire la scritta risultato con: *"Somma degli angoli esterni ="* ⑦.

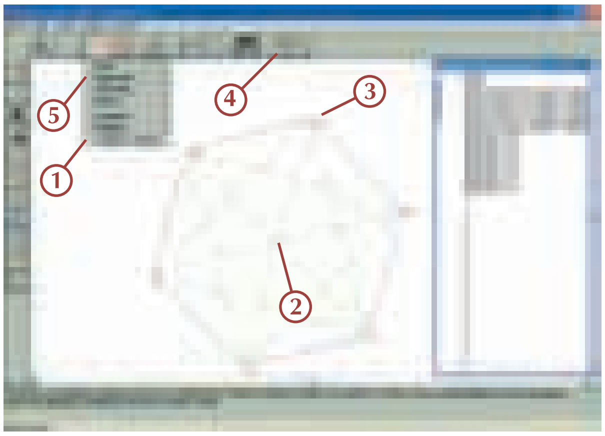


Anche in questo caso, dopo aver attivato lo strumento **Puntatore**, se si modifica la posizione di uno o più vertici del pentagono si può facilmente verificare che l'ampiezza dei singoli angoli si modifica ma resta immutato il valore della loro somma.

5 Costruire un poligono regolare e determinarne il numero delle diagonali

Per determinare il numero totale delle diagonali in un poligono regolare e verificare la correttezza della procedura con la formula: $n \cdot (n - 3) : 2$ dove n rappresenta il numero dei lati del poligono, si deve:

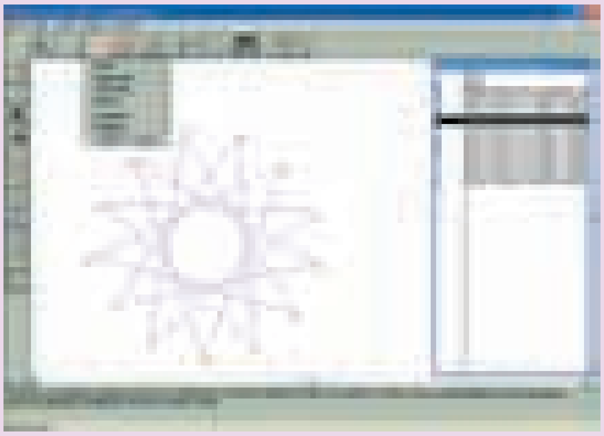
– selezionare il comando **Poligono regolare** ① dall'icona ***Oggetti rettilinei***;
– fissare il centro del poligono ② e determinare uno dei suoi vertici ③;
– ruotare il mouse in senso orario fino a quando compare il numero di lati del poligono (nel nostro caso impostiamo 6 per costruire un esagono);
– cliccare per generare l'esagono regolare;
– assegnare il nome a ciascun vertice mediante il comando **Nomi** dall'icona ***Testo e simboli*** ④;
– tracciare mediante lo strumento **Segmento** ⑤ dall'icona ***Oggetti rettilinei*** tutte le diagonali.



Se hai tracciato tutte le diagonali ne puoi contare 9; infatti dalla formula di partenza risulta $6 \cdot (6 - 3) : 2 = 9$.

HELP

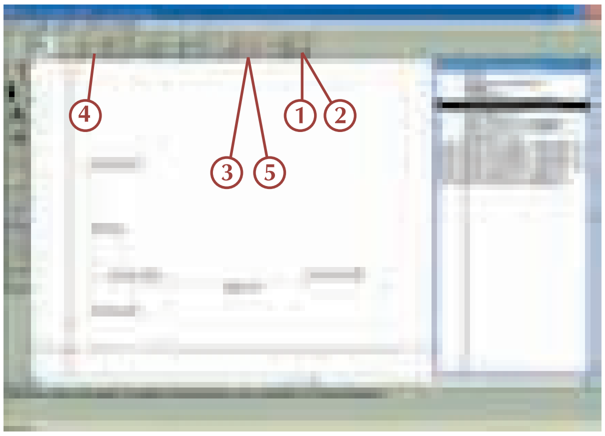
Per creare un poligono regolare stellato, una volta fissato il centro della circonferenza circoscritta, occorre spostare il cursore del mouse, che assume la forma di matita, nel verso antiorario e fare clic quando il poligono stellato ha raggiunto la dimensione desiderata. Al centro viene evidenziato un numero frazionario: il numeratore corrisponde al numero dei lati, il denominatore indica il numero di intersezioni del poligono stellato.



6 Determinare la distanza tra due punti in un piano cartesiano

Per determinare la distanza tra due punti di uguale ascissa o fra due punti di uguale ordinata, rappresentati in un piano cartesiano, si deve:

– selezionare il comando **Mostra gli assi** dell'icona ***Attributi*** ①;
– attivare la griglia mediante il comando **Griglia** ② sempre dall'icona ***Attributi*** e cliccare in corrispondenza di uno dei due assi;
– individuare due punti A e B di uguale ordinata del primo quadrante;
– attivare il comando **Coordinate ed equazioni** ③ dell'icona ***Misura*** per determinare le coordinate dei punti A e B;
– tracciare mediante il comando **Segmento** dell'icona ***Oggetti rettilinei*** ④ la distanza tra i punti A e B;
– attivare il comando **Distanza o lunghezza** dell'icona ***Misura*** ⑤ e misurare la distanza tra i due punti;
– ripetere la stessa procedura per determinare la distanza tra i punti C e D di uguale ascissa.



HELP

Come si può facilmente notare, la misura della distanza tra due punti di uguale ascissa o di uguale ordinata, è data dalla differenza delle rispettive ordinate o ascisse calcolata partendo dal punto più distante dell'origine.

Esercizi

1 Costruisci un poligono concavo e verifica che almeno una delle rette che contengono i lati attraversa il poligono stesso.

2 Costruisci e misura gli angoli interni e gli angoli esterni di un esagono.

3 Disegna un quadrilatero con due angoli congruenti.

4 Disegna un quadrilatero con le due diagonali perpendicolari.

5 Disegna un quadrilatero con le diagonali congruenti.

6 Costruisci un poligono di sette lati e calcola quanto vale la somma degli angoli interni.

7 Costruisci un poligono di quattro lati e calcola quanto vale la somma degli angoli esterni.

8 Costruisci un poligono di cinque lati e traccia le sue diagonali: quante sono?

9 Costruisci un ettagono e calcola quante diagonali escono da ogni vertice.

10 Costruisci un poligono regolare di otto lati.

11 Calcola la distanza fra due punti posti su una retta parallela all'asse delle ascisse e la distanza di due punti posti su una retta parallela all'asse delle ordinate.

12 Calcola la distanza fra due punti posti sull'asse x e la distanza fra due punti posti sull'asse y.

13 Calcola il perimetro del triangolo definito dai seguenti punti $A(0; 3)$, $B(0; 0)$, $C(4; 0)$.

● **14** Costruisci un poligono regolare stellato avente la seguente formula $\frac{10}{3}$.

● **15** Disegna un pentagono con due lati paralleli.

● **16** Costruisci un quadrilatero convesso che abbia un angolo di 90° e uno di 60°.

● **17** Disegna un poligono convesso e verifica che ogni lato è minore della somma di tutti gli altri lati.

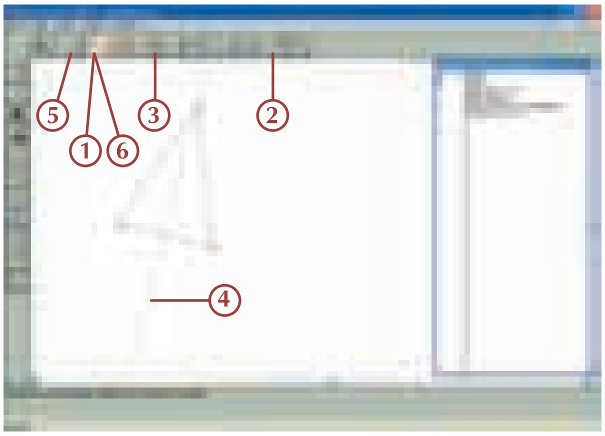
● **18** Calcola il perimetro del quadrilatero definito dai seguenti punti $A(5; 0)$, $B(5; 4)$, $C(0; 4)$, $D(0; 0)$. Verifica il risultato calcolando la distanza fra i vertici.

I triangoli con Cabri

Informatica 5

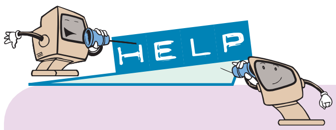
1 Costruire un triangolo isoscele e determinarne le proprietà

Nel terzo capitolo abbiamo imparato a disegnare l'asse di un segmento e abbiamo verificato la proprietà che afferma che ogni punto dell'asse ha la stessa distanza dai vertici del segmento stesso. Sfruttando questa proprietà possiamo costruire un triangolo isoscele di base *AB*.



Per eseguire questa costruzione si deve:

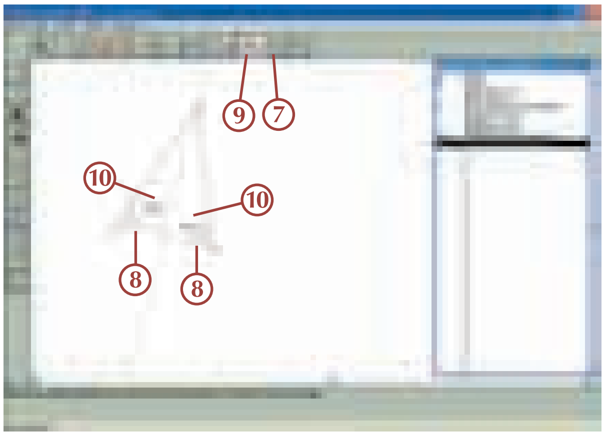
- fare click sull'icona ***Oggetti rettilinei*** e attivare lo strumento **Segmento** ①;
- cliccare per creare il primo punto e trascinare il mouse per fissare il secondo punto;
- selezionare l'icona ***Testo e Simboli*** e fare click sullo strumento **Nomi** ② per attribuire i nomi *A* e *B* agli estremi del segmento;
- selezionare l'icona ***Costruzioni*** ed attivare lo strumento **Asse** ③;
- posizionarsi sul segmento fino a quando compare la scritta *"asse di questo segmento"* e cliccare in modo da tracciare l'asse del segmento *AB* ④;
- determinare un punto *C* sull'asse del segmento *AB* mediante il comando **Punto su un oggetto** dall'icona ***Punti*** ⑤;
- disegnare il triangolo *ABC* con il comando **Triangolo** dall'icona ***Oggetti rettilinei*** ⑥.



Un secondo modo per tracciare l'asse, consiste nel selezionare i due estremi del segmento.

Possiamo ora verificare la proprietà che dice che in un triangolo isoscele gli angoli alla base sono congruenti. Per tracciare gli angoli alla base $\widehat{A}$ e $\widehat{B}$ del triangolo si deve:

- selezionare l'icona ***Testo e simboli*** e attivare il comando **Segna un angolo** ⑦;
- tracciare l'angolo alla base $\widehat{A}$ ⑧ e l'angolo alla base $\widehat{B}$ ⑧;
- selezionare l'icona ***Misura*** e attivare lo strumento **Misura dell'angolo** ⑨;
- misurare gli angoli cliccando sull'archetto degli angoli $\widehat{A}$ e $\widehat{B}$ ⑩.



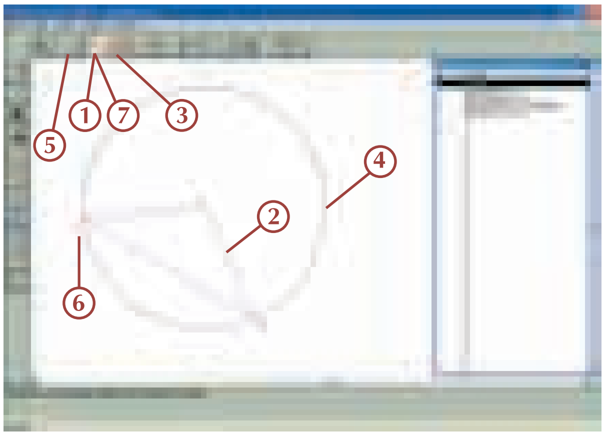
2 Costruire un triangolo isoscele considerando la congruenza di due lati

Un secondo metodo per disegnare un triangolo isoscele sfrutta la definizione stessa: "un triangolo si dice isoscele se possiede due lati congruenti". Per questa costruzione si deve:

- selezionare il comando **Segmento** dall'icona ***Oggetti rettilinei*** ① e tracciare un segmento *AB* ②, che rappresenta uno dei lati congruenti.

Per determinare il segmento AC, secondo lato obliquo del triangolo isoscele, si deve:

– selezionare l'icona ***Curve*** e attivare lo strumento **Circonferenza** ③;
– tracciare la circonferenza che ha centro nel punto A e raggio AB ④ (avvicinando il mouse nel punto A comparirà la scritta *"questo centro"*, avvicinando il mouse nel punto B comparirà la scritta *"e passante per questo punto"*).



Per costruire il triangolo isoscele si deve:

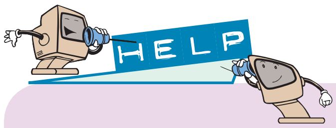
– selezionare l'icona ***Punti***, attivare il comando **Punto su un oggetto** ⑤ e individuare sulla circonferenza un punto C ⑥;
– selezionare nuovamente l'icona ***Oggetti rettilinei***, attivare il comando **Triangolo** ⑦ e cliccare sui punti A, B e C.

3 Verificare che la somma degli angoli interni di un triangolo è pari ad un angolo piatto

In questa esercitazione vogliamo verificare il teorema che afferma che la somma degli angoli interni di un triangolo coincide con la misura di un angolo piatto.

Per verificare il teorema si deve:

– selezionare l'icona ***Oggetti rettilinei***, attivare il comando **Triangolo** ① e costruire un triangolo ABC ②;
– attivare lo strumento **Segna un angolo** della casella ***Testo e simboli*** ③ per tracciare i tre angoli interni del triangolo;
– selezionare il comando **Misura dell'angolo** dall'icona ***Misura*** ④ per calcolare l'ampiezza degli angoli interni del triangolo;
– selezionare lo strumento **Calcolatrice** dall'icona ***Misura*** ⑤ per impostare il calcolo della somma dei tre angoli (i tre angoli vengono chiamati da Cabri a, b e c);
– cliccare sui tre angoli per impostare la somma ⑥;
– trascinare il risultato ottenuto nella finestra di disegno ⑦.



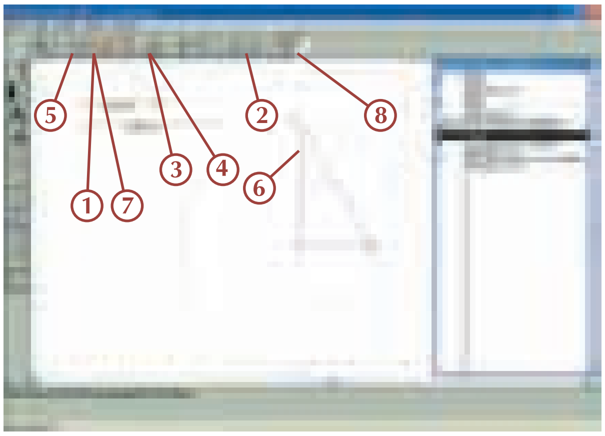
Se dopo aver attivato lo strumento **Puntatore** si modifica la posizione dei tre vertici del triangolo si può facilmente verificare che cambia l'ampiezza degli angoli ma resta immutato il valore della somma.

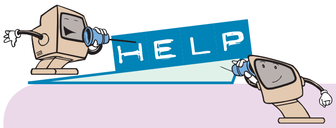
4 Costruire un triangolo rettangolo partendo dai suoi cateti

Per costruire un triangolo rettangolo partendo da due segmenti che rappresentano i cateti del triangolo si deve (*figura a pagina seguente*):

– tracciare due segmenti AB e AC mediante il comando **Segmento** dell'icona ***Oggetti rettilinei*** ①;
– determinare la lunghezza dei due segmenti con lo strumento **Distanza o lunghezza** dell'icona ***Misura*** ②;
– attivare lo strumento **Compasso** dell'icona ***Costruzioni*** ③;
– cliccare al centro del foglio di lavoro per fissare il centro delle due circonferenze concentriche quindi cliccare sul segmento AB;

– ripetere il passaggio precedente cliccando sul segmento *AC*;
– tracciare il raggio *AB*, cateto del triangolo rettangolo;
– attivare il comando **Retta perpendicolare** dell'icona ***Costruzioni*** ④ e mandare la retta perpendicolare al raggio *AB* passante per il punto *A*;
– determinare il punto *C* sulla circonferenza più esterna mediante il comando **Intersezione di due oggetti** dell'icona ***Punti*** ⑤;
– il segmento *AC* rappresenta l'altro cateto del triangolo rettangolo ⑥;
– attivare il comando **Triangolo** dell'icona ***Oggetti rettilinei*** ⑦ e cliccare nei punti *A*, *B* e *C*;
– selezionare l'icona ***Attributi*** ed attivare il comando **Mostra/Nascondi** ⑧ per nascondere gli oggetti non strettamente legati alla figura finale (un ulteriore click del mouse sullo stesso comando permette di rendere visibili gli oggetti che sono tratteggiati).





Trascinando e modificando con il mouse, nella posizione **Puntatore**, la lunghezza dei segmenti *AB* e/o *AC*, il triangolo rettangolo *ABC* assume nuove dimensioni in quanto i due oggetti sono strettamente collegati dallo strumento **Compasso**.

5 Costruire il circocentro di un triangolo

In questa esercitazione ci occuperemo dei punti notevoli dei triangoli in particolare del circocentro lasciando come esercizio personale la costruzione del baricentro, dell'incentro e dell'ortocentro. Per determinare il circocentro si deve:
– costruire un triangolo secondo le modalità già note ed assegnare ai tre vertici i nomi *A*, *B* e *C*;
– selezionare lo strumento **Asse** dell'icona ***Costruzioni*** ① e tracciare gli assi dei tre lati (cliccare quando a video compare il messaggio *"asse di questo lato del triangolo"*);
– determinare il circocentro *O* punto di intersezione dei tre assi, con il comando **Intersezione di due oggetti** dell'icona ***Punti*** ②.

Per scoprire di quali proprietà gode il circocentro si deve:
– tracciare i segmenti *OA*, *OB* e *OC*;
– aprire l'icona ***Misura*** e, dopo aver selezionato lo strumento **Distanza o lunghezza** ③, attribuire la misura ai tre segmenti appena creati;
– deformare il triangolo trascinando con il mouse, in modalità **Puntatore**, uno qualunque dei tre vertici (si può osservare che la distanza dei vertici dal punto *O* si modifica ma la misura dei tre segmenti è sempre la stessa);
– verificare, tracciando la circonferenza mediante lo strumento **Circonferenza** dall'icona ***Curve*** ④ che il punto *O* è il centro della circonferenza circoscritta ⑤.

Esercizi

1 Dopo aver costruito un triangolo qualunque verifica che la somma degli angoli interni è un angolo piatto. Verifica inoltre, utilizzando la calcolatrice, quanto vale la somma di un angolo interno e del corrispondente angolo esterno.

2 Verifica che l'angolo esterno di un triangolo è congruente alla somma degli angoli interni non adiacenti ad esso.

3 Costruisci un triangolo isoscele e verifica che gli angoli alla base sono congruenti.

4 Costruisci un triangolo equilatero.

5 Costruisci l'incentro di un triangolo acutangolo.

6 Costruisci il baricentro di un triangolo ottusangolo.

7 Costruisci l'ortocentro di un triangolo isoscele ottusangolo.

8 Verifica la seguente proprietà: in un triangolo isoscele i punti notevoli, circocentro, incentro, baricentro e ortocentro appartengono ad un unico segmento.

9 Verifica che in un triangolo equilatero i punti notevoli coincidono in un unico punto.

10 Costruisci un triangolo rettangolo e verifica che la mediana relativa all'ipotenusa è la metà dell'ipotenusa stessa.

11 Dopo aver costruito un triangolo rettangolo con gli angoli acuti di 45°, verifica che i due cateti sono congruenti.

12 Dopo aver costruito un triangolo rettangolo con gli angoli acuti di 30° e 60°, verifica che l'ipotenusa è il doppio del cateto minore.

● **13** Verifica che in un triangolo qualunque l'ortocentro, il baricentro e il circocentro sono allineati su una stessa retta chiamata "retta di Eulero".
(Suggerimento: per evitare troppa confusione cancella gli oggetti che risultano superflui nella costruzione)

● **14** Disegna un triangolo equilatero *ABC*, traccia le bisettrici degli angoli *B* e *C* e indica con *K* il loro punto di intersezione. Verifica che il triangolo *KBC* è isoscele e che i triangoli *BKA*, *BKC* e *CKA* sono congruenti.

● **15** Disegna un triangolo isoscele, prendi i punti medi su ognuno dei lati e uniscili. Che tipo di triangolo hai ottenuto?

● **16** Disegna un triangolo isoscele *ABC*, traccia una parallela alla base *BC* e indica con *D* e con *E* i punti di intersezione con i lati del triangolo. Verifica che il triangolo ottenuto *ADE* è un triangolo isoscele.

● **17** Verifica, intersecando le bisettrici degli angoli alla base di un triangolo isoscele, che si formano quattro segmenti congruenti a due a due.

● **18** Disegna un triangolo *ABC*, traccia la parallela ad *AC* passante per *B* e la parallela a *BC* passante per *A* e indica con *D* il loro punto di intersezione. Verifica che i triangoli *ABC* e *ABD* sono congruenti.

● **19** Disegna un triangolo *ABC*, unisci un punto qualunque *K* del piano, interno al triangolo, con i vertici del triangolo e prolunga ciascun segmento dalla parte di *K* in modo che risulti $KD = KA$; $KE = KB$; $KF = KC$. Verifica che i triangoli *ABC* e *DEF* sono congruenti.

● **20** Disegna un triangolo isoscele e verifica che la bisettrice dell'angolo esterno all'angolo al vertice è parallela alla base del triangolo.

● **21** Dato un triangolo *ABC* costruisci il triangolo *LMN* ottenuto tracciando da ciascun vertice le parallele al lato opposto. Verifica che l'ortocentro del triangolo *ABC* coincide con il circocentro del triangolo *LMN*.

I quadrilateri con Cabri

Informatica 6

1 Costruire un parallelogrammo e memorizzare la costruzione in una macro

Iniziamo lo studio e la rappresentazione dei quadrilateri definendo una **Macro**. In pratica una macro è una costruzione geometrica che, una volta determinata e memorizzata, può essere richiamata ed utilizzata come uno strumento. Nel nostro caso, dopo aver generato e memorizzato in una **Macro** un parallelogrammo, utilizzeremo tale strumento per costruire gli altri quadrilateri ovvero rettangoli, quadrati e rombi.

Per disegnare un parallelogrammo, sfruttando la proprietà di parallelismo che intercorre tra i lati, si deve:

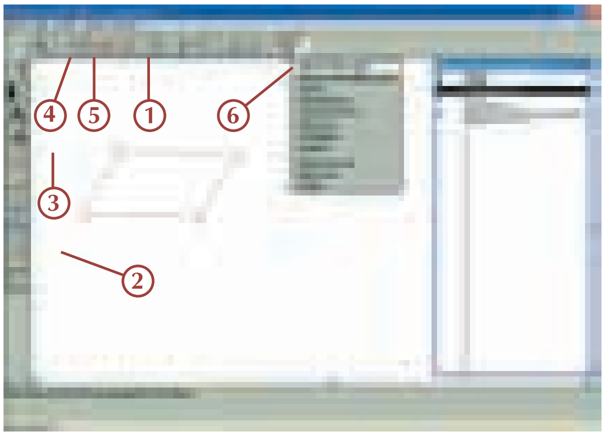
– disegnare nel piano due segmenti consecutivi *AB* e *BC* secondo le modalità già studiate nelle precedenti esercitazioni;

– selezionare lo strumento **Retta parallela** dall'icona ***Costruzioni*** ① e tracciare la retta parallela al lato *BC* passante per *A* ② e la retta parallela al lato *AB* passante per *C* ③;

– attivare il comando **Intersezione di due oggetti** dall'icona ***Punti*** ④ e individuare il punto *D* intersezione delle due rette;

– disegnare il parallelogrammo *ABCD* mediante lo strumento **Poligono** dall'icona ***Oggetti rettilinei*** ⑤;

– nascondere gli oggetti non facenti parte della figura mediante lo strumento **Mostra/Nascondi** ⑥ dall'icona ***Attributi***.



Per definire una macro si deve:

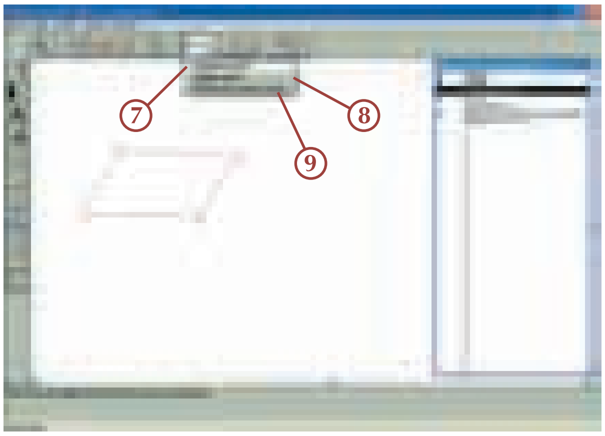
– selezionare lo strumento **Oggetti iniziali** ⑦ dall'icona ***Macro***;

– cliccare sui tre punti iniziali *A*, *B* e *C* (i tre punti lampeggiano);

– selezionare lo strumento **Oggetti finali** ⑧ sempre dall'icona ***Macro***;

– cliccare sul poligono quando a video compare la scritta *"questo poligono"* (il poligono lampeggia);

– selezionare lo strumento **Definizione della macro** ⑨ dalla stessa icona per memorizzare la figura.

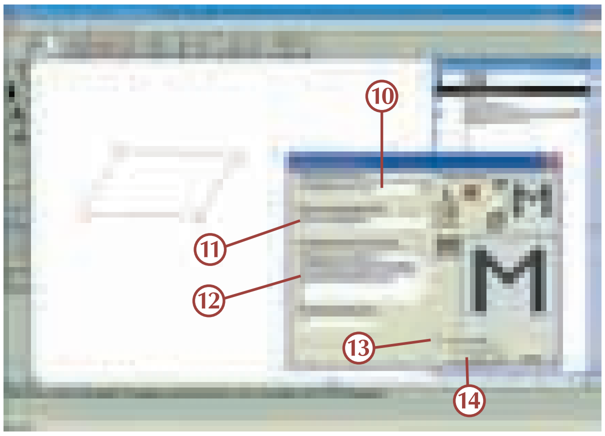


Per memorizzare la macro si deve:

– scrivere nella prima casella della finestra che si apre la scritta *"parallelogrammo tre vertici"* ⑩;

– scrivere nella seconda casella *"Questo parallelogrammo"* ⑪;

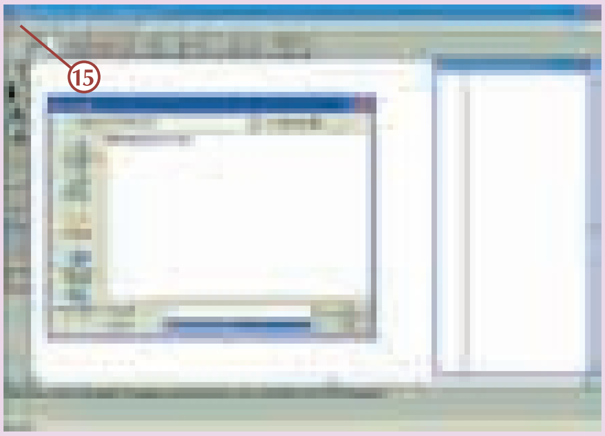
– inserire nella terza casella il messaggio di aiuto: *"Questa macro costruisce un parallelogrammo quando sono assegnati tre punti generici nel piano: per attivarla è necessario selezionare i tre punti"* ⑫;



– spuntare la casella *"Salva come file"* ⑬ indispensabile per ritrovare la macro anche dopo l'uscita dal programma;
– cliccare sul tasto OK ⑭ in modo che la macro venga definitivamente memorizzata in un file.

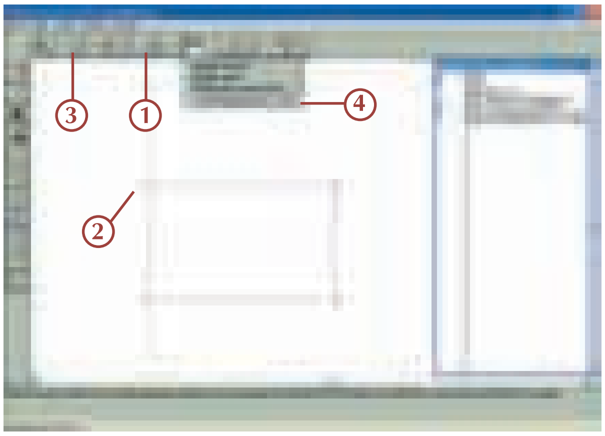
HELP

All'uscita del programma, lo strumento creato con la macro scompare dall'elenco di quelli disponibili. Per attivarlo bisogna richiamare il file in cui era stato memorizzato con il comando **Apri** del menu **File** ⑮. Fatto ciò, lo strumento compare nell'icona ***Macro***.



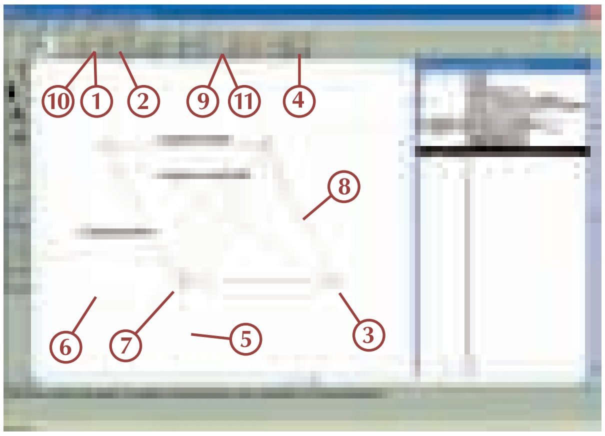
2 Costruire un rettangolo utilizzando la macro precedente

Per costruire un rettangolo utilizzando la macro dell'esercitazione precedente si deve:
– disegnare nel piano il segmento *AB* secondo le modalità note;
– disegnare una retta *r* perpendicolare al segmento *AB* passante per uno dei due vertici mediante il comando **Retta perpendicolare** dall'icona ***Costruzioni*** ①;
– selezionare il punto *C* ② sulla retta *r* che sarà il terzo vertice del rettangolo mediante lo strumento **Punto su un oggetto** dell'icona ***Punti*** ③;
– attivare lo strumento **parallelogrammo tre vertici** ④ dell'icona ***Macro***;
– selezionare i punti *A*, *B* e *C*.



3 Costruire un rombo di lato *AB* assegnato

Per costruire un rombo dato un lato *AB* si deve:
– tracciare il segmento *AB* mediante il comando **Segmento** dell'icona ***Rette*** ①;
– costruire la circonferenza con centro in *B* e passante per *A* con il comando **Circonferenze** dell'icona ***Curve*** ②;
– individuare mediante il pulsante **Punto** dell'icona ***Punti*** un punto *C* appartenente alla circonferenza ③;
– nascondere la circonferenza mediante il comando **Mostra-Nascondi** dell'icona ***Disegno*** ④;
– tracciare la circonferenza di centro *C* e raggio *CB* ⑤ e la circonferenza di centro *A* e raggio *AB* ⑥;



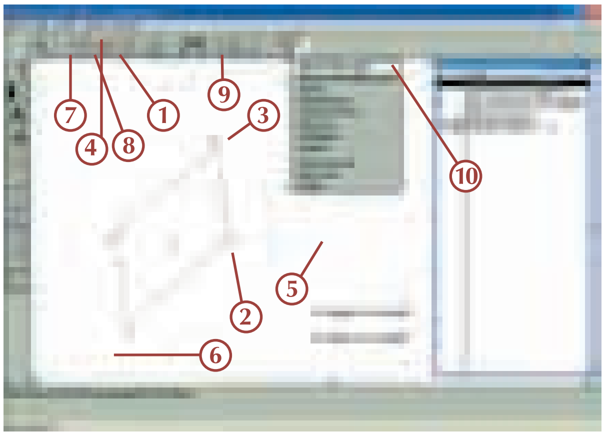
– con il pulsante **Intersezione di due oggetti** dell'icona ***Punti*** individuare il punto *D* ⑦;
– costruire il poligono *ABCD* ⑧;
– nascondere le circonferenze.

Per verificare che la figura ottenuta è un parallelogrammo si deve:
– aprire l'icona ***Verifica Proprietà*** e verificare con lo strumento **Parallelo?** ⑨ che i lati sono paralleli a due a due $AB \parallel CD$ e $AD \parallel BC$.

Per verificare che la figura ottenuta è un rombo si deve:
– tracciare le diagonali *AC* e *BD* mediante il pulsante **Segmento** ⑩;
– verificare mediante lo strumento **Perpendicolare** dell'icona ***Verifica Proprietà*** che le diagonali *AC* e *BD* sono perpendicolari ⑪.

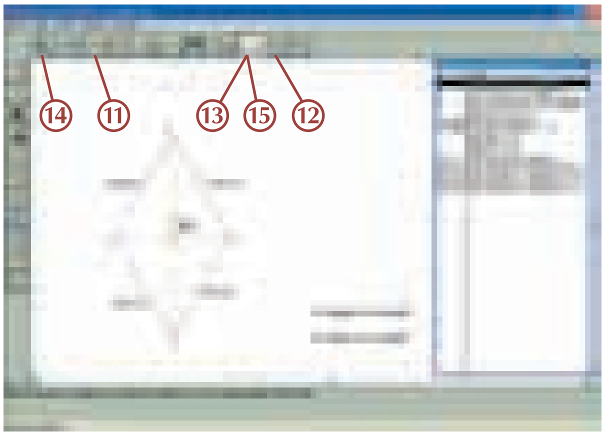
4 Costruire tutti i parallelogrammi

Per costruire con una stessa esercitazione l'insieme dei quadrilateri dal parallelogrammo al rombo si deve:



– disegnare mediante il comando **Circonferenza** dall'icona ***Curve*** ① due circonferenze concentriche *c* e *c′* di centro *O*;
– tracciare un punto *A* sulla circonferenza *c* ② e un punto *B* sulla circonferenza *c′* ③ mediante lo strumento **Punto su un oggetto** dall'icona ***Punti***;
– selezionare lo strumento **Retta** dall'icona ***Oggetti rettilinei*** ④ e tracciare la retta *r* passante per i punti *O* e *A* ⑤ e la retta *s* passante per i punti *B* e *O* ⑥;
– definire mediante lo strumento **Intersezione di due oggetti** dell'icona ***Punti*** ⑦ il punto di intersezione *C* della retta *r* con la circonferenza *c* e il punto di intersezione *D* della retta *s* con la circonferenza *c′*;
– disegnare il quadrilatero *ABCD* mediante lo strumento **Poligono** dall'icona ***Oggetti rettilinei*** ⑧;
– attivare lo strumento **Parallelo?** dell'icona ***Proprietà*** ⑨;
– verificare che il quadrilatero è un parallelogrammo cliccando sui lati opposti (compare la scritta *"Gli oggetti sono paralleli"*);
– eliminare gli strumenti inutili mediante il comando **Mostra/Nascondi** ⑱ dell'icona ***Attributi*** ⑩.

Per passare dal parallelogrammo *ABCD* al rombo si deve:

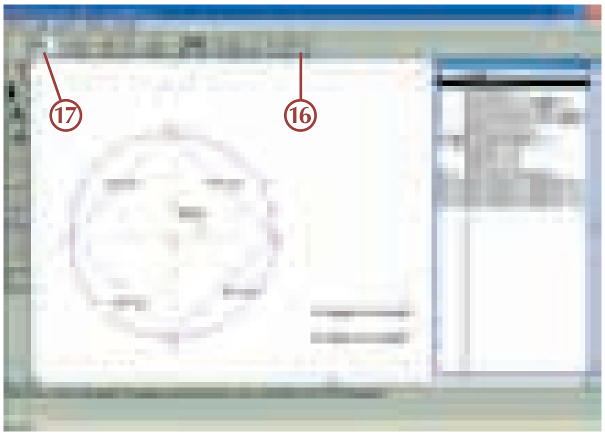


– disegnare, mediante la voce **Segmento** dell'icona ***Oggetti rettilinei*** ⑪, i segmenti *AC* e *DB* che rappresentano le diagonali del nostro quadrilatero;
– selezionare lo strumento **Segna un angolo** dell'icona ***Testo e simboli*** ⑫ e tracciare l'angolo $A\widehat{O}B$;
– misurare l'ampiezza dell'angolo mediante lo strumento **Misura dell'angolo** dell'icona ***Misura*** ⑬ e cliccare sull'archetto;
– modificare la posizione dei vertici, trascinandoli con il mouse nella modalità **Puntatore** ⑭, fino a quando l'angolo $A\widehat{O}B$ diventa retto;
– misurare i lati del quadrilatero selezionando lo strumento **Distanza o lunghezza** dell'icona ***Misura*** ⑮ e cliccare sui lati;
– la congruenza dei lati ci conferma che il quadrilatero *ABCD* è un rombo.

Per passare dal parallelogrammo al quadrato si deve:

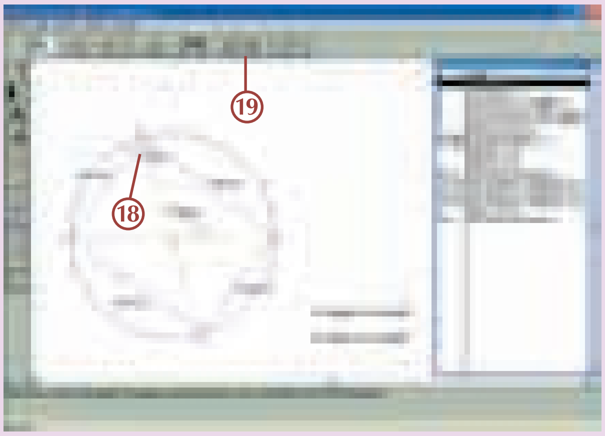
– visualizzare nuovamente le due circonferenze c e c' mediante il comando **Mostra/Nascondi** dell'icona ***Attributi*** ⑯;
– modificare, mediante trascinamento del mouse in modalità **Puntatore** ⑰, le due circonferenze in modo da farle coincidere.

Puoi verificare da solo che le ampiezze degli angoli del poligono misurano 90° e i lati sono congruenti oppure che le due diagonali sono congruenti e perpendicolari.



Per passare dal quadrato ad un rettangolo basta ora modificare la posizione del vertice B sulla circonferenza. Per essere sicuri che il poligono costruito è un rettangolo occorre:

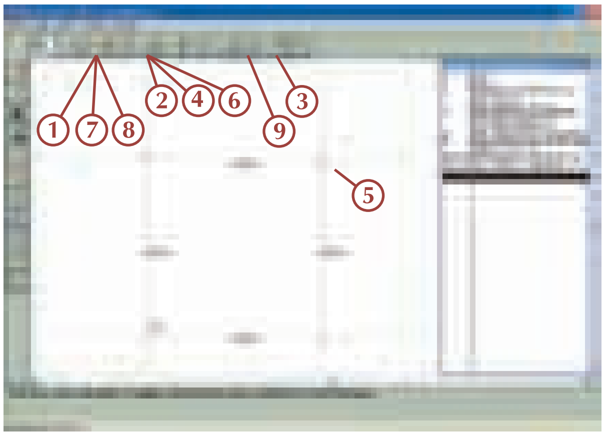
– selezionare lo strumento **Segna un angolo** dell'icona ***Testo e simboli*** e tracciare l'angolo $\widehat{ABC}$ ⑱;
– misurare l'ampiezza dell'angolo mediante lo strumento **Misura dell'angolo** dell'icona ***Misura*** ⑲ e cliccare sull'archetto; a video si nota che è di 90°.



5 Costruire un quadrato

Per verificare che prendendo un punto sulla bisettrice di un angolo retto e tracciando le parallele ai lati dell'angolo passanti per tale punto si ottiene un quadrato si deve:

– disegnare una retta r mediante il comando **Retta** dall'icona ***Oggetti rettilinei*** ①;
– tracciare la retta perpendicolare s alla retta r con il pulsante **Retta perpendicolare** dall'icona ***Costruzioni*** ②;
– evidenziare l'angolo retto mediante il comando **Segna un angolo** dall'icona ***Testo e simboli*** ③;
– tracciare la bisettrice dell'angolo con il comando **Bisettrice** dell'icona ***Costruzioni*** ④ (bisogna cliccare rispettivamente in un punto sulla retta r, sul vertice dell'angolo A e in un punto della retta s);
– individuare un punto C sulla bisettrice ⑤;
– mandare le rette parallele ai lati dell'angolo passanti per il punto P con il pulsante **Rette parallele** dall'icona ***Costruzioni*** ⑥;
– determinare il punto di intersezione D tra la parallela alla retta r e la retta s e il punto di intersezione B tra la parallela alla retta s e la retta r con il comando **Intersezione di due oggetti** ⑦;
– disegnare il poligono $ABCD$ mediante il comando **Poligono** dall'icona ***Oggetti rettilinei*** ⑧;
– verificare che il poligono ottenuto è un quadrato misurando la congruenza dei lati con il comando **Distanza o lunghezza** dell'icona ***Misura*** ⑨ (i lati del poligono sono paralleli per costruzione).



Esercizi

1 Verifica che l'angolo formato dalle due bisettrici di un quadrilatero è congruente alla somma dei due angoli interni consecutivi.

2 Disegna un quadrilatero convesso e verifica che ogni diagonale è minore del semiperimetro.

3 Disegna un quadrilatero convesso e verifica, misurando gli angoli e muovendo i vertici, che non ci possono essere più di tre angoli acuti.

4 Disegna un quadrilatero convesso e verifica che la somma di due angoli esterni è congruente alla somma di due angoli interni ad essi non adiacenti.

5 Dopo aver costruito un trapezio, verifica che gli angoli adiacenti ad un lato obliquo sono supplementari.

6 Costruisci un trapezio rettangolo che abbia la misura della base minore congruente alla misura dell'altezza.

7 Costruisci un trapezio isoscele e verifica che ha le diagonali congruenti.

8 Costruisci un parallelogrammo e individua il punto di intersezione M delle sue diagonali. Misura la distanza di M da ciascun vertice, che cosa noti?

9 Utilizzando la macro della prima esercitazione costruisci un rettangolo e, dopo aver tracciato le diagonali, verifica che sono congruenti.

10 Utilizzando la macro della prima esercitazione costruisci un rombo e, dopo aver tracciato le diagonali, verifica che sono perpendicolari.

11 Utilizzando la macro della prima esercitazione costruisci un quadrato e, dopo aver tracciato le diagonali, verifica che il loro punto di intersezione è equidistante dai lati.

12 Costruisci un rombo sfruttando la perpendicolarità delle diagonali.

● **13** Costruisci un trapezio isoscele con gli angoli adiacenti alla base maggiore ampi 60°.

● **14** Disegna un trapezio e verifica che la somma delle basi è minore della somma delle diagonali ed è maggiore della loro differenza.

● **15** Disegna un trapezio rettangolo $ABCD$ con $\widehat{A}$ e $\widehat{D}$ angoli retti. Se la base maggiore DC è congruente al lato obliquo BC ed è il doppio della base minore AB, che tipo di triangolo è BDC?

● **16** Disegna un parallelogrammo $ABCD$ in modo tale che il lato AB sia il doppio del lato BC. Congiungi poi il punto medio M del lato AB con C e D. Stabilisci che tipo di triangolo è MCD.

● **17** Disegna due rette a e b incidenti in un punto O, stacca su a, a partire da O e da parti opposte, i segmenti congruenti OA e OA', e su b, con la stessa procedura di prima, i segmenti congruenti OB e OB'. Stabilisci che tipo di quadrilatero è $ABA'B'$.

● **18** Dato il rettangolo $ABCD$, considera i punti medi dei suoi lati. Verifica che la figura che ottieni congiungendo tali punti è un rombo.

● **19** Disegna un triangolo isoscele ABC di base AB; sui prolungamenti dei lati obliqui, oltre C, prendi due punti D ed E tali che $CD = AC$ e $CE = BC$. Verifica che il quadrilatero $ABDE$ è un rettangolo.

● **20** Disegna un angolo $\widehat{MON}$, sulla sua bisettrice prendi un punto A, da questo traccia le parallele ai lati dell'angolo e indica con B e C i punti di intersezione con i lati dell'angolo. Verifica che il quadrilatero $ABOC$ è un rombo.

● **21** Disegna un quadrato e unisci tra di loro i punti medi di ogni lato. Verifica che il quadrilatero ottenuto è ancora un quadrato.

La circonferenza e il cerchio con Cabri

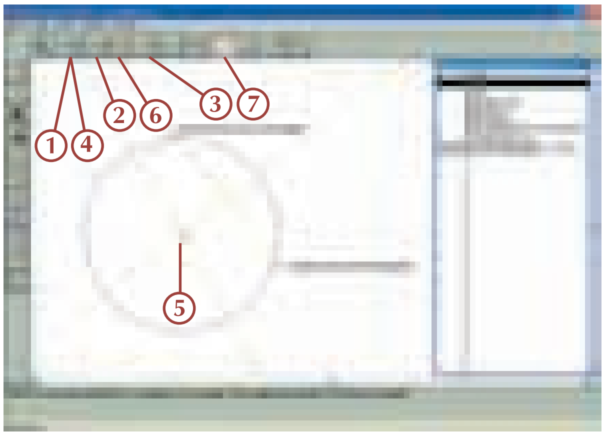
Informatica 7

N.B.: Nelle esercitazioni precedenti abbiamo già utilizzato la circonferenza. In queste esercitazioni vogliamo analizzare le sue principali proprietà geometriche.

1 Disegnare la circonferenza passante per tre punti

Per creare una circonferenza passante per tre punti si deve:

– disegnare sul foglio di lavoro tre punti *A*, *B* e *C* con il comando **Punto** dall'icona ***Punti*** ①;
– tracciare, mediante lo strumento **Segmento** dall'icona ***Oggetti rettilinei*** ②, i segmenti *AB* e *BC*;
– selezionare lo strumento **Asse** dall'icona ***Costruzioni*** ③ e costruire l'asse dei due segmenti;
– selezionare lo strumento **Intersezione di due oggetti** dall'icona ***Punti*** ④ e trovare il punto di intersezione delle due rette;
– chiamare *O* tale punto ⑤;
– selezionare lo strumento **Circonferenza** dall'icona ***Curve*** ⑥;
– posizionarsi nel punto *O* e cliccare quando a video compare la scritta *"questo centro"*;
– posizionarsi nel punto *A* e cliccare quando a video compare la scritta *"e passante per questo punto"* e disegnare la circonferenza passante per *A*.



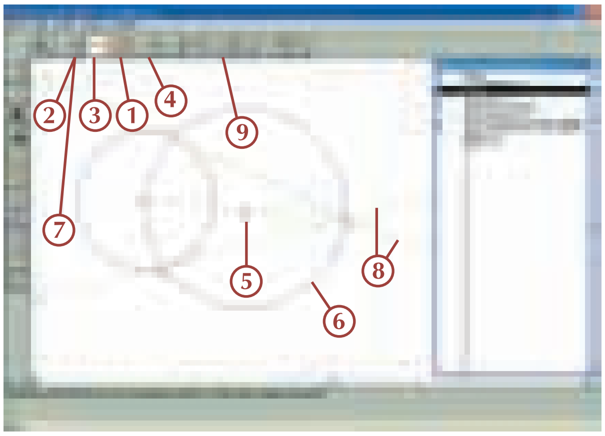
Dal disegno sembra che la circonferenza tracciata passi anche per i punti *B* e *C*. Per esserne certi si deve:

– selezionare lo strumento **Appartiene a?** dall'icona ***Proprietà*** ⑦ e spostare il mouse sul punto *B*, a video compare la scritta *"questo punto"*;
– muovere il mouse su un punto generico sulla circonferenza e cliccare: a video compare la scritta *"questo punto giace sull'oggetto"*, confermando che la circonferenza passa anche per il punto *B* (ovviamente le stesse considerazioni valgono per il punto *C*).

2 Costruire le rette tangenti ad una circonferenza

Per costruire le rette tangenti ad una circonferenza si deve:

– tracciare nel foglio di lavoro, mediante il comando **Circonferenza** dall'icona ***Curve*** ① una circonferenza di centro *O*;
– individuare, mediante lo strumento **Punto** dall'icona ***Punti*** ②, un punto *P* esterno alla circonferenza;
– selezionare lo strumento **Segmento** dall'icona ***Oggetti rettilinei*** ③ e tracciare il segmento *OP*;
– trovare, con lo strumento **Punto medio** dall'icona ***Costruzioni*** ④, il punto medio del segmento *OP* (cliccare quando a video compare la scritta *"punto medio di questo segmento"*);



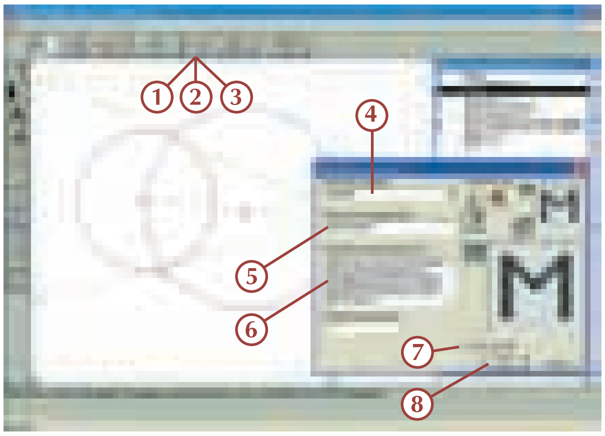
– indicare tale punto con la lettera M ⑤;
– tracciare la circonferenza di centro M e raggio MO ⑥ con lo strumento **Circonferenza** dall'icona ***Curve***;
– individuare con lo strumento **Intersezione di due oggetti** dall'icona ***Punti*** ⑦ i punti di intersezione delle due circonferenze e chiamare A e B tali punti;
– attivare il comando **Retta** dall'icona ***Oggetti rettilinei*** e tracciare le rette passanti rispettivamente per i punti P e A e per i punti P e B ⑧;
– tali rette sono le tangenti alla circonferenza.

HELP

Per verificare che effettivamente la retta passante per PA è la retta tangente alla circonferenza basta costruire il raggio OA e, dopo aver attivato il comando **Perpendicolare?** dall'icona ***Proprietà*** ⑨, cliccare nell'ordine sul raggio OA (a video compare la scritta *"questo segmento"*), sulla retta PA (a video compare la scritta *"perpendicolare a questa retta"*) e in un punto della finestra di lavoro.

3 Memorizzare la macro delle rette tangenti ad una circonferenza

Poiché capita spesso di tracciare rette tangenti ad una circonferenza (ci serviranno nella costruzione dei poligoni circoscritti del prossimo capitolo), è conveniente memorizzare in una macro tale procedura. Per memorizzare le operazioni della costruzione precedente in una macro si deve:



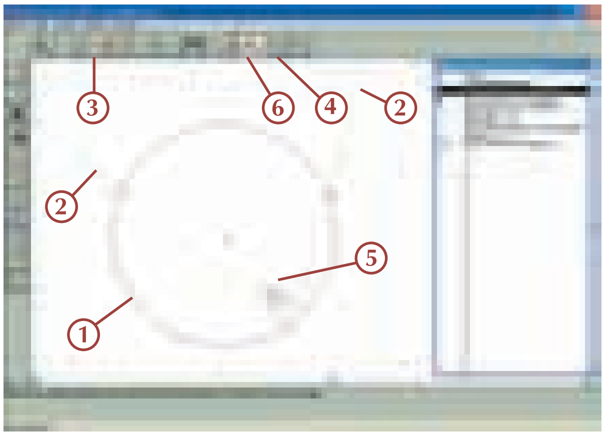
– selezionare l'icona ***Macro*** e il comando **Oggetti iniziali** ①;
– cliccare sulla circonferenza e sul punto P (gli oggetti iniziano a lampeggiare);
– selezionare lo strumento **Oggetti finali** dall'icona ***Macro*** ②;
– cliccare sulle rette tangenti PA e PB e sui punti A e B (anche gli oggetti finali lampeggiano);
– selezionare lo strumento **Definizione della macro** sempre dalla stessa icona ③;
– completare la compilazione delle caselle della finestra di dialogo che si apre assegnando:
  - nella prima casella il nome *"Tangente"* ④;
  - nella seconda casella il nome *"Queste tangenti"* ⑤;
  - nella terza casella l'aiuto: *"Questa macro costruisce le rette tangenti ad una circonferenza quando sono assegnati una circonferenza e un punto non appartenente ad essa: per attivarla selezionare la circonferenza e un punto esterno ad essa"* ⑥;
– spuntare la casella *"salva come file"* ⑦ e fare click sul bottone OK ⑧.

HELP

Una volta salvata una macro diventa uno strumento di Cabri. Se però si esce dal programma bisogna attivare tale strumento agendo sulla barra dei menu **File/Apri** e selezionare il file macro.

4 Verificare le proprietà degli angoli alla circonferenza e al centro

In questa esercitazione vogliamo verificare la congruenza di tutti gli angoli alla circonferenza che insistono sullo stesso arco e verificare che la loro ampiezza è la metà del corrispondente angolo al centro. Per eseguire la verifica si deve:

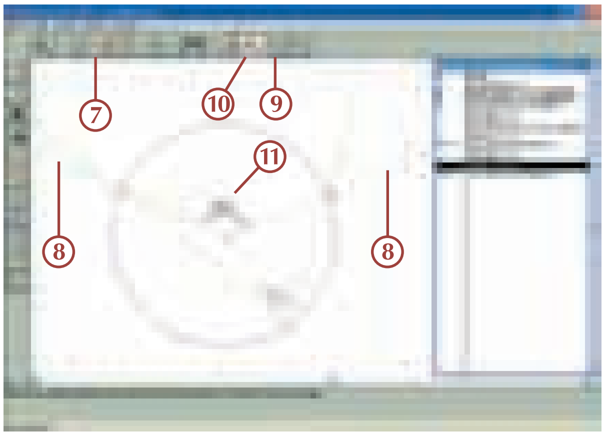


– disegnare una circonferenza di centro O ①;
– prendere tre generici punti A, B e C su di essa mediante le procedure studiate nelle precedenti esercitazioni;
– tracciare le semirette con origine nel punto C che contengono i punti A e B ② con il comando **Semiretta** dall'icona ***Oggetti rettilinei*** ③;

– tracciare l'angolo $\widehat{ACB}$ mediante lo strumento **Segna un angolo** dall'icona ***Testo e simboli*** ④;
– misurare l'ampiezza dell'angolo $\widehat{ACB}$ ⑤ con lo strumento **Misura dell'angolo** dall'icona ***Misura*** ⑥;
– muovere il punto C sulla circonferenza.

Passiamo ora a verificare la proprietà per cui ogni angolo alla circonferenza è ampio la metà del corrispondente angolo al centro. Per fare questo si deve:

– tracciare con il comando **Semiretta** dall'icona ***Oggetti rettilinei*** ⑦ le semirette con origine nel centro O e passanti per A e per B ⑧;
– tracciare l'angolo $\widehat{AOB}$ mediante il comando **Segna un angolo** dall'icona ***Testo e simboli*** ⑨;
– attivare lo strumento **Misura dell'angolo** dall'icona ***Misura*** ⑩ e misurare l'ampiezza dell'angolo $\widehat{AOB}$ ⑪;
– verificare a video la correttezza dell'ipotesi iniziale: l'angolo al centro $\widehat{AOB}$ è ampio il doppio del corrispondente angolo alla circonferenza $\widehat{ACB}$.



Per verificare che ogni angolo alla circonferenza è ampio la metà dell'angolo al centro che insiste sullo stesso arco basta selezionare il comando **Puntatore** e cambiare con il mouse la posizione dei punti A o B. Si può notare come le ampiezze dei due angoli si modificano ma la relazione matematica stabilita dal teorema rimane valida. Il sistema di misurazione che Cabri utilizza per gli angoli è quello decimale, pertanto nel caso precedente, e in altre situazioni simili, può capitare che il risultato tragga in inganno. Per esempio le misure degli angoli alla circonferenza e al centro possono essere 43,2° e 86,3° cioè uno non è esattamente il doppio dell'altro.

Esercizi

1 Costruisci quattro circonferenze passanti per uno stesso punto.

2 Costruisci quattro circonferenze passanti per due punti.

3 Costruisci una corona circolare.

4 Verifica che le rette tangenti ad una circonferenza passanti per gli estremi del diametro sono fra di loro parallele.

5 Disegna una circonferenza e un suo diametro AB. Per gli estremi del suo diametro traccia due corde parallele AH e BK. Verifica che le due corde sono tra di loro congruenti.

6 Disegna una circonferenza e traccia il diametro AB. Considera una corda CD perpendicolare ad AB; che tipi di triangoli sono ABC e ABD?

7 Costruisci una macro che permetta di disegnare una circonferenza dati tre punti.

8 Utilizza la macro dell'esercizio precedente per la costruzione di una circonferenza.

9 Verifica che in una circonferenza se due corde sono congruenti, allora la loro distanza dal centro ha la stessa misura.

10 Traccia in una circonferenza di centro O due corde non congruenti e parallele. Che tipo di quadrilatero si ottiene unendo i quattro estremi delle corde tra di loro?

● **11** Disegna un segmento AB e prendi su di esso due punti C e D. Traccia la circonferenza di raggio AC e centro in A e quella di raggio BD e centro in B. Come varia la posizione relativa delle due circonferenze al variare di C e D su AB?

● **12** Traccia in una circonferenza di centro O due corde congruenti e non parallele in modo tale che il loro punto di intersezione P sia sui loro prolungamenti all'esterno della circonferenza; unisci P con O. Verifica che PO è la bisettrice dell'angolo formato dalle due corde.

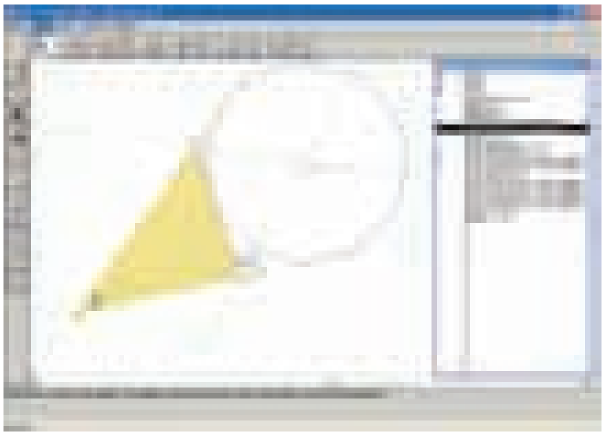
● **13** Disegna due circonferenze tangenti esternamente in un punto A, traccia poi una loro tangente comune, non passante per A, e siano B e C i punti di tangenza. Che tipo di triangolo è ABC?

● **14** Traccia in una circonferenza di centro O due corde AB e CD congruenti e unisci con una retta r i loro punti medi M ed N. La retta interseca la circonferenza in due punti P e Q. Verifica che $MP = NQ$.

● **15** Traccia in una circonferenza di centro O, due rette tangenti alle due estremità di un diametro AB e poi una terza tangente che intersechi le due precedenti nei punti C e D. Unisci C e D con O e stabilisci che tipo di triangolo è COD.

● **16** Traccia due circonferenze congruenti secanti tra di loro in modo tale che l'una passi per il centro dell'altra. Che tipo di quadrilatero è quello i cui vertici sono determinati dai centri e dai punti di intersezione delle due circonferenze?

● **17** Costruisci un excerchio ovvero il cerchio che ha la particolarità di essere tangente al lato opposto dell'angolo interno e ai prolungamenti degli altri due lati di un triangolo.
(Suggerimento: in pratica il centro dell'excerchio è il punto d'incontro delle due bisettrici relative a due angoli esterni e la bisettrice dell'angolo interno relativo al terzo vertice; vedi figura a lato)



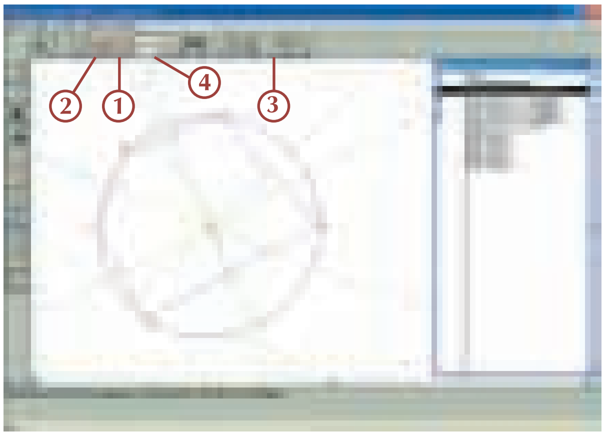
I poligoni inscritti e circoscritti con Cabri

Informatica 8

1 Verificare le proprietà dei poligoni inscritti

In questa esercitazione vogliamo verificare che gli assi di un poligono inscritto passano tutti per uno stesso punto. Per costruire un poligono inscritto in una circonferenza si deve:

– disegnare una circonferenza di centro *O* mediante il comando **Circonferenza** dall'icona ***Curve*** ①;
– selezionare lo strumento **Poligono** dall'icona ***Oggetti rettilinei*** ②;
– costruire il poligono inscritto andando a selezionare i punti sulla circonferenza quando a video compare il messaggio *"Su questa circonferenza"*;
– attivare il comando **Nomi** dell'icona ***Testo e Simboli*** ③ e assegnare il nome *A*, *B*, *C*, *D*, *E* ai vertici del poligono inscritto.

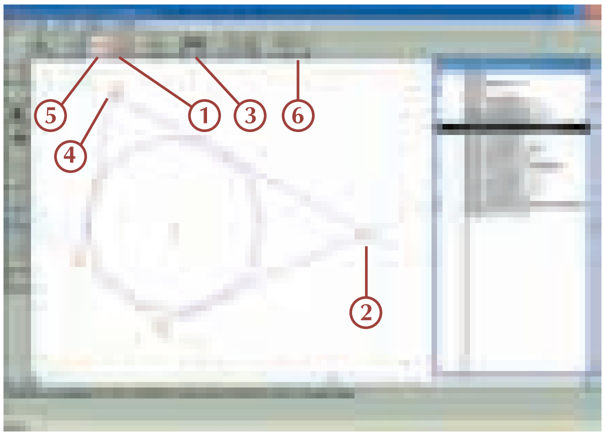


Per disegnare gli assi dei lati basta selezionare lo strumento **Asse** dall'icona ***Costruzioni*** ④ e cliccare su ciascun lato del poligono.
Si può notare a video che tutti gli assi si intersecano in uno stesso punto, il centro della circonferenza circoscritta. Anche eventuali spostamenti di uno dei vertici del poligono, modificano l'inclinazione degli assi, ma non la posizione del loro punto di intersezione.

2 Costruire un poligono circoscritto

Per costruire un poligono circoscritto si deve:

– richiamare la macro **Tangente** costruita nella terza esercitazione del capitolo precedente;
– disegnare una circonferenza di centro *O* con lo strumento **Circonferenza** dall'icona ***Curve*** ①;
– selezionare un generico punto *A* ② esterno alla circonferenza;
– attivare la macro **Tangente** dell'icona ***Macro*** ③ e cliccare nell'ordine sulla circonferenza e sul punto (le rette tangenti si creano automaticamente);
– selezionare un punto *B* ④ su una delle tangenti;
– attivare una seconda volta la Macro **Tangente** e cliccare nell'ordine sulla circonferenza e sul punto *B*;
– ripetere più volte i passi precedenti per determinare i vertici e le tangenti necessari per la costruzione del poligono;
– attivare lo strumento **Poligono** dall'icona ***Oggetti rettilinei*** ⑤ e disegnare il poligono *ABCD*.

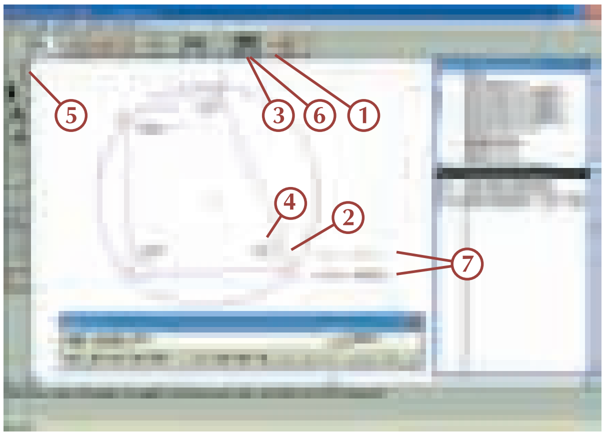


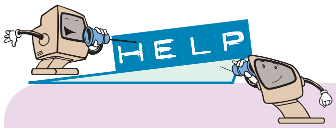
L'ultimo vertice del poligono si ottiene intersecando l'ultima retta disegnata con la prima. Per evitare di avere troppi oggetti a video è preferibile nascondere, con lo strumento **Mostra/Nascondi** dall'icona ***Attributi*** ⑥, le rette tangenti che non fanno strettamente parte del poligono circoscritto.

3 Verificare che la somma degli angoli opposti di un quadrilatero inscritto è pari ad un angolo piatto

Per verificare la proprietà si deve:

– utilizzare la procedura seguita nella prima esercitazione di questo capitolo per la costruzione del quadrilatero *ABCD* inscritto in una circonferenza;
– selezionare il comando **Segna un angolo** dall'icona ***Testo e simboli*** ① per la visualizzazione dell'angolo $\widehat{A}$ del quadrilatero ②;
– attivare lo strumento **Misura dell'angolo** dall'icona ***Misura*** ③ per determinare l'ampiezza dell'angolo interno $\widehat{A}$ ④;
– ripetere le due operazioni precedenti per gli angoli $\widehat{B}$, $\widehat{C}$ e $\widehat{D}$;
– agire sulla **barra degli Attributi** ⑤ e colorare dello stesso colore gli angoli opposti;
– attivare la voce **Calcolatrice** dall'icona ***Misura*** ⑥ e calcolare l'ampiezza della somma degli angoli opposti $\widehat{A}+\widehat{C}$ (nero) e $\widehat{B}+\widehat{D}$ (verde);
– trascinare con il mouse i risultati delle due somme sul foglio di lavoro e colorarli con lo stesso colore degli angoli opposti ⑦.



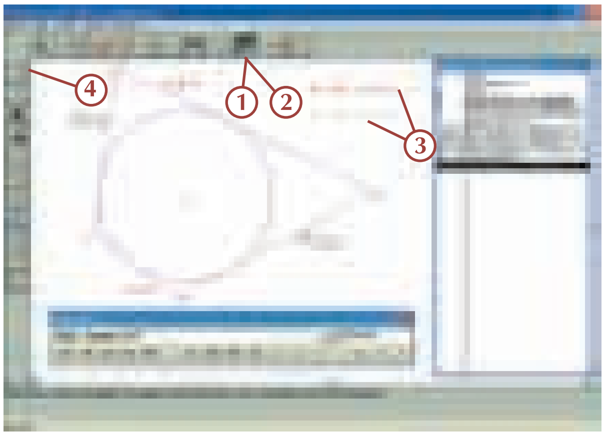


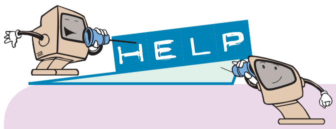
Se proviamo a modificare, mediante trascinamento del mouse, uno o più vertici del quadrilatero, possiamo notare che l'ampiezza dei due angoli opposti si modifica ma resta immutato il valore della somma.

4 Verificare che la somma di due lati opposti di un quadrilatero circoscritto è congruente alla somma degli altri due lati

Mediante la macro **Tangente** utilizzata nella seconda esercitazione di questo capitolo, costruiamo un quadrilatero circoscritto ad una circonferenza. Per verificare la proprietà si deve:

– selezionare lo strumento **Distanza o lunghezza** dall'icona ***Misura*** ①;
– cliccare sul primo vertice *A* del quadrilatero: a video compare la scritta *"distanza di questo punto"*;
– spostare il mouse sul secondo vertice *B* del lato e cliccare quando a video compare la scritta *"da questo punto"*;
– ripetere la stessa procedura per misurare la lunghezza degli altri lati del quadrilatero;
– attivare lo strumento **Calcolatrice** dall'icona ***Misura*** ② e calcolare la misura della somma di due lati opposti e trasportare il valore trovato nella finestra di disegno ③;
– ripetere le stesse operazioni per determinare la somma degli altri due lati opposti e trasportare il valore trovato nella finestra di disegno;
– agire sulla **barra degli Attributi** ④ e colorare i risultati trovati.





Se si modifica, trascinandolo con il mouse, la circonferenza inscritta o la posizione di un vertice, si può notare che cambia la misura dei lati ma la somma dei lati opposti si mantiene congruente.

Esercizi

1 Costruisci un poligono inscritto in una circonferenza ed uno circoscritto.

2 Costruisci un poligono regolare stellato secondo la frazione $\frac{13}{5}$ e metti in evidenza la circonferenza circoscritta.

3 Verifica che in un trapezio isoscele inscritto in una circonferenza la misura degli angoli opposti è 180°.

4 Verifica che un trapezio isoscele è sempre inscrittibile in una circonferenza.

5 Verifica che un triangolo è sempre inscrittibile e circoscrittibile.

6 Da un punto P esterno ad una circonferenza di centro O, traccia, mediante la macro **Tangente** le tangenti PA e PB alla circonferenza. Verifica che il quadrilatero $PAOB$ è sempre inscrittibile e circoscrittibile.

7 Costruisci un pentagono non regolare inscritto in una circonferenza e determina il suo circocentro.

8 Verifica che in un trapezio isoscele circoscritto ad una circonferenza, il lato obliquo è congruente alla semisomma delle basi.

● **9** Verifica che, in un quadrilatero inscritto in una circonferenza, l'angolo formato da un lato con una diagonale è congruente all'angolo formato dal lato opposto con l'altra diagonale.

● **10** Verifica che in un triangolo ABC, rettangolo in B, il piede H dell'altezza relativa all'ipotenusa, il vertice B e i punti medi dei cateti appartengono alla stessa circonferenza.

● **11** Verifica che il diametro del cerchio inscritto in un triangolo rettangolo è congruente alla differenza fra la somma dei cateti e l'ipotenusa.

● **12** Verifica che in una circonferenza le corde perpendicolari alle estremità di una terza corda qualunque, formano i lati opposti di un rettangolo inscritto.

● **13** Verifica che in un triangolo rettangolo la somma dei cateti è congruente alla somma dei diametri delle due circonferenze inscritta e circoscritta.

● **14** Verifica che il lato di un triangolo equilatero circoscritto ad una circonferenza è il doppio di quello del triangolo equilatero inscritto.

● **15** Verifica che l'altezza di un triangolo equilatero inscritto in una circonferenza è i $\frac{3}{4}$ del diametro della circonferenza stessa.

● **16** Verifica che l'apotema di un esagono regolare inscritto in una circonferenza è la metà del lato del triangolo equilatero inscritto nella stessa circonferenza.

Prove INVALSI

Geometria 1

L'INVALSI (Istituto Nazionale di Valutazione del Sistema di Istruzione) è un ente di ricerca pubblico che si occupa, fra le altre cose, anche di effettuare verifiche periodiche sulle conoscenze e le abilità degli studenti. In particolare, nell'anno scolastico 2007/2008, l'Istituto ha predisposto anche la Prova Nazionale dell'Esame di Stato alla fine della scuola secondaria di primo grado.
Gli esercizi che seguono sono stati selezionati dalle diverse prove che l'INVALSI ha elaborato negli ultimi anni e sono stati suddivisi secondo la scansione dei contenuti. I test consentono di verificare le proprie competenze al termine del primo anno e di esercitarsi in vista della Prova Nazionale finale.
Ogni esercizio ha un preciso riferimento con gli obiettivi di apprendimento indicati all'inizio di tutti i capitoli ed è quindi associato agli obiettivi formativi ed alle competenze previste dalle Indicazioni nazionali.
Questi test ti sono proposti come uno stimolo per riflettere e approfondire gli strumenti che dovresti aver acquisito nel corso di questo anno. Potrai risolverli da solo, organizzare gare all'interno della tua classe, sfidare gli amici a dimostrare chi è più svelto a trovare la soluzione. In ogni caso, buon divertimento e... vinca il migliore!

1 Ogni parallelogrammo ha sempre...
a. tutti gli angoli uguali; **b.** le diagonali uguali; **c.** tutti i lati uguali; **d.** i lati opposti paralleli.

2 Qual è l'unità di misura più appropriata per esprimere l'area di un campo di calcio?
a. km^2; **b.** m^2; **c.** cm^2; **d.** m.

3 Quale tra le seguenti figure può corrispondere a questa descrizione: «Un poligono ha 4 lati di diversa lunghezza ed ha 2 angoli retti»?
a. Parallelogramma; **b.** rettangolo; **c.** trapezio rettangolo; **d.** non esiste.

4 Marco vuole costruire con dei fiammiferi interi un rettangolo che abbia la base tripla dell'altezza; quanti fiammiferi interi sono necessari?
a. 25; **b.** un numero multiplo di 8; **c.** 36; **d.** 21.

5 Paolo ha 4 pacchetti: il primo pesa 210 g, il secondo 0,4 kg, il terzo 1,2 kg, il quarto 110 g. Quanto pesano in tutto?
a. 320,52 g; **b.** 321,6 g; **c.** 840 g; **d.** 1920 g.

6 Un treno parte dalla stazione alle ore 15:18; dopo 25 minuti si ferma alla prima stazione dove sosta per 3 minuti. Riprende il percorso e viaggia per 1 ora e 26 minuti. A che ora arriva a destinazione?
a. Alle 17:09; **b.** alle 17:12; **c.** alle 17:59; **d.** alle 18:12.

7 Matteo ha a disposizione alcune cannucce di diversa lunghezza e vuole utilizzarle per costruire dei triangoli. Con quale, tra le seguenti terne di misure, NON riuscirà a costruire un triangolo?
a. 6 cm, 6 cm, 6 cm; **b.** 7 cm, 7 cm, 4 cm; **c.** 3 cm, 4 cm, 5 cm; **d.** 2 cm, 7 cm, 12 cm.

8 La lancetta delle ore di un orologio è passata dalle 3 alle 9. Qual è l'ampiezza dell'angolo descritto?
a. 270°; **b.** 180°; **c.** 120°; **d.** 90°.

9 Alessandro, Bianca, Carlo e Daniela abitano in diversi punti della città e devono raggiungere tutti la stazione per prendere il treno delle 17.05 per Torino. Alessandro esce alle 16.20 ed impiega 41 minuti; Bianca alle 16.25 ed arriva alla stazione in 29 minuti; a Carlo occorrono 32 minuti ed esce alle 16.36; Daniela lascia la sua casa alle 16.12 ed impiega 51 minuti. Chi di loro NON riuscirà a prendere il treno delle 17.05?
a. Bianca; **b.** Carlo; **c.** Daniela; **d.** nessuno.

10 Un quadrilatero ha le seguenti caratteristiche:
- due coppie di lati paralleli;
- le diagonali di diversa lunghezza e che si tagliano a metà;
- i quattro lati uguali.

Qual è il suo nome?

a. Trapezio; **b.** rettangolo; **c.** rombo; **d.** quadrato.

11 Quanto può pesare un uovo di gallina?

a. 250 g; **b.** 1,5 hg; **c.** 50 g; **d.** 5 mg.

12 Con tre bastoncini lunghi 12 cm, 4 cm, 3 cm, che cosa è possibile ottenere?

a. Un triangolo isoscele;
b. un triangolo scaleno;
c. un triangolo rettangolo;
d. nessun tipo di triangolo.

13 La mamma di Gianni va al supermercato e acquista
- un pacchetto di caffè: 250 g;
- un pacchetto di zucchero: 1 kg;
- prosciutto: 1,5 hg;
- un melone: 3,5 kg;
- pomodori: 1,5 kg.

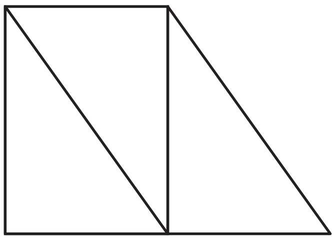
Una borsetta di plastica può portare al massimo 4 kg senza rompersi. Di quante borsette ha bisogno, al minimo, per portare a casa gli acquisti?

a. 1; **b.** 2; **c.** 3; **d.** 4.

14 Di quale unità di misura ti serviresti per esprimere l'altezza dell'edificio della tua scuola?

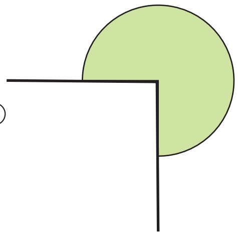
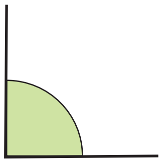
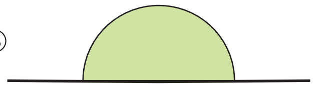
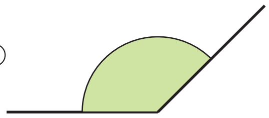
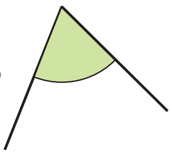
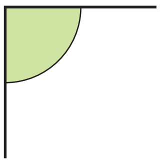
a. dm; **b.** m; **c.** m^2; **d.** m^3.

15 Quali figure geometriche riconosci nel disegno a lato?



a. Triangolo, parallelogrammo, trapezio, rettangolo;
b. rettangolo, pentagono, parallelagrammo, triangolo;
c. triangolo, trapezio, rettangolo, esagono;
d. quadrato, trapezio, triangolo, rettangolo.

16 Osserva gli angoli disegnati.

① 
② 
③ 
④ 
⑤ 
⑥ 

Quale dei seguenti gruppi è costituito solo da angoli NON retti?

a. Tutti gli angoli; **b.** ②, ③, ④, ⑥; **c.** ③, ④, ⑥; **d.** ①, ③, ④, ⑤.

17 Nicola si è addormentato alle ore 22.15. Alle ore 7.30 suona la sveglia. Quante ore ha dormito?

a. 7 ore e 45 minuti; **b.** 8 ore e 15 minuti; **c.** 9 ore e 15minuti; **d.** 9 ore e 45 minuti.

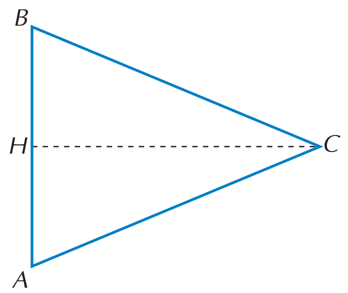
18 Qual è l'unità di misura più appropriata per esprimere lo spessore di un foglio di cartoncino?

a. Metri; **b.** decimetri; **c.** centimetri; **d.** millimetri.

19 Un triangolo che ha gli angoli che misurano 30°, 60° e 90° a quale dei seguenti insiemi appartiene? All'insieme dei triangoli.....

a. rettangoli; **b.** equilateri; **c.** isosceli; **d.** acutangoli.

20 Il triangolo isoscele *ABC* ha le seguenti misure: $\overline{AB} = 10$ cm, $\overline{AC} = 13$ cm, $\overline{CH} = 12$ cm.

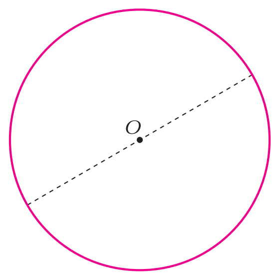


Qual è il suo perimetro?

a. 34 cm; **b.** 35 cm; **c.** 36 cm; **d.** 48 cm.

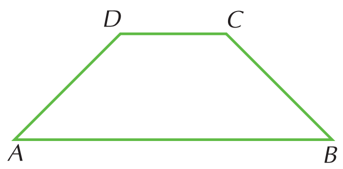
21 Osserva attentamente la figura a lato.
Come si chiama il segmento tratteggiato in figura?

a. Diagonale; **b.** apotema;
c. raggio; **d.** diametro.



22 Nel trapezio isoscele *ABCD* l'angolo acuto di vertice *B* misura 45°.
Quanto misura l'angolo di vertice *C*?

a. 270°; **b.** 135°;
c. 90°; **d.** 45°.



23 La lancetta delle ore di un orologio è passata dalle 3 alle 12. Qual è l'ampiezza dell'angolo descritto?

a. 270°; **b.** 180°; **c.** 120°; **d.** 90°.

24 Una figura ha: due lati uguali, una sola coppia di lati paralleli e due angoli ottusi. Quale può essere tra le seguenti figure?

a. Triangolo ottusangolo; **b.** trapezio isoscele; **c.** trapezio rettangolo; **d.** parallelogrammo.

25 Quanto può distare il piano di un tavolo dal pavimento?

a. 78 cm; **b.** 78 dm; **c.** 78 m; **d.** 78 dam.

ARCHIVIO DELLE ATTIVITÀ

ALUNNO ____________________ CLASSE __________ DATA __________

Capitolo 1 - La misura delle grandezze

Area esercizi

L'alunno ha eseguito i compiti assegnati ☐ si ☐ no ☐ in parte

In seguito alla correzione degli esercizi l'alunno **ha/non ha** compreso gli errori che ha commesso

Area valutazione

Valutazioni conseguite nelle schede di **autoverifica** delle

Conoscenze punteggio ..... / 11 **Livello** ☐ basso ☐ medio ☐ alto

Abilità punteggio ..... / 14 **Livello** ☐ basso ☐ medio ☐ alto

In seguito alla correzione degli esercizi l'alunno **ha/non ha** compreso gli errori che ha commesso

Punteggio conseguito nella **verifica**
- conoscenze ..... / 10
- abilità ..... / 10
- test a risposta chiusa ..... / 10
- esercizi e problemi ..... / 10

Nella verifica sono stati commessi errori di ☐ comprensione ☐ conoscenza regole ☐ procedimento ☐ calcolo

In seguito alla correzione degli esercizi l'alunno **ha/non ha** compreso gli errori che ha commesso

Area individualizzazione

A seguito delle valutazioni precedenti l'alunno ha svolto l'attività di

☐ recupero ☐ consolidamento ☐ potenziamento ☐ gare di matematica

Area obiettivi

Obiettivi acquisiti relativi alle conoscenze:

☐ I multipli e i sottomultipli del S.I.
☐ Il concetto di peso specifico
☐ I sistemi di misurazione non decimale

Obiettivi acquisiti relativi alle abilità:

☐ Trasformare una grandezza in un suo multiplo o sottomultiplo
☐ Operare con grandezze omogenee espresse con ordine di grandezza diverso
☐ Risolvere problemi inerenti al peso specifico
☐ Operare con sistemi di misura non decimali

Note dell'insegnante: ....

....

Firma dell'insegnante: .... Firma del genitore: ....

ARCHIVIO DELLE ATTIVITÀ

ALUNNO ______________________ CLASSE __________ DATA __________

Capitolo 2 - I primi elementi della geometria

Area esercizi

L'alunno ha eseguito i compiti assegnati ☐ si ☐ no ☐ in parte

In seguito alla correzione degli esercizi l'alunno **ha/non ha** compreso gli errori che ha commesso

Area valutazione

Valutazioni conseguite nelle schede di **autoverifica** delle

Conoscenze punteggio ..... / 10 **Livello** ☐ basso ☐ medio ☐ alto
Abilità punteggio ..... / 13 **Livello** ☐ basso ☐ medio ☐ alto

In seguito alla correzione degli esercizi l'alunno **ha/non ha** compreso gli errori che ha commesso

Punteggio conseguito nella **verifica**
- conoscenze ..... / 10
- abilità ..... / 10
- test a risposta chiusa ..... / 10
- esercizi e problemi ..... / 10

Nella verifica sono stati commessi errori di ☐ comprensione ☐ conoscenza regole ☐ procedimento ☐ calcolo

In seguito alla correzione degli esercizi l'alunno **ha/non ha** compreso gli errori che ha commesso

Area individualizzazione

A seguito delle valutazioni precedenti l'alunno ha svolto l'attività di

☐ recupero ☐ consolidamento ☐ potenziamento ☐ gare di matematica

Area obiettivi

OBIETTIVI ACQUISITI RELATIVI ALLE CONOSCENZE:

☐ Gli enti fondamentali della geometria e le loro proprietà
☐ La posizione reciproca di punto, retta, piano
☐ Gli angoli e le loro proprietà

OBIETTIVI ACQUISITI RELATIVI ALLE ABILITÀ:

☐ Saper rappresentare gli enti geometrici fondamentali
☐ Confrontare ed operare con i segmenti
☐ Rappresentare nel piano gli angoli
☐ Confrontare ed operare con gli angoli

Note dell'insegnante: ....

....

Firma dell'insegnante: .... Firma del genitore: ....

ARCHIVIO DELLE ATTIVITÀ

ALUNNO ______________________ CLASSE __________ DATA __________

Capitolo 3 - Perpendicolarità e parallelismo

Area esercizi

L'alunno ha eseguito i compiti assegnati ☐ si ☐ no ☐ in parte

In seguito alla correzione degli esercizi l'alunno **ha/non ha** compreso gli errori che ha commesso

Area valutazione

Valutazioni conseguite nelle schede di **autoverifica** delle

Conoscenze punteggio ..... / 8 **Livello** ☐ basso ☐ medio ☐ alto

Abilità punteggio ..... / 13 **Livello** ☐ basso ☐ medio ☐ alto

In seguito alla correzione degli esercizi l'alunno **ha/non ha** compreso gli errori che ha commesso

Punteggio conseguito nella **verifica**
- conoscenze ..... / 10
- abilità ..... / 10
- test a risposta chiusa ..... / 10
- esercizi e problemi ..... / 10

Nella verifica sono stati commessi errori di ☐ comprensione ☐ conoscenza regole ☐ procedimento ☐ calcolo

In seguito alla correzione degli esercizi l'alunno **ha/non ha** compreso gli errori che ha commesso

Area individualizzazione

A seguito delle valutazioni precedenti l'alunno ha svolto l'attività di

☐ recupero ☐ consolidamento ☐ potenziamento ☐ gare di matematica

Area obiettivi

OBIETTIVI ACQUISITI RELATIVI ALLE CONOSCENZE:

☐ Le proprietà delle rette parallele e perpendicolari

☐ Gli angoli formati da due rette parallele tagliate da una trasversale e le loro proprietà

OBIETTIVI ACQUISITI RELATIVI ALLE ABILITÀ:

☐ Saper operare con rette parallele e perpendicolari

☐ Applicare i criteri di parallelismo

Note dell'insegnante: ....

....

Firma dell'insegnante: .... Firma del genitore: ....

ARCHIVIO DELLE ATTIVITÀ

ALUNNO ______________________ CLASSE __________ DATA __________

Capitolo 4 - I poligoni

Area esercizi

L'alunno ha eseguito i compiti assegnati ☐ si ☐ no ☐ in parte

In seguito alla correzione degli esercizi l'alunno **ha/non ha** compreso gli errori che ha commesso

Area valutazione

Valutazioni conseguite nelle schede di **autoverifica** delle

Conoscenze punteggio ..... / 12 **Livello** ☐ basso ☐ medio ☐ alto

Abilità punteggio ..... / 12 **Livello** ☐ basso ☐ medio ☐ alto

In seguito alla correzione degli esercizi l'alunno **ha/non ha** compreso gli errori che ha commesso

Punteggio conseguito nella **verifica**
- conoscenze ..... / 10
- abilità ..... / 10
- test a risposta chiusa ..... / 10
- esercizi e problemi ..... / 10

Nella verifica sono stati commessi errori di ☐ comprensione ☐ conoscenza regole ☐ procedimento ☐ calcolo

In seguito alla correzione degli esercizi l'alunno **ha/non ha** compreso gli errori che ha commesso

Area individualizzazione

A seguito delle valutazioni precedenti l'alunno ha svolto l'attività di

☐ recupero ☐ consolidamento ☐ potenziamento ☐ gare di matematica

Area obiettivi

OBIETTIVI ACQUISITI RELATIVI ALLE CONOSCENZE:

☐ Gli elementi e le caratteristiche di un poligono

☐ Le proprietà relative agli elementi di un poligono

OBIETTIVI ACQUISITI RELATIVI ALLE ABILITÀ:

☐ Saper operare con gli elementi di un poligono

☐ Saper applicare le proprietà relative agli elementi di un poligono

Note dell'insegnante: ....

....

Firma dell'insegnante: .... Firma del genitore: ....

ARCHIVIO DELLE ATTIVITÀ

ALUNNO ______________________ CLASSE __________ DATA __________

Capitolo 5 - I triangoli

Area esercizi

L'alunno ha eseguito i compiti assegnati ☐ si ☐ no ☐ in parte

In seguito alla correzione degli esercizi l'alunno **ha/non ha** compreso gli errori che ha commesso

Area valutazione

Valutazioni conseguite nelle schede di **autoverifica** delle

Conoscenze punteggio ..... / 10 **Livello** ☐ basso ☐ medio ☐ alto

Abilità punteggio ..... / 13 **Livello** ☐ basso ☐ medio ☐ alto

In seguito alla correzione degli esercizi l'alunno **ha/non ha** compreso gli errori che ha commesso

Punteggio conseguito nella **verifica**
- conoscenze ..... / 10
- abilità ..... / 10
- test a risposta chiusa ..... / 10
- esercizi e problemi ..... / 10

Nella verifica sono stati commessi errori di ☐ comprensione ☐ conoscenza regole ☐ procedimento ☐ calcolo

In seguito alla correzione degli esercizi l'alunno **ha/non ha** compreso gli errori che ha commesso

Area individualizzazione

A seguito delle valutazioni precedenti l'alunno ha svolto l'attività di

☐ recupero ☐ consolidamento ☐ potenziamento ☐ gare di matematica

Area obiettivi

OBIETTIVI ACQUISITI RELATIVI ALLE CONOSCENZE:

☐ Gli elementi e la classificazione dei triangoli
☐ Il teorema dell'angolo esterno di un triangolo
☐ I punti notevoli di un triangolo
☐ I criteri di congruenza dei triangoli

OBIETTIVI ACQUISITI RELATIVI ALLE ABILITÀ:

☐ Operare con gli elementi di un triangolo
☐ Costruire i punti notevoli di un triangolo
☐ Applicare i criteri di congruenza dei triangoli

Note dell'insegnante: ....

....

Firma dell'insegnante: .... Firma del genitore: ....

ARCHIVIO DELLE ATTIVITÀ

ALUNNO ______________________ CLASSE __________ DATA __________

Capitolo 6 - I quadrilateri

Area esercizi

L'alunno ha eseguito i compiti assegnati ☐ si ☐ no ☐ in parte

In seguito alla correzione degli esercizi l'alunno **ha/non ha** compreso gli errori che ha commesso

Area valutazione

Valutazioni conseguite nelle schede di **autoverifica** delle

Conoscenze punteggio ..... / 8 **Livello** ☐ basso ☐ medio ☐ alto

Abilità punteggio ..... / 9 **Livello** ☐ basso ☐ medio ☐ alto

In seguito alla correzione degli esercizi l'alunno **ha/non ha** compreso gli errori che ha commesso

Punteggio conseguito nella **verifica**
- conoscenze ..... / 10
- abilità ..... / 10
- test a risposta chiusa ..... / 10
- esercizi e problemi ..... / 10

Nella verifica sono stati commessi errori di ☐ comprensione ☐ conoscenza regole ☐ procedimento ☐ calcolo

In seguito alla correzione degli esercizi l'alunno **ha/non ha** compreso gli errori che ha commesso

Area individualizzazione

A seguito delle valutazioni precedenti l'alunno ha svolto l'attività di

☐ recupero ☐ consolidamento ☐ potenziamento ☐ gare di matematica

Area obiettivi

OBIETTIVI ACQUISITI RELATIVI ALLE CONOSCENZE:

☐ Le caratteristiche generali e le proprietà dei quadrilateri

☐ La classificazione dei quadrilateri e le loro proprietà

OBIETTIVI ACQUISITI RELATIVI ALLE ABILITÀ:

☐ Operare con i lati e gli angoli di un quadrilatero

☐ Operare con gli elementi dei quadrilateri particolari

Note dell'insegnante: ....

....

Firma dell'insegnante: .... Firma del genitore: ....

ARCHIVIO DELLE ATTIVITÀ

ALUNNO ______________________ CLASSE __________ DATA __________

Capitolo 7 - La circonferenza e il cerchio

Area esercizi

L'alunno ha eseguito i compiti assegnati ☐ si ☐ no ☐ in parte

In seguito alla correzione degli esercizi l'alunno **ha/non ha** compreso gli errori che ha commesso

Area valutazione

Valutazioni conseguite nelle schede di **autoverifica** delle

Conoscenze punteggio ..... / 8 **Livello** ☐ basso ☐ medio ☐ alto

Abilità punteggio ..... / 8 **Livello** ☐ basso ☐ medio ☐ alto

In seguito alla correzione degli esercizi l'alunno **ha/non ha** compreso gli errori che ha commesso

Punteggio conseguito nella **verifica**
- conoscenze ..... / 10
- abilità ..... / 10
- test a risposta chiusa ..... / 10
- esercizi e problemi ..... / 10

Nella verifica sono stati commessi errori di ☐ comprensione ☐ conoscenza regole ☐ procedimento ☐ calcolo

In seguito alla correzione degli esercizi l'alunno **ha/non ha** compreso gli errori che ha commesso

Area individualizzazione

A seguito delle valutazioni precedenti l'alunno ha svolto l'attività di

☐ recupero ☐ consolidamento ☐ potenziamento ☐ gare di matematica

Area obiettivi

OBIETTIVI ACQUISITI RELATIVI ALLE CONOSCENZE:

☐ La circonferenza e il cerchio

☐ Le posizioni reciproche fra retta e circonferenza e fra due circonferenze

☐ Gli angoli al centro ed alla circonferenza e le loro proprietà

OBIETTIVI ACQUISITI RELATIVI ALLE ABILITÀ:

☐ Operare con gli elementi di una circonferenza

☐ Applicare le proprietà sulla posizione reciproca di retta e circonferenza e di due circonferenze

☐ Applicare le proprietà relative agli angoli al centro ed alla circonferenza

Note dell'insegnante: ....

....

Firma dell'insegnante: .... Firma del genitore: ....

ARCHIVIO DELLE ATTIVITÀ

ALUNNO ______________________ CLASSE __________ DATA __________

Capitolo 8 - I poligoni inscritti e circoscritti

Area esercizi

L'alunno ha eseguito i compiti assegnati ☐ si ☐ no ☐ in parte

In seguito alla correzione degli esercizi l'alunno **ha/non ha** compreso gli errori che ha commesso

Area valutazione

Valutazioni conseguite nelle schede di **autoverifica** delle

Conoscenze punteggio ..... / 9 **Livello** ☐ basso ☐ medio ☐ alto

Abilità punteggio ..... / 10 **Livello** ☐ basso ☐ medio ☐ alto

In seguito alla correzione degli esercizi l'alunno **ha/non ha** compreso gli errori che ha commesso

Punteggio conseguito nella **verifica**

- conoscenze ..... / 10
- abilità ..... / 10
- test a risposta chiusa ..... / 10
- esercizi e problemi ..... / 10

Nella verifica sono stati commessi errori di ☐ comprensione ☐ conoscenza regole ☐ procedimento ☐ calcolo

In seguito alla correzione degli esercizi l'alunno **ha/non ha** compreso gli errori che ha commesso

Area individualizzazione

A seguito delle valutazioni precedenti l'alunno ha svolto l'attività di

☐ recupero ☐ consolidamento ☐ potenziamento ☐ gare di matematica

Area obiettivi

OBIETTIVI ACQUISITI RELATIVI ALLE CONOSCENZE:

☐ Le proprietà dei poligoni inscritti e circoscritti

☐ Le proprietà dei poligoni regolari

OBIETTIVI ACQUISITI RELATIVI ALLE ABILITÀ:

☐ Applicare le proprietà dei poligoni inscritti e circoscritti

☐ Applicare le proprietà dei poligoni regolari

Note dell'insegnante: ....

....

Firma dell'insegnante: .... Firma del genitore: ....

Soluzioni schede di verifica

Capitolo 1: La misura delle grandezze

Verifica delle conoscenze (pag. 151)

1 **c.**; **2** **b.**; **3** **c.**; **4** il litro, il chilogrammo, il metro; **5** unità, volume; **6** Si. Per ogni sostanza 1 $dm^3 = 1\ \ell$; **7** **c.**; **8** **c.**; **9** grado, 60, secondi; **10** **b.**, **c.**; **11** A → anno, h → ora, s → secondo, d → decimo di secondo, g → giorno, c → centesimo di secondo

Verifica delle abilità (pag. 152)

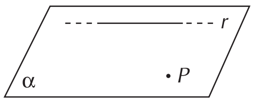
1 **a.** 1,2523 dam, **b.** 6 570 mm^2, **c.** 317 000 ca, **d.** 135 547 800 000 dm^3, **e.** 762,3 ml, **f.** 0,00047125 Mg; **2** **a.** 29 729 m, **b.** 38 563 m^2, **c.** 13 479,5 dl, **d.** 1 377,4 hg; **3** 40 bottiglie; **4** € 2 340; **5** 721,5 kg; **6** 17 dm^3; **7** 66 095″; **8** $2^g\ 3^h\ 54^m$; **9** 14° 19′ 45″; **10** $4^g\ 7^h\ 28^m$; **11** 121° 52′ 53″; **12** $10^g\ 7^h\ 53^m\ 54^s$; **13** 67° 13′ 48″; 64° 58′ 48″; **14** $11^h\ 16^m$

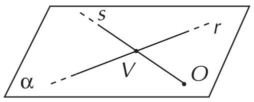
Capitolo 2: I primi elementi della geometria

Verifica delle conoscenze (pag. 180)

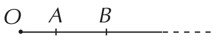
1 **a.** privo di dimensioni; **b.** dimensione, lunghezza, **c.** linea, infiniti, direzione, **d.** due, larghezza, lunghezza, **e.** spazio, tre, larghezza, altezza; **2** **a.** F, **b.** V, **c.** V; **3** **a.** un solo punto in comune; **b.** alcun punto in comune; **c.** tutti i punti in comune; **4** **b.**; **5** **d.**; **6** **b.**; **7** piano, semirette, l'origine; **8** **b.**; **9** **c.**; **10** **c.**

Verifica delle abilità (pag. 181)

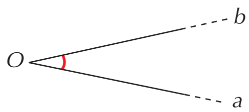
1 

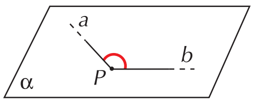
; **2** 

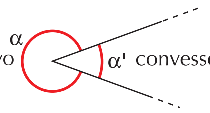
;

3 

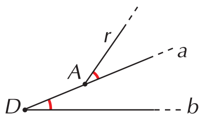
a. tre segmenti: *OA*, *OB*, *AB*, **b.** una, **c.** infiniti;

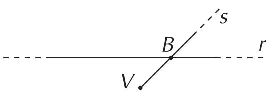
4 78 cm; **5** 311 cm; 104 cm; **6** 

; **7** 

; **8** concavo 

convesso, $\alpha > \alpha'$;

9 

no; **10** 

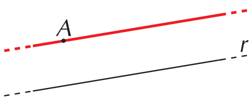
no; **11** 75° 35′; **12** 24°; **13** 34°; 17°

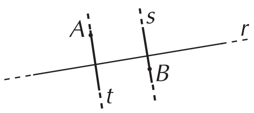
Capitolo 3: Perpendicolarità e parallelismo

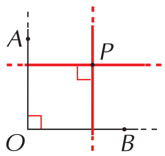
Verifica delle conoscenze (pag. 196)

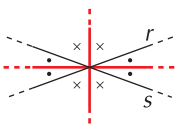
1 **a.** F, **b.** F, **c.** V, **d.** V; **2** **c.**; **3** retta, perpendicolare, medio; **4** **b.**, **c.**; **5** una ed una sola parallela; **6** lunghezza, perpendicolare; **7** **c.**; **8** **b.**

Verifica delle abilità (pag. 197)

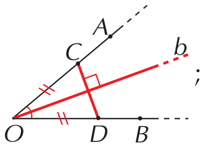
1 

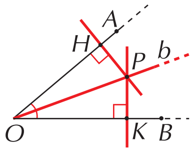
; **2** 

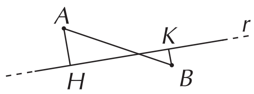
, sono parallele; **3** 

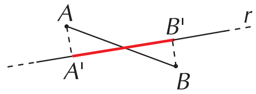
; **4** 

;

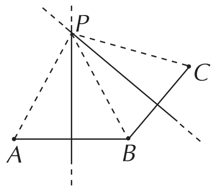
5 

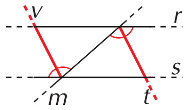
; **6** 

; **7** 

, si; $AB > AH + KB$; **8** 

;

9 

; **10** sono parallele, coniugati interni; **11** 36°; 144° ....; **12** 

t è parallela a v;

13 75° 17′ 12″; 104° 42′ 48″; ......

Capitolo 4: I poligoni

Verifica delle conoscenze (pag. 220)

1 spezzata semplice chiusa; **2** **b.**; **3** **c.**; **4** attraversato, prolungamento, lato; **5** **d.**; **6** **a.**; **7** **a.**, **c.**; **8** **c.**; **9** **c.**; **10** **a.**; **11** **a.**; **12** **b.**

Verifica delle abilità (pag. 221)

1 15 cm; **2** 17 cm; 34 cm; **3** 40 m; 30 m; 60 m; **4** 90; **5** 8 cm; **6** 11 dm; 44 dm; 38 dm; 28 dm; **7** 54° 37′; **8** 40°; 240°; **9** 90°; 55°; 35°; **10** 135°; 15°; 30°; **11** 90°; 150°; **12** 270 cm; 125°; 100°

Capitolo 5: I triangoli

Verifica delle conoscenze (pag. 246)

1 **b.**, **d.**; **2** **b.**; **3** **b.**; **4** base, congruenti; **5** **c.**; **6** **b.**; **7** **c.**; **8** **a.** F, **b.** V, **c.** F, **d.** V; **9** coincidono in un unico punto, detto centro; **10** **a.** due, adiacenti, congruenti; **b.** l'ipotenusa, cateto, congruenti.

Verifica delle abilità (pag. 247)

1 maggiore di 4 e minore di 20; **2** 21 cm; **3** 20 cm, 40 cm, 40 cm; **4** interni: 90°, 63°, 27°; esterni: 90°, 117°, 153°; **5** 6 cm, 12 cm; **6** 144°; **7** vedi figura 13 a pagina 75; **8** vedi figura 15 a pagina 76; **9** vedi figura 11 a pagina 74; **10** 64°, 64°, 52°; **11** 110°, 70°, 110°, 70°; **12** per il 1° criterio; **13** perché devono avere congruenti o un altro lato o un altro angolo.

Capitolo 6: I quadrilateri

Verifica delle conoscenze (pag. 274)

1 **a.** V, **b.** F, **c.** V, **d.** V; **2** **c.**; **3** **a.** F, **b.** F, **c.** V, **d.** V; **4** **a.** lati, paralleli; **b.** obliquo, due basi; **c.** lati, congruenti; **d.** lati, congruenti, perpendicolari; **5** **a.** V, **b.** F, **c.** V, **d.** F; **6** **a.** congruenti, **b.** scambievolmente, **c.** supplementari, **d.** congruenti; **7** **a.** F, **b.** F, **c.** V, **d.** V; **8** **a.** congruenti, **b.** bisettrici, **c.** perpendicolari.

Verifica delle abilità (pag. 275)

1 **b.**; **c.**; **2** **a.** 44, **b.** 68, **c.** 251; **3** 96 cm; **4** 12 cm; **5** 80°; 100°; 80°; 100°; **6** 20 cm; 40 cm; **7** 30,68 cm; 29°, 151°; **8** 48 cm, 16 cm; **9** 64 cm, 52 cm, 58 cm.

Capitolo 7: La circonferenza e il cerchio

Verifica delle conoscenze (pag. 301)

1 **d.**; **2** **b.**; **3** **c.**; **4** **d.**; **5** **a.**; **6** **a.**; **7** **a.**; **8** **a.**

Verifica delle abilità (pag. 302)

1 **a.** 5 cm, **b.** 96 cm, **c.** 53°; **2** 12 cm; **3** 3,6 cm; **4** 30°; 60°; 90°; 47,32 cm; **5** 34°; **6** 204 cm;
7 42°; 63°; **8** 57,5 cm

Capitolo 8: I poligoni inscritti e circoscritti

Verifica delle conoscenze (pag. 324)

1 **a.** tutti i suoi vertici appartengono alla circonferenza, **b.** tutti i suoi lati sono tangenti alla circonferenza;
2 **a.**; **3** **b.**; **4** **d.**; **5** **c.**; **6** **b.**; **7** **a.**; **8** **d.** **9** **b.**

Verifica delle abilità (pag. 325)

1 105°; **2** 110 cm; **3** 108° 30′; 97°; 71° 30′; 83°; **4** 156 cm; **5** 58 cm; 35 cm; **6** 10; **7** 152 cm;
8 20 cm; 40 cm; **9** 114 cm; **10** 61,56 cm.

Soluzioni schede di valutazione del recupero

Capitolo 1: La misura delle grandezze

Quesito	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	28
Punteggio	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	4	
Soluzione	**a.**	**c.**	**b.**	**c.**	**a.**	**a.**	**b.**	**a.**	**b.**	**a.**	**c.**	**a.**	**b.**	

Capitolo 2: I primi elementi della geometria

Quesito	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	26
Punteggio	1	1	1	1	1	1	3	3	3	1	1	3	3	3	
Soluzione	**a.**	**a.**	**a.**	**b.**	**a.**	**a.**	12 cm	45 cm 35 cm	**c.**	**b.**	**c.**	**a.**	40° 80°	100° 80°	

Capitolo 3: Perpendicolarità e parallelismo

Quesito	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	15
Punteggio	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	3	
Soluzione	**b.**	**b.**	**c.**	**a.**	**b.**	**c.**	**b.**	**c.**	**b.**	**b.**	50° 130°	

Capitolo 4: I poligoni

Quesito	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	19
Punteggio	1	1	1	2	1	2	1	1	2	3	2	2	
Soluzione	**b.**	**c.**	**c.**	**a.**	**c.**	**a.**	**b.**	**b.**	**a.**	**a.**	**b.**	**c.**	

Capitolo 5: I triangoli

Quesito	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	16
Punteggio	1	1	1	1	1	1	1	2	2	3	1	1	
Soluzione	**a.**	**a.**	**b.**	**c.**	**b.**	**c.**	**c.**	**a.**	**c.**	**b.**	**a.**	**c.**	

Capitolo 6: I quadrilateri

Quesito	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	17
Punteggio	1	1	1	1	1	2	1	1	2	1	2	3	
Soluzione	**a.**	**c.**	**b.**	**a.**	**b.**	**b.**	**a.**	**a.**	**b.**	**c.**	**c.**	**c.**	

Capitolo 7: La circonferenza e il cerchio

Quesito	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12
Punteggio	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	
Soluzione	**b.**	**c.**	**a.**	**a.**	**b.**	**c.**	**b.**	**b.**	**b.**	**b.**	

Capitolo 8: I poligoni inscritti e circoscritti

Quesito	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15
Punteggio	1	1	1	1	1	2	2	3	2	1	
Soluzione	**a.**	**a.**	**b.**	**c.**	**a.**	**b.**	**a.**	**b.**	**c.**	**c.**	

Soluzioni gare di matematica

Capitolo 1: La misura delle grandezze

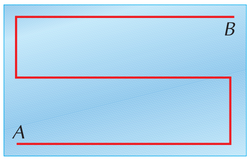
1 6 kg
2 666 secondi
3 200 km
4 900 colpi
5 $7^h\ 15^m$
6 150 g
7 87^m
8 $17^h\ 04^m$
9 $9^h\ 07^m$
10 Amelia
11 460 grammi
12 1 250 m
13 25 000 km
14 Milena, Rosi, Carla, Desiderio
15 $6^h\ 48^m$
16 39^m
17 7.58

Capitolo 2: I primi elementi della geometria

1 2
2 40
3 Due soluzioni: 17 cm e 15 cm

Capitolo 3: Perpendicolarità e parallelismo

1 cinque soluzioni: 8; 9; 10, 11; 12

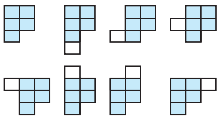
2 

3 due soluzioni: 4 cm; 18 cm
4 19 parti
5 20°

Capitolo 4: I poligoni

1 384 cm
2 10

3 11 pezzi

4 

5 81

6 Giovanni si trova nella casella 15. La casella di partenza è la 2

7 1 metro

8 7 triangoli e 2 quadrati oppure 3 triangoli e 5 quadrati

Capitolo 5: I triangoli

1 5 tagli

2 tre soluzioni: (3; 4; 4), (3; 6; 8), (6; 6; 7)

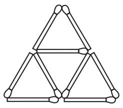
3 3 forme

4 20 triangoli

5 8 triangoli

6 acutangolo

7 17 triangoli

8 

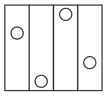
9 16

10 13

Capitolo 6: I quadrilateri

1 9 rettangoli

2 7 cm

3 

4 

5 18

6 19 tessere

7 6 cm

8 11

9 260

Capitolo 7: La circonferenza e il cerchio

1 28

2 7

3 4

4 13 secondi

5 4 intersezioni

6 9

Capitolo 8: I poligoni inscritti e circoscritti

1 60 triangoli

2 4 km

Soluzioni prove Invalsi

1 **d.**
2 **b.**
3 **c.**
4 **b.**
5 **d.**
6 **b.**
7 **d.**
8 **b.**
9 **b.**
10 **c.**
11 **c.**
12 **d.**
13 **b.**
14 **b.**
15 **a.**
16 **d.**
17 **c.**
18 **d.**
19 **a.**
20 **c.**
21 **d.**
22 **b.**
23 **a.**
24 **b.**
25 **a.**