ROBERTO VACCA - BRUNO ARTUSO - CLAUDIA BEZZI

a scuola di Matematica

Aritmetica 1

Atlas

ISBN 978-88-268-1510-7

Certi Car Graf
Certificazione
Cartaria, Cartotecnica, Grafica

La casa editrice ATLAS opera con il Sistema Qualità conforme alla nuova norma UNI EN ISO 9001: 2000 certificato da CISQ CERTICARGRAF.

Edizione

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
2009 2010 2011 2012 2013

Direzione Editoriale: Roberto Invernici
Coordinamento Editoriale: Progetti di Editoria s.r.l.
Redazione: Domenico Gesmundo, Mario Scalvini
Progetto grafico: Ufficio Tecnico Atlas
Fotocomposizione, impaginazione e disegni: GIERRE, Bergamo
Copertina: Vavassori & Vavassori
Illustrazioni: Bruno Dolif
Stampa: L.E.G.O. S.p.A. - Vicenza

Con la collaborazione della Redazione e dei Consulenti dell'I.I.E.A.

Si ringraziano le prof.sse Barbara Vanzani ed Elisabetta Zampiceni per la collaborazione editoriale.

24123 Bergamo - Via Crescenzi, 88 - Tel. (035) 249711 - Fax (035) 216047
www.edatlas.it

PREFAZIONE

Finalità

Questo corso di matematica nasce da una **pluriennale esperienza nella scuola**, sia sotto il profilo dell'insegnamento che sotto quello della ricerca e dell'aggiornamento. Esso accoglie tutte le esigenze didattiche ed editoriali che il nuovo scenario della Scuola Italiana esige dall'insegnamento della matematica che ha assunto oggi **ampie finalità educative** e costituisce un momento importante nella formazione di ogni ragazzo.
La scuola dell'autonomia e la didattica specifica della disciplina, infatti, valorizzano sempre di più il ruolo culturale e formativo della matematica, ponendola al centro del curriculum dello studente.
In tale contesto, secondo le indicazioni ministeriali e le attese generali, un corso di matematica deve avere alcune caratteristiche indispensabili:

- stimolare la comprensione e per questo deve essere scritto in un linguaggio chiaro, semplice, accattivante e soprattutto comprensibile per uno studente di età intorno agli 11 - 14 anni;
- far capire perché gli strumenti della matematica sono indispensabili nell'affrontare e risolvere problemi;
- essere ricco di esempi, dai più semplici che servono per imparare ad usare formule o comprendere concetti, a quelli più complessi nei quali le formule e i concetti "si applicano";
- proporre un abbondante repertorio di esercizi, opportunamente graduati e non banali, che stimolino il ragionamento e la riflessione;
- utilizzare gli strumenti che la tecnologia informatica mette a disposizione della didattica;
- mettere in grado lo studente di autovalutare la propria preparazione, di capire gli errori che commette, in modo da renderlo consapevole delle proprie abilità e competenze.

Struttura

Il corso "**a scuola di matematica**" è un progetto didattico che favorisce le esigenze legate alla programmazione personale del Docente e tiene conto del problema del peso e del tetto di spesa, secondo le norme vigenti. Per questo si compone di due volumi di **Aritmetica**, tre di **Geometria** e uno di **Algebra**.
Ogni volume si articola in capitoli. In ognuno di essi sono espressamente dichiarati i **Prerequisiti** necessari per affrontare consapevolmente e con successo gli argomenti contenuti e gli **Obiettivi** che si vogliono raggiungere, suddivisi in **Conoscenze** e **Abilità**. Ogni capitolo si apre con la rubrica **Perché studiare...** che, attraverso aneddoti e informazioni tratti dalla realtà di tutti i giorni, ha lo scopo di trovare un collegamento tra i contenuti del capitolo e l'esperienza personale degli alunni.

Contenuti e impostazione didattica

Nella trattazione teorica si evidenzia la presenza di numerosi **Esempi svolti** ed **Esercizi di verifica** che, inseriti al termine di ogni paragrafo, sono volutamente di facile comprensione e soluzione. Il Docente può presentarli agli alunni subito dopo la spiegazione per l'accertamento delle conoscenze man mano acquisite.
Ogni capitolo è corredato da un **vastissimo repertorio di esercizi**, suddivisi in relazione alla scansione dei paragrafi della teoria e, per ciascun paragrafo, in due ulteriori categorie:

- Esercizi di **Comprensione della teoria**, spesso in forma di test a risposta multipla, di domande a risposta chiusa o di frasi di completamento: servono per verificare le conoscenze teoriche senza le quali non è possibile applicare i concetti studiati.
- Esercizi di **Applicazione**, inseriti dopo quelli di comprensione, sotto forma di esercizi e problemi da svolgere: mirano a sviluppare le capacità logico-deduttive, ad acquisire nuove abilità di calcolo e ad applicare le procedure più adatte a risolvere un problema. Sono esercizi che normalmente vengono svolti a casa come studio individuale.

Tutti gli esercizi sono stati suddivisi in **tre livelli di difficoltà** (ben riconoscibili dalla grafica) e comunque graduati all'interno di ciascun livello. Allo scopo di facilitare il processo di apprendimento nel testo sono presenti numerosi **Esercizi guida**, che permettono agli alunni di acquisire le principali tecniche risolutive e sono finalizzati alla comprensione e alla risoluzione delle diverse problematiche presenti.

Ogni capitolo si conclude con la proposta di una serie di:

- **Esercizi di Autovalutazione** suddivisi in due livelli: **Verifica delle conoscenze** e **Verifica delle abilità**. Tali esercizi possono essere utilizzati dallo studente per testare il proprio livello di apprendimento e diventano un valido strumento per la preparazione della prova di verifica.
- **Attività di Recupero**, sono esercizi che servono per puntualizzare e chiarire le nozioni minime di base che devono essere possedute da tutti gli alunni, anche quelli che presentano maggiori difficoltà nell'apprendimento dei contenuti. A conclusione dell'attività di recupero è poi presente una scheda di **Valutazione del recupero** per l'accertamento delle conoscenze e delle abilità.
- **Attività di Consolidamento**, sono esercizi volti a consolidare le conoscenze in precedenza acquisite e, suddivisi per livello di difficoltà, rappresentano un utile banco di prova per verificare la propria preparazione.
- **Attività di Potenziamento**, sono esercizi destinati agli studenti più capaci che vogliono mettersi alla prova con esercizi più complessi e con proposte più creative.
- **Gare di matematica**, sono esercizi assegnati nelle varie competizioni nazionali ed internazionali di matematica e, suddivisi in relazione alle scansioni dei contenuti dei testi, rappresentano un valido strumento per la valorizzazione delle eccellenze.

Ogni volume si chiude con la presenza di un **Archivio delle attività** che indica il percorso effettuato da ogni alunno nell'ambito di ogni capitolo. La raccolta dei risultati è suddivisa per aree: esercizi, valutazione, individualizzazione e obiettivi. Può essere compilata direttamente dallo studente con la supervisione del Docente e può risultare un **utile strumento di comunicazione con le famiglie**.

A completamento dei volumi di ogni anno è disponibile **on line**, sul sito della casa editrice, un abbondante **repertorio di esercizi** che ripercorre i contenuti essenziali dei capitoli di ogni volume dell'opera. Ogni blocco è strutturato secondo esercizi di conoscenza e di abilità (livello base, livello medio, livello avanzato).

Informatica per la Matematica

Alla luce delle moderne tecniche d'insegnamento un corso di matematica non può fare a meno della presenza parallela, teorica ed applicativa dell'informatica.
In ogni volume, infatti, è presente una rubrica di informatica che tratta in modo completo ed articolato alcuni software didattici, quali **Cabri Gèométre II Plus** ed **Excel**, che applicati ai capitoli di geometria ed aritmetica, portano progressivamente gli alunni ad integrare e completare i processi di apprendimento. All'interno delle esercitazioni con Excel è inoltre prevista una parte dedicata al linguaggio di programmazione **Visual Basic** che consente di creare semplici procedure software ed algoritmi di calcolo, dalla fase di scrittura del testo sorgente (*editing*) fino all'esecuzione del programma.

GLI AUTORI

I testi dei Giochi Matematici che compaiono alla fine di ogni capitolo sotto la rubrica *"Gare di Matematica"* sono stati gentilmente forniti dal *Centro Pristem-Eleusi* dell'Università Bocconi di Milano e si riferiscono alle competizioni matematiche organizzate dallo stesso Centro.

Teoria

1. Gli insiemi

2. Numeri naturali e decimali

3. Le operazioni con i numeri

4. I problemi matematici

5. Dalle potenze ai numeri binari

6. La divisibilità

7. I numeri razionali

8. La rappresentazione dei dati

Esercizi

1. Gli insiemi

2. Numeri naturali e decimali

3. Le operazioni con i numeri

4. I problemi matematici

Gli insiemi

Perché studiare gli insiemi

Osserva la realtà che ti circonda. Essa è costituita da una grande quantità di "cose": persone, automobili, strade, case, libri, animali, quaderni, vestiti, biciclette, semafori, giornali e così via. Si tratta di oggetti la cui natura è disparata e che elencati così alla rinfusa generano un certo senso di confusione. È possibile però "mettere ordine" nella realtà, dividendo tutto ciò che ci circonda in raggruppamenti. Per farlo abbiamo bisogno di un criterio che ci permetta di formare i gruppi.
Facciamo un esempio e scegliamo un primo criterio molto generale: distinguiamo gli oggetti inanimati dagli esseri animati. Se consideriamo ciò che possiamo osservare in una affollata via del centro, otterremo un raggruppamento che include automobili, biciclette, semafori, edicole, case, etc., e un altro che include animali domestici, piante, cespugli, fiori, etc.
Potremo poi scegliere di suddividere ulteriormente gli es-

Capitolo 1

Prerequisiti

- Leggere e comprendere un testo
- Conoscere i concetti base sulle figure geometriche e i numeri

Obiettivi

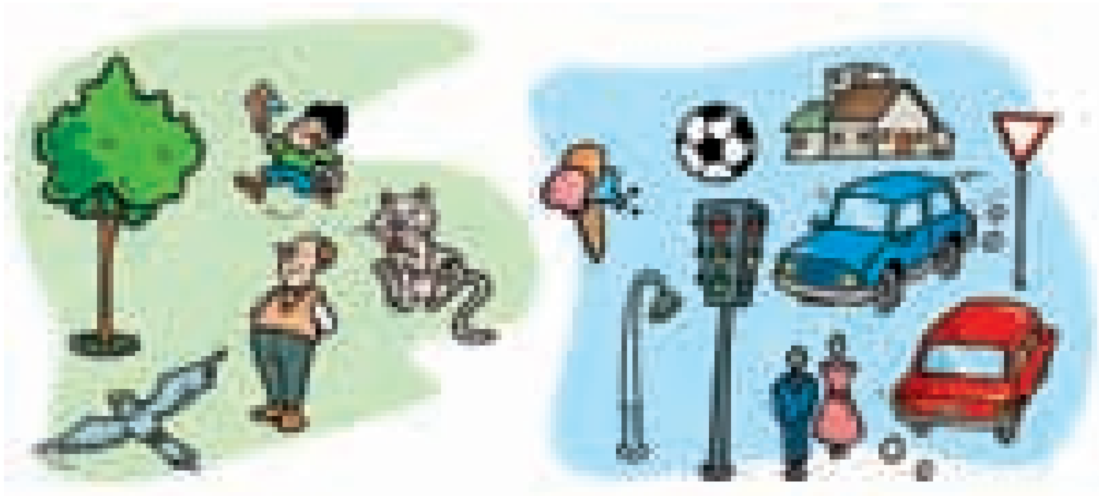
CONOSCENZE

- Il concetto di insieme matematico
- La rappresentazione di un insieme
- Il concetto di sottoinsieme
- Le operazioni con gli insiemi

ABILITÀ

- Costruire e rappresentare insiemi
- Definire e rappresentare un sottoinsieme
- Operare con gli insiemi

seri animati distinguendo animali e vegetali. Si formano così nuovi raggruppamenti; potremmo continuare ancora. Quello che abbiamo fatto è una cosa molto semplice e molto importante: **classificare**. Il modo con cui siamo arrivati a queste conclusioni è frutto del "buon senso" e della nostra esperienza.
Classificare significa pertanto dividere in classi, cioè raggruppamenti di elementi che hanno in comune certe caratteristiche prefissate. L'atto di classificare è alla base della matematica, perché permette di individuare delle "quantità". Dalle quantità è poi possibile passare ai numeri e quindi giungere a **contare**.
Iniziamo dunque a studiare gli strumenti che ci consentono di eseguire con precisione ed efficacia l'attività di classificare: **gli insiemi**.



1 Il concetto di insieme

esercizi pag. 136

In matematica con la parola **insieme** si intende un raggruppamento, una collezione, una raccolta di oggetti di una qualsiasi natura che siano individuabili in modo certo. Gli oggetti possono essere sia concreti (come una collezione di francobolli, un gruppo di alberi, una squadra di calcio...) sia astratti (come i numeri, i colori, le figure geometriche...). Gli oggetti che formano un certo insieme si chiamano **elementi** di quell'insieme.
Dal punto di vista matematico possiamo dire che:

> **Definizione.** Per **insieme** si intende un raggruppamento di elementi che possono essere definiti con assoluta certezza.

Per chiarire meglio la definizione di insieme matematico consideriamo i seguenti esempi.

- Le città «Bari, Brindisi, Foggia, Lecce, Taranto» rappresentano un insieme, poiché gli elementi dell'insieme sono specificati in modo preciso e sono elencati uno per uno.
- «I calciatori della Roma» rappresentano un insieme poiché è chiaramente definita la "proprietà" che consente di stabilire, senza possibilità di equivoci, se un elemento appartiene all'insieme. Nel nostro caso la "proprietà" è che tutti i calciatori appartengono alla medesima squadra.
- «Le città più belle d'Italia» non rappresentano un insieme matematico, poiché non è possibile stabilire con certezza, e in modo universalmente chiaro, quali elementi appartengono all'insieme in quanto i giudizi sulla bellezza variano da persona a persona.

Gli insiemi vengono indicati con una lettera maiuscola dell'alfabeto:

$$A \quad B \quad C \quad D \quad .....$$

Gli elementi che appartengono ad un insieme vengono indicati con le lettere minuscole:

$$a \quad b \quad c \quad d \quad .....$$

Per indicare che un elemento **appartiene** ad un insieme si usa il simbolo $\in$, si scrive $a \in A$ e si legge «l'elemento a appartiene all'insieme A».
Quando si vuole indicare che un elemento **non appartiene** ad un insieme si utilizza lo stesso simbolo barrato: $\notin$, si scrive $b \notin A$ e si legge «l'elemento b non appartiene all'insieme A».
Se consideriamo, ad esempio, l'insieme A delle vocali possiamo scrivere

$$a \in A, \quad u \in A \qquad \text{ma} \qquad m \notin A, \quad r \notin A$$

In ogni caso, qualsiasi sia l'insieme cui si fa riferimento, è vera, per ciascun elemento x, una sola delle seguenti scritture

$$x \in A \qquad \text{oppure} \qquad x \notin A$$

In base al numero di elementi che appartengono ad un insieme possiamo dire che:

> **Definizione.** Un insieme si dice **finito** quando è costituito da un numero limitato di elementi.

Per esempio, «l'insieme dei componenti della tua famiglia», «l'insieme delle città capoluogo di regione» oppure «l'insieme delle persone presenti sull'elenco telefonico della tua città» sono insiemi finiti.

> **Definizione.** Un insieme si dice **infinito** quando è costituito da un numero illimitato di elementi.

Il linguaggio della matematica

I simboli delle relazioni tra elementi e insiemi:

$\in$ appartiene a

$\notin$ non appartiene a

Per esempio, «i punti di una retta», «i numeri naturali» oppure «i numeri pari» sono insiemi infiniti.
Può anche accadere che un insieme non contenga alcun elemento. In questo caso:

Definizione. Se un insieme è privo di elementi si dice **vuoto** e si indica con uno dei seguenti simboli:

$$\varnothing \qquad \text{oppure} \qquad \{\ \}$$

Per esempio, «l'insieme degli uomini alti più di dieci metri» è un insieme vuoto in quanto non esiste alcun uomo alto più di dieci metri.

Diciamo infine che:

Definizione. Due insiemi sono **uguali** se sono formati dagli stessi elementi.

Sono per esempio uguali l'insieme *A* formato dalle vocali della parola **matite** e l'insieme *B* costituito dalle vocali della parola **alice** perché entrambi sono formati dagli elementi *a*, *e*, *i*.

?! Verifica

① Indica quali dei seguenti raggruppamenti rappresentano un insieme dal punto di vista matematico:
a. le città capoluogo di provincia del Lazio;
b. l'insieme degli alunni più alti della tua classe;
c. l'insieme delle consonanti del tuo cognome;
d. l'insieme degli oggetti contenuti nel tuo astuccio;
e. l'insieme degli alunni della tua classe che abitano nella stessa via;
f. l'insieme dei numeri dispari.

② Elenca gli elementi dei seguenti insiemi:
a. i numeri pari maggiori di 6 e minori di 20;
b. gli alunni della tua classe il cui nome inizia per consonante;
c. i libri di testo in uso nella tua classe.

③ Scrivi mediante la simbologia corretta le seguenti relazioni:
a. 5 è un elemento dell'insieme *A*;
b. 15 non è un elemento dell'insieme *B*;
c. *A* è un insieme vuoto.

④ Stabilisci quali dei seguenti insiemi sono finiti, quali sono vuoti e quali sono infiniti:
a. «l'insieme degli alunni della tua scuola»;
b. «l'insieme dei numeri naturali»;
c. «l'insieme dei monti più alti di 10000 metri»;
d. «l'insieme dei corpi celesti dell'Universo»;
e. «l'insieme dei calciatori di serie A»;
f. «l'insieme dei punti di una retta»;
g. «l'insieme delle città italiane»;
h. «l'insieme degli abitanti del tuo comune».

2 La rappresentazione di un insieme

esercizi pag. 138

Abbiamo detto che per individuare un insieme è necessario definire in modo preciso quali siano i suoi elementi; questo può essere fatto in modi diversi.

La rappresentazione per elencazione

Per rappresentare un insieme per **elencazione** si deve scrivere la lettera maiu-

scola con la quale si vuole indicare l'insieme, seguita dal segno di uguale e da una parentesi graffa; all'interno di questa vengono scritti tutti gli elementi dell'insieme, separati uno dall'altro da un punto e virgola (o da una virgola).
Generalmente la rappresentazione per elencazione si utilizza quando l'insieme da descrivere è formato da un numero limitato di elementi.
Ad esempio:

- l'insieme A dei punti cardinali si indica con $A = \{nord; sud; ovest; est\}$.
- l'insieme B formato dalle lettere della parola *matematica* si indica con $B = \{m; a; t; e; i; c\}$.

  Osserva che le lettere m, a, t pur essendo ripetute più volte nella parola devono essere scritte una sola volta.

La rappresentazione per caratteristica

Per rappresentare un insieme in **forma caratteristica** si deve scrivere all'interno di una parentesi graffa il nome generico di un elemento dell'insieme (una lettera minuscola dell'alfabeto) seguito da una barra verticale e dalla "proprietà" che caratterizza gli elementi dell'insieme.
Generalmente la rappresentazione per caratteristica si utilizza quando l'insieme da descrivere è formato da un numero elevato di elementi, per i quali è però possibile definire una proprietà che li caratterizzi.
Ad esempio:

- l'insieme A delle lettere della parola *condizionatore* si indica con:

  $A = \{x \mid x$ è una lettera della parola *condizionatore*$\}$

  e si legge «l'insieme A è formato dagli elementi x tali che ogni x è una lettera della parola *condizionatore*».
- l'insieme B dei numeri 0, 1, 2, 3, 4 si indica con:

  $B = \{x \mid x$ è un numero naturale minore di $5\}$

  e si legge «l'insieme B formato dagli elementi x tali che ogni x è un numero naturale minore di 5».

Il linguaggio della matematica

La barra | tra le due x si legge *«tale che»*.

Il linguaggio della matematica

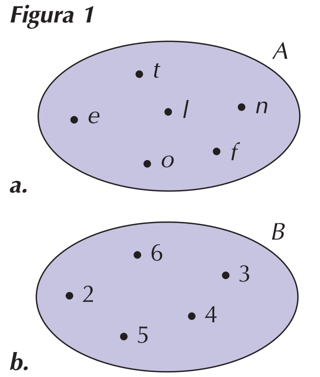
Impareremo a conoscere i simboli di maggiore e di minore nel prossimo capitolo (pagina 23)

La rappresentazione grafica

Per rappresentare un insieme in **forma grafica** si utilizzano i **diagrammi di Eulero-Venn**. Essi sono formati da una linea chiusa all'interno della quale si indicano gli elementi dell'insieme con un puntino seguito dal nome.
Generalmente i diagrammi di Eulero-Venn si utilizzano per ragioni di semplicità e di chiarezza visiva.
Ad esempio:

- nella ***figura 1a*** è rappresentato l'insieme A delle lettere che compogono la parola *telefono*. Come abbiamo già detto, anche nella rappresentazione con i diagrammi di Eulero-Venn, non si ripetono gli elementi doppi;
- nella ***figura 1b*** è rappresentato l'insieme B dei numeri naturali compresi tra 1 e 7.

Figura 1



Esempi

1 Rappresentiamo i seguenti insiemi nei tre modi possibili.

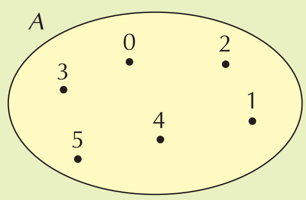
a. L'insieme A dei numeri naturali minori di 6.

Per elencazione: $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$

Per caratteristica:
$A = \{x \mid x$ è un numero naturale minore di $6\}$

Mediante diagramma di Eulero-Venn: vedi la ***figura 2a.***

Figura 2a



b. L'insieme B delle consonanti della parola *mangiare*.

Per elencazione: $B = \{m; n; g; r\}$

Per caratteristica: $B = \{x \mid x$ è consonante della parola *mangiare*$\}$

Mediante diagramma di Eulero-Venn: vedi la ***figura 2b***.

c. L'insieme P dei numeri pari.

P è un insieme infinito e quindi la rappresentazione più idonea è mediante proprietà caratteristica:

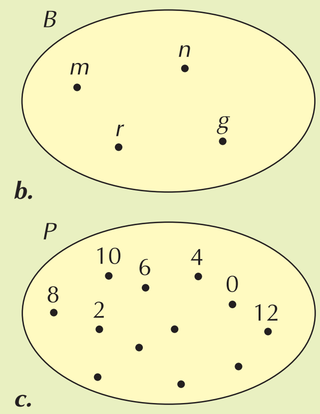
$P = \{x \mid x$ è un numero pari$\}$

Tuttavia sono possibili anche le altre due modalità di rappresentazione:

- per elencazione: $P = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, ...\}$
- mediante diagramma di Eulero-Venn: vedi la ***figura 2c***.

Nelle ultime due rappresentazioni i puntini di sospensione indicano che l'elenco continua all'infinito.

Figura 2



?! Verifica

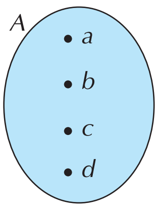
① Rappresenta per caratteristica i seguenti insiemi definiti per elencazione:

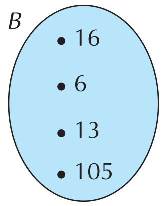
a. $A = \{a; r; i; t; m; e; c\}$ $A = \{$...$\}$;

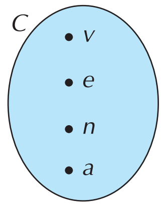
b. $B = \{1; 3; 5; 7; 9; 11; 13; 15; 17; 19\}$ $B = \{$...$\}$;

c. $C = \{$Bari; Brindisi; Bologna; Bolzano; Biella; ....$\}$ $C = \{$...$\}$.

② È possibile rappresentare per caratteristica i seguenti insiemi definiti con un diagramma di Eulero-Venn?

a. 

b. 

c. 

③ Stabilisci se i seguenti insiemi A e A' sono uguali:

a. $A = \{2; 4; 6; 8; 10\}$ $A' = \{x \mid x$ è un numero pari minore di 14$\}$;

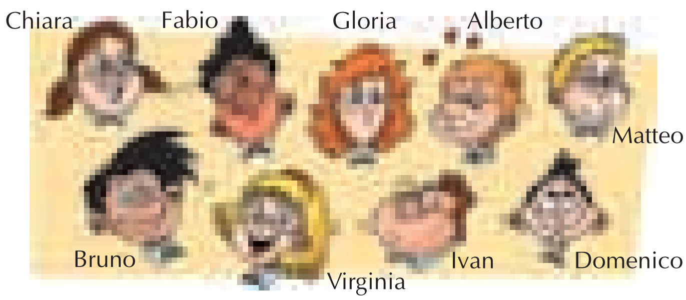
b. $A = \{$pollice; indice; medio; anulare; mignolo$\}$ $A' = \{x \mid x$ è un dito della mano$\}$;

c. $A = \{l; i; b; r; o\}$ $A' = \{x \mid x$ è una consonante della parola libro$\}$.

3 Il concetto di sottoinsieme

esercizi pag. 141

Consideriamo l'insieme degli alunni della tua classe, che indichiamo con $A = \{x \mid x$ è un alunno della tua classe$\}$; se di questo insieme consideriamo solo gli elementi che hanno la caratteristica di portare gli occhiali, avremo il nuovo insieme $B = \{x \mid x$ è un alunno della tua classe e porta gli occhiali$\}$.



È evidente che tutti gli elementi dell'insieme B (nessuno escluso) sono anche elementi dell'insieme A. Si dice allora che l'insieme B è contenuto nell'insieme A. Possiamo dunque affermare che:

> **Definizione.** Un insieme B si dice **sottoinsieme proprio** di un insieme A se ogni elemento di B appartiene ad A ma c'è almeno un elemento di A che non appartiene a B.

Per indicare che l'insieme B è un sottoinsieme di A si scrive $B \subset A$.
Il simbolo $\subset$ è detto di **inclusione** e significa "è *incluso*" o "è *contenuto*". Il simbolo $\not\subset$ è detto di **non inclusione** e significa "*non è incluso*" o "*non è contenuto*".
Allo stesso modo, per indicare che l'insieme A include l'insieme B si usa la scrittura:

$A \supset B$ e si legge «l'insieme A include l'insieme B».

Il simbolo $\supset$ significa quindi "*include*" o "*contiene*" e il simbolo $\not\supset$ "*non include*" o "*non contiene*".
Nella ***figura 3*** troviamo la rappresentazione grafica degli insiemi considerati nell'esempio iniziale.

Oltre ai sottoinsiemi propri è possibile considerare anche due particolari sottoinsiemi di A: l'insieme vuoto $\varnothing$ e lo stesso insieme A di partenza. Questi due ultimi sottoinsiemi vengono definiti **impropri.** Si può quindi scrivere:

$$\varnothing \subset A \qquad \text{e} \qquad A \subseteq A.$$

Se vogliamo indicare uno qualsiasi dei sottoinsiemi B di A (proprio o improprio) useremo il simbolo $\subseteq$ (contenuto o uguale) e scriveremo $B \subseteq A$. Invece, se vogliamo indicare un qualsiasi sottoinsieme proprio di A useremo il simbolo $\subset$ (contenuto) e scriveremo $B \subset A$.

HELP

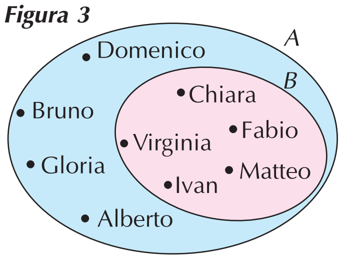
Attenzione a non confondere il simbolo di inclusione $\subset$ con il simbolo di appartenenza $\in$. Il primo si riferisce a sottoinsiemi, il secondo agli elementi di un insieme.

Il linguaggio della matematica

I principali simboli delle relazioni tra insiemi:

$\subset$ è incluso
$\not\subset$ non è incluso
$\supset$ include
$\not\supset$ non include
$\subseteq$ è contenuto o uguale

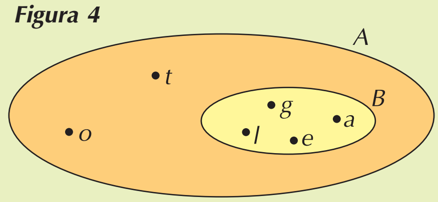
Figura 3



Esempi

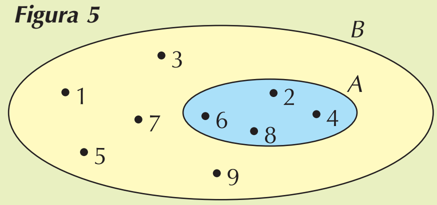
1 Consideriamo gli insiemi $A = \{t; e; g; o; l; a\}$ e $B = \{l; e; g; a\}$.
Dalla rappresentazione degli insiemi con i diagrammi di Eulero-Venn (***figura 4***) notiamo che tutti gli elementi dell'insieme B appartengono all'insieme A ma non è vero il viceversa; possiamo quindi dire che B è un sottoinsieme proprio di A e scriveremo $B \subset A$.

Figura 4



2 Consideriamo gli insiemi $A = \{x \mid x$ è un numero pari compreso fra 1 e 9$\}$ e $B = \{x \mid x$ è un numero naturale compreso fra 0 e 10$\}$.
Poiché l'insieme A è incluso nell'insieme B (***figura 5***) possiamo affermare che A è un sottoinsieme proprio di B e scrivere $A \subset B$.

Figura 5



?! Verifica

① Un insieme A è sottoinsieme proprio di B se:
a. alcuni elementi di B appartengono ad A;
b. tutti gli elementi di A appartengono a B ma non viceversa;
c. non tutti gli elementi di B appartengono ad A;
d. non tutti gli elementi di A appartengono a B.

② Un insieme A è sottoinsieme improprio di B se:
a. qualche elemento di A appartiene a B;
b. tutti gli elementi di A appartengono a B;
c. l'insieme A è vuoto;
d. l'insieme B è vuoto.

③ Scrivi la simbologia relativa a ciascuna delle seguenti affermazioni:
a. l'insieme A è un sottoinsieme di B: ....
b. l'insieme A include l'insieme B: ....
c. l'insieme A non è contenuto nell'insieme B: ....
d. l'insieme B non include l'insieme A: ....

④ Traduci in simboli matematici le seguenti frasi:
a. l'insieme B è un sottoinsieme proprio di A: ....
b. l'insieme A è un sottoinsieme improprio di A: ....
c. l'insieme $\varnothing$ è un sottoinsieme improprio di A: ....

4 Intersezione e unione di insiemi

esercizi pag. 143

Iniziamo questo paragrafo con una precisazione che formalizza un concetto che dovresti già conoscere: quello di operazione.

Definizione. Si dice **operazione binaria** una generica legge che associa a due elementi generici a e b un terzo elemento c detto **risultato** dell'operazione. I termini a e b sono detti **operandi** o **termini** o **fattori** dell'operazione.

Il linguaggio della matematica

I simboli delle operazioni tra insiemi:
$\cap$ intersezione
$\cup$ unione

In pratica le addizioni, le moltiplicazioni, le sottrazioni e le divisioni che già conosci e sai utilizzare sono operazioni binarie tra numeri. L'addizione di 5 e 4, ad esempio, associa a questi due numeri in ingresso il numero 9 che è il risultato dell'operazione. Definiamo ora alcune operazioni che si possono svolgere con gli insiemi.

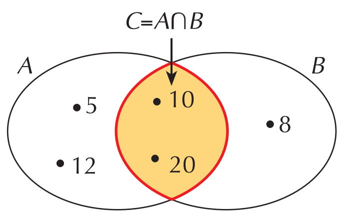
4.1 L'intersezione

Siano dati i due insiemi $A = \{5; 10; 12; 20\}$ e $B = \{8; 10; 20\}$. Se ora consideriamo tutti gli elementi che **appartengono contemporaneamente sia all'insieme A sia all'insieme B** (cioè gli elementi 10 e 20) riusciamo a costruire un nuovo insieme

$$C = \{10; 20\}$$

che è detto **intersezione** degli insiemi A e B (***figura 6***).
Più in generale possiamo affermare che:

Figura 6



Definizione. Dati due insiemi A e B si dice **intersezione** di tali insiemi, l'insieme C formato dagli elementi che appartengono contemporaneamente ad A e B. In simboli si scrive:

$$C = A \cap B$$

Il linguaggio della matematica

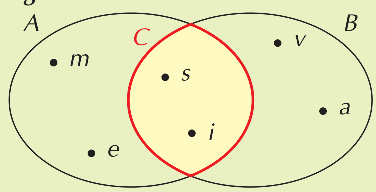
Disgiunto: staccato, separato; detto di due insiemi che non hanno elementi comuni. In simboli diremo che due insiemi sono disgiunti se $A \cap B = \varnothing$.

Se due insiemi A e B non hanno alcun elemento in comune la loro intersezione è l'insieme vuoto e si dice che A e B sono **disgiunti**.

Esempi

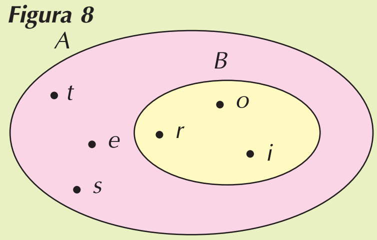
1 Siano dati gli insiemi $A = \{x \mid x$ è una lettera della parola "mesi"$\}$ e $B = \{x \mid x$ è una lettera della parola "vasi"$\}$.
Come si può facilmente osservare dalla rappresentazione con il diagramma di Eulero-Venn (***figura 7***), la loro intersezione è l'insieme $C = \{x \mid x$ è una lettera della parola "si"$\}$.

Figura 7



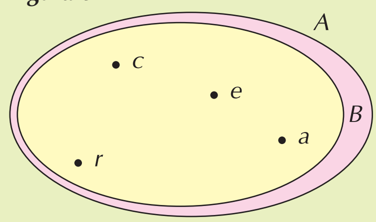
2 Siano dati gli insiemi $A = \{t;\ e;\ s;\ o;\ r;\ i\}$ e $B = \{o;\ r;\ i\}$.
La loro intersezione coincide con l'insieme $B = \{o;\ r;\ i\}$.
Come si può facilmente osservare dalla rappresentazione con il diagramma di Eulero-Venn in questo caso $A \cap B = B$ (***figura 8***).
Se ne deduce allora che $B \subset A$.

Figura 8



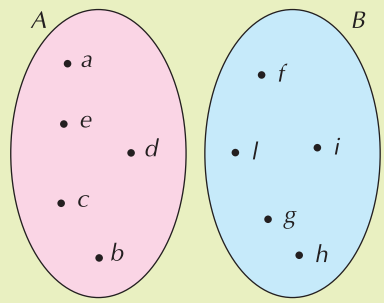
3 Siano dati gli insiemi $A = \{c;\ a;\ r;\ e\}$ e $B = \{c;\ e;\ r;\ a\}$.
Come possiamo osservare dalla ***figura 9***, la loro intersezione è $A \cap B = A$ ma anche $A \cap B = B$; i due insiemi infatti sono formati dagli stessi elementi e quindi $A \cap B = A = B$.

Figura 9



4 Siano dati gli insiemi $A = \{a;\ b;\ c;\ d;\ e\}$ e $B = \{f;\ g;\ h;\ i;\ l\}$.
Dalla rappresentazione con il diagramma di Eulero-Venn (***figura 10***) possiamo notare che i due insiemi non hanno elementi in comune e sono pertanto disgiunti. La loro intersezione è $A \cap B = \varnothing$.

Figura 10



4.2 L'unione

Esaminiamo nuovamente i due insiemi A e B del paragrafo precedente

$$A = \{5;\ 10;\ 12;\ 20\} \quad \text{e} \quad B = \{8;\ 10;\ 20\}$$

Se ora consideriamo tutti gli elementi che **appartengono indifferentemente ad uno dei due insiemi** (cioè gli elementi 5, 8, 10, 12, 20) riusciamo a costruire un nuovo insieme

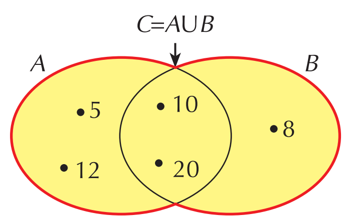
$$C = \{5;\ 8;\ 10;\ 12;\ 20\}$$

che è detto **unione** degli insiemi A e B (***figura 11***). Più in generale possiamo affermare che:

Definizione. Dati due insiemi A e B si dice **unione** di tali insiemi quel nuovo insieme C formato dagli elementi che appartengono ad A o a B, presi una sola volta, quando esistono elementi comuni. In simboli si scrive:

$$C = A \cup B$$

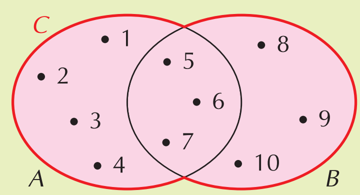
Figura 11



Esempi

1 Siano dati gli insiemi $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$ e $B = \{5; 6; 7; 8; 9; 10\}$.
Come si può facilmente osservare dalla rappresentazione grafica (***figura 12***), la loro unione è $A \cup B = C = \{1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5;\ 6;\ 7;\ 8;\ 9;\ 10\}$.
Osserviamo che gli elementi 5, 6 e 7 che sono comuni ai due insiemi, vengono scritti una sola volta.

Figura 12

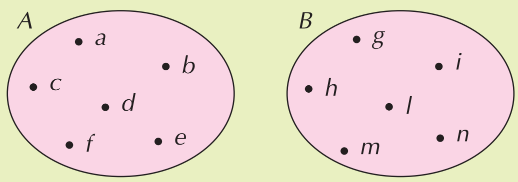


2 Siano dati gli insiemi $A = \{x \mid x$ è una lettera della parola "amo"$\}$ e $B = \{x \mid x$ è una lettera della parola "remo"$\}$.
La loro unione nella rappresentazione per elencazione è $A \cup B = C = \{a, m, o, r, e\}$.
Anche in questo caso osserviamo che i due elementi "*o*" e "*m*", che sono comuni ai due insiemi, vengono scritti una sola volta.

3 Siano dati gli insiemi $A = \{$cane; gatto; lince; cavallo; tigre$\}$ e $B = \{$orso; tigre; puma; cavallo$\}$.
La loro unione è $A \cup B = C = \{$cane; gatto; lince; cavallo; tigre; orso; puma$\}$. Anche in questo caso, gli elementi comuni ai due insiemi (*cavallo* e *tigre*) sono stati indicati una sola volta.

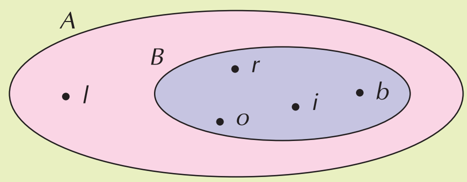
4 Siano dati gli insiemi $A = \{a; b; c; d; e; f\}$ e $B = \{g; h; i; l; m; n\}$.
Dalla rappresentazione con il diagramma di Eulero-Venn (***figura 13***) si capisce che A e B sono disgiunti; la loro unione nella rappresentazione per elencazione è l'insieme $C = \{a; b; c; d; e; f; g; h; i; l; m; n\}$.

Figura 13



5 Siano dati gli insiemi $A = \{l; i; b; r; o\}$ e $B = \{b; i; r; o\}$.
Dal diagramma di Eulero-Venn (***figura 14***) si può osservare che, essendo $B \subset A$, l'unione di A e B coincide con l'insieme A. In simboli $A \cup B = A$.

Figura 14



?! Verifica

① L'intersezione di due insiemi A e B è l'insieme formato dagli elementi che appartengono:
a. sia al primo sia al secondo insieme, ovvero dagli elementi comuni ai due insiemi;
b. ad A o a B ed anche dagli elementi comuni ad entrambi gli insiemi;
c. ad A o a B.

② L'unione di due insiemi A e B è l'insieme formato dagli elementi che:
a. appartengono o ad A o a B;
b. appartengono ad A o a B, quindi anche da quegli elementi che appartengono ad entrambi;
c. appartengono contemporaneamente ai due insiemi A e B.

③ Dati gli insiemi $A = \{a; n; g; e; l; o\}$ e $B = \{g; e; l; o\}$, determina l'insieme intersezione e rappresentalo per elecanzione.

④ Dati gli insiemi $A = \{c; a; m; i; n; o\}$ e $B = \{a; l; p; i; n; o\}$, determina l'insieme unione e rappresentalo con un diagramma di Eulero-Venn.

⑤ Se l'insieme A è un sottoinsieme proprio di B, quali delle seguenti scritture sono corrette?

a. $A \cup B = A$;	**b.** $A \cap B = \varnothing$;	**c.** $A \cup B = B$;
d. $A \cap B = B$;	**e.** $A \cap B = A$;	**f.** $A \cup B = \varnothing$.

Numeri naturali e decimali

Perché studiare i numeri naturali e decimali

Intuitivamente, sappiamo tutti che cosa sono i numeri e cosa si intende quando diciamo che l'insieme dei numeri è ordinato. Non c'è bisogno di studiare per sapere che è meglio avere € 3000 piuttosto che € 2000.
I numeri sono un'entità astratta, non si legano cioè a nessun oggetto particolare. Possiamo contare € 2000 o 2000 mele o 2000 pecore: il numero è sempre 2000, perché la quantità di unità cui corrisponde è sempre la stessa, ma cambia la natura delle unità. Il concetto di numero non ha quindi una definizione: è un concetto intuitivo, primitivo. Questa astrattezza del numero è un suo "punto di forza". Ancora oggi gli scienziati si chiedono quando l'uomo ha utilizzato per la prima volta i numeri per contare.
La traccia più antica del concetto di numero e della sua rappresentazione simbolica risale a circa 30000 anni a.C. ed è rappresentata da una doppia serie di tacche distribuite a gruppi di cinque su un osso di lupo, databile a quel periodo, ritrovato nella Repubblica Ceca.

Capitolo 2

Prerequisiti

- ✗ Leggere e comprendere un testo
- ✗ Possedere il concetto di quantità

Obiettivi

CONOSCENZE
- ✗ I numeri naturali
- ✗ I numeri decimali

ABILITÀ
- ✗ Definire il valore relativo ed assoluto delle cifre di un numero
- ✗ Confrontare due numeri
- ✗ Scrivere la forma polinomiale di un numero

Fino a qualche tempo fa sembrava ovvio pensare che il concetto di numero fosse connaturato all'uomo. Nel 2005 invece sulle rive del fiume Maici nella foresta amazzonica brasiliana si è scoperta la tribù dei Piraha. Questa popolazione ancor oggi non possiede tale concetto e riesce a contare fino a due. Quando raccolgono i frutti riescono a dire "1 frutto, 2 frutti, molti frutti". Alcuni ricercatori hanno provato anche a vivere con i Piraha; i loro bambini giocavano insieme. La sorpresa è stato accorgersi che la semplice conta di oggetti (che ciascuno di noi ha imparato a svolgere all'età di 2-3 anni) risulta culturalmente difficile, se non impossibile, per tutti gli abitanti di questa tribù.

Un altro ulteriore problema è dato poi dal concetto di operazione che tratteremo dettagliatamente nel prossimo capitolo. Se, ad esempio, dobbiamo calcolare la somma delle mele contenute in due cesti, non è necessario trasferirle tutte da un cesto all'altro o in un terzo recipiente. Possiamo utilizzare i numeri che corrispondono alla quantità di mele presenti in ciascun cesto e, per mezzo di una operazione numerica semplicissima (l'addizione), risolvere il problema.

Iscrizione su osso datata 1600 a.C. con numeri in cinese

1 Il sistema di numerazione decimale

esercizi pag. 157

Iniziamo lo studio di questo capitolo precisando il significato dei termini che dovresti aver già studiato nella scuola primaria.

Definizione. Un **sistema di numerazione** è un insieme di **simboli** dotato di una o più **regole** con cui i simboli vengono raggruppati così da poter rappresentare tutti i numeri.

Il nostro sistema di numerazione viene detto **decimale** perché usiamo dieci **simboli** diversi per i primi dieci numeri e cominciamo a contare i numeri dallo zero. Le dieci cifre sono dunque:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Per capire le **regole** del nostro sistema di numerazione costruiamo la seguente tabella che visualizza la procedura per mezzo della quale è possibile determinare i numeri maggiori di 9:

- dieci unità formano un elemento di ordine superiore, la **decina** (o unità del 2° ordine);
- dieci decine formano un **centinaio** (o unità del 3° ordine);
- dieci centinaia formano un **migliaio** (o unità del 4° ordine).

In modo analogo, proseguendo con questo ragionamento otteniamo le unità del quinto, sesto... ordine.

	CLASSE MIGLIAIA			CLASSE UNITÀ		
	Centinaia di migliaia	**Decine di migliaia**	**Migliaia**	**Centinaia**	**Decine**	**Unità**
ORDINE	VI	V	IV	III	II	I
	100 000	10 000	1 000	100	10	0
						1
						2
						3
						4
						5
						6
						7
						8
						9
					1	0
					1	1
					....	....
					1	9
					2	0
					....	....
					9	9
				1	0	0
				....	....	....
				9	9	9
			1	0	0	0
			....	....	....	....
			9	9	9	9
		1	0	0	0	0
		....	....	....	....	....
		9	9	9	9	9
	1	0	0	0	0	0

Gli ordini si raggruppano a tre a tre a partire da destra in gruppi chiamati **classi**. La suddivisione in classi ci è utile nella lettura di un numero. Pensiamo a come leggiamo il numero 15645310: raggruppiamo il numero in gruppi da 3 a partire da destra verso sinistra (per separare le classi possiamo mettere un puntino o un piccolo spazio orizzontale) e leggiamo singolarmente questi gruppi specificandone la classe:

15 milioni 645 mila e 310 unità.

Riflettendo su alcune caratteristiche del nostro sistema di numerazione ci rendiamo conto che vengono utilizzati **10 simboli** e che uno stesso simbolo esprime una quantità diversa in relazione alla sua **posizione**. Ad esempio, nel numero 14 il 4 occupa il posto delle unità; nel numero 141 il 4 occupa il posto delle decine ed esprime una quantità diversa rispetto al 4 del numero 14 (corrispondente infatti al numero 40). Osserviamo inoltre il ruolo decisivo del numero 0. Con l'introduzione del **sistema posizionale** questo simbolo consente di rappresentare l'assenza di unità. Infatti il numero espresso come 4 centinaia e 2 unità non è scritto come 42 ma come 402.

HELP

Soprattutto in campo economico e finanziario, capita spesso di sentire parlare di numeri molto grandi con più di 12 cifre. Come si legge per esempio il numero 5 000 000 000 000?
Dopo la classe dei miliardi (o bilioni) troviamo quella dei biliardi (o trilioni), pertanto il nostro numero si legge: **cinquebiliardi** ma spesso viene utilizzata la dicitura **cinquemila miliardi**.

Definizione. Il nostro sistema di numerazione è **decimale** (perché utilizza dieci simboli) e **posizionale** (in quanto il valore attribuito alle cifre che vengono usate per scrivere i numeri, dipende dalla posizione che esse occupano).

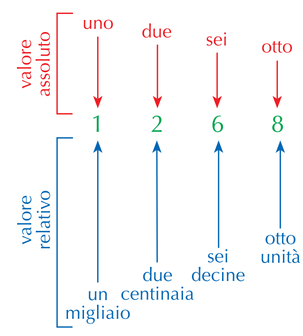
Come possiamo facilmente intuire, quello in base dieci non è l'unico sistema di numerazione possibile. Pensa ad esempio al termine «dozzina»: esso si riferisce a un sistema in base dodici in cui gli elementi sono raggruppati in gruppi di 12; oppure al termine «paia» che si riferisce ad un sistema in cui i numeri sono raggruppati in gruppi di 2. Dire ad esempio che abbiamo due dozzine di uova o due paia di calzini significa considerare 24 uova o 4 calzini.

1.1 Valore assoluto e valore relativo delle cifre

Cerchiamo di definire meglio cosa intendiamo quando scriviamo un numero. Consideriamo, ad esempio, il numero 1268 (***figura 1***).

- Il valore delle singole cifre è uno, due, sei, otto e prende il nome di **valore assoluto**.
- Il valore che le cifre assumono in base al sistema di numerazione decimale è 1 migliaio, 2 centinaia, 6 decine, e 8 unità e prende il nome di **valore relativo**.

Figura 1



1.2 La scrittura polinomiale di un numero

Consideriamo il numero 3 457 890; il valore relativo delle sue cifre è:

3	4	5	7	8	9	0
Milioni	Centinaia di migliaia	Decine di migliaia	Migliaia	Centinaia	Decine	Unità

Abbiamo già detto che per leggere un numero bisogna scomporlo in gruppi di tre cifre (classi) a partire da destra verso sinistra mettendo un puntino oppure lasciando un breve spazio tra ogni gruppo di cifre; tale spazio prende il nome della classe relativa di sinistra. Volendo dunque leggere il numero 3 457 890 avremo:

treMILIONI quattrocentocinquantasetteMILA ottocentonovanta (UNITÀ).

Il nostro numero si può anche scrivere nel modo seguente:

HELP

In questo volume l'operazione di moltiplicazione verrà indicata con un puntino.
Scriveremo, ad esempio

$5 \cdot 4$ e non 5×4

3 · 1000000	+4 · 100000	+5 · 10000	+7 · 1000	+8 · 100	+9 · 10	+0 · 1
Milioni	Centinaia di migliaia	Decine di migliaia	Migliaia	Centinaia	Decine	Unità

Questa scrittura prende il nome di **scrittura polinomiale**. Dobbiamo precisare che nella scrittura polinomiale di un numero è indifferente considerare come primo addendo la cifra più a destra o quella delle unità.

Esempi

1 Scriviamo in forma polinomiale il numero 5 414.
La scrittura polinomiale è $4 \cdot 1 + 1 \cdot 10 + 4 \cdot 100 + 5 \cdot 1\,000$.

2 Scriviamo in forma polinomiale il numero 37 865 e verifichiamo l'esattezza della scrittura svolgendo le operazioni.
La scrittura polinomiale è $5 \cdot 1 + 6 \cdot 10 + 8 \cdot 100 + 7 \cdot 1\,000 + 3 \cdot 10000$.
Mettendo in colonna gli addendi otteniamo il calcolo scritto a lato.

$$\begin{array}{r} 5\ + \\ 60\ + \\ 800\ + \\ 7000\ + \\ 30000\ = \\ \hline 37865 \end{array}$$

?! Verifica

① Qual è l'unità del primo e del terzo ordine dei seguenti numeri?
a. 678 $\Longrightarrow$ primo ordine = ...; terzo ordine = ...
b. 8906 $\Longrightarrow$ primo ordine = ...; terzo ordine = ...
c. 90053 $\Longrightarrow$ primo ordine = ...; terzo ordine = ...

② Il nostro sistema di numerazione è detto:
a. decimale perché ....; **b.** posizionale perché ....

③ Definisci il valore relativo delle cifre dei seguenti numeri:
a. 732; **b.** 3 459; **c.** 12 560; **d.** 123 980; **e.** 232 074.

④ Scrivi i seguenti numeri in base alle cifre relative indicate:
a. 5 decine e 9 unità = ...; **b.** 8 centinaia, 3 decine e 2 unità = ...;
c. 9 centinaia, 0 decine e 0 unità = ...; **d.** 6 migliaia, 0 centinaia e 4 unità = ...;
e. 3 decine di migliaia, 8 migliaia e 9 unità = ...; **f.** 5 centinaia di migliaia e 3 centinaia = ...

Trasforma i seguenti numeri scritti in forma polinomiale nei corrispondenti numeri naturali.

⑤ **a.** $1 \cdot 100000 + 2 \cdot 100 =$ ....; **b.** $2 \cdot 1000000 + 9 \cdot 1000 + 2 \cdot 10 + 5 =$ ....
⑥ **a.** $2 \cdot 1000000 + 4 \cdot 100000 =$ ....; **b.** $5 \cdot 100000000 + 9 \cdot 10 =$ ....
⑦ **a.** $5 \cdot 1000000 + 2 \cdot 1 =$ ....; **b.** $9 \cdot 100000 + 4 \cdot 1000 + 3 \cdot 10 =$ ....

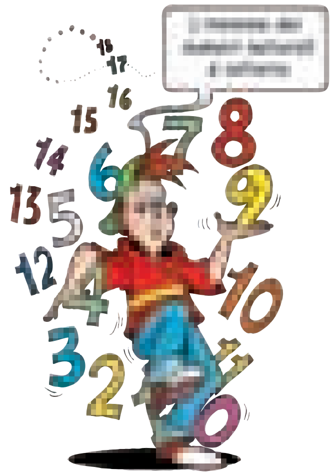
2 L'insieme dei numeri naturali

esercizi pag. 161

Consideriamo la successione dei numeri che abbiamo costruito nel precedente paragrafo:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, ...

La sua caratteristica è di essere infinita poiché non è mai possibile raggiungere un ultimo numero. Se infatti pensiamo ad un numero molto grande è sempre possibile trovare il numero seguente aggiungendo 1 al numero stesso. Possiamo dire che abbiamo costruito l'insieme infinito dei **numeri naturali** generalmente indicato con la lettera ***N***.
Per come è stato costruito possiamo anche dire che:



Definizione. Dato un numero naturale il numero che si ottiene aggiungendo 1 si chiama **consecutivo** o **successivo**.

Definizione. Ogni numero naturale (escluso lo zero) ha sempre un numero naturale che lo precede. Tale numero prende il nome di **antecedente** o **precedente**.

2.1 Il confronto di numeri naturali

Consideriamo due numeri naturali, per esempio 23 e 347; come è facile capire, i due numeri esprimono quantità diverse cioè:

$23 \neq 347$ e si legge: «23 è diverso da 347».

Se vogliamo essere ancora più precisi, occorre stabilire quale dei due numeri è maggiore (o minore) dell'altro. Per poterlo determinare basta guardare quale dei due numeri possiede una cifra più significativa:

- il numero 23 ha la cifra più significativa nel posto delle decine
- il numero 347 ha la cifra più significativa nel posto delle centinaia

Possiamo quindi concludere che 23 è minore di 347 e scrivere $23 < 347$ oppure, allo stesso modo, possiamo dire che 347 è maggiore di 23 e scrivere $347 > 23$.

Per confrontare due numeri con lo stesso numero di cifre (stesso ordine) dobbiamo considerare la prima cifra significativa diversa. Ad esempio, i due numeri 1525 e 1531 sono dello stesso ordine e presentano le prime due cifre significative uguali. Confrontando la cifra delle decine, poiché $2 < 3$, possiamo dire che $1\,525 < 1\,531$ (oppure $1\,531 > 1\,525$).
In base a questo principio possiamo disporre i numeri naturali ordinatamente, partendo dal più piccolo (**ordine crescente**) oppure partendo dal più grande (**ordine decrescente**).
Ad esempio, la successione:

- 5 7 13 19 28 37 è disposta in ORDINE CRESCENTE
- 45 37 29 18 8 2 è disposta in ORDINE DECRESCENTE

Per quanto detto possiamo enunciare la seguente:

Proprietà. L'insieme dei numeri naturali è un insieme infinito e ordinato.

Il linguaggio della matematica

In un qualsiasi numero la cifra più significativa è sempre la prima da sinistra che sia diversa da zero.

Il linguaggio della matematica

I principali simboli della matematica
$<$ minore
$>$ maggiore

Oltre ai simboli $<$ e $>$, esistono anche $\leq$ e $\geq$, che significano «minore o uguale» e «maggiore o uguale».

Se scriviamo $n < 5$
avremo $n \to 4, 3, 2, 1, 0$

Se scriviamo $m \geq 7$
avremo $m \to 7, 8, 9, 10, ...$

Per indicare che un numero a è compreso fra altri due numeri si utilizza la scrittura

$... < a < ...$

così, ad esempio, possiamo dire che

$5 < 7 < 10$

e leggere «7 è compreso fra 5 e 10».

2.2 La rappresentazione grafica dei numeri naturali

L'insieme dei numeri naturali può essere rappresentato graficamente nel seguente modo.

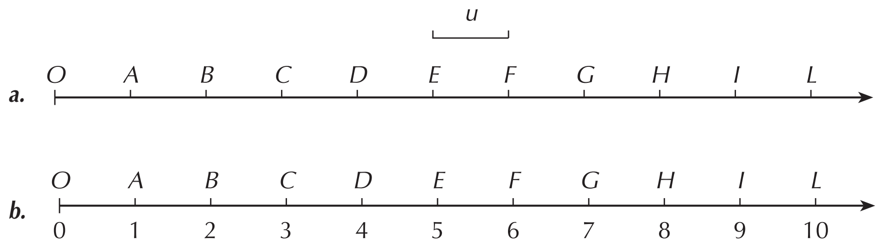
1. Consideriamo una semiretta di origine O.
2. Stabiliamo come unità di misura un segmento u, scelto a piacere, e riportiamo sulla semiretta, a partire da O, tanti segmenti che per convenzione hanno un verso di percorrenza da sinistra verso destra, OA, AB, BC, CD ... tutti con la stessa lunghezza di u (***figura 2a*** di pagina seguente).

3. Facciamo corrispondere al punto O il numero 0, al punto A il numero 1, al punto B il numero 2 e così via per tutti i punti (***figura 2b***).

Il linguaggio della matematica

Immagine: in matematica è qualcosa a cui corrisponde direttamente qualcos'altro. Ad esempio il punto di una retta o di una semiretta a cui corrisponde un numero.

Figura 2



I punti O, A, B, C, D, ... sono denominati **immagini**, rispettivamente, dei numeri 0, 1, 2, 3, 4, ...
La rappresentazione dei numeri naturali ci permette di definire la seguente:

Proprietà. Ogni numero naturale è minore di tutti i numeri naturali che lo seguono ed è maggiore di tutti i numeri naturali che lo precedono.

?! Verifica

① Completa il seguente esercizio inserendo in modo opportuno i simboli > (maggiore) o < (minore):

a. 6 ..... 9; **b.** 56 ..... 6; **c.** 234 ..... 230;
d. 456 ..... 654; **e.** 789 ..... 900; **f.** 2 345 ..... 3 254;
g. 23 455 ..... 55 432; **h.** 89 999 ..... 90 000; **i.** 8 671 ..... 7 681.

② Scrivi due numeri naturali compresi tra le seguenti coppie di numeri:

a. 10 < ...... < ...... < 20; **b.** 6 < ...... < ...... < 18;
c. 11 < ...... < ...... < 17; **d.** 10 < ...... < ...... < 100.

③ Indica quale delle seguenti affermazioni è sbagliata:

a. ogni numero naturale è maggiore di tutti i numeri naturali che lo seguono;
b. ogni numero naturale è maggiore di tutti i numeri naturali che lo precedono;
c. ogni numero naturale è minore di tutti i numeri naturali che lo seguono.

3 I numeri decimali

esercizi pag. 164

Nei precedenti paragrafi abbiamo studiato i numeri naturali e abbiamo visto come si costruiscono a partire dall'unità.
Consideriamo ora una unità del primo ordine e dividiamola in 10 parti uguali. Abbiamo ottenuto i **decimi**. Analogamente se dividiamo questi ultimi in ulteriori dieci parti otteniamo i **centesimi**. Continuando con lo stesso procedimento otteniamo i **millesimi**, i **decimillesimi**... Pertanto:

Definizione. Un decimo (0,1), un centesimo (0,01), un millesimo (0,001), ecc. vengono definiti **unità decimali**, rispettivamente di primo, secondo, terzo ordine, ecc.

In un numero decimale dobbiamo distinguere subito la **parte intera** e la **parte decimale**. Per rendere più facile la scrittura di un numero decimale, le unità decimali si scrivono alla destra della parte intera separate da questa mediante una virgola. Ad esempio, nel numero decimale 23,54 si ha che:

23 è la parte intera 54 è la parte decimale

Il valore relativo delle cifre del numero 23,54 è il seguente:

2	3	,	5	4
due decine	tre unità		cinque decimi	quattro centesimi

Un numero decimale si legge partendo dalla parte intera cui fa seguito la parte decimale che prende il nome dall'unità decimale dell'ultima cifra:

ventitre e **cinquantaquattro centesimi**.

Per come sono stati costruiti i numeri decimali possiamo dare la seguente:

Regola. Il valore di un numero decimale rimane invariato se alla destra della sua ultima cifra decimale si aggiunge un numero qualsiasi di zeri.

Ad esempio: 32,41 = 32,410 = 32,4100 = 32,41000 = ...

L'osservazione precedente ci porta a dire che:

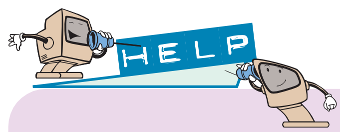
Regola. Possiamo pareggiare il numero di cifre decimali di due numeri decimali inserendo, dopo l'ultima cifra decimale, degli zeri.

Ad esempio: 45,871 12,3 0,67
↓ ↓ ↓
45,871 12,300 0,670

Regola. Un numero naturale può essere considerato come un numero decimale con una parte decimale formata da zeri.

Ad esempio: 76 = 76,0 = 76,00 = 76,000 = ...

Queste considerazioni si rivelano particolarmente utili quando occorre eseguire operazioni in colonna.

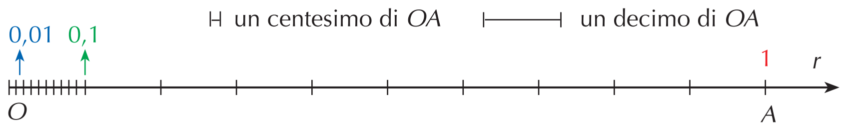


Ogni numero naturale è anche un numero decimale (con la parte decimale uguale a zero) mentre un numero decimale non è, in generale, un numero naturale.

3.1 La rappresentazione grafica dei numeri decimali

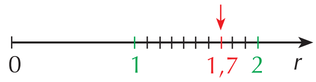
Così come abbiamo fatto per i numeri naturali è possibile rappresentare su una semiretta orientata anche i numeri decimali. Consideriamo il segmento unitario *OA* della semiretta *r* e dividiamolo in 10 parti uguali (per facilitare la comprensione nella ***figura 3*** abbiamo considerato il segmento unitario *OA* lungo 10 cm). Continuando a dividere lo stesso segmento unitario in cento, mille, ... parti uguali, ciascuna parte risulta rispettivamente un centesimo, un millesimo ..... del segmento *OA*.

Figura 3



Così, se vogliamo rappresentare il numero decimale 1,7 sulla semiretta orientata, dobbiamo inizialmente suddividere il numero nella sua parte intera (1) e nella sua parte decimale (7). Per stabilire il punto immagine di 1,7 dobbiamo spostarci sulla semiretta di 1 (corrisponde a rappresentare la parte intera) e procedere verso destra di ulteriori 7 decimi che otteniamo dividendo l'unità successiva in 10 parti (***figura 4***).

Figura 4



3.2 Il confronto di numeri decimali

Anche per i numeri decimali è possibile stabilire se un numero è uguale, più grande o più piccolo di un altro numero in due modi diversi.

Uso delle cifre significative

Un primo modo per confrontare due numeri decimali è quello di fare ricorso alle rispettive cifre significative; si possono presentare tre casi:

- i due numeri decimali hanno sia la parte intera sia la parte decimale uguale; i due numeri sono pertanto uguali:

  23 (parte intera) , 56 (parte decimale) = 23 (parte intera) , 56 (parte decimale)

- i due numeri decimali hanno la parte intera uguale; in questo caso è maggiore il numero che nella parte decimale presenta, a partire da sinistra verso destra, la prima cifra maggiore di quella corrispondente allo stesso ordine dell'altro numero, ad esempio:

  a. 53,45 → prima cifra decimale 4; 53,363 → prima cifra decimale 3; $4 > 3$ quindi $53,45 > 53,363$

  b. 0,56 → seconda cifra decimale 6; 0,532 → seconda cifra decimale 3; $6 > 3$ quindi $0,56 > 0,532$

  In base alle regole descritte all'inizio di questo paragrafo, possiamo effettuare il confronto fra due numeri decimali anche con l'aggiunta di zeri. Se, ad esempio ci chiediamo se 7,54 è maggiore o minore di 7,5, basta considerare il secondo numero con un numero uguale di cifre decimali. Il confronto allora è tra il numero 7,54 e 7,50 e possiamo dire che $7,54 > 7,50$ (perché $4 > 0$).

- i due numeri decimali hanno diverse sia la parte intera sia la parte decimale; in questo caso è maggiore il numero che ha la parte intera maggiore, ad esempio:

  5,161 → parte intera 5; 2,306 → parte intera 2; $5 > 2$ quindi $5,161 > 2,306$

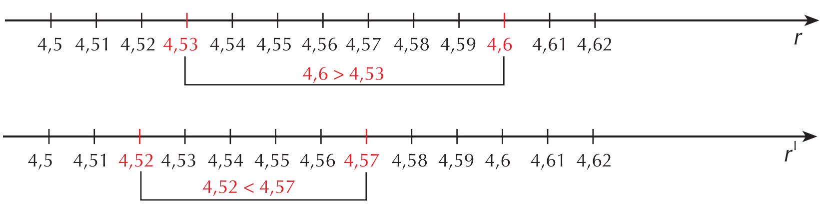
È un grave errore considerare maggiore il numero che ha più cifre decimali.
Nel confronto tra 53,45 e 53,363 le due parti decimali sono 45 e 363 e potremmo confonderci attribuendo una quantità maggiore al numero 53,363.
Dobbiamo confrontare fra loro la prima cifra significativa (in questo caso quella dei decimi) e non ci interessano le altre cifre degli ordini decimali inferiori.
Pertanto **è un grave errore scrivere 53,45 < 53,363**.

Uso della semiretta orientata

Per confrontare i numeri decimali 4,6 con 4,53 e 4,52 con 4,57, consideriamo le semirette orientate della ***figura 5*** e, dopo aver scelto l'unità di misura, rappresentiamo i numeri sulle semirette.

- Il numero 4,6 è maggiore di 4,53 perché si trova alla sua destra.
- Il numero 4,52 è minore di 4,57 perché si trova alla sua sinistra.

Figura 5



3.3 La scrittura polinomiale dei numeri decimali

Anche i numeri decimali possono essere scritti in forma polinomiale; ad esempio il numero 27,459 si scrive:

$$27{,}459 = 9 \cdot 0{,}001 + 5 \cdot 0{,}01 + 4 \cdot 0{,}1 + 7 \cdot 1 + 2 \cdot 10$$

2 7, 4 5 9

cifra dei millesimi	→	significa $9 \cdot 0{,}001$	0,009 +
cifra dei centesimi	→	significa $5 \cdot 0{,}01$	0,05 +
cifra dei decimi	→	significa $4 \cdot 0{,}1$	0,4 +
cifra delle unità	→	significa $7 \cdot 1$	7 +
cifra delle decine	→	significa $2 \cdot 10$	20 =
			27,459

?! Verifica

① Completa le seguenti affermazioni relative alla lettura di un numero decimale:
a. nel numero 53,4 → 4 è la parte .... e 53 è la parte .... e si legge cinquantatre e quattro ....;
b. nel numero 78,215 → 78 è la parte .... e 215 è la parte .... e si legge settantotto e ....;
c. nel numero 102,48 → 48 è la parte .... e 102 è la parte .... e si legge ....;
d. nel numero 1,5433 → 1 è la parte .... e 5433 è la parte .... e si legge ....

② Nei seguenti numeri decimali sottolinea, con un tratto di matita:
a. i decimi: 12,54; 1,09; 0,982;
b. i centesimi: 5,87; 129,457; 0,001;
c. i millesimi: 0,09754; 231,7865; 1,6541;
d. i decimillesimi: 7,893421; 12,63032; 0,000305.

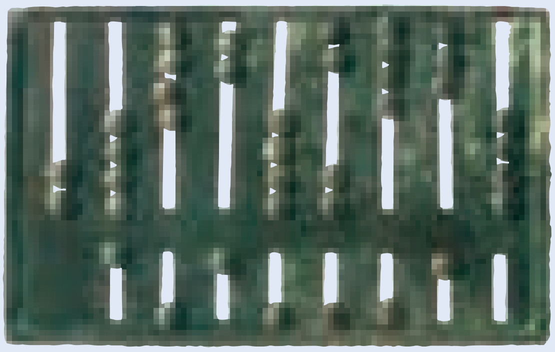
③ Mediante l'uso delle cifre significative completa il seguente esercizio inserendo nel modo opportuno i simboli > (maggiore), < (minore) o = (uguale):
a. 12,3 ..... 12,2; 129,34 ..... 129,340; 6,987 ..... 6,789;
b. 0,6 ..... 1,1; 0,09 ..... 0,1; 6,70 ..... 6,7;
c. 1,065 ..... 2,008; 0,008 ..... 0,012; 1,002 ..... 1,00200.

④ Scrivi in forma polinomiale i seguenti numeri decimali:
a. 5,4 = ...
b. 12,56 = ...
c. 615,323 = ...

MATEMATICA E STORIA
Antichi sistemi di numerazione

Tutti i giorni utilizziamo numeri e svolgiamo operazioni senza immaginare la fatica con cui l'umanità ha raggiunto tali risultati. Il nostro sistema di numerazione ci sembra così scontato che è quasi impossibile renderci conto della sua importanza.
Senza dubbio il concetto nuovo del nostro sistema di numerazione è il valore posizionale delle cifre importato dagli arabi e entrato nella cultura europea grazie agli scritti di Leonardo da Pisa detto **Fibonacci** (nato a Pisa

nel 1170 circa e morto dopo il 1240). Ma prima del Medioevo quali erano e che caratteristiche possedevano i vari sistemi di numerazione? Al di là dei simboli utilizzati dai vari popoli la caratteristica più evidente consisteva nel fatto che i vari sistemi erano **additivi** perché i numeri si rappresentavano sommando (o sottraendo) tra loro i diversi simboli.



Abaco utilizzato nella Grecia del primo secolo a.C.

Babilonesi (III Millennio a.C.)

Esperti misuratori in campo astronomico e conoscitori della periodicità del tempo (possedevano un calendario molto preciso) hanno elaborato un sistema utilizzando solo due simboli:

un cuneo 𒁹 (per indicare le unità)

una punta di freccia 𒌋 (per indicare le decine)

Con tali simboli si creano i numeri addizionando tante punte di freccia quante sono le decine e tanti cunei quante sono le unità. L'unica regola è che il simbolo 𒁹 si ripete al massimo 9 volte mentre il simbolo 𒌋 solo 5.

Così, se vogliamo scrivere in babilonese:

- il numero 15 otteniamo 𒌋𒁹𒁹𒁹𒁹𒁹
- il numero 48 otteniamo 𒌋𒌋𒌋𒌋𒁹𒁹𒁹𒁹𒁹𒁹𒁹𒁹

Tavoletta Babilonese in cui sono registrate le misurazioni di alcuni terreni.

Dopo il numero 59 il sistema di numerazione, che era solamente **additivo**, prendeva una notazione **posizionale**: si introduce uno spazio per indicare il raggiungimento del 60. Così per indicare il 65 dobbiamo vederlo scomposto in

$65 = 60 + 5$ e scrivere 𒁹 𒁹𒁹𒁹𒁹𒁹

Il primo cuneo, distaccato dagli altri, indica un gruppo da 60, i cinque cunei seguenti indicano le unità.

Il numero 135 allora diventa composto da: $135 = 60 + 60 + 15$ e si scrive 𒁹𒁹 𒌋𒁹𒁹𒁹𒁹𒁹

Il numero 602 allora diventa composto da: $602 = 10 \cdot 60 + 2$ e si scrive 𒌋 𒁹𒁹

Con il sistema di spaziatura si riesce a scrivere il numero 3 599 (59 gruppi da 60 + 59 unità), poi si introduceva un nuovo spazio per rappresentare il gruppo di $60 \cdot 60 = 3600$.
Se ti eserciti con il sistema di numerazione babilonese e provi, anche solo per gioco, a svolgere l'operazione $48 + 26$ ti accorgi della complessità di tale sistema.

Egiziani

Un sistema di numerazione più recente (solo 4000 anni fa) elimina il problema della posizione ricorrendo ad un maggior numero di simboli. La civiltà Egiziana sviluppa un sistema di numerazione di tipo **additivo**. I simboli utilizzati erano:

𓏺 = 1 𓎆 = 10 𓍢 = 100 𓆼 = 1 000

𓂭 = 10 000 𓆐 = 100 000 𓁨 = 1 000 000

Il numero 125 563 si ottiene semplicemente addizionando tanti simboli del corrispondente ordine di grandezza e si scrive 𓆐𓂭𓂭𓆼𓆼𓆼𓆼𓆼𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓏺𓏺𓏺

Stele egizia in pietra del 1450 a.C. su cui sono incise delle misure che vanno interpretate come da schema a lato.

Romani

Nella numerazione romana i numeri da 1 a 10 si scrivono nel seguente modo:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X

La rappresentazione dei numeri fino a tre è comprensibile. Proseguendo vediamo che l'uno (I) messo a sinistra del cinque (V) si sottrae e messo a destra si aggiunge per cui il numero romano IV corrisponde a 4, mentre VI corrisponde a 6. Se a destra del cinque (V) mettiamo due volte uno (II) o tre volte uno (III), otteniamo 7 e 8. Il dieci si scrive X; anche in questo caso l'uno (I) messo a sinistra del dieci si sottrae e dà nove. Gli altri simboli o cifre del sistema di numerazione romano sono:

L = 50; C = 100; D = 500; M = 1000

Occorre però ricordare che per formare tutti i numeri i romani usavano anche altre regole particolari:

- le cifre I, X, C, M si possono ripetere al massimo tre volte. Come già detto, il numero 4 si scrive IV, e non IIII come appare erroneamente scritto in alcuni orologi;
- le cifre V, L, D non si possono mai ripetere. Ad esempio, il numero 150 si scrive CL e non LLL;
- abbiamo detto che una cifra posizionata a sinistra di un'altra di valore superiore si sottrae al valore di quest'ultima. Bisogna però tenere presente due casi particolari:
  - la cifra da sottrarre non può essere del tipo V, L, D per cui, ad esempio, 45 = XLV e non VL;
  - nella scrittura di sottrazione non si possono compiere salti per cui, ad esempio, 990 = CMXC e non XM;
- il trattino sopra la cifra indica che la cifra va moltiplicata per mille, cioè:

  $\overline{\mathrm{C}}\mathrm{MC} = 100 \cdot 1\,000 + 1\,000 + 100 = 101\,100$

Utilizzando il sistema di numerazione romano si possono scrivere tutti i numeri mediante una successione di addizioni; per tale motivo il sistema di numerazione romano è **additivo**.
Trasformiamo, ad esempio, i numeri 104 e 98 nel sistema di numerazione romano:

$$104 = \underset{\mathrm{C}}{\underset{\downarrow}{100}} + \underset{\mathrm{IV}}{\underset{\downarrow}{4}} \Rightarrow \mathrm{CIV} \qquad 98 = \underset{\mathrm{XC}}{\underset{\downarrow}{90}} + \underset{\mathrm{VIII}}{\underset{\downarrow}{8}} \Rightarrow \mathrm{XCVIII} \quad \text{(e non IIC)}$$

?! Verifica

① Scrivi nel sistema di numerazione romano i seguenti numeri naturali:

a. 39 = ...; **b.** 125 = ...; **c.** 888 = ...

② Scrivi nel sistema di numerazione decimale i seguenti numeri romani:

a. XVII = ...; **b.** LXVII = ...; **c.** MCMXII = ...

Le operazioni con i numeri

Perché studiare le operazioni con i numeri

Si narra che il professor Buttner, insegnante in una prestigiosa scuola in Germania e noto per il suo carattere perfido, un giorno, per punire la classe, che durante la lezione era poco attenta e più rumorosa del solito, inventò un nuovo castigo. Propose così un problema non difficile ma sicuramente impegnativo: "Calcolate la somma dei primi cento numeri interi". Gli alunni dovevano quindi determinare:

$$1 + 2 + 3 + 4 + ... + 98 + 99 + 100$$

Non aveva ancora finito di parlare che uno studente con voce titubante disse: "Il risultato è 5050"; il suo nome era Carl Gauss. Improvvisamente regnò il silenzio e tutti rimasero a bocca aperta: nessuno avrebbe pensato che quello che consideravano un pivello avrebbe potuto risolvere il problema in così poco tempo.
"Come hai fatto a trovare la soluzione così in fretta?" chiese il professor Buttner. "Facile" rispose Gauss, "basta osservare che

$1 + 100 = 101$ $\quad$ $2 + 99 = 101$ $\quad$ $3 + 98 = 101$

...

$98 + 3 = 101$ $\quad$ $99 + 2 = 101$ $\quad$ $100 + 1 = 101$

Capitolo 3

Prerequisiti

- ✗ Conoscere le caratteristiche del sistema di numerazione decimale

Obiettivi

CONOSCENZE

- ✗ Il concetto e le proprietà delle quattro operazioni fondamentali
- ✗ L'ordine delle operazioni da svolgere in un'espressione numerica

ABILITÀ

- ✗ Eseguire il calcolo delle quattro operazioni fondamentali
- ✗ Applicare le proprietà delle operazioni
- ✗ Risolvere un'espressione numerica

Ogni coppia della successione ha sempre somma 101 e siccome ci sono 100 coppie la somma complessiva è $101 \times 100 = 10100$. Dovendo evitare di contare due volte lo stesso numero basta considerare 50 coppie cioè basta dividere il valore 10100 per 2".
Il professor Buttner incassò il colpo ma dovette riconoscere il talento del ragazzo. Poiché Gauss proveniva da una famiglia modesta, fu proprio il suo professore a raccomandarlo così da permettergli di proseguire gli studi.
Nel 1799 Carl Gauss riuscì a laurearsi in Matematica discutendo una tesi che conteneva molti dei concetti che lo avrebbero reso famoso in tutto il mondo e che avrai modo di studiare nei tuoi prossimi anni di studio.
Carl Gauss morì il 23 febbraio 1855 a Gottinga.

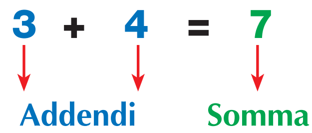
Prima della moneta unica europea (Euro) la banconota di 10 Marchi portava l'effige e alcuni dei concetti matematici che hanno reso famoso Gauss.

1 L'addizione

esercizi pag. 183

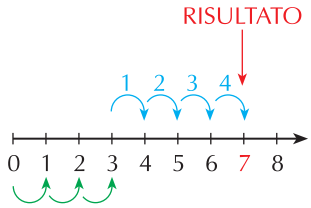
Durante un incontro di calcio una delle due squadre segna 3 goal e l'altra 4. Quanti goal hanno segnato in tutto le due squadre? Per ottenere questo risultato abbiamo contato tante unità quante sono quelle del primo numero e, dopo queste, abbiamo contato tante unità quante quelle del secondo. Pertanto:

Definizione. L'**addizione** è l'operazione che fa corrispondere a due numeri un terzo numero, ottenuto contando di seguito al primo tante unità quante ne indica il secondo.



Si può facilmente capire che l'addizione di due o più numeri naturali dà origine ancora ad un numero naturale; per questo si dice che l'addizione è un'**operazione interna** ad N. I numeri 3 e 4 del nostro esempio si dicono **addendi** dell'addizione, il numero 7, risultato dell'operazione, si dice **somma**.
Possiamo rappresentare graficamente l'operazione su una semiretta orientata (***figura 1***). In pratica, partendo dallo 0, ci siamo mossi verso destra di 3 unità quindi, da questa posizione, ci siamo spostati sempre verso destra di tante unità quante ne indica il secondo addendo.

Figura 1



Consideriamo ora i seguenti esempi: $21 + 0 = 21$ e $0 + 21 = 21$.

Definizione. In un'addizione, se uno dei due addendi è zero la somma è uguale all'altro addendo. Per questo lo zero è detto **elemento neutro** dell'addizione.

Il linguaggio della matematica

L'*elemento neutro* non influenza il risultato di un'operazione.

1.1 L'addizione in colonna

Quando gli addendi sono molti conviene effettuare l'addizione col metodo dell'operazione in colonna. Si incolonnano in verticale gli addendi, da destra verso sinistra, si sommano separatamente i numeri dello stesso ordine partendo dalla cifra più a destra stando attenti, se il risultato parziale della colonna supera il numero 9, a trasportare il "riporto" nella colonna dell'ordine successivo. Eseguiamo, ad esempio, la seguente addizione con i **numeri naturali** in colonna:

$$3457 + 312 + 7 + 8608$$

Avremo dunque:

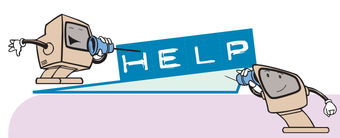
$$\begin{array}{ccccccc} & k & h & da & u & \\ & 3 & 4 & 5 & 7 & + \\ & & 3 & 1 & 2 & + \\ & & & & 7 & + \\ & 8 & 6 & 0 & 8 & = \\ \hline 1 & 2 & 3 & 8 & 4 & \end{array}$$

Analogamente a quanto avviene con i numeri naturali, per eseguire la somma di più **numeri decimali** è necessario incolonnare i numeri in modo che le cifre dello stesso ordine, intere e decimali, si trovino allineate verticalmente. Per ottenere ciò basta pareggiare le cifre decimali (aggiungendo opportunamente degli zeri) e scrivere i numeri in modo che le virgole appaiano allineate lungo una stessa verticale. Si esegue poi la somma degli addendi nelle singole colonne con gli eventuali riporti e si pone nel risultato finale la virgola lungo la verticale delle virgole. Eseguiamo, ad esempio, la seguente addizione:

$$0{,}32 + 8{,}565 + 21$$

Scriviamo gli addendi in colonna ed eseguiamo:

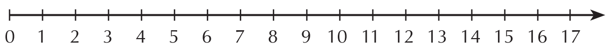
$$\begin{array}{ccccccc} & 0 & , & 3 & 2 & \mathbf{0} & + \\ & 8 & , & 5 & 6 & 5 & + \\ 2 & 1 & , & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & = \\ \hline 2 & 9 & , & 8 & 8 & 5 & \end{array}$$



Gli zeri in grassetto sono stati aggiunti per pareggiare le cifre decimali.

?! Verifica

① Utilizzando la semiretta orientata, calcola il risultato delle seguenti addizioni:



a. $2 + 3$; **b.** $7 + 5$; **c.** $6 + 9$;
d. $7 + 2$; **e.** $3 + 6$; **f.** $4 + 8$.

② Esegui mentalmente le seguenti addizioni:
a. $6 + 12 =$ ....; **b.** $13 + 12 =$ ....; **c.** $16 + 21 =$ ....;
d. $31 + 15 =$ ....; **e.** $17 + 34 =$ ....; **f.** $27 + 23 =$ ....

③ Esegui le seguenti addizioni in colonna:
a. $25 + 618 + 4$; **b.** $3{,}21 + 57 + 715{,}3$; **c.** $2{,}58 + 5 + 15{,}318$.

2 Le proprietà dell'addizione

esercizi pag. 187

I Proprietà

Consideriamo la seguente addizione:

6	+	3	=	9
1° addendo		2° addendo		somma

Cambiamo ora l'ordine degli addendi:

3	+	6	=	9
1° addendo		2° addendo		somma

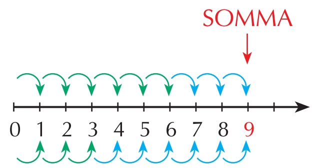
Come possiamo notare anche dalla rappresentazione grafica in ***figura 2*** la somma non cambia. Enunciamo quindi la:

Proprietà. Commutativa dell'addizione: la somma di due o più addendi non cambia se si cambia in un qualsiasi modo il loro ordine.

Il linguaggio della matematica

Commutativa: termine che significa "scambiare".

Figura 2



Esempi

1 $5 + 2 = 7$; $2 + 5 = 7$ quindi $5 + 2 = 2 + 5$.

2 $19 + 8 + 1 = 28$; $19 + 1 + 8 = 28$ quindi $19 + 8 + 1 = 19 + 1 + 8$.

II Proprietà

Consideriamo la seguente addizione con più di due addendi:

$$9 + 2 + 3$$

Possiamo eseguire questa operazione in diversi modi:

$$9 + 2 + 3 \qquad\qquad 9 + 2 + 3$$
$$11 + 3 = 14 \qquad\qquad 9 + 5 = 14$$

Come possiamo notare la somma non cambia. Enunciamo quindi la:

Proprietà. Associativa dell'addizione: la somma di più addendi non cambia se a due (o più) di essi sostituiamo la loro somma.

Il linguaggio della matematica

Associativa: termine che significa "unire, mettere insieme".

Esempi

1. $29 + 1 + 11 + 5 =$

   $30 \quad + \quad 16 = 46$

2. $29 + 4 + 11 + 5 =$

   $40 + 9 = 49$ (applicando anche la proprietà commutativa)

III Proprietà

Consideriamo la seguente addizione:

$$30 + \mathbf{38} + 12 = 80.$$

Sostituiamo ad un addendo, ad esempio a 38, una coppia di addendi, la cui somma sia ancora 38:

$$30 + (\mathbf{30} + \mathbf{8}) + 12 = 80.$$

Come possiamo notare, la somma non cambia. Nella scrittura precedente abbiamo utilizzato un nuovo simbolo matematico: la parentesi tonda. Tale simbolo verrà spiegato nel dettaglio quando affronteremo il calcolo con le espressioni. Per ora lo utilizziamo per racchiudere i due addendi che danno origine al numero. In base all'esempio proposto enunciamo la:

Il linguaggio della matematica

Dissociativa: termine che significa "separare".

Proprietà. Dissociativa dell'addizione: la somma di più addendi non cambia se ad uno di essi sostituiamo altri due (o più) addendi la cui somma dà quell'addendo.

Esempi

1. $6 + 3 + 2 = 11$

   $5 + 1 + 3 + 2 = 11$

2. $5 + 12 + 3 = 20$

   $5 + 4 + 8 + 3 = 20$

2.1 Il calcolo rapido

Le proprietà dell'addizione, opportunamente applicate, sono molto utili per effettuare mentalmente calcoli che richiederebbero tempi più lunghi.
Nei seguenti esempi, per ogni passaggio, indichiamo la proprietà che ci permette di facilitare il calcolo.

Esempi

1. $17 + 45 + 3 =$ (per la proprietà commutativa)
   $= 17 + 3 + 45 =$ (per la proprietà associativa)
   $= 20 + 45 =$
   $= 65$

2. $47 + 13 =$ (per la proprietà dissociativa)
   $= 40 + 7 + 13 =$ (per la proprietà associativa)
   $= 40 + 20 =$
   $= 60$

?! Verifica

Indica quale proprietà è stata applicata nelle seguenti addizioni.

① $16 + 25 + 5 + 30 = 16 + 30 + 30$
- commutativa ☐
- associativa ☐
- dissociativa ☐

② $12 + 2 + 3 = 12 + 3 + 2$
- commutativa ☐
- associativa ☐
- dissociativa ☐

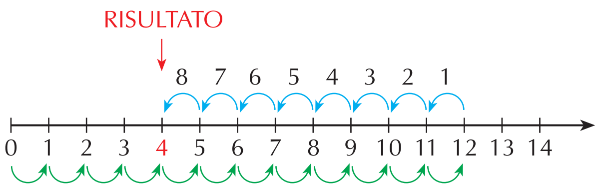
③ $48 + 19 + 21 = 40 + 8 + 10 + 9 + 21$
- commutativa ☐
- associativa ☐
- dissociativa ☐

3 La sottrazione

esercizi pag. 190

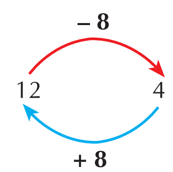
Supponiamo di voler eseguire la sottrazione fra i numeri 12 e 8. A tale scopo utilizziamo la semiretta dei numeri. Dobbiamo partire da zero e spostarci verso destra di 12 unità (archi in verde). A questo punto dovremo spostarci verso sinistra (verso lo zero) di tante unità quante quelle del secondo numero (archi in azzurro): in questo modo otteniamo il punto immagine del numero 4 (***figura 3***).

Figura 3



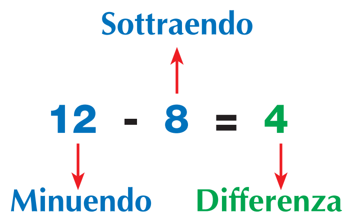
Possiamo concludere che il risultato della sottrazione è il numero 4. Osserviamo ora che quest'ultimo aggiunto al numero 8 dà come risultato il numero 12. In simboli:

$$12 - 8 = 4 \qquad \text{perché} \qquad 4 + 8 = 12$$



Pertanto:

Definizione. La **sottrazione** è l'operazione che fa corrispondere a due numeri un terzo numero, che addizionato al secondo dà per risultato il primo.



I numeri 12 e 8 si dicono rispettivamente **minuendo** e **sottraendo**; il numero 4, risultato dell'operazione, si dice **differenza** o **resto**.
Per quanto detto è anche evidente che **la sottrazione è l'operazione inversa dell'addizione**.
Dobbiamo però osservare che non è possibile svolgere l'operazione della sottrazione con qualsiasi coppia di numeri naturali. Ad esempio, non possiamo calcolare la differenza $5 - 7$ perché nessun numero naturale, addizionato a 7, dà come risultato 5. Per tale ragione si è soliti dire che **la sottrazione non è un'operazione interna ad *N***.
Nell'approfondimento di questo paragrafo scopriremo che è possibile eseguire l'operazione $5 - 7$ ma tale operazione comporta l'introduzione dei **numeri negativi** che appartengono all'insieme dei **numeri relativi**.

3.1 La sottrazione in colonna

Come per l'addizione, è opportuno eseguire le sottrazioni di una certa complessità mediante il metodo dell'operazione in colonna.
Anche in questo caso bisogna incolonnare una sotto l'altra le unità dello stesso ordine (sia intere che decimali) e iniziare a sottrarre le cifre a partire da quelle più a destra. Negli esempi seguenti abbiamo indicato con un corpo più piccolo i numeri del riporto mentre gli zeri in grassetto sono stati aggiunti per pareggiare le cifre decimali.

Esempi

1. Eseguiamo in colonna le seguenti sottrazioni: **a.** 7459 – 789; **b.** 18,3 – 2,251.

$$\begin{array}{cccc} \overset{6}{\cancel{7}} & {}_1\overset{3}{\cancel{4}} & {}_1 5 & 9 \; - \\ & 7 & 8 & 9 \; = \\ \hline 6 & 6 & 7 & 0 \end{array} \qquad \begin{array}{cccccc} 1 & 8, & \overset{2}{\cancel{3}} & {}_1\overset{9}{\cancel{\mathbf{0}}} & {}_1\mathbf{0} \; - \\ & 2, & 2 & 5 & 1 \; = \\ \hline 1 & 6, & 0 & 4 & 9 \end{array}$$

Verifica

① Completa, quando è possibile, le seguenti uguaglianze:

a. 21 – 12 = 9	è possibile	perché	9 + 12 = 21.
b. 36 – 10 = ...	....	perché	....
c. 28 – 32 = ...	....	perché	....
d. 19 – 19 = ...	....	perché	....
e. 27 – 28 = ...	....	perché	....
f. 100 – 64 = ...	....	perché	....

Inserisci al posto dei puntini i numeri opportuni.

② **a.** 12 – ...... = 2; **b.** ..... – 39 = 1; **c.** 91 – ...... = 0.

③ **a.** ...... – 20 = impossibile in N; **b.** 55 – ...... = 28; **c.** 18 – ...... = 15.

④ **a.** ...... – 8,2 = 4; **b.** 12,5 – ..... = 1; **c.** ..... – 6,1 = 0.

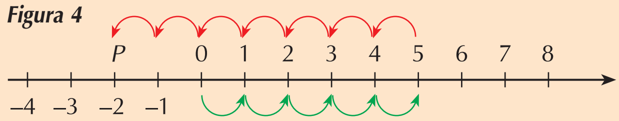
APPROFONDIMENTI

I numeri relativi

Nella vita quotidiana, guardando la televisione, leggendo un giornale ci capita spesso di incontrare alcuni numeri dotati di segno e che per tale ragione vengono detti **relativi**.
La temperatura registrata oggi a Mosca è di –5°C, quella di Palermo è +14°C; sul conto corrente dei tuoi genitori compare un movimento (in Euro) di –500 (un prelievo) ed un versamento di +1700.
L'esigenza pratica di svolgere sottrazioni anche quando il minuendo è minore del sottraendo ha portato ad estendere l'insieme dei numeri naturali. Riconsideriamo a tal proposito la sottrazione 5 – 7 e vediamo come si potrebbe eseguire tale operazione utilizzando la rappresentazione sulla retta orientata.

Dopo aver rappresentato il numero 5, spostandoci verso destra partendo da 0 (archi in verde nella ***figura 4***), dobbiamo sottrarre 7 unità. Per fare questo ci spostiamo verso sinistra di 7 unità (archi in rosso); raggiunto lo 0 però possiamo considerare il segmento unitario anche nella parte di retta che sta a sinistra così da raggiungere il punto *P* che dista 2 unità dallo 0 ed è situato a sinistra rispetto allo 0. Indichiamo tale punto con il numero 2 preceduto dal segno meno (−2): la presenza del segno − ci dice proprio che ci troviamo a sinistra dello zero. Con tale convenzione i numeri naturali vengono a coincidere con i numeri positivi e sarà indifferente scriverli con o senza il segno +. Il numero 0 divide in modo simmetrico i numeri positivi da quelli negativi e per tale ragione si scrive senza nessun segno.

Figura 4



È importante sottolineare il fatto che i segni + e − che precedono la scrittura di un numero e che distinguono i numeri positivi da quelli negativi, non vanno confusi con gli analoghi simboli delle operazioni di addizione e di sottrazione. Avremo modo di approfondire l'argomento dei numeri relativi il terzo anno; per ora limitiamo il nostro studio alla loro rappresentazione sulla retta orientata ed al loro confronto.

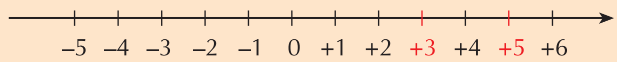
Il confronto fra numeri relativi

Con i numeri relativi diventa importante precisare cosa si intende per confronto fra numeri. Per capire meglio tali ragionamenti, oltre a rappresentare sulla retta orientata i numeri del confronto, può essere d'aiuto pensare ogni volta a situazioni pratiche (monete oppure temperature). Si possono presentare i seguenti casi.

I Caso — I due numeri sono entrambi positivi

Confrontiamo, ad esempio, i numeri +3 e +5. Rappresentiamo i numeri sulla retta orientata (***figura 5***). Vediamo che il numero +5 è posizionato più a destra rispetto al numero +3, pertanto possiamo concludere che $+5 > +3$ oppure $+3 < +5$ (nel paragone con le unità di moneta è più conveniente possedere € 5 rispetto a € 3).

Figura 5

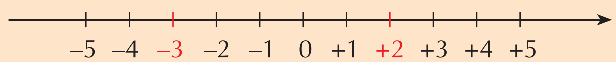


Regola. Fra due numeri relativi positivi è maggiore quello che, eliminando il segno, presenta il valore numerico maggiore.

II Caso — I due numeri sono di segno diverso

Confrontiamo, ad esempio, i numeri +2 e −3. Rappresentiamo i numeri sulla retta orientata (***figura 6***). Vediamo che il numero +2 è posizionato più a destra rispetto al numero −3, pertanto possiamo concludere che $+2 > -3$ oppure $-3 < +2$ (nel paragone con le unità di moneta è più conveniente possedere € 2 rispetto ad avere un debito di € 3). In questo caso dunque non conta tanto il valore numerico che si ottiene dal numero relativo eliminando il segno, bensì la posizione rispetto allo 0 ed un numero positivo è sempre posizionato più a destra di un qualunque numero negativo. Possiamo dunque concludere che:

Figura 6

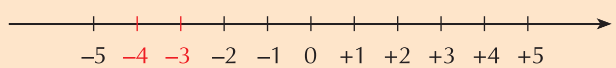


Regola. Fra due numeri relativi di segno opposto è maggiore quello dotato di segno positivo.

III Caso — I due numeri sono entrambi negativi

Confrontiamo, ad esempio, i numeri −4 e −3. Rappresentiamo i numeri sulla retta orientata (***figura 7***). Vediamo che il numero −3 è posizionato più a destra rispetto al numero −4, pertanto possiamo concludere che $-3 > -4$ oppure $-4 < -3$ (nel paragone con le monete è preferibile avere un debito di € 3 rispetto al debito di € 4). Possiamo dunque concludere che:

Figura 7



Regola. Fra due numeri relativi negativi è maggiore quello che, eliminando il segno, presenta il valore numerico minore.

4 La proprietà della sottrazione

esercizi pag. 195

Per spiegare la proprietà della sottrazione consideriamo il seguente esempio: due fratelli possiedono rispettivamente 20 e 15 pastelli, la differenza di pastelli posseduti dai due fratelli è 5:

$$20 - 15 = 5.$$

Se la loro mamma regala ad entrambi 4 pastelli, il primo avrà $(20 + 4)$ pastelli ed il secondo $(15 + 4)$ pastelli; la differenza tra il numero dei pastelli sarà però ancora 5:

$$(20 + 4) - (15 + 4) = 24 - 19 = 5.$$

Anche se togliamo ad entrambi i fratelli lo stesso numero di pastelli, ad esempio 3, la differenza sarà ancora 5:

$$(20 - 3) - (15 - 3) = 17 - 12 = 5.$$

Enunciamo quindi la:

> **Proprietà. Invariantiva della sottrazione:** la differenza di due numeri non cambia se a ciascuno di essi si addiziona o si sottrae, se ciò è possibile, uno stesso numero.

Anche la proprietà invariativa viene utilizzata per effettuare il calcolo a mente. Se infatti dobbiamo svolgere l'operazione $36 - 12$ è preferibile calcolare le operazioni:

$$34 - 10 \qquad \text{oppure} \qquad 40 - 16$$

ottenute dalla precedente rispettivamente sottraendo 2 e aggiungendo 4 ad entrambi i termini.

Il linguaggio della matematica

Invariantiva: termine che significa "non produce variazioni".

Prima di proseguire lo studio con le operazioni di moltiplicazione e divisione è possibile esercitarsi con addizioni e sottrazioni risolvendo le espressioni che trovi al paragrafo 9.

Esempi

1. $49 - 15 = 34$
   - → sottraiamo 5 a minuendo e sottraendo → $44 - 10 = 34$
   - → aggiungiamo 5 a minuendo e sottraendo → $54 - 20 = 34$
   - → aggiungiamo 1 a minuendo e sottraendo → $50 - 16 = 34$
   - → sottraiamo 9 a minuendo e sottraendo → $40 - 6 = 34$

?! Verifica

① Esegui le seguenti sottrazioni applicando la proprietà invariantiva:

a. $55 - 32 = (55 + ...) - (32 + ...) = ... - .... = ...;$

b. $29 - 14 = (29 + ...) - (14 + ...) = ... - .... = ...;$

c. $34 - 16 = (34 - .....) - (16 - .....) = ... - .... = ...;$

d. $63 - 16 = (63 - .....) - (16 - .....) = ... - .... = ...$

5 La moltiplicazione

esercizi pag. 196

Per introdurre il concetto di moltiplicazione consideriamo il seguente esempio: s'incontrano quattro signori ognuno dei quali ha sei capelli sulla testa. Quanti capelli hanno in tutto i quattro signori?

Per risolvere il problema dobbiamo eseguire la seguente addizione:

6 capelli + 6 capelli + 6 capelli + 6 capelli = 24 capelli

Possiamo semplificare la scrittura nella forma:

6 capelli · 4 signori = 24 capelli.

In pratica abbiamo trasformato un'addizione con addendi tutti uguali in una moltiplicazione.
Potremo quindi dire che:

Definizione. La **moltiplicazione** è l'operazione che fa corrispondere a due numeri un terzo numero, ottenuto eseguendo l'addizione di tanti addendi uguali al primo, quanti ne indica il secondo.

2° fattore

$6 \cdot 4 = 24$

1° fattore Prodotto

I numeri 6 e 4 del precedente esempio si dicono rispettivamente **moltiplicando** e **moltiplicatore**, oppure **1° e 2° fattore**; il risultato dell'operazione si dice **prodotto**.
Dobbiamo infine osservare che la moltiplicazione di due numeri naturali, potendosi trasformare in una somma ripetuta di numeri naturali dà sempre origine ad un numero naturale. La moltiplicazione è pertanto un'**operazione interna ad *N***.

Casi particolari

Consideriamo ora i prodotti: $22 \cdot 1 = 22$ e $1 \cdot 22 = 22$

Proprietà. In una moltiplicazione se uno dei due fattori è il numero 1 il prodotto è uguale all'altro fattore. Per questo il numero 1 è **l'elemento neutro** della moltiplicazione.

Il linguaggio della matematica

Per semplificare la scrittura delle moltiplicazioni si usa sostituire il simbolo di moltiplicazione $\times$ con un puntino $\cdot$. Scriveremo quindi:

$5 \cdot 7 = 35$

Consideriamo il prodotto $0 \cdot 5$. Dobbiamo sommare tanti addendi uguali al primo quanti ne indica il secondo:

$$\underbrace{0+0+0+0+0}_{\text{5 volte}} = 0 \qquad \text{quindi} \qquad 0 \cdot 5 = 0$$

In modo analogo possiamo anche dire che $5 \cdot 0 = 0$

Proprietà. Il prodotto di due fattori è uguale a zero se e solo se almeno uno dei fattori è uguale a zero (***legge di annullamento del prodotto***).

?! Verifica

Trasforma le seguenti addizioni in prodotti e calcola poi il risultato.

① **a.** $8 + 8 + 8 = 8 \cdot$ ..... $= 24$; **b.** $15 + 15 + 15 + 15 = 15 \cdot$ ...... $= 60$.

② **a.** $12 + 12 =$ ..... · ..... = ...; **b.** $20 + 20 + 20 =$ ...... · ...... = ...

③ **a.** $100 + 100 + 100 =$ ..... · ...... = ...; **b.** $8 + 8 + 8 + 8 + 8 =$ ...... · ...... = ...

Trasforma i seguenti prodotti in addizioni e calcola poi il risultato.

④ **a.** $7 \cdot 3 =$ ..... + ... + 7 = 21; **b.** $6 \cdot 4 =$ ..... + 6 + ... + ... = 24.

⑤ **a.** $8 \cdot 4 =$ .... = ...; **b.** $5 \cdot 3 =$ .... = ...

⑥ **a.** $2 \cdot 5 =$ .... = ...; **b.** $9 \cdot 2 =$ .... = ...

Esegui mentalmente le seguenti moltiplicazioni.

7 **a.** $16 \cdot 3 =$ ....; **b.** $20 \cdot 0 =$ ......; **c.** $18 \cdot 5 =$ ....

8 **a.** $6 \cdot 9 =$ ......; **b.** $5 \cdot 4 =$ ......; **c.** $9 \cdot 7 =$ ....

9 **a.** $1{,}2 \cdot 2 =$ ......; **b.** $0{,}03 \cdot 4 =$ ......; **c.** $1 \cdot 156 =$ ....

5.1 La moltiplicazione in colonna

Per eseguire una moltiplicazione in colonna basta tenere presente che ogni cifra del moltiplicatore deve essere moltiplicata per ogni cifra del moltiplicando; i risultati vengono scritti in colonna e alla fine sommati.
Se i due numeri sono decimali, si esegue l'operazione come se fossero numeri naturali; nel risultato finale si contano, a partire da destra verso sinistra, tante cifre decimali quante sono complessivamente le cifre decimali di entrambi i fattori. Osserva i seguenti esempi.

Esempi

1 Eseguiamo le seguenti moltiplicazioni in colonna: **a.** $363 \cdot 215$; **b.** $5{,}41 \cdot 0{,}012$.

$$\begin{array}{r} 363\ \cdot \\ 215 = \\ \hline 1815\ \ \\ 363-\ \\ 726--\\ \hline 78045\ \ \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5{,}41\ \cdot \\ 0{,}012 = \\ \hline 1082\ \ \\ 541-\ \\ \hline 0{,}06492\ \ \end{array}$$

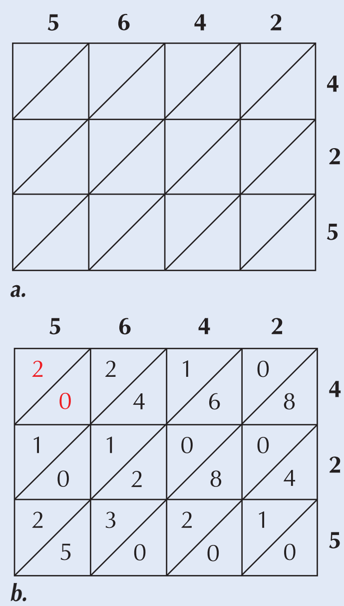
MATEMATICA E STORIA

I calcoli nella storia

Un metodo curioso per eseguire una moltiplicazione risale al XVI secolo e viene detto **metodo della graticola**; lo applichiamo al prodotto fra 5642 e 425. Costruiamo un rettangolo con la base formata da quattro parti (tante quante sono le cifre del primo fattore) e l'altezza di tre parti (tante quante sono le cifre del secondo fattore). Costruiamo quindi la graticola come in ***figura 8a*** con le caselle divise a metà da una diagonale e scriviamo esternamente al rettangolo le cifre dei due fattori.

In ogni casella, separando la cifra delle decine da quella delle unità, scriviamo il prodotto corrispondente ai numeri scritti sulla riga e colonna. Per esempio nel quadretto in alto a sinistra dobbiamo scrivere il risultato dell'operazione $5 \cdot 4$: metteremo la cifra 2 delle decine nella metà superiore e lo 0 delle unità nella metà inferiore. Ripetendo la stessa procedura per tutte le celle otteniamo lo schema di ***figura 8b***.

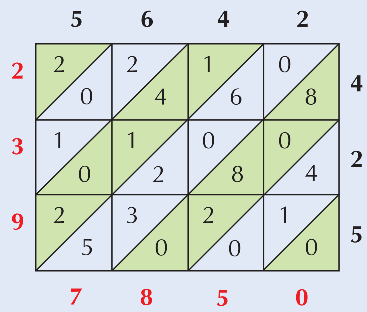
Figura 8



Sommiamo ora le cifre che si trovano sulla stessa diagonale a partire dall'angolo in basso a destra e riportiamo le eventuali decine alla diagonale successiva (***figura 8c***).

Il prodotto cercato si ottiene accostando le cifre ottenute partendo dalla cifra in alto a sinistra, cioè 5 642 · 425 = 2 397 850.

Figura 8c



5.2 La moltiplicazione per 10; 100; 1000 e per 0,1; 0,01; 0,001

Regola. Per moltiplicare un numero per 10; 100; 1000 ... basta aggiungere uno, due, tre ..... zeri alla sua destra, oppure, se questo ha una parte decimale, spostare la virgola verso destra di uno, due, tre ..... posti (nel caso manchino cifre decimali si aggiungono zeri).

Ad esempio: 12 · 10 = 120   12 · 100 = 1200   12 · 1000 = 12000

2,35 · 10 = 23,5   2,35 · 100 = 235   2,35 · 1000 = 2350

Regola. Per moltiplicare un numero per 0,1; 0,01; 0,001; ....., è necessario spostare la virgola verso sinistra di uno, due, tre, ... posti (se mancano delle cifre, si aggiungono zeri).

Ad esempio:

1347 · 0,1 = 134,7   1347 · 0,01 = 13,47   3,15 · 0,001 = 0,00315

?! Verifica

Esegui le seguenti moltiplicazioni disponendo i fattori in colonna.

① **a.** 25 · 7 = ...; **b.** 8 · 29 = ...; **c.** 74 · 32 = ...

② **a.** 1,6 · 2 = ...; **b.** 1,3 · 6,1 = ...; **c.** 7,24 · 6,28 = ...

Esegui mentalmente le seguenti moltiplicazioni.

③ **a.** 849 · 10 = ...; **b.** 668 · 100 = ...; **c.** 14 · 1 000 = ...

④ **a.** 73,47 · 100 = ...; **b.** 0,455 · 10 = ...; **c.** 17,8 · 1 000 = ...

⑤ **a.** 443 · 0,1 = ...; **b.** 789 · 0,01 = ...; **c.** 13 · 0,01 = ...

⑥ **a.** 37,43 · 0,1 = ...; **b.** 1 489,2 · 0,001 = ...; **c.** 13,489 · 0,01 = ...

6 Le proprietà della moltiplicazione

esercizi pag. 201

I PROPRIETÀ

Consideriamo il prodotto: 6 · 2 = 12

Cambiamo ora l'ordine dei fattori: $2 \cdot 6 = 12$

Come possiamo notare il risultato delle due operazioni non cambia. Enunciamo quindi la:

Proprietà. Commutativa della moltiplicazione: il prodotto di due o più fattori non cambia cambiando comunque il loro ordine.

La proprietà commutativa può risultare molto utile nel calcolo in colonna. Talvolta, infatti, l'inversione dell'ordine dei fattori può rendere molto più rapido il calcolo e diminuire le possibilità di errore. Naturalmente conviene fare in modo che al moltiplicatore si trovi il numero più piccolo.

Esempi

1. $5 \cdot 3 = 15$ $\quad 3 \cdot 5 = 15$ $\quad$ quindi $\quad 5 \cdot 3 = 3 \cdot 5.$

2. $12 \cdot 2 \cdot 3 = 72$ $\quad 2 \cdot 12 \cdot 3 = 72$ $\quad$ quindi $\quad 12 \cdot 2 \cdot 3 = 2 \cdot 12 \cdot 3.$

3. Eseguiamo la moltiplicazione $15 \cdot 2848$.
   Applichiamo prima la proprietà commutativa:

$$\begin{array}{r} 2848\ \cdot \\ 15\ = \\ \hline 14240 \\ 2848\ - \\ \hline 42720 \end{array}$$

II Proprietà

Consideriamo la moltiplicazione con più di due fattori: $5 \cdot 2 \cdot 3$.

Associamo due fattori, ad esempio il 5 e il 2 e, ad essi, sostituiamo il loro prodotto:

$$(\mathbf{5} \cdot \mathbf{2}) \cdot 3 = 10 \cdot 3 = 30.$$

Associamo ora i fattori 2 e 3 e ad essi sostituiamo il loro prodotto:

$$5 \cdot (\mathbf{2} \cdot \mathbf{3}) = 5 \cdot 6 = 30.$$

Come possiamo notare, nei due casi, il prodotto non cambia:

$$(5 \cdot 2) \cdot 3 = 30 \qquad 5 \cdot (2 \cdot 3) = 30.$$

Enunciamo quindi la:

Proprietà. Associativa della moltiplicazione: il prodotto di più fattori non cambia se a due (o più) di essi sostituiamo il loro prodotto.

Esempi

1. $3 \cdot 2 \cdot 8 = 48$
   - $(3 \cdot 2) \cdot 8 = 6 \cdot 8 = 48$
   - $3 \cdot (2 \cdot 8) = 3 \cdot 16 = 48$

2. $12 \cdot 4 \cdot 3 = 144$
   - $12 \cdot (4 \cdot 3) = 12 \cdot 12 = 144$
   - $(12 \cdot 4) \cdot 3 = 48 \cdot 3 = 144$

III Proprietà

Consideriamo il prodotto: $12 \cdot 3 = 36$.

Sostituiamo ad un fattore, ad esempio il 12, una coppia di fattori il cui prodotto però è ancora 12:

$$(\mathbf{2} \cdot \mathbf{6}) \cdot 3 = 12 \cdot 3 = 36.$$

Come possiamo notare il prodotto non cambia. Enunciamo quindi la:

Proprietà. Dissociativa della moltiplicazione: il prodotto di più fattori non cambia se ad uno di essi ne sostituiamo due (o più) tali però che, moltiplicati, diano quel fattore.

Esempi

1. $15 \cdot 4 = 60 \quad \rightarrow \quad (5 \cdot 3) \cdot 4 = 60$ quindi $15 \cdot 4 = 5 \cdot 3 \cdot 4 = 60$
2. $30 \cdot 32 = 960 \quad \rightarrow \quad 30 \cdot (4 \cdot 8) = 960$ quindi $30 \cdot 32 = 30 \cdot 4 \cdot 8 = 960$

IV Proprietà

Consideriamo il seguente problema: tre amici si recano al mercato e ciascuno di essi compra 5 mele e 2 ananas. Quanti frutti hanno acquistato complessivamente?
Possiamo risolvere il problema con due procedimenti.

- Calcoliamo quanti frutti acquista ciascun amico: $5 + 2 = 7$ (frutti).
  Calcoliamo quanti frutti hanno acquistato i tre amici: $7 \cdot 3 = 21$ (frutti).
  Il procedimento può essere schematizzato nel calcolo:
  $$(5 + 2) \cdot 3 = 7 \cdot 3 = 21.$$
- Calcoliamo quante mele acquistano i tre amici: $5 \cdot 3 = 15$ (mele).
  Calcoliamo quanti ananas acquistano i tre amici: $2 \cdot 3 = 6$ (ananas).
  Calcoliamo quanti frutti acquistano i tre amici: $15 + 6 = 21$ (frutti).
  Il procedimento può essere schematizzato nel calcolo:
  $$5 \cdot 3 + 2 \cdot 3 = 15 + 6 = 21.$$

Osserviamo che i risultati ottenuti nei due procedimenti sono uguali; possiamo pertanto scrivere:

$$(5 + 2) \cdot 3 = 5 \cdot 3 + 2 \cdot 3.$$

Enunciamo quindi la:

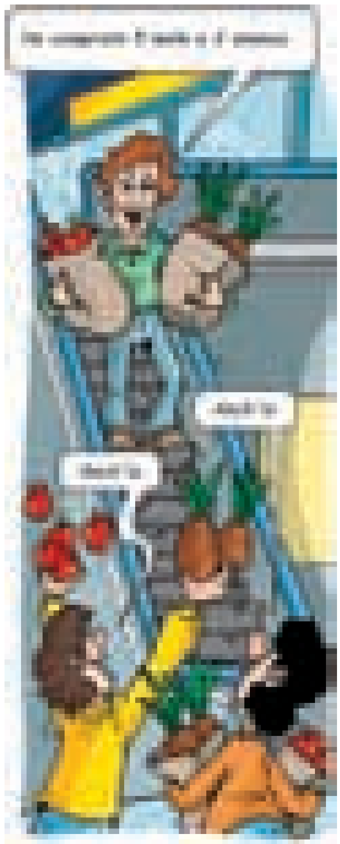
Proprietà. Distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione: per moltiplicare un'addizione per un numero, si può moltiplicare ciascun termine dell'addizione per quel numero e poi addizionare i prodotti ottenuti.

Questa proprietà è valida anche nel caso della sottrazione cioè:

Proprietà. Distributiva della moltiplicazione rispetto alla sottrazione: per moltiplicare una sottrazione per un numero, si può moltiplicare ciascun termine della sottrazione per quel numero e poi sottrarre i prodotti ottenuti.

Il linguaggio della matematica

Distributiva: da «distribuire», dividere in più parti.



Esempi

1. $(3+4)\cdot 5 =$ $\begin{cases} 7\cdot 5 = 35 \\ 3\cdot 5 + 4\cdot 5 = 15+20 = 35 \end{cases}$ quindi $(3+4)\cdot 5 = 3\cdot 5 + 4\cdot 5$

2. $(21-9)\cdot 3 =$ $\begin{cases} 12\cdot 3 = 36 \\ 21\cdot 3 - 9\cdot 3 = 63-27 = 36 \end{cases}$ quindi $(21-9)\cdot 3 = 21\cdot 3 - 9\cdot 3$

6.1 Il calcolo rapido

Come per l'addizione, anche le proprietà della moltiplicazione sono utili al fine di effettuare rapidamente catene di calcoli. Abbiamo già detto che la proprietà commutativa può semplificare il calcolo in colonna. Più in generale le proprietà della moltiplicazione possono essere sfruttate per ottenere un fattore multiplo di 10, il quale poi può essere facilmente moltiplicato per altri numeri. Osserva i seguenti esempi.

Puoi proseguire lo studio del capitolo svolgendo le espressioni con la moltiplicazione del paragrafo 9.

Esempi

1. $4\cdot 7\cdot 5 =$ si applica la proprietà commutativa
$= (4\cdot 5)\cdot 7 =$ si applica la proprietà associativa
$= 20\cdot 7 = 140.$

2. $15\cdot 12 =$ si applica due volte la proprietà dissociativa
$= 3\cdot 5\cdot 2\cdot 6 =$ si applica la proprietà commutativa
$= (3\cdot 6)\cdot(2\cdot 5) =$ si applica due volte la proprietà associativa
$= 18\cdot 10 = 180.$

3. $13\cdot 11 =$ si applica la proprietà dissociativa
$= 13\cdot(10+1) =$ si applica la proprietà distributiva
$= 13\cdot 10 + 13\cdot 1 =$
$= 130 + 13 = 143.$

?! Verifica

① Completa la seguente tabella:

Prodotto	$\longrightarrow$	Proprietà applicata
$6\cdot 2\cdot 4$	$12\cdot 4$	associativa
$19\cdot 3$	$3\cdot 19$	
$18\cdot 4$	$(2\cdot 9)\cdot 4$	
$(11+3)\cdot 5$	$11\cdot 5 + 3\cdot 5$	
$(18-5)\cdot 3$	$18\cdot 3 - 5\cdot 3$	
$6\cdot(7+2)$	$6\cdot 7 + 6\cdot 2$	

7 La divisione

esercizi pag. 205

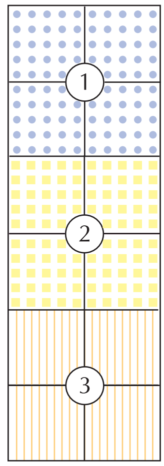
Per introdurre il concetto di divisione consideriamo il seguente esempio.

Una tavoletta di cioccolato composta da 12 quadratini deve essere divisa in parti uguali tra tre bambini.
Osservando la ***figura 9*** notiamo che ad ogni bambino spettano quattro quadratini. Utilizzando i numeri possiamo scrivere:

$$12 : 3 = 4$$

Possiamo notare che il risultato ottenuto (4) moltiplicato per il numero dei bambini (3) ci dà il numero totale dei quadratini, cioè 12.

Figura 9



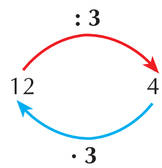
> **Definizione.** La **divisione** è l'operazione che fa corrispondere a due numeri, di cui il secondo diverso da zero, un terzo numero, se esiste, che moltiplicato per il secondo dà come risultato il primo.

I numeri 12 e 3 del precedente esempio si dicono rispettivamente **dividendo** e **divisore** e il numero 4, risultato dell'operazione, si dice **quoto** o **quoziente**.

$$\underset{\text{Dividendo}}{\underset{\downarrow}{\mathbf{12}}} \quad : \quad \underset{\text{Divisore}}{\underset{\downarrow}{\mathbf{3}}} \quad = \quad \underset{\text{Quoziente}}{\underset{\downarrow}{\mathbf{4}}}$$

Dall'esempio precedente possiamo dedurre che **la divisione è l'operazione inversa della moltiplicazione**:

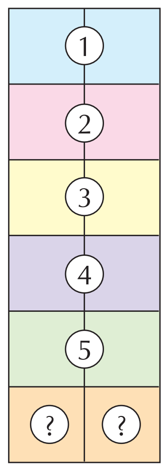
$$\boxed{\textbf{dividendo} : \textbf{divisore} = \textbf{quoto} \quad \text{se} \quad \textbf{quoto} \cdot \textbf{divisore} = \textbf{dividendo.}}$$



Dobbiamo però osservare che non sempre è possibile applicare le formule precedenti.
Riprendiamo nuovamente l'esempio introduttivo relativo alla barretta di cioccolato ma supponiamo di doverla dividere tra 5 bambini. Affrontiamo dunque la divisione 12 : 5 (***figura 10***).
Sicuramente ad ogni bambino spettano 2 quadratini, ma cosa fare dei quadratini cha avanzano? Il 2 rappresenta il **quoto** e il 2 è anche il **resto** della divisione:

$$12 : 5 = 2 \quad \text{con resto } 2.$$

Figura 10



In divisioni di questo tipo il *quoto* si dice *approssimato* perché il prodotto di quest'ultimo con il divisore non dà come risultato il dividendo, ma un numero ad esso inferiore. Per ottenere come risultato il dividendo è necessario aggiungere il resto al precedente prodotto:

$$\boxed{\textbf{quoto} \cdot \textbf{divisore} + \textbf{resto} = \textbf{dividendo}}$$

L'applicazione di questa formula consente la verifica del risultato ottenuto nell'esecuzione della divisione. Viene anche detta prova della *divisione*. Nel nostro caso:

$$2 \cdot 5 + 2 = 12.$$

Più in generale possiamo dare la seguente:

> **Definizione.** Il quoziente di una divisione si dice **esatto** se il resto è uguale a 0.

Tornando all'esempio, per assegnare quanto (dei due quadratini di resto) spetta a ciascun bambino possiamo risolvere la divisione utilizzando i numeri decimali: aggiungiamo uno zero al resto, mettiamo la virgola al quoziente e proseguiamo con il calcolo della divisione:

$$12 : 5 = 2{,}4 \qquad \text{e infatti} \qquad 2{,}4 \cdot 5 = 12$$

20 ⟵ zero aggiunto

/

In base a questo ragionamento è facile concludere che la divisione **non è un'operazione interna all'insieme *N*** dei numeri naturali.

Nei seguenti esempi rivediamo la procedura di calcolo di una divisione. In particolare osserva con attenzione il caso **c.** in cui il dividendo è un numero decimale; in situazioni di questo tipo si esegue la divisione della parte intera del dividendo per il divisore mettendo la virgola al quoto quando si prende in considerazione la prima cifra decimale del dividendo.

Studieremo il caso delle divisioni con divisore decimale come applicazione della proprietà invariantiva della divisione (paragrafo 8).

Esempi

1 Risolviamo le seguenti divisioni: **a.** 255 : 15; **b.** 128 : 5; **c.** 182,45 : 25.

a.

255	15
105	17
0	

b.

128	5
28	25,6
30	→ zero aggiunto
0	

c.

182,45	25
7 4	7,298
2 45	
200	→ zero aggiunto
0	

7.1 Lo zero e l'uno nelle divisioni

Consideriamo ora alcune divisioni particolari in cui entrano in gioco lo zero e l'uno. Si possono presentare i seguenti casi.

I CASO

Consideriamo la divisione 0 : 17.
Dobbiamo trovare un numero che moltiplicato per 17 dia come risultato 0. Questo numero esiste, è unico, ed è **zero**. In simboli:

$$0 : 17 = 0 \qquad \text{perché} \qquad 0 \cdot 17 = 0$$

Proprietà. Se il dividendo è zero e il divisore è diverso da zero, il quoto è uguale a zero.

II CASO

Consideriamo la divisione 18 : 0.

Dobbiamo trovare un numero che moltiplicato per 0 dia come risultato 18. Questo numero **non esiste**. In simboli:

$$18 : 0 = \text{impossibile}$$

Proprietà. Se il divisore è zero e il dividendo è diverso da zero, il quoto non esiste.

III CASO

Consideriamo la divisione 0 : 0.

Dobbiamo trovare un numero che moltiplicato per 0 dia come risultato 0. Siccome **qualunque numero** moltiplicato per 0 dà 0 come risultato, possiamo concludere che:

$$0 : 0 = \text{indeterminato}$$

Proprietà. Se il dividendo e il divisore sono uguali a zero, il quoto è indeterminato.

IV Caso

Consideriamo infine la divisione 19 : 1.

Dobbiamo trovare un numero che moltiplicato per 1 dia 19 come risultato. Questo numero esiste, è unico, ed è 19. In simboli:

$$19 : 1 = 19 \quad \text{perché} \quad 19 \cdot 1 = 19.$$

Proprietà. Se il divisore è uno, il quoto è uguale al dividendo.

HELP

Consideriamo le divisioni

$25 : 1 = 25$ e $1 : 25 = ?$

Osserviamo che nel primo caso il numero 1 è il divisore e, lasciando invariato il dividendo, si comporta da elemento neutro; nel secondo caso l'uno è il dividendo e la divisione è impossibile all'interno dei numeri naturali.

Possiamo concludere dicendo che il numero **1 non è l'elemento neutro della divisione**.

7.2 Le divisioni per 10, 100, 1000

Come abbiamo fatto per la moltiplicazione è opportuno studiare le seguenti regole pratiche che ci permettono di eseguire velocemente una divisione per 10, 100, 1000...

Regola. Per dividere un numero naturale per 10, 100, 1000... si separano con la virgola, a partire dalla prima cifra di destra spostandosi verso sinistra, tante cifre decimali quanti sono gli zeri del divisore e, se mancano delle cifre, si aggiungono zeri.

Ad esempio: $1\,200 : 10 = 120$ $\quad 14 : 10 = 1{,}4$ $\quad 12 : 100 = 0{,}12$

Regola. Per dividere un numero decimale per 10, 100, 1000... si sposta la virgola del dividendo verso sinistra di tanti posti quanti sono gli zeri del divisore e, se mancano delle cifre, si aggiungono zeri.

Ad esempio: $14{,}31 : 10 = 1{,}431$ $\quad 71{,}315 : 1000 = 0{,}071315.$

?! Verifica

① Completa le seguenti scritture seguendo l'esempio dato:

a. $180 : 5 = 36$ perché $36 \cdot 5 = 180$; **b.** $20 : 4 =$ ..... perché ....;
c. $36 : 9 =$ ..... perché ....; **d.** $45 : 5 =$ ..... perché ....;
e. $120 : 6 =$ ..... perché ....; **f.** $450 : 5 =$ ..... perché ....

② Esegui le seguenti divisioni e verifica i risultati ottenuti con la formula *quoto* · *divisore* + *resto* = *dividendo*:
a. 46 : 4; **b.** 135 : 20; **c.** 485 : 40; **d.** 1450 : 80.

③ Completa le seguenti uguaglianze:

a. $5 : 0 =$ .... perché ....; **b.** $0 : 5 =$ .... perché ....;
c. $0 : 0 =$ .... perché ....; **d.** $8 : 1 =$ .... perché ....

④ Calcola il risultato delle seguenti divisioni per 10, 100, 1000:

a. 1899 : 100 = ...; **b.** 77,894 : 10 = ...; **c.** 614,3 : 1000 = ...;
d. 3000 : 10 = ...; **e.** 3000 : 1000 = ...; **f.** 3 : 100 = ...

8 Le proprietà della divisione

esercizi pag. 208

I Proprietà

Consideriamo la divisione $36 : 9 = 4$.

- Se moltiplichiamo il dividendo e il divisore per uno stesso numero, ad esempio 5, otteniamo
  $(36 \cdot 5) : (9 \cdot 5) = 180 : 45 = 4$ il quoto 4 non cambia.
- Se dividiamo dividendo e divisore per uno stesso numero, ad esempio 3, otteniamo
  $(36 : 3) : (9 : 3) = 12 : 3 = 4$ il quoto 4 non cambia.

Enunciamo quindi la:

Proprietà. Invariantiva della divisione: il quoziente di due numeri rimane invariato se si moltiplicano o si dividono il dividendo e il divisore di una divisione per uno stesso numero diverso da zero.

In particolare la proprietà invariantiva si applica quando **il divisore è un numero decimale**. Infatti se il divisore ha una, due, tre, ... cifre decimali basta moltiplicare sia il dividendo che il divisore rispettivamente per 10, 100, 1000, ... in modo da ottenere un numero naturale e poi eseguire la divisione secondo la procedura illustrata nel paragrafo precedente.

Esempi

1 Applica la proprietà invariantiva alla divisione $720 : 40 = 18$.

Dividiamo i due termini per uno stesso fattore, ad esempio 10: $(720 : 10) : (40 : 10) = 72 : 4 = 18$.

2 Eseguiamo la divisione: $828 : 1,8$.

Applichiamo la proprietà invariantiva moltiplicando il dividendo e il divisore per 10. Otteniamo 8280 e 18.

Quindi, dividere $828 : 1,8$ equivale a dividere $8280 : 18$.

Scriviamo ed eseguiamo:

$$\begin{array}{r|l} 82\bar{8}\bar{0} & 18 \\ \cline{2-2} 108 & 460 \\ 00 & \end{array}$$

II Proprietà

Consideriamo i seguenti calcoli: $(50 + 25) : 5$ e $50 : 5 + 25 : 5$.

Determiniamo i rispettivi risultati:

- $(50 + 25) : 5 = 75 : 5 = 15$;
- $50 : 5 + 25 : 5 = 10 + 5 = 15$.

Osserviamo che i due risultati sono uguali, quindi possiamo scrivere:

$$(50 + 25) : 5 = 50 : 5 + 25 : 5.$$

Enunciamo quindi la:

Proprietà. Distributiva della divisione rispetto all'addizione: per dividere un'addizione per un numero, si può dividere, se ciò è possibile, ciascun termine dell'addizione per quel numero e poi addizionare i quoti ottenuti.

Questa proprietà è valida anche nel caso della sottrazione.

Proprietà. Distributiva della divisione rispetto alla sottrazione: per dividere una sottrazione per un numero, si può dividere, se ciò è possibile, ciascun termine della sottrazione per quel numero e poi sottrarre i quoti ottenuti.

Esempi

1. $(21 + 14) : 7 =$
   - $35 : 7 = 5$
   - $21 : 7 + 14 : 7 = 3 + 2 = 5$

   quindi $(21 + 14) : 7 = 21 : 7 + 14 : 7.$

2. $(45 - 15) : 3 =$
   - $30 : 3 = 10$
   - $45 : 3 - 15 : 3 = 15 - 5 = 10$

   quindi $(45 - 15) : 3 = 45 : 3 - 15 : 3.$

?! Verifica

1. Non sempre nelle seguenti divisioni è stata applicata correttamente la proprietà invariantiva; individua gli errori e correggili:
   a. $50 : 10 = (50 \cdot 2) : (10 \cdot 2)$; **b.** $25 : 5 = (25 \cdot 2) : (5 \cdot 2)$;
   c. $120 : 5 = (120 : 10) : (10 : 5)$; **d.** $200 : 10 = (200 \cdot 0) : (10 \cdot 0)$;
   e. $384 : 16 = (384 : 12) : (16 : 16)$; **f.** $44 : 4 = (44 : 2) : (4 : 2)$.

2. Esegui le seguenti divisioni: **a.** $114 : 3{,}2$; **b.** $18 : 0{,}4$.

3. Non sempre nelle seguenti divisioni è stata applicata correttamente la proprietà distributiva; individua gli errori e correggili:
   a. $(5 + 15) : 5 = 5 : 5 + 15 : 5$; **b.** $(18 + 6) : 3 = 18 : 6 + 6 : 3$;
   c. $(24 + 6) : 2 = 24 : 2 - 6 \cdot 2$; **d.** $(35 - 15) : 5 = (35 - 5) : (15 - 5)$;
   e. $(48 - 4) : 2 = 48 : 2 - 4 : 2$; **f.** $(100 - 20) : 4 = 100 : 4 - 20 : 4$.

9 Le espressioni numeriche

esercizi pag. 211

Nei precedenti paragrafi abbiamo già visto più volte che le diverse operazioni possono essere collegate fra loro in modo da formare le cosiddette espressioni numeriche. In generale possiamo dire che:

Definizione. Si definisce **espressione numerica** un insieme di numeri legati fra di loro dai simboli delle operazioni.

Diventa però molto importante stabilire delle regole.
Consideriamo, ad esempio, l'espressione $(18+15):3$. Descrivendo la proprietà distributiva della divisione abbiamo detto che possiamo svolgere il calcolo in due modi:

- $(18+15):3=33:3=11$ dando priorità al calcolo nelle tonde
- $(18+15):3=18:3+15:3=6+5=11$ dando priorità alla proprietà distributiva.

In linea teorica, avremmo anche potuto svolgere il calcolo trascurando la parentesi ed eseguendo prima la divisione:

- $(18+15):3=18+15:3=18+5=23$
  In questo caso però, pur avendo operato con gli stessi numeri e le stesse operazioni, siamo arrivati ad un risultato diverso.

È quindi necessario stabilire con precisione una serie di regole che definiscano in modo univoco l'ordine con cui eseguire i diversi calcoli presenti nel testo dell'espressione. Per convenzione si è deciso di seguire le seguenti regole.

1ª Regola

Se l'espressione è senza parentesi e contiene solo addizioni e sottrazioni, oppure solo moltiplicazioni e divisioni, si eseguono le operazioni secondo l'ordine in cui sono scritte.

Esempi

1. $21-11+7+4-10=10+7+4-10=17+4-10=21-10=11.$
2. $35:7\cdot 3:5=5\cdot 3:5=15:5=3.$

2ª Regola

Se l'espressione è senza parentesi e contiene almeno un'addizione o una sottrazione e una moltiplicazione o una divisione, si eseguono prima moltiplicazioni e divisioni e poi addizioni e sottrazioni rispettando l'ordine in cui sono scritte.

Esempi

1. $15:3+4+8\cdot 6-12=5+4+48-12=9+48-12=57-12=45.$

3ª Regola

Se l'espressione contiene delle parentesi, esse stabiliscono l'ordine in cui compiere le operazioni. Si eseguono prima le operazioni racchiuse nelle parentesi più "interne", poi quelle nelle parentesi immediatamente più esterne, e così via. Per convenzione sono stati stabiliti tre gradi di parentesi, dalla più interna, alla più esterna:

$(\ )\rightarrow$ parentesi tonda; $[\ ]\rightarrow$ parentesi quadra; $\{\ \}\rightarrow$ parentesi graffa.

La distinzione dei diversi tipi di parentesi non è sempre utilizzata. A rigore, si potrebbe sempre usare un solo tipo di parentesi (quella tonda) e limitarsi a ri-

Il linguaggio della matematica

Se in una espressione si apre una parentesi di qualsiasi tipo, questa deve anche essere regolarmente chiusa, e viceversa. Una espressione in cui non viene rispettata questa regola si dice "sintatticamente" scorretta.

solvere le operazioni partendo dalle parentesi più interne, passando via via alle più esterne. È questo il metodo adottato nella programmazione informatica o anche all'interno delle calcolatrici. Per comodità in questo testo useremo sempre i tre tipi diversi di parentesi.

Esempi

1. $[7 + 36 : 6 - (3 \cdot 8 + 4 \cdot 5) : 11] : 9 =$
$= [7 + 36 : 6 - (24 + 20) : 11] : 9 =$
$= [7 + 36 : 6 - 44 : 11] : 9 =$
$= [7 + 6 - 4] : 9 =$
$= [13 - 4] : 9 = 9 : 9 = 1.$

2. $5 \cdot \{31 - 6 \cdot [15 - (81 : 9 + 1)]\} + 3 - 1 =$
$= 5 \cdot \{31 - 6 \cdot [15 - (9 + 1)]\} + 3 - 1 =$
$= 5 \cdot \{31 - 6 \cdot [15 - 10]\} + 3 - 1 =$
$= 5 \cdot \{31 - 6 \cdot 5\} + 3 - 1 =$
$= 5 \cdot \{31 - 30\} + 3 - 1 =$
$= 5 \cdot 1 + 3 - 1 =$
$= 5 + 3 - 1 = 8 - 1 = 7.$

?! Verifica

Nelle seguenti espressioni sottolinea le operazioni che si devono svolgere per prime.

① **a.** $15 + 8 + 10 - 11 - 20;$ **b.** $32 + 40 + 10 : 5 - 24.$

② **a.** $36 + 44 : 11 - 39 - 1;$ **b.** $12 \cdot 10 : 60 + 4 - 1.$

③ **a.** $10 - 2 + 4 - 8 + 25 + 16;$ **b.** $18 : 3 + 6 \cdot 7 - 2 \cdot 2 + 12 + 15 + 8 \cdot 9.$

④ **a.** $(9 - 8) \cdot 15 + 8 - 17 \cdot (12 - 24 : 2);$ **b.** $25 - 5 \cdot 3 + (7 + 2 \cdot 4) : 15 - (6 \cdot 2 - 5).$

⑤ Le seguenti espressioni sono tutte sintatticamente scorrette; individua gli errori e correggili.
a. $4 + 3 \cdot (7 - 4 = 13;$ **b.** $[(5 \cdot 4 - 2 : 6] + 1 = 4;$ **c.** $\{[(6 + 2 - 3) \cdot 4] + 2 : 11 = 2.$

Calcola il valore delle seguenti espressioni.

⑥ $12 + 4 - 3 + 2 - 5 + 6 + 1 - 3.$ [14]

⑦ $15 : 3 + 4 \cdot 2 - 1 + 2 - 4 \cdot 1.$ [10]

⑧ $\{[(6 + 4 - 2) : 4 + 3] : 5\} + 2 \cdot 4.$ [9]

I problemi matematici

Perché studiare i problemi

Spesso la matematica viene erroneamente considerata come una materia astratta ed inutile. La matematica invece risulta indispensabile nella vita di tutti i giorni e, più o meno consapevolmente, dobbiamo continuamente eseguire operazioni matematiche. Talvolta si tratta di semplici calcoli, in altri casi ci troviamo davanti a veri e propri problemi, ovvero a situazioni in cui dobbiamo raggiungere una certa soluzione partendo da dati scombinati. I problemi e i calcoli che troviamo nei libri di matematica sono per lo più già esposti nella forma migliore e più semplice per essere affrontati e risolti. Nelle attività quotidiane, invece, capita spesso che le cose siano più complicate; dobbiamo essere noi a rintracciare i dati mancanti o a stabilire come si relazionano fra loro i dati di un problema oppure ancora distinguere tra dati inutili e dati utili. In questo capitolo studieremo varie procedure per risolvere i problemi.

A volte è possibile pervenire alla soluzione di un problema mediante accorgimenti particolari, frutto dell'esperienza che si acquisisce solamente con la pratica. Anche i problemi presenti nella rubrica delle **gare di matematica**

Capitolo 4

Prerequisiti

- ✗ Conoscere le caratteristiche del sistema di numerazione decimale e saper operare con esso
- ✗ Conoscere le proprietà delle quattro operazioni
- ✗ Svolgere calcoli a mente ed in colonna con le quattro operazioni

Obiettivi

CONOSCENZE

- ✗ Gli elementi di un problema
- ✗ Le caratteristiche dei vari metodi di risoluzione

ABILITÀ

- ✗ Riconoscere i dati e le incognite di un problema
- ✗ Risolvere un problema con la tecnica più adatta

spesso si risolvono ricorrendo ad artifici e non mediante un metodo matematico vero e proprio che talvolta necessita di competenze che saranno acquisite nella scuola superiore.
Ovviamente anche l'intuizione e la fantasia possono aiutare a trovare la soluzione. È il caso, ad esempio, del seguente problema.

Sull'aia di una fattoria si possono contare 98 zampe e 30 teste. Sapendo che gli animali che razzolano nell'aia sono solamente tacchini e conigli è possibile stabilire quanti sono i conigli?

- Possiamo risolvere il problema andando per tentativi. Ipotizziamo, ad esempio che ci siano 15 conigli e 15 tacchini (le 30 teste) e proviamo a contare il numero di zampe:

  $15 \cdot 4 + 15 \cdot 2 = 60 + 30 = 90$ zampe.

  Poiché il numero ottenuto è inferiore al dato del problema si può immaginare di ridurre il numero di tacchini ed aumentare quello dei conigli. Dopo qualche tentativo si giunge alla soluzione.

- Lo stesso problema si può risolvere sfruttando l'intuizione. Se nelle fattoria ci fossero solo tacchini avremmo 60 zampe. Al conteggio totale delle zampe ne mancano 38. Queste rappresentano le paia di zampe di tutti i conigli che dobbiamo sostituire ai tacchini. Dato che ogni coniglio possiede due zampe più di un tacchino, il numero dei conigli è dato proprio dalla divisione $38 : 2 = 19$.

1 Che cosa è un problema matematico

esercizi pag. 230

Per risolvere un problema di qualsiasi natura è necessario seguire un procedimento preciso. Nella rubrica iniziale abbiamo visto come ciò sia possibile anche procedendo per tentativi.
Il metodo matematico è caratterizzato da una particolare procedura che può essere facilmente schematizzata:

Problema	→	Lettura e comprensione del testo	→	Formalizzazione nel linguaggio matematico (ricerca dei dati)	→	Ricerca delle relazioni tra i dati (calcoli)	→	Risoluzione

Prima di entrare nel dettaglio della comprensione del metodo matematico è però necessario fare qualche premessa. Innanzi tutto definiamo cosa è un problema dal punto di vista matematico.

Un problema matematico è un quesito del quale si conoscono alcuni elementi (**i dati**) per mezzo dei quali si devono calcolare altri elementi (**le incognite**).

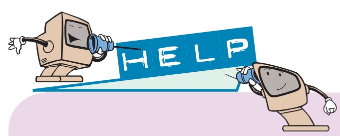
Bisogna inoltre sapere che:

- moltissimi problemi *non hanno soluzione*, sono cioè **impossibili**. Per esempio, il problema "trovare un numero dispari che sia il doppio di un numero naturale" non ha soluzione. Solo i numeri pari sono, infatti, uguali al doppio di altri numeri naturali.
- Moltissimi problemi hanno invece *infinite soluzioni*, sono cioè **indeterminati**. Per esempio, il problema "trovare un numero che moltiplicato per zero dia come risultato zero".
- Vi sono poi i problemi **determinati** che hanno *una o più soluzioni, ma sempre in numero finito*. Per esempio "trovare un numero che valga il doppio di due" oppure "trovare un numero pari inferiore a 11".
  Per i nostri studi ci occuperemo soprattutto di quest'ultima tipologia di problemi.

Questo capitolo è particolare perché di carattere metodologico; serve, cioè, per illustrare in generale i metodi per risolvere i problemi matematici. I suoi contenuti sono utili per l'intero programma della scuola secondaria di primo grado e potrai quindi consultarlo più volte nel corso di quest'anno e dei prossimi.

1.1 La comprensione del testo

La prima condizione per poter risolvere un problema è comprendere bene il **testo**. Spesso si legge il testo e ci si affretta a cercare la soluzione senza riflettere bene sui dati che ci vengono forniti e sulla domanda che ci viene posta: si prendono i dati, si dà una sbirciatina "furbesca" al risultato e si opera su tali valori cercando di ottenere "per tentativi" il risultato proposto dal testo.
È invece indispensabile leggere con attenzione il testo sforzandosi di comprendere bene i termini del quesito. Se non si capiscono alcune parole può essere necessario rivedere la teoria o utilizzare il vocabolario.



Bisogna fare molta attenzione poiché in alcuni problemi talvolta si possono trovare dati superflui, mancanti o insufficienti. I problemi che incontrerai in questo testo, salvo indicazione diversa, sono caratterizzati dal minimo numero di dati utili per la soluzione.

1.2 La definizione dei dati e delle incognite

Come seconda fase si identificano con precisione i **dati**, ovvero le informazioni che possiamo utilizzare per risolvere il problema, e le **incognite**, ovvero ciò che dobbiamo trovare, ciò che il problema ci chiede. Dati ed incognite si ricavano da un'attenta lettura del testo e vanno trascritti in modo chiaro e sintetico all'inizio del problema.
Solo dopo aver messo in relazione i dati con le incognite si può passare alla terza fase.

1.3 La scelta del metodo di risoluzione

Come hai già avuto modo di constatare nei tuoi studi precedenti e nella rubrica iniziale, non è sempre possibile stabilire con chiarezza e precisione il metodo più idoneo per la ricerca della soluzione; infatti, quasi tutti i problemi possono essere risolti in tanti modi diversi. Di seguito ti presentiamo i principali procedimenti di risoluzione, e sarai tu, con l'esperienza frutto dell'esercizio continuo, a scegliere di volta in volta il metodo di soluzione più adatto. In alcuni casi sarà bene, inoltre, suddividere il problema stesso in due o più sottoproblemi.

?! Verifica

① Dopo aver letto attentamente il testo del seguente problema, sottolinea con la biro rossa i dati indispensabili e con quella blu i dati superflui:
una vasca riceve acqua da due condutture che versano rispettivamente 140 litri al minuto e 100 litri al minuto. In quante ore si riempirà la vasca se la sua capacità è di 432 ettolitri ed un metro cubo di acqua costa € 100?

② Aggiungi il dato mancante necessario per poter risolvere il seguente problema:
nel corso di una ricerca di Geografia, Giovanni scopre che il territorio italiano ha un'estensione di 301 000 km^2 ed è suddiviso in collina, pianura e montagna. Calcola quanto è estesa la parte pianeggiante sapendo che la parte collinare è di 96 000 km^2.

2 Il metodo delle operazioni aritmetiche

esercizi pag. 231

Il metodo delle operazioni aritmetiche consiste nella trasformazione dei dati del problema in una serie di operazioni aritmetiche che, una volta risolte, forniscono la soluzione richiesta. Questa tipologia di problemi riprende concetti e procedure già utilizzate nella scuola primaria e mira a consolidare il procedimento di soluzione in vista della più complessa schematizzazione sotto forma di una **espressione aritmetica**. Quest'ultima procedura è un'estensione del metodo delle operazioni aritmetiche e consiste nella capacità di trasformare le singole operazioni in un'unica espressione risolutiva che, una volta risolta, fornisce la soluzione del problema.

Esempi

1 Un cartolaio ha acquistato 92 scatole contenenti ciascuna 48 matite dal costo di € 0,90 l'una. Quanto ha speso? Quanto ricava e quanto guadagna se rivende le matite a € 1,20 l'una?

Risoluzione

Dati	Incognite
n^o scatole = 92	Spesa totale
n^o matite = 48	Ricavo totale
Costo unitario di una matita = € 0,90	Guadagno totale
Prezzo di vendita = € 1,20	

Calcoliamo il numero complessivo di matite acquistate $48 \cdot 92 = 4416$ (matite)

Calcoliamo quanto ha speso complessivamente € $(4416 \cdot 0{,}90) =$ € 3974,40 (spesa totale)

Calcoliamo il ricavo nell'ipotesi di vendere tutte le matite € $(4416 \cdot 1{,}20) =$ € 5299,20 (ricavo totale)

Ricordando che Guadagno = Ricavo – Spesa: € (5299,20 – 3974,40) = € 1324,80 (guadagno totale).

Risposta: Il cartolaio spende € 3974,40, ricava € 5299,20 e guadagna € 1324,80.

2 Maria compera 5 gelati da € 1 l'uno e una bibita che costa € 2,50. Quanto riceverà di resto se paga con una banconota da € 10?

Risoluzione

Dati	Incognita
Numero gelati = 5 Costo gelato = € 1 Costo bibita = € 2,50 Pagamento = € 10	Resto

Procedendo con il metodo delle operazioni aritmetiche dobbiamo eseguire i seguenti passaggi:

- Calcoliamo la spesa per i gelati $5 \cdot € 1 = € 5$
- Calcoliamo la spesa complessiva $€ 5 + € 2,50 = € 7,50$
- Calcoliamo il resto $€ 10 - € 7,50 = € 2,50$

La soluzione del problema può essere schematizzata dall'espressione:

$€ [10 - (5 \cdot 1 + 2,50)] = € [10 - (5 + 2,50)] = € (10 - 7,50) = € 2,50.$

Risposta: Maria riceverà come resto € 2,50.

3 In uno stabile in un anno si sono sostenute le seguenti spese condominiali: € 35 000 per il riscaldamento, € 180 al mese per l'impresa di pulizia, € 150 al mese per il giardiniere, € 8 500 per spese di riparazione e manutenzione varia, € 37,50 ogni due mesi per consumi di energia elettrica per ciascuna famiglia, € 2 750 per consumi di acqua. Quale sarà la quota di ognuna delle 20 famiglie dello stabile in un anno?

Risoluzione

Dati	Incognita
Spese riscaldamento = € 35 000 Spesa mensile pulizia = € 180 Spesa mensile giardiniere = € 150 Spese manutenzione = € 8 500 Spese bimestrali per famiglia en. elettrica = € 37,50 Spese acqua = € 2 750 Famiglie nello stabile = 20	Quota per ogni famiglia in un anno

Eseguiamo i seguenti calcoli:

- spesa annuale impresa di pulizia $€ (180 \cdot 12) = € 2\,160$
- spesa annuale giardiniere $€ (150 \cdot 12) = € 1\,800$
- spesa annuale per ogni famiglia en. elettrica $€ (37,50 \cdot 6) = € 225$
- spesa annuale totale energia elettrica $€ (225 \cdot 20) = € 4\,500$
- totale spesa 20 famiglie $€ (35\,000 + 2\,160 + 1\,800 + 8\,500 + 4\,500 + 2\,750) = € 54\,710$
- spesa di ciascuna famiglia $€ (54\,710 : 20) = € 2\,735,50.$

Le stesse operazioni possono essere riunite in un'unica espressione risolutiva:

$€ (35\,000 + 180 \cdot 12 + 150 \cdot 12 + 8\,500 + 37,50 \cdot 6 \cdot 20 + 2\,750) : 20 =$

$= € (35\,000 + 2\,160 + 1\,800 + 8\,500 + 4\,500 + 2\,750) : 20 = € 54\,710 : 20 = € 2\,735,50.$

Risposta: ogni anno la spesa per ciascuna famiglia è di € 2 735,50.

?! Verifica

① Risolvi il seguente problema con il metodo delle operazioni aritmetiche e sintetizza le operazioni in un'espressione aritmetica:
la mamma di Stefano ha acquistato al supermercato 2 hg di prosciutto a € 50 al kg e 3 hg di formaggio. Se spende in tutto € 16 quanto costa un ettogrammo di formaggio?

Risoluzione

Calcoliamo il costo del prosciutto all'ettogrammo	€ 50 : ..... = € .....
Calcoliamo il costo dei due ettogrammi di prosciutto	€ ..... · 2 = € .....
Calcoliamo il costo del formaggio	€ (16 − .....) = € .....
Calcoliamo il costo di un ettogrammo di formaggio	€ ..... : 3 = € .....
L'espressione risolvente del problema è	€ (..... − 50 : ..... · .....) : 3 = € .....

3 Il metodo grafico

esercizi pag. 236

Il metodo grafico consiste nella rappresentazione degli elementi noti per mezzo di un disegno in modo da favorire la lettura e l'interpretazione delle relazioni esistenti tra i dati e giungere così facilmente a calcolare le incognite.
Per la soluzione utilizzeremo uno schema logico, che possiamo sintetizzare in tre passaggi:

1. schematizzazione dei dati e delle incognite;
2. disegno costituito da segmenti che metta in evidenza le relazioni fra i dati;
3. calcolo delle singole parti.

Esempi

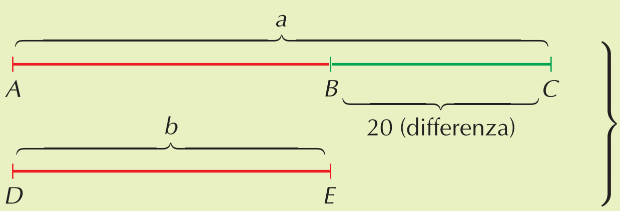
1 Calcola il valore di due numeri sapendo che la loro somma è 76 e la loro differenza è 20.

Risoluzione

1. Indichiamo con a e b i numeri da calcolare. I due numeri a e b non sono uguali pertanto uno sarà maggiore dell'altro.

Dati	Incognite
$a + b = 76$	a
$a - b = 20$	b

2. Rappresentiamo i dati per mezzo di segmenti.



$AC + DE = 76$ (somma dei due numeri)

$AC - DE = BC = 20$ (differenza dei due numeri)

Il numero 76 è dato dalla somma di 20 con il doppio del segmento DE
$76 = AB + DE + 20 = 2 \cdot DE + 20$.

3. Se sottraiamo 20 dal 76 otteniamo il doppio del segmento minore DE (o del segmento AB).
$76 - 20 = 56$ (doppio del numero minore $= 2 \cdot DE$)
$56 : 2 = 28$ (numero minore $= DE = b$)
$28 + 20 = 48$ (numero maggiore $= AC = a$).

Risposta: il valore dei due numeri è dunque $a = 48$ (numero maggiore) e $b = 28$ (numero minore).

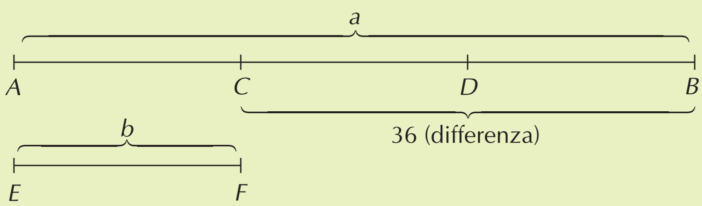
2 Un padre ha il triplo dell'età del figlio. Sapendo che il padre ha 36 anni più del figlio, calcola l'età di entrambi.

Risoluzione

Dati	Incognite
$a = 3 \cdot b$	a
$a - b = 36$	b

1. Indichiamo con a l'età del padre e con b l'età del figlio.

2. Rappresentiamo i dati per mezzo di segmenti.



Dalla figura vediamo che $CB = 36$ anni $= 2$ volte EF.

3. $CD = EF = 36 : 2 = 18$ (età figlio)

$AB = 18 \cdot 3 = 54$ (età padre).

Risposta: il padre ha 54 anni, il figlio 18.

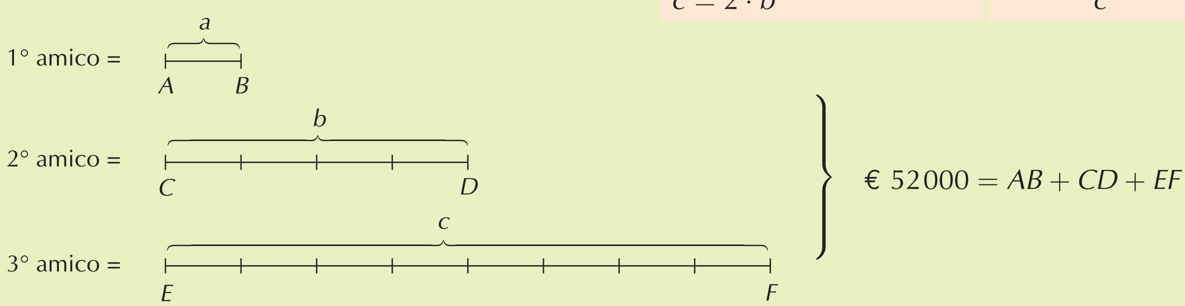
3 Tre amici vincono al totocalcio una somma di € 52 000. Al secondo tocca una somma pari a quattro volte quella del primo e al terzo il doppio del secondo. Quanto spetta a ciascuno dei tre amici?

Risoluzione

Dati	Incognite
$a + b + c =$ € 52 000	a
$b = 4 \cdot a$	b
$c = 2 \cdot b$	c

1. Indichiamo con a, b e c le somme che spettano rispettivamente al primo, al secondo e al terzo amico.

2. Rappresentiamo i dati per mezzo di segmenti.



$AB + CD + EF =$ € 52 000 (totale della vincita)

$AB + CD + EF = (1 + 4 + 8)$ parti $= 13$ parti.

3. € $(52000 : 13) =$ € 4000 (una parte = vincita del 1° amico = a)

€ $(4000 \cdot 4) =$ € 16000 (quattro parti = vincita del 2° amico = b)

€ $(4000 \cdot 8) =$ € 32000 (otto parti = vincita del 3° amico = c).

Risposta: ai tre amici toccano rispettivamente: € 4 000, € 16 000 e € 32 000.

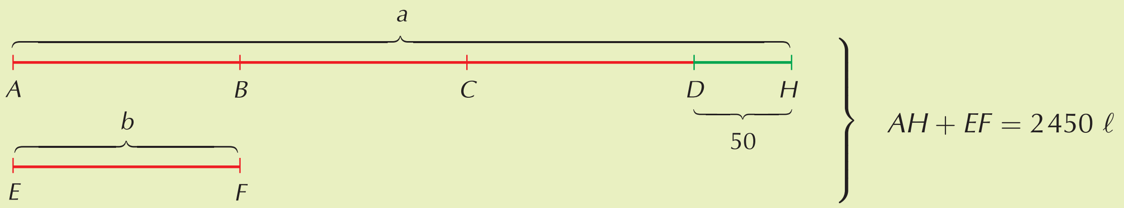
4 Due botti contengono in tutto 2 450 litri di vino; se una botte contiene il triplo dell'altra, più 50 litri, quanti litri di vino contiene ciascuna delle due botti?

Risoluzione

1. Indichiamo con a e b le capacità delle due botti di vino.

Dati	Incognite
$a + b = 2450\ \ell$	a
$a = 3 \cdot b + 50\ \ell$	b

2. Rappresentiamo i dati per mezzo di segmenti.



EF = una parte
AH = tre parti + 50 ℓ
La capacità complessiva è data dunque da quattro volte il segmento EF più 50 litri.

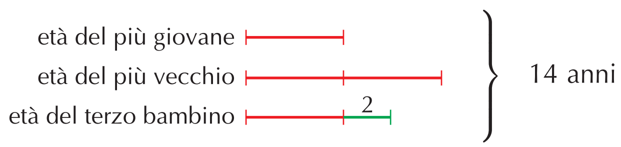
3. (2 450 – 50) ℓ = 2400 ℓ (quattro parti)
(2 400 : 4) ℓ = 600 ℓ (una parte = capacità della seconda botte)
AH = tre parti + 50 ℓ = (600 · 3) ℓ + 50 ℓ = 1800 ℓ + 50 ℓ = 1850 ℓ (capacità della prima botte).

Risposta: le due botti contengono rispettivamente 1850 ℓ e 600 ℓ.

?! Verifica

① Il metodo grafico permette di:
a. risolvere qualsiasi problema;
b. stabilire una corrispondenza fra un dato numerico e le parti in cui è diviso;
c. disegnare i dati e le incognite;
d. ricercare per tentativi la soluzione del problema.

② In un parco giochi ci sono tre bambini che stanno giocando. Calcola la loro età sapendo che il più grande ha età doppia rispetto al più piccolo, che quest'ultimo è di 2 anni più giovane del terzo bambino e che complessivamente i tre hanno 14 anni.
Rappresentiamo i dati con un disegno:



L'età complessiva è rappresentata dalla somma di ..... segmenti uguali (in rosso) con un segmento di lunghezza nota (in verde).
Calcoliamo la misura dei quattro segmenti rossi: 14 – ..... = ... anni
Determiniamo l'età del bambino più giovane: 12 : ..... = 3 anni
Avremo dunque che l'età del bambino più grande è 3 · ..... = 6 anni
L'età del terzo bambino è 3 + ... = ... anni.

Dalle potenze ai numeri binari

Perché studiare le potenze

Nel mondo dell'infinitamente grande i numeri naturali non sono in grado di esprimere immediatamente che cosa poi in realtà vogliono significare. Dire che il Sole dista mediamente dalla Terra 150 000 000 000 metri non fa comprendere cosa effettivamente esprima tale grandezza.

Per cogliere meglio le dimensioni reali di una grandezza sono state create in matematica le potenze che sono un diverso modo di scrivere una moltiplicazione. Considerando che, ad esempio, con la scrittura 10^4 si intende il prodotto $10 \times 10 \times 10 \times 10$, cioè il numero 1 seguito da quattro zeri (10 000), è possibile scrivere qualsiasi quantità come prodotto di un numero per una opportuna potenza del numero 10 (vedi paragrafi 5 e 6).

Il numero all'esponente (quello scritto in piccolo in alto a destra) fornisce l'informazione utile per la comprensione di quanto grande sia il numero. Considerando infatti spostamenti lineari (in cm) avremo

Capitolo 5

Prerequisiti

- ✗ Conoscere le proprietà delle quattro operazioni
- ✗ Svolgere calcoli a mente ed in colonna con le quattro operazioni
- ✗ Risolvere espressioni con le quattro operazioni
- ✗ Distinguere numeri interi e decimali
- ✗ Scrivere in forma polinomiale un numero

Obiettivi

CONOSCENZE

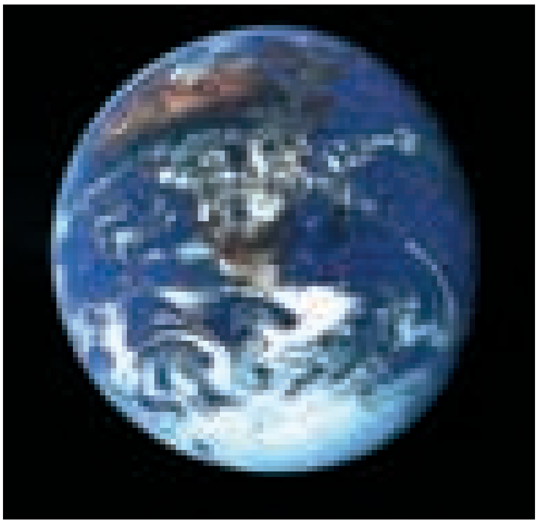
- ✗ Il concetto di potenza
- ✗ Le proprietà delle potenze
- ✗ Le potenze con 0 e 1 alla base e/o all'esponente
- ✗ La notazione scientifica dei numeri

ABILITÀ

- ✗ Calcolare una potenza
- ✗ Applicare le proprietà delle potenze
- ✗ Svolgere espressioni con le potenze
- ✗ Scrivere i numeri nella notazione scientifica
- ✗ Operare con i numeri in base binaria

10^0 → dimensioni di un'unghia
10^1 → dimensioni di un dito
10^2 → ritratto a mezzo busto
10^3 → lunghezza di un camion
10^4 → dimensioni di una piscina
10^9 → raggio della Terra
10^{10} → raggio del pianeta Giove
10^{11} → raggio del Sole
10^{13} → distanza Terra-Sole
10^{23} → dimensioni della nostra galassia

Prendendo spunto dagli esempi precedenti e da dati e misure che quasi tutti i giorni leggiamo su giornali, libri o riviste possiamo notare come la scrittura di un numero molto grande sotto forma di potenza permette di ottenere una visione chiara e sintetica della realtà che ci circonda. È questo uno dei motivi per studiare questo capitolo.



Il pianeta Terra visto dallo spazio.

1 La potenza di un numero

esercizi pag. 251

Come già detto nell'introduzione di pagina precedente l'operazione di **elevamento a potenza** (o **potenza**) di un numero permette di semplificare la scrittura di una moltiplicazione.
Per comprendere cosa si intende con tale operazione, consideriamo il seguente esempio: una cagnetta partorisce 4 cuccioli, tutte femmine. Ciascuna cagnetta cresce e a sua volta partorisce 4 cuccioli: di nuovo tutte femmine. Una volta cresciute, ciascuna di queste partorisce di nuovo 4 cuccioli (***figura 1***). Quanti sono questi pronipoti della prima cagnetta? Vediamolo:

- le figlie sono 4;
- le nipoti sono $4 \cdot 4 = 16$;
- i pronipoti sono $4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$.

Figura 1

Se consideriamo il procedimento che ci porta alla soluzione del nostro problema ci accorgiamo che abbiamo moltiplicato il numero 4 per se stesso 3 volte. A questa operazione viene dato il nome di **elevamento a potenza**. Il fattore che si ripete, nel nostro caso 4, è chiamato **base**, il numero di volte che tale fattore si ripete (3) viene detto **esponente**, il risultato dei vari prodotti (64) è detto **valore della potenza**. L'esponente si scrive in piccolo, in alto a destra rispetto alla base.

$$\text{Base} \leftarrow \overset{\text{Esponente}\uparrow}{4^3} = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64 \rightarrow \text{Potenza}$$

Definizione. La **potenza** di un numero è il prodotto di tanti fattori uguali a quel numero detto base, quanti ne indica l'esponente.

E' ovvio che è possibile elevare a potenza qualsiasi numero naturale; in ogni caso per facilitarti nello studio considereremo i casi delle potenze con i numeri 0 e 1 alla base o all'esponente in un secondo momento (vedi paragrafo 4).

Il linguaggio della matematica

È meglio precisare, come abbiamo fatto per altre operazioni, che **elevamento a potenza** indica l'operazione e **potenza** indica il risultato di essa. È bene quindi non confondere i due termini, anche se spesso sono usati indifferentemente.

HELP

Anche se la potenza è una particolare moltiplicazione, non bisogna confondere le due operazioni. I termini della moltiplicazione sono i due fattori. I termini della potenza invece sono la base e l'esponente che non hanno lo stesso significato.
Ad esempio:

$$5^2 = 5 \cdot 5 = 25$$

ed è quindi errato scrivere

$$5^2 = 5 \cdot 2 = 10$$

Ricorda inoltre che la potenza con esponente 2 è detta "al quadrato" in quanto rappresenta l'area di un quadrato che ha per base la grandezza considerata.

Esempi

Riconosciamo la base e l'esponente e calcoliamo il valore delle seguenti potenze:

1. 7^2 si legge «sette alla seconda» (o «sette al quadrato»)
   Base = 7, Esponente = 2, quindi: $7^2 = 7 \cdot 7 = 49$.

2. 3^4 si legge «tre alla quarta»
   Base = 3, Esponente = 4, quindi: $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$.

3. 5^3 si legge «cinque alla terza» (o «cinque al cubo»)
   Base = 5, Esponente = 3, quindi: $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$.

?! Verifica

① Completa le seguenti frasi:

a. per calcolare il valore della potenza 5^3 bisogna .... tra loro .... uguali a 5;
b. per calcolare il valore della potenza 6^4 bisogna .... tra loro .... uguali a ....;
c. per calcolare il valore della potenza 8^5 bisogna ....

② Scrivi in cifre le seguenti potenze scritte in lettere e poi calcola il relativo valore:

a. due alla quinta = ...; **b.** tre alla quarta = ...; **c.** nove alla seconda = ...;
d. quattro alla quarta = ...; **e.** dieci alla quinta = ...; **f.** dodici alla seconda = ...

③ Scrivi sotto forma di potenza i prodotti dei seguenti numeri:

a. $4 \cdot 4 \cdot 4 =$ ....; **b.** $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 =$ ....; **c.** $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 =$ ....

2 Le espressioni con le potenze

esercizi pag. 253

Per calcolare il valore di un'espressione contenente l'operazione di elevamento a potenza si devono applicare le regole che già conosci con l'avvertenza che le potenze, essendo delle moltiplicazioni ripetute, si risolvono appena possibile. Osserva i seguenti esempi.

Esempi

1 $3^3 - 5 \cdot 2^2 + 7^2 \cdot 3 : 21 + 2^3 - 2^2$.

Nel primo passaggio calcoliamo tutte le potenze: $27 - 5 \cdot 4 + 49 \cdot 3 : 21 + 8 - 4 =$
$= 27 - 20 + 147 : 21 + 8 - 4 =$
$= 27 - 20 + 7 + 8 - 4 = 18$.

2 $[(5 + 3^2 \cdot 2^3 + 3) : 2^3 + 3^3 - (15^2 : 5 - 4 \cdot 3) + 1]^2 \cdot 2^2 + 5$.

$[(5 + 9 \cdot 8 + 3) : 8 + 27 - (225 : 5 - 4 \cdot 3) + 1]^2 \cdot 4 + 5 =$
$= [(5 + 72 + 3) : 8 + 27 - (45 - 12) + 1]^2 \cdot 4 + 5 =$
$= [80 : 8 + 27 - 33 + 1]^2 \cdot 4 + 5 = [10 + 27 - 33 + 1]^2 \cdot 4 + 5 = 5^2 \cdot 4 + 5 = 25 \cdot 4 + 5 = 100 + 5 = 105$.

?! Verifica

Calcola il valore delle seguenti espressioni in cui sono stati inseriti solo alcuni risultati parziali.

① $4^2 + 5^2 - 3 \cdot 2^3 + 7^2 \cdot 5 - 6 \cdot (2^2 \cdot 3 + 2^3) =$
$= 16 +$ ..... $- 3 \cdot$ ..... $+$ ..... $\cdot 5 - 6 \cdot ($..... $\cdot$ ..... $+$ .....$) =$
$= 16 +$ .... $-$ ..... $+ 245 - 6 \cdot (12 +$ .....$) =$
$= 16 +$ ..... $- 24 +$ ..... $- 6 \cdot 20 = 16 +$ ..... $- 24 +$ ..... $- 120 = 142$.

② $[(15 - 5 \cdot 2 + 3)^2 - 6 \cdot 5] : (2^2 \cdot 5 - 3) + 13 =$
$=$ .... $=$
$= [8^2 - 30] : 17 + 13 =$ .... $=$
$=$ .... $= 2 + 13 = 15$.

3 Le proprietà delle potenze

esercizi pag. 254

Ti consigliamo di studiare con particolare attenzione le proprietà delle potenze in quanto saranno fondamentali nel calcolo algebrico che studierai al terzo anno.

I Proprietà

Consideriamo il prodotto $3^2 \cdot 3^3$. Scriviamo per esteso il calcolo delle potenze ed eseguiamo i prodotti:

$$3^2 \cdot 3^3 = \underbrace{3 \cdot 3}_{\text{due fattori}} \cdot \underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3}_{\text{tre fattori}} = 9 \cdot 27 = 243;$$

ovvero: $3^2 \cdot 3^3 = \underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}_{\text{cinque fattori}} = 3^5 = 243.$

Le due scritture sono dunque equivalenti e possiamo scrivere la relazione:

$$3^2 \cdot 3^3 = 3^{2+3} = 3^5.$$

Da queste considerazioni possiamo dedurre la seguente:

Regola. Il **prodotto di due o più potenze aventi la stessa base** è uguale ad una potenza che ha per base la stessa base e per esponente la somma degli esponenti.

prodotto di potenze — somma degli esponenti

$$3^2 \cdot 3^3 = 3^{2+3} = 3^5$$

stessa base

II Proprietà

Consideriamo il quoziente $2^5 : 2^3$. Anche in questo caso scriviamo per esteso il calcolo delle potenze:

$$2^5 : 2^3 = \underbrace{(2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2)}_{\text{cinque fattori}} : \underbrace{(2 \cdot 2 \cdot 2)}_{\text{tre fattori}} = 32 : 8 = 4;$$

Per la proprietà invariantiva della divisione possiamo dividere entrambi i membri per 8 $(= 2^3)$

$$2^5 : 2^3 = (2^5 : 8) : (2^3 : 8) = (32 : 8) : (8 : 8) = 4 : 1 = 4 = 2^2.$$

In forma più sintetica possiamo dire che:

$$2^5 : 2^3 = 2^{5-3} = 2^2.$$

Da queste considerazioni possiamo dedurre la seguente:

Regola. Il **quoziente di due potenze aventi la stessa base** è uguale ad una potenza che ha per base la stessa base e per esponente la differenza degli esponenti.

quoziente di potenze — differenza degli esponenti

$$10^5 : 10^3 = 10^{5-3} = 10^2$$

stessa base

III Proprietà

Consideriamo la potenza di $(4^2)^3$. Scriviamo per esteso il calcolo delle potenze ed eseguiamo i prodotti:

$$(4^2)^3 = 4^2 \cdot 4^2 \cdot 4^2 = 16 \cdot 16 \cdot 16 = 4096.$$

$$= \underbrace{4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4}_{\text{sei fattori}} = 4^6 = 4096.$$

Quindi $(4^2)^3 = 4^6$, ovvero: $(4^2)^3 = 4^{2 \cdot 3} = 4^6$.

Da queste considerazioni possiamo dedurre la seguente:

Regola. La **potenza di una potenza** è uguale ad una potenza che ha per base la stessa base e per esponente il prodotto degli esponenti.

potenza di potenza — prodotto degli esponenti

$$(3^2)^3 = 3^{2 \cdot 3} = 3^6$$

stessa base

Esempi

1. $2^2 \cdot 2^4 = 2^{2+4} = 2^6$.
2. $3^2 \cdot 3^4 \cdot 3^3 = 3^{2+4+3} = 3^9$.
3. $10^5 : 10^2 = 10^{5-2} = 10^3$.
4. $7^{12} : 7^8 : 7^2 = 7^{12-8-2} = 7^2$.
5. $(5^2)^4 = 5^{2 \cdot 4} = 5^8$.

?! Verifica

Esegui i seguenti calcoli lasciando il risultato sotto forma di potenza.

① **a.** $3^2 \cdot 3^3 \cdot 3^4 = 3^{\dots+\dots+\dots}$ = ...; **b.** $2^2 \cdot 2^3 = 2^{\dots\dots\dots}$ = ...; **c.** $6^3 \cdot 6^2$ = ... = ...

② **a.** $2^8 : 2^2 = 2^{\dots\dots-\dots\dots}$ = ...; **b.** $12^7 : 12^5$ = ... = ...; **c.** $7^9 : 7^6$ = ... = ...

③ **a.** $(10^2)^3 = 10^{\dots\dots \cdot \dots\dots}$ = ...; **b.** $(4^2)^2$ = ... = ...; **c.** $(6^2)^3$ = ... = ...

IV Proprietà

Consideriamo il prodotto $2^2 \cdot 3^2$. In questo caso le basi dei fattori sono diverse; possiamo comunque trasformare le potenze in prodotti:

$$2^2 \cdot 3^2 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 4 \cdot 9 = 36.$$

Applichiamo ora in ordine la proprietà commutativa e quella associativa:

$$\begin{aligned} 2^2 \cdot 3^2 &= 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = \text{(Proprietà commutativa)} \\ &= 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 = \text{(Proprietà associativa)} \\ &= (2 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 3) = (2 \cdot 3)^2 = 6^2. \end{aligned}$$

In forma più sintetica possiamo dire che $2^2 \cdot 3^2 = (2 \cdot 3)^2 = 6^2$.

Da queste considerazioni possiamo dedurre la seguente:

Regola. Il **prodotto di due o più potenze aventi lo stesso esponente** è uguale ad una potenza che ha per base il prodotto delle basi e per esponente lo stesso esponente.

stesso esponente

$$\underbrace{5^4 \cdot 3^4}_{\text{prodotto di potenze}} = \underbrace{(5 \cdot 3)^4}_{\text{prodotto delle basi}}$$

V Proprietà

Consideriamo il quoziente $15^3 : 5^3$ e, come in tutte le precedenti proprietà, scriviamo per esteso il calcolo delle potenze:

$$15^3 : 5^3 = (15 \cdot 15 \cdot 15) : (5 \cdot 5 \cdot 5) = 3\,375 : 125 = 27.$$

Possiamo eseguire diversamente lo stesso calcolo, effettuando separatamente le divisioni:

$$\begin{aligned} 15^3 : 5^3 &= (15 \cdot 15 \cdot 15) : (5 \cdot 5 \cdot 5) = \\ &= (15 : 5) \cdot (15 : 5) \cdot (15 : 5) = \\ &= (15 : 5)^3 = 3^3 = 27. \end{aligned}$$

In sintesi possiamo dunque scrivere:

$$15^3 : 5^3 = (15 : 5)^3 = 3^3.$$

Da queste considerazioni possiamo dedurre la seguente:

Regola. Il **quoziente di due potenze aventi lo stesso esponente** è uguale ad una potenza che ha per base il quoziente delle basi e per esponente lo stesso esponente.

stesso esponente

$$6^3 : 2^3 = (6 : 2)^3$$

quoziente di potenze — quoziente delle basi

Esempi

1. $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = (2 \cdot 3 \cdot 5)^2 = 30^2.$
2. $18^3 : 3^3 = (18 : 3)^3 = 6^3.$
3. $3^5 \cdot 6^5 : 9^5 = (3 \cdot 6 : 9)^5 = (18 : 9)^5 = 2^5.$
4. $(6^3 \cdot 6^4)^2 : (2^{10} \cdot 2^4) = (6^{3+4})^2 : (2^{10+4}) = (6^7)^2 : 2^{14} = 6^{14} : 2^{14} = (6 : 2)^{14} = 3^{14}.$

?! Verifica

Esegui i seguenti calcoli lasciando il risultato sotto forma di potenza.

① **a.** $2^3 \cdot 3^3 = (... \cdot ...)^3 =$ ....; **b.** $4^2 \cdot 6^2 =$ .... $=$ ....; **c.** $2^4 \cdot 3^4 \cdot 4^4 =$ .... $=$ ....

② **a.** $16^2 : 8^2 = (..... : .....)^2 =$ ....; **b.** $18^3 : 6^3 =$ .... $=$ .....; **c.** $50^3 : 10^3 =$ .... $=$ ....

③ **a.** $150^3 : (10^3 : 2^3) : (30^3 : 5^3) =$ .... $=$ .....; **b.** $\{[72^3 : (12^3 : 3^3) : 3^3] : 2^3\}^2 =$ .... $=$ ......

4 Le potenze con 0 e 1

esercizi pag. 257

Prendiamo in esame alcune potenze particolari in cui la base o l'esponente sono uguali a 0 oppure a 1.

I Caso

Consideriamo il seguente quoziente di potenza:

$$2^4 : 2^4 = 16 : 16 = 1.$$

Ripetiamo ora i calcoli applicando la proprietà delle potenze:

$$2^4 : 2^4 = 2^{4-4} = 2^0.$$

Avendo operato con le stesse potenze, i due risultati devono essere uguali, pertanto:

$$2^0 = 1.$$

Più in generale, deduciamo la seguente:

Regola. Una potenza di un qualsiasi numero naturale diverso da zero, con esponente zero, è sempre uguale a 1.

potenza con esponente zero

$$6^0 = 1$$

II Caso

Eseguiamo il seguente quoziente di potenze:

$$7^3 : 7^2 = 343 : 49 = 7.$$

Ripetiamo nuovamente i calcoli applicando la proprietà delle potenze:

$$7^3 : 7^2 = 7^{3-2} = 7^1.$$

Possiamo quindi concludere che: $7^1 = 7$.

Ne deduciamo la seguente:

Regola. Una potenza con esponente 1 è sempre uguale alla base stessa.

potenza con esponente 1

$$7^1 = 7$$

Altri casi

Applichiamo adesso il calcolo delle potenze ai seguenti esempi:

a. $1^3 = 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$

b. $0^5 = 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0$

c. $0^0 =$ questa simbologia è priva di significato.

Ne deduciamo le seguenti:

Regole.
- Le potenze del numero 1 sono sempre uguali a 1 qualunque sia l'esponente.
- Le potenze del numero 0, con esponente diverso da zero, sono sempre uguali a 0.
- La potenza 0^0 non ha significato.

La scrittura 0^0 non ha significato perché in base alla definizione di potenza $0^0 = 0$, e in base a quanto detto nel primo caso si ha che $0^0 = 1$. Visto che non si può ammettere che una stessa potenza abbia due risultati diversi, si è stabilito che la scrittura $\mathbf{0^0}$ **non ha significato**.

?! Verifica

① Scrivi sotto forma di prodotti e calcola il valore delle seguenti potenze:

a. $1^7 =$ .... = ...; **b.** $0^6 =$ .... = ...; **c.** $0^1 =$ .... = ...

Sostituisci ai puntini il numero naturale che verifica le seguenti uguaglianze.

② **a.** $.....^0 = 1$; **b.** $.....^7 = 1$; **c.** $6^{.....} = 1$.

③ **a.** $1^{.....} = 1$; **b.** $0^{.....} = 0$; **c.** $..... = 1$.

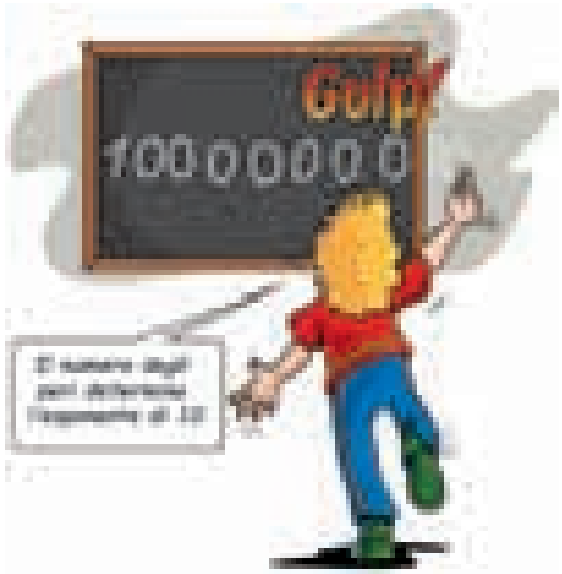
④ **a.** $0^{.....} =$ privo di significato; **b.** $5^{.....} = 5$; **c.** $1^{.....} = 1$.

5 La notazione scientifica

esercizi pag. 261

Abbiamo già avuto modo di osservare che, soprattutto in ambito scientifico, risulta difficoltoso leggere ed interpretare i dati che vengono espressi da numeri molto grandi o molto piccoli. Un metodo per semplificare la scrittura di tali numeri è la **notazione scientifica** o **notazione esponenziale**. Essa consiste nello scrivere i numeri sotto forma di prodotto fra la cifra significativa e la potenza di base 10 corrispondente.

Per capire meglio l'utilità di questa scrittura consideriamo le potenze di 10:



$$10^0 = 1$$
$$10^1 = 10$$
$$10^2 = 100$$
$$10^3 = 1\,000$$
$$10^4 = 10\,000$$
$$10^5 = 100\,000$$
$$10^6 = 1\,000\,000$$
$$10^7 = 10\,000\,000$$
$$10^8 = 100\,000\,000$$

I valori di tali potenze si ottengono scrivendo il numero 1 seguito da tanti zeri quante sono le unità dell'esponente

$$\overset{\text{esponente 5}}{\downarrow}$$
$$10^5 = 1\underbrace{00\,000}_{\text{5 zeri}}$$

È facile capire che è molto più semplice scrivere 10^5 che 100 000.
Analogamente possiamo trasformare un numero come 7 000 000 considerando il seguente prodotto:

$$7\,\underbrace{000\,000}_{\text{6 zeri}} = 7 \cdot 1\,000\,000 = 7 \cdot 10^6 \quad \longrightarrow \quad \text{esponente 6}$$

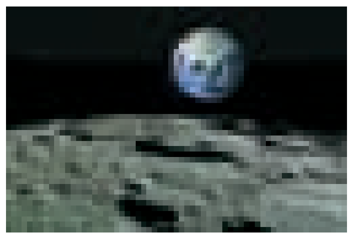
L'uso della scrittura con le potenze di 10 ci permette di scrivere in modo più sintetico la forma polinomiale di un numero. Consideriamo, ad esempio, il numero 1235624 che, come sappiamo, si può scrivere nella forma:

$$1\,235\,624 = 4 \cdot 1 + 2 \cdot 10 + 6 \cdot 100 + 5 \cdot 1\,000 + 3 \cdot 10\,000 + 2 \cdot 100\,000 + 1 \cdot 1\,000\,000.$$

Se ora sostituiamo ai numeri 1, 10, 100, 1000, ... le potenze di 10 corrispondenti avremo:

$$1\,235\,624 = 4 \cdot 10^0 + 2 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^5 + 1 \cdot 10^6.$$

Tale scrittura prende il nome di **scrittura polinomiale in notazione scientifica** o **esponenziale**; in essa il valore delle cifre è dato dalla opportuna potenza di 10. Pertanto:



Il pianeta Terra visto dalla superficie lunare.

Regola. La notazione scientifica di un numero consiste nella sua scrittura sotto forma di espressione in cui il valore posizionale di ciascuna cifra è dato dalla potenza del 10 corrispondente.

Di seguito riportiamo alcuni esempi (con valori approssimati) dai quali si capisce la maggiore sinteticità della notazione scientifica rispetto alla scrittura per esteso di un numero molto grande.

	Notazione scientifica	Scrittura estesa
Distanza tra Terra e Luna	$3{,}9 \cdot 10^5$ km	390 000 km
Età della Terra	$4{,}5 \cdot 10^9$ anni	4 500 000 000 anni
Diametro dell'orbita della Terra	$3 \cdot 10^8$ km	300 000 000 km
Velocità della luce	$3 \cdot 10^5$ km/s	300 000 km/s

Negli esempi della tabella, e in generale in tutti i calcoli di tipo scientifico e tecnico, si è soliti scrivere il numero con una sola cifra intera significativa (compresa dunque fra 1 e 9) ed una opportuna potenza di 10.
Così, ad esempio, il numero 54 000 000 000 potrebbe essere scritto nella forma $54 \cdot 10^9$ ma viene preferibilmente trasformato nella notazione scientifica in:

$$54\,000\,000\,000 = 5{,}4 \cdot 10\,000\,000\,000 = \mathbf{5{,}4 \cdot 10^{10}}$$

?! Verifica

Scrivi in notazione scientifica i seguenti numeri.

① **a.** $52\,500 = 5{,}25 \cdot 10^{...}$; **b.** $32\,600\,000 = 3{,}26 \cdot 10^{...}$; **c.** $573\,200\,000 = ... \cdot 10^{....}$.

② **a.** $1\,370\,000 = ... \cdot 10^{...}$; **b.** $56\,900\,000\,000 = ... \cdot 10^{...}$; **c.** $17\,050\,000 = 1{,}705 \cdot 10^{....}$.

③ Completa le seguenti scritture polinomiali:

a. $3\,671\,032 = 3 \cdot 10^{...} + 6 \cdot 10^{...} + 7 \cdot 10^{...} + 1 \cdot 10^{...} + 0 \cdot 10^{...} + 3 \cdot 10^{...} + 2 \cdot 10^{...}$;

b. $156\,523 = 1 \cdot 10^{...} + 5 \cdot 10^{...} + 6 \cdot 10^{...} + 5 \cdot 10^{...} + 2 \cdot 10^{...} + 3 \cdot 10^{...}$.

6 L'ordine di grandezza

esercizi pag. 264

Dagli esempi del paragrafo precedente appare evidente che, quando si ha a che fare con numeri molto grandi, non è importante tanto il valore esatto del numero quanto piuttosto **l'ordine di grandezza** di tale valore che è così definito:

Definizione. L'ordine di grandezza di un numero è la potenza di 10 più vicina al numero stesso.

Per comprenderne il significato consideriamo, ad esempio, il numero 6410. Le due potenze di 10 più vicine sono 1 000 e 10 000 cioè

$$1\,000 < 6\,410 < 10\,000$$

che possiamo scrivere nella forma equivalente

$$10^3 < 6\,410 < 10^4$$

Calcoliamo ora la differenza del numero dato con la potenza più piccola e con la potenza più grande:

- $6\,410 - 1\,000 = 5\,410$
- $10\,000 - 6\,410 = 3\,590$

Deduciamo che 10^4 è la potenza di 10 più vicina al numero 6 410 e diremo quindi che 10^4 è il suo ordine di grandezza (possiamo anche aggiungere che tale valore è approssimato "per eccesso").

Consideriamo la distanza media di Nettuno dal Sole che è di 4 474 000 000 km e procediamo come nell'esempio precedente.
Consideriamo le due potenze di dieci fra cui tale numero è compreso:

$$10^9 < 4{,}4 \cdot 10^9 < 10^{10}$$

essendo 10^9 il valore che più si avvicina a $4{,}4 \cdot 10^9$, possiamo affermare che l'ordine di grandezza è 10^9. Un metodo pratico per stabilire l'ordine di grandezza di un numero è quello di applicare la seguente:

Regola:
- si scrive il numero nella notazione scientifica facendo in modo di avere la parte intera compresa fra 1 e 9;
- si stabiliscono le potenze di 10 tra le quali il numero è compreso;
- si considera la parte intera del numero e, se è minore di 5 si assume come ordine di grandezza la potenza di 10 con esponente minore, se è maggiore o uguale a 5 si considera la potenza di 10 con esponente maggiore.

Esempi

1. 830 → $8{,}3 \cdot 10^2$ → $10^2 < 8{,}3 \cdot 10^2 < 10^3$ → ordine di grandezza 10^3.
2. 21 614 → $2{,}1 \cdot 10^4$ → $10^4 < 2{,}1 \cdot 10^4 < 10^5$ → ordine di grandezza 10^4.
3. Distanza media di Mercurio dal Sole = 57 900 000 km
   $5{,}79 \cdot 10^7$ → $10^7 < 5{,}79 \cdot 10^7 < 10^8$ → ordine di grandezze 10^8.

?! Verifica

① Determina l'ordine di grandezza dei seguenti numeri:

a. $351\,300 = 3{,}5 \cdot 10^5$ → l'ordine di grandezza è ....

b. $471\,352 = 4{,}7 \cdot 10^{.....}$ → l'ordine di grandezza è ....

c. $45\,000\,000 = 4{,}5 \cdot 10^{......}$ → l'ordine di grandezza è ....

7 La numerazione binaria

esercizi pag. 265

Nel secondo capitolo abbiamo visto come si genera il nostro sistema di numerazione in base dieci, composto dai simboli da 0 a 9. Che ragione c'è di prendere proprio dieci simboli diversi? Quasi sicuramente la scelta è stata suggerita dal numero delle dita delle nostre mani.
Lo **sviluppo dell'elettronica** ha reso possibile e necessario l'uso di un sistema di numerazione con due soli simboli (vedi approfondimento a fine capitolo). Tale sistema si chiama **sistema di numerazione binario**, ovvero sistema di numerazione **in base due**, perché utilizza solo due simboli: i numeri **0** e **1**.
Per capire come si scrivono i numeri nel sistema binario riprendiamo alcuni concetti sulla numerazione decimale che abbiamo incontrato nei capitoli precedenti. Consideriamo, ad esempio, il numero 4 205. In base al valore posizionale delle cifre intendiamo il numero formato da:

4 migliaia, 2 centinaia, 0 decine, 5 unità

che possiamo schematizzare nella seguente tabella che riassume tutti i diversi modi di scrittura dei numeri che abbiamo studiato fino a questo momento.

	4° ordine migliaia	3° ordine centinaia	2° ordine decine	1° ordine unità
Cifra	**4**	**2**	**0**	**5**
Forma polinomiale	$4 \cdot 1000$	$2 \cdot 100$	$0 \cdot 10$	$5 \cdot 1$
Notazione scientifica	$4 \cdot 10^3$	$2 \cdot 10^2$	$0 \cdot 10^1$	$5 \cdot 10^0$

Possiamo costruire la tabella del sistema binario in maniera del tutto analoga a quella del sistema decimale (segui il ragionamento sulla tabella a pagina seguente):

- i numeri 0 e 1 si scrivono esattamente come nella numerazione decimale;

- per rappresentare il numero successivo (*due*) la numerazione binaria non possiede un simbolo specifico. Scriviamo dunque il numero 1 nella seconda colonna da destra (quella delle coppie) e 0 nella prima. Otteniamo la scrittura 10 (si legge uno zero), che significa «una volta due e zero volte uno»;
- per scrivere *tre* aggiungiamo una unità nella colonna di destra. Otteniamo la scrittura 11 (si legge uno uno), che significa «una volta due e una volta uno»;
- per scrivere *quattro* dobbiamo utilizzare la terza colonna, e scrivervi 1, mentre nelle altre due scriveremo 00. La scrittura 100 (si legge uno zero zero) significa «una quaterna, zero coppie e zero unità», ovvero «una volta quattro, zero volte due, zero volte uno».

Il numero più grande che possiamo scrivere con tre cifre del sistema binario è 111. Che cosa significa? «Una quaterna, una coppia e una unità», ovvero «una volta quattro, una volta due, una volta uno», cioè: *sette*.
Per scrivere *otto* dobbiamo mettere un 1 nella quarta colonna (quella degli ottetti). Dopo aver riempito le varie celle e aver completato con quattro 1 le prime quattro colonne (avremo scritto *quindici* nel sistema binario, cioè 1111), dovremo passare alla quinta colonna e vi scriveremo 1 per indicare una "sedicina". Di pari passo si procede poi con la scrittura binaria riempiendo le varie celle.

	Numero in base 10	Sedicine	Ottetti	Quaterne	Coppie	Unità
ORDINI		V	IV	III	II	I
	0					0
	1					1
	2				1	0
	3				1	1
	4			1	0	0
	5			1	0	1
	6			1	1	0
	7			1	1	1
	8		1	0	0	0
	9		1	0	0	1
	10		1	0	1	0
	11		1	0	1	1
	12		1	1	0	0
	13		1	1	0	1
	14		1	1	1	0
	15		1	1	1	1
	16	1	0	0	0	0

Da questi esempi si capisce quanto siano più lunghi (cioè composti da un numero maggiore di cifre) i numeri in base due rispetto a quelli in base dieci. Per scrivere *trentadue* in base dieci occorrono solo due cifre (3 e 2), in base due ne servono sei: $(100\,000)_2$. Allo stesso modo, con due cifre in base dieci arriviamo fino a 99, mentre per scrivere 99 in base due ci vogliono ben sette cifre: $(1\,100\,011)_2$.

7.1 Dalla base 2 alla base 10

Per capire come avviene il passaggio dalla base 2 alla base 10 basta considerare la scrittura polinomiale di un numero e calcolare le somme relative ai prodotti delle potenze crescenti di due. Osserva i seguenti esempi.

0	⟷	0
1	⟷	**1**
2	⟷	**10**
3	⟷	11
4	⟷	**100**
5	⟷	101
6	⟷	110
7	⟷	111
8	⟷	**1 000**
9	⟷	1 001
10	⟷	1 010
11	⟷	1 011
12	⟷	1 100
13	⟷	1 101
14	⟷	1 110
15	⟷	1 111
16	⟷	**10 000**
17	⟷	10 001
18	⟷	10 010
19	⟷	10 011
20	⟷	10 100
21	⟷	10 101
22	⟷	10 110
23	⟷	10 111
24	⟷	11 000
25	⟷	11 001
26	⟷	11 010
27	⟷	11 011
28	⟷	11 100
29	⟷	11 101
30	⟷	11 110
31	⟷	11 111
32	⟷	**100 000**

I numeri in grassetto corrispondono a potenze successive della base due.

Il linguaggio della matematica

In questo testo per evitare confusioni useremo la convenzione di scrivere i numeri in base due racchiusi fra due parentesi tonde e indicheremo la base a pedice fuori dalla tonda. Con questa convenzione dunque:

- 1011 → si intende "in base dieci"
- $(1011)_2$ → si intende "in base due"

Esempi

1. $(1101)_2 = 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^3 = 1 + 4 + 8 = 13.$

2. $(10011)_2 = 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^4 = 1 + 2 + 0 + 0 + 16 = 19.$

3. $(100011)_2 = 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^5 = 1 + 2 + 0 + 0 + 0 + 32 = 35.$

4. $(11001101)_2 = 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^7 = 1 + 4 + 8 + 64 + 128 = 205.$

7.2 Dalla base 10 alla base 2

È ovvio che per trasformare un numero in base dieci nell'equivalente in base due non possiamo tutte le volte costruire una tabella analoga a quella precedente fino ad ottenere il numero considerato ma dobbiamo utilizzare una metodologia più semplice. Per comprendere più facilmente questa tecnica torniamo a considerare un numero in base 10. Prendiamo, ad esempio, il numero 1415 e dividiamolo per la base 10; continuiamo poi a dividere il quoziente per 10 e ripetiamo tale procedimento sino ad ottenere il quoziente zero. La sequenza dei resti delle varie divisioni, scritta nell'ordine inverso ci fornisce nuovamente il numero di partenza.

$1415 : 10 = 141$	$141 : 10 = 14$	$14 : 10 = 1$	$1 : 10 = 0$
5	**1**	**4**	**1**

Useremo la stessa procedura per passare dal sistema decimale a quello in base 2. Consideriamo ad esempio il numero 75; per calcolare il corrispondente numero in base 2 basta dividere il numero 75 per la base 2, prendere nota del resto e continuare la divisione del quoziente per la base 2 fino a quando l'ultimo quoziente è zero.

$75 : 2 = 37$	resto 1
$37 : 2 = 18$	resto 1
$18 : 2 = 9$	resto 0
$9 : 2 = 4$	resto 1
$4 : 2 = 2$	resto 0
$2 : 2 = 1$	resto 0
$1 : 2 = 0$	resto 1

La serie dei resti ottenuti, presi in ordine inverso rispetto alla sequenza delle divisioni, rappresenta l'equivalente binario del numero considerato:

$$75 = (1\,001\,011)_2$$

Esempi

1. Trasformiamo il numero 327 dalla base 10 alla base 2:

$327 : 2 = 163$	resto 1
$163 : 2 = 81$	resto 1
$81 : 2 = 40$	resto 1
$40 : 2 = 20$	resto 0
$20 : 2 = 10$	resto 0
$10 : 2 = 5$	resto 0
$5 : 2 = 2$	resto 1
$2 : 2 = 1$	resto 0
$1 : 2 = 0$	resto 1

Prendendo la successione dei resti nell'ordine inverso abbiamo che: $327 = (101\,000\,111)_2$.

?! Verifica

Alcune delle seguenti uguaglianze sono errate; individuale e correggile.

① **a.** $(1000)_2 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0$; **b.** $(101)_2 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1$.

② **a.** $1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^3 = (1110)_2$; **b.** $1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^4 = (11111)_2$.

③ Completa le seguenti divisioni necessarie per trasformare i numeri 50 e 228 (scritti in base dieci) nei corrispondenti numeri del sistema binario:

a.

50 : 2 = ...	resto .....
..... : 2 = ...	resto .....
..... : 2 = ...	resto .....
6 : 2 = ...	resto .....
..... : 2 = ...	resto .....
1 : 2 = ...	resto .....

$(50)_{10} = (..........)_2$

b.

228 : 2 = ...	resto .....
...... : 2 = ...	resto .....
...... : 2 = ...	resto .....
...... : 2 = ...	resto .....
...... : 2 = ...	resto .....
...... : 2 = ...	resto .....
...... : 2 = ...	resto .....
...... : 2 = ...	resto .....

$(228)_{10} = (..........)_2$

8 Le quattro operazioni nel sistema binario

esercizi pag. 267

L'addizione

Così come avviene nell'operazione di addizione nel sistema decimale, anche nel sistema in base due gli addendi devono essere incolonnati, facendo in modo che le unità dello stesso ordine occupino la stessa colonna. Si sommano quindi le cifre a partire da destra verso sinistra, ricordando che due unità dello stesso ordine formano una unità dell'ordine successivo.
La tabella dell'addizione con il sistema di numerazione binario è rappresentata a lato.

+	0	1
0	0	1
1	1	10

Esempi

1 Esegui nel sistema binario l'addizione 1101 + 1011.

```
 1101+
 1011=
------
11000 → 1 + 1 = 0 (con il riporto di 1)
        0 + 1 + 1 (riporto) = 0 (con il riporto di 1)
        1 + 0 + 1 (riporto) = 0 (con il riporto di 1)
        1 + 1 + 1 (riporto) = 1 (con il riporto di 1)
        1 (riporto)
```

La sottrazione

Nella sottrazione si incolonnano minuendo e sottraendo e si calcola la differenza a partire da destra verso sinistra.
Nel caso in cui si debba eseguire 0 − 1 si deve chiedere "in prestito" una unità dell'ordine superiore che diventa due unità dell'ordine inferiore.

Esempi

1. Eseguiamo nel sistema binario la sottrazione 101 − 10.

```
 10 ←── prestito
 |
101 −
 10
----
011 ──→ 1 − 0 = 1
```

- 1 − 0 = 1
- 0 − 1 non si può eseguire; si chiede quindi in prestito una unità dell'ordine superiore, che equivale a due unità di ordine inferiore, di conseguenza: 10 − 1 = 1
- 0 − 0 = 0 (1 è rimasto 0 avendo dato il prestito all'unità di ordine inferiore).

La moltiplicazione

La moltiplicazione è un'operazione semplice da eseguire in quanto valgono le stesse regole studiate a proposito del sistema decimale, pertanto avremo:

$0 \cdot 0 = 0$; $1 \cdot 0 = 0$; $0 \cdot 1 = 0$; $1 \cdot 1 = 1$.

Nel calcolare la somma per il prodotto finale, bisogna ovviamente applicare la procedura studiata nell'addizione nel sistema binario.
La tabella della moltiplicazione nel sistema binario è rappresentata a lato.

·	0	1
0	0	0
1	0	1

Esempi

1. Eseguiamo nel sistema binario la moltiplicazione 11001 · 111.

```
  11001 ·
    111 =
---------
  11001
 11001 -
11001 - -
---------
10101111
```

La divisione

La divisione si esegue con le stesse modalità del sistema decimale. Basta osservare che nel sistema binario il divisore "può stare" in un gruppo di cifre del dividendo solo zero volte o una volta. Occorre quindi scrivere 0 oppure 1 al quoziente per ogni passaggio, quindi calcolare il resto ed abbassare la cifra successiva.

Esempi

1. Eseguiamo nel sistema binario la divisione 110110 : 11.

```
110110 : 11 = 10010  ←── quoziente
11
----
- - 0
  0
  ----
  - 1
    0
    ----
    11
    11
    ----
    - - 0  ←── resto
```

?! Verifica

① Solo una delle seguenti addizioni in base 2 è stata eseguita in modo errato, individuala e correggila:
a. $110 + 11 = 1001$; **b.** $10 + 10 = 20$; **c.** $101 + 101 = 1010$.

② Solo una delle seguenti sottrazioni in base 2 è stata eseguita in modo corretto, individua quelle sbagliate e correggile:
a. $111 - 110 = 1$; **b.** $101 - 11 = 11$; **c.** $111 - 110 = 0$.

③ Solo una delle seguenti moltiplicazioni in base 2 è stata eseguita in modo errato, individuala e correggila:
a. $111 \cdot 11 = 1111$; **b.** $10 \cdot 110 = 1100$; **c.** $111 \cdot 110 = 101010$.

④ Solo una delle seguenti divisioni in base 2 è stata eseguita in modo corretto, individua quelle sbagliate e correggile:
a. $1010 : 101 = 10$; **b.** $111 : 1 = 110$; **c.** $101 : 101 = 0$.

MATEMATICA E INFORMATICA

Perché nei computer si usano i numeri in base 2

Già agli inizi del secolo scorso (prima dei computer) esistevano le macchine a schede forate che venivano utilizzate per calcolare somme, sottrazioni e moltiplicazioni.
Poiché sarebbe stato difficile distinguere tra fori di dimensioni diverse usati per rappresentare cifre diverse, i numeri sulle schede erano rappresentati da piccoli fori rettangolari (tutti uguali fra loro). Numeri diversi erano quindi rappresentati da fori in posizioni diverse. In seguito, le schede forate si usarono per introdurre i numeri nei computer. All'interno di queste macchine i numeri sono rappresentati da correnti o tensioni elettriche. Anche con i computer sarebbe difficile distinguere fra 10 valori di corrente per indicare una delle 10 cifre decimali. Così, già dal 1945, nei computer fu naturale usare numeri in base 2. I suoi circuiti elettronici infatti distinguono facilmente se una corrente passa o non passa, se un relè è aperto oppure chiuso.

Nel 1928 il numero delle colonne, e quindi delle informazioni, passa da 45 a 80: in ciascuna colonna uno o più fori rappresentano un numero, una lettera o un carattere speciale.

Nei moderni computer, così come in molti dispositivi digitali come telefoni, stampanti, decoder..., i dati vengono gestiti da microprocessori in grado di svolgere fino a 10^{12} operazioni in un secondo.

La divisibilità

Perché studiare la divisibilità dei numeri

La diffusione delle calcolatrici tascabili ha fatto perdere di vista il significato di divisibilità fra numeri. Basta infatti schiacciare qualche tasto e subito sappiamo il risultato di qualsiasi operazione. Quando non esisteva tale strumento i matematici dovevano ripetere più volte i loro calcoli. In alternativa dovevano ricorrere a particolari trucchi per semplificare il calcolo e per verificarne la correttezza senza necessariamente svolgere nuovamente l'operazione.
Una delle tecniche più conosciute è la prova del 9 utilizzata per calcolare l'esattezza di divisioni e moltiplicazioni. Tale procedura è stata introdotta in Europa dai matematici indiani ed è descritta per la prima volta nel *Liber abaci* di Leonardo Pisano (1170-1240), più famoso con il nome di **Fibonacci**.
La spiegazione di questa tecnica (che per essere compresa necessita di conoscenze superiori) è data da particolari ragionamenti che utilizzano "i criteri di divisibilità" (li studieremo nel paragrafo 3).

Capitolo 6

Prerequisiti

- Conoscere le proprietà del sistema di numerazione decimale
- Distinguere il numero e le cifre
- Conoscere le proprietà delle quattro operazioni
- Operare con le quattro operazioni
- Operare con le potenze di un numero

Obiettivi

CONOSCENZE

- Il concetto di multiplo e divisore di un numero
- I criteri di divisibilità
- Il significato di M.C.D. e m.c.m.

ABILITÀ

- Calcolare i multipli e/o i divisori di un numero applicando i criteri di divisibilità
- Calcolare il M.C.D. e il m.c.m.

Un altro motivo per cui è importante studiare la divisibilità di un numero consiste nella possibilità di ricercare il risultato della divisione fra due numeri qualsiasi senza necessariamente dover svolgere una divisione. Un tale metodo è particolarmente utile nelle divisioni tra due numeri molto grandi ad esempio

$$10\,812\,397\,262\,856\,175 : 74\,568\,256\,985\,215$$

È ovvio che per questo calcolo anche noi preferiamo utilizzare la calcolatrice (il risultato è 145) ma la tecnica che studieremo elimina il problema di svolgere una divisione a 14 cifre!

Prima pagina del Liber Abaci, il più famoso libro di matematica scritto da Fibonacci.

1 I multipli di un numero

esercizi pag. 281

Consideriamo la successione di numeri naturali:

$$0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ \ldots\ldots\ldots\ldots$$

e moltiplichiamo ciascun elemento di questo insieme per un generico numero naturale, ad esempio 4: otteniamo una nuova successione di prodotti (vedi a lato) ciascuno dei quali si dice *multiplo di 4.*

$0 \cdot 4 = \mathbf{0}$
$1 \cdot 4 = \mathbf{4}$
$2 \cdot 4 = \mathbf{8}$
$3 \cdot 4 = \mathbf{12}$
$4 \cdot 4 = \mathbf{16}$
$5 \cdot 4 = \mathbf{20}$
$6 \cdot 4 = \mathbf{24}$
....

Definizione. I **multipli** di un numero sono costituiti dall'insieme dei prodotti ottenuti moltiplicando quel numero per la successione dei numeri naturali.

Stabiliamo la convenzione grafica di rappresentare tutti i multipli del numero 4 racchiudendoli in una parentesi graffa nel seguente modo

$$M_4 = \{0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, \ldots\}.$$

In simboli, i multipli di un qualunque numero n si possono rappresentare nella forma

$$\boldsymbol{M_n = \{0,\ n,\ 2 \cdot n,\ 3 \cdot n,\ 4 \cdot n,\ \ldots\}}.$$

Osserviamo che:

- lo zero è multiplo di qualunque altro numero; per convenzione però si è stabilito di ometterlo dalla scrittura dei multipli di un numero;
- essendo la successione dei numeri naturali infinita, ne consegue che anche i **multipli di un numero sono infiniti**;
- i multipli di 2 costituiscono l'insieme dei **numeri pari**, tutti gli altri numeri costituiscono l'insieme dei **numeri dispari**.
  Lo zero appartiene all'insieme dei numeri pari.

Esempi

1 Scriviamo i primi cinque multipli di 7 e i primi quattro multipli di 8:

$M_7 = \{7, 14, 21, 28, 35\}$; $\qquad M_8 = \{8, 16, 24, 32\}$.

?! Verifica

① Seguendo l'esempio **a.** completa le frasi con «è multiplo di», oppure «non è multiplo di» e giustifica le tue risposte:

a.	12	è multiplo di	3	perché	$4 \cdot 3 = 12$
b.	22	....	3	perché	................................;
c.	28	....	4	perché	................................;
d.	12	....	5	perché	................................;
e.	21	....	13	perché	................................;
f.	21	....	7	perché	....

② Sottolinea tra i seguenti numeri i multipli di 3: 6, 10, 12, 21, 36, 40, 50, 63, 90.

2 I divisori di un numero

esercizi pag. 282

Sappiamo che nell'eseguire una divisione tra due numeri naturali non sempre il resto della divisione è uguale a zero. Ad esempio, $18 : 3 = 6$ con resto uguale a zero mentre $18 : 4 = 4$ con resto uguale a 2.

Definizione. Se un numero diviso per un altro numero dà resto zero ($r = 0$), diremo che il secondo è un **divisore** del primo e che il primo è **divisibile** per il secondo.

Dei due casi analizzati possiamo dire che 3 è divisore di 18 e analogamente che 18 è divisibile per 3, mentre 4 non è divisore di 18.
Come per i multipli di un numero, stabiliamo la convenzione di rappresentare tutti i divisori di un numero racchiusi da una parentesi graffa. Se, ad esempio, consideriamo i divisori del numero 4 scriveremo:

$$D_4 = \{1, 2, 4\}.$$

Per i divisori dei numeri 12 e 18 scriveremo:

$$D_{12} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\} \qquad \text{e} \qquad D_{18} = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}.$$

Dagli esempi precedenti possiamo dedurre la seguente:

Regola. I divisori di un numero sono sempre minori o uguali al numero dato.

Torneremo sulla ricerca dei divisori di un numero nel paragrafo 7 quando studieremo una procedura per calcolarne tutti i divisori senza dover svolgere tantissime divisioni.

Esempi

1 Troviamo i divisori dei numeri 8; 2; 7.

Eseguiamo le divisioni successive dei numeri dati per la successione decrescente dei numeri naturali a partire dal numero stesso:

$8 : 8 = 1$ con $\boldsymbol{r = 0}$;	$2 : 2 = 1$ con $\boldsymbol{r = 0}$;	$7 : 7 = 1$ con $\boldsymbol{r = 0}$;
$8 : 7 = 1$ con $r \neq 0$;	$2 : 1 = 2$ con $\boldsymbol{r = 0}$;	$7 : 6 = 1$ con $r \neq 0$;
$8 : 6 = 1$ con $r \neq 0$;		$7 : 5 = 1$ con $r \neq 0$;
$8 : 5 = 1$ con $r \neq 0$;		$7 : 4 = 1$ con $r \neq 0$;
$8 : 4 = 2$ con $\boldsymbol{r = 0}$;		$7 : 3 = 2$ con $r \neq 0$;
$8 : 3 = 2$ con $r \neq 0$;		$7 : 2 = 3$ con $r \neq 0$;
$8 : 2 = 4$ con $\boldsymbol{r = 0}$;		$7 : 1 = 7$ con $\boldsymbol{r = 0}$;
$8 : 1 = 8$ con $\boldsymbol{r = 0}$.		

I divisori di un numero sono quelli in cui $r = 0$, pertanto i divisori di 8 sono $D_8 = \{1, 2, 4, 8\}$; i divisori di 2 sono $D_2 = \{1, 2\}$, i divisori di 7 sono $D_7 = \{1, 7\}$.
Osserviamo che alcuni numeri (nel nostro caso il 2 e il 7) hanno per divisore soltanto l'unità e se stessi. I numeri che godono di questa proprietà sono detti **primi** e saranno studiati nel dettaglio nel paragrafo 4.

?! Verifica

① Seguendo l'esempio **a.** completa le frasi con «... è divisibile per ......», oppure «... non è divisibile per ......», e giustifica le tue risposte:

a. 12	è divisibile per	3	perché	$12 : 3 = 4$ (con resto 0)
b. 21	....	4	perché	....................................;
c. 15	....	3	perché	....................................;

d. 72 .... 4 perché ....;
e. 85 .... 3 perché ....;
f. 88 .... 3 perché ....

② Sottolinea tra i seguenti numeri i divisori di 16: 1, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16.

3 I criteri di divisibilità

esercizi pag. 283

Spesso nelle attività quotidiane più che trovare il quoziente di due numeri può essere interessante e utile scoprire quando la divisione fra due numeri porta a un resto uguale a zero.
Supponiamo ad esempio di dover distribuire 3780 caramelle fra 3 bambini.
Se vogliamo dare a tutti i bambini lo stesso numero di caramelle è necessario sapere, prima di iniziare la distribuzione delle caramelle, se il quoziente tra 3780 e 3 dà resto uguale a zero.
I criteri di divisibilità sono delle regole che permettono di stabilire velocemente se un numero è divisibile per un altro numero senza dover eseguire la divisione.

I Criterio — DIVISIBILITÀ PER 2

Consideriamo alcuni multipli di 2:

$$M_2 = \{2, 4, 6, ..., 10, ..., 16, ..., 20, 22, ..., 26, ...\}$$

Abbiamo già detto che essi sono tutti numeri pari. Ne deduciamo:

Criterio. Un numero è divisibile per 2 se la cifra delle unità è pari.

Ad esempio:
- 28 è divisibile per 2 perché la sua ultima cifra 8 è pari;
- 80 è divisibile per 2 perché la sua ultima cifra 0 è pari;
- 29 non è divisibile per 2 perché la sua ultima cifra 9 non è pari.

II Criterio — DIVISIBILITÀ PER 5

Consideriamo alcuni multipli di 5:

$$M_5 = \{5, 10, 15, 20, ..., 35, ..., 50, ..., 65, 70, ...\}$$

Notiamo che essi hanno come cifra delle unità il numero 0 o 5. Ne deduciamo:

Criterio. Un numero è divisibile per 5 se termina con zero o con cinque.

Ad esempio:
- 90 è divisibile per 5 perché termina con zero;
- 65 è divisibile per 5 perché termina con cinque;
- 66 non è divisibile per 5 perché non termina né con zero, né con cinque.

III Criterio — DIVISIBILITÀ PER 3 E PER 9

Consideriamo alcuni multipli di 3:

$$M_3 = \{3, 6, 9, 12, ..., 21, 24, ..., 36, ..., 72, ..., 90, ...\}$$

Notiamo che la somma delle loro cifre è sempre un multiplo di 3.
Consideriamo alcuni multipli di 9:

$$M_9 = \{9, 18, 27, 36, ..., 351, ...\}$$

Notiamo che la somma delle loro cifre è sempre un multiplo di 9. Ne deduciamo:

> **Criterio.** Un numero è divisibile per 3 (o per 9) se la somma delle sue cifre è un multiplo di 3 (o di 9).

Ad esempio:

- 18 è divisibile per 3 (e per 9) perché la somma delle sue cifre, $1 + 8 = 9$, è un multiplo di 3 (e di 9);
- 51 è divisibile per 3 perché la somma delle sue cifre, $1 + 5 = 6$, è un multiplo di 3; non è divisibile per 9 perché 6 non è un multiplo di 9;
- 19 non è divisibile per 3 (e quindi non è divisibile neanche per 9) perché la somma delle sue cifre, $1 + 9 = 10$, non è un multiplo di 3.

HELP

Quando un numero è divisibile per 9 allora è divisibile anche per 3.
Non è sempre vero il viceversa: se un numero è divisibile per 3 non è detto che sia divisibile per 9.

IV Criterio — DIVISIBILITÀ PER 11

Consideriamo alcuni multipli di 11:

$$M_{11} = \{11, 22, 33, ..., 121, ..., 165, ..., 1\,397, ..., 92\,939, ...\}$$

e scegliamo tra di essi, ad esempio, i numeri 1 397, 92 939.
Attribuiamo, per ogni numero, il posto dispari (che indicheremo con D) alla prima cifra a sinistra e il posto pari (che indicheremo con P) a quella successiva e così via, fino all'ultima cifra a destra:

$$\begin{array}{cc} D\,PDP & DP\,DPD \\ 1\,397 & 92\,939 \end{array}$$

Calcoliamo ora la differenza tra la somma delle cifre di posto dispari e la somma di quelle di posto pari:

$$\begin{array}{l} D\,PDP \\ 1\,397 \end{array} \quad \left\{\begin{array}{l} \text{somma delle cifre di posto dispari } 1 + 9 = 10 \\ \text{somma delle cifre di posto pari } 3 + 7 = 10 \end{array}\right\} \quad 10 - 10 = 0$$

$$\begin{array}{l} DP\,DPD \\ 92\,939 \end{array} \quad \left\{\begin{array}{l} \text{somma delle cifre di posto dispari } 9 + 9 + 9 = 27 \\ \text{somma delle cifre di posto pari } 2 + 3 = 5 \end{array}\right\} \quad 27 - 5 = 22$$

Osserviamo che la differenza è 0 o un multiplo di 11. Ne deduciamo:

> **Criterio.** Un numero è divisibile per 11 se la differenza tra la somma delle cifre di posto dispari e quella di posto pari (o viceversa) è 0 o un multiplo di 11.

Ad esempio:

- 209 è divisibile per 11 perché $(2 + 9) - 0 = 11$;
- 309 non è divisibile per 11 perché $(3 + 9) - 0 = 12$;
- 1727 è divisibile per 11 perché $(7 + 7) - (1 + 2) = 14 - 3 = 11$.

HELP

La scelta di eseguire la differenza fra la somma delle cifre di posto dispari e quella di posto pari (o viceversa) dipende dal fatto che tale differenza deve essere possibile nell'insieme dei numeri naturali (vedi l'esempio del numero 1727 a lato).

V Criterio — DIVISIBILITÀ PER 10, 100, 1000

Consideriamo alcuni multipli di 10, di 100 e di 1000:

$M_{10} = \{10, 20, 30, 40, 50, ...\}$

$M_{100} = \{100, 200, 300, 400, 500, ...\}$

$M_{1\,000} = \{1000, 2000, 3000, 4000, 5000, ...\}$

Notiamo che tutti i multipli di 10 terminano sempre con uno zero, ovvero hanno come cifra delle unità uno zero, i multipli di 100 terminano sempre con due zeri e i multipli di 1000 terminano sempre con tre zeri. Ne deduciamo:

> **Criterio.** Un numero è divisibile per 10, 100, 1000, ... se termina rispettivamente con uno, due, tre, ... zeri.

Ad esempio:

- 700 è divisibile
  - per 100 perché termina con due zeri
  - per 10 perché l'ultima cifra è uno zero;
- 15 non è divisibile per 10 perchè non termina con uno zero.

VI CRITERIO — DIVISIBILITÀ PER 4 E 25

Consideriamo alcuni multipli di 4 e di 25:

$M_4 = \{4, 8, 12, 24, \ldots\ldots, 40, \ldots\ldots, 100, \ldots\ldots, 108, \ldots\ldots, 200, \ldots\ldots, 224, 228, \ldots\ldots\}$

$M_{25} = \{25, 50, 75, 100, \ldots\ldots, 175, 200, \ldots\ldots, 250, \ldots\ldots\}$

Notiamo che le ultime due cifre di ogni numero formano un numero multiplo di 4 o di 25, oppure sono due zeri. Ne deduciamo:

> **Criterio.** Un numero è divisibile per 4 o per 25 se le ultime due cifre formano un numero multiplo di 4 o di 25, oppure sono due zeri.

Ad esempio:

- 128 è divisibile per 4 perché le ultime due cifre (28) sono divisibili per 4 $\rightarrow$ $28 : 4 = 7$;
- 110 non è divisibile per 4 perché le ultime due cifre (10) non sono divisibili per 4 $\rightarrow$ $10 : 4 = 2$ con $r \neq 0$;
- 475 è divisibile per 25 perché le ultime due cifre (75) sono divisibili per 25 $\rightarrow$ $75 : 25 = 3$;
- 180 non è divisibile per 25 perché le ultime due cifre (80) non sono divisibili per 25 $\rightarrow$ $80 : 25 = 3$ con $r \neq 0$.

Esempi

1 Stabilisci per quali numeri è possibile dividere il numero 8052 ottenendo resto uguale a zero.

Applichiamo direttamente i criteri di divisibilità. Il numero dato:

- è divisibile per 2 perché la cifra delle unità è pari
- è divisibile per 3 perché la somma delle cifre $8 + 0 + 5 + 2 = 15$ è divisibile per 3
- è divisibile per 4 perché le ultime due cifre (52) sono un multiplo di 4
- non è divisibile per 5 perché la cifra delle unità è diversa da zero o cinque
- non è divisibile per 9 perché la somma delle cifre non è un multiplo di 9
- non è divisibile per 10 perché la cifra delle unità è diversa da zero
- è divisibile per 11 perché la differenza tra la somma delle cifre di posto dispari $(8 + 5 = 13)$ e quella delle cifre di posto pari $(0 + 2 = 2)$, ovvero $13 - 2 = 11$, è un multiplo di 11
- considerando che non è divisibile per 5 non lo sarà nemmeno per 25.

?! Verifica

① Scrivi al posto dei puntini una cifra che renda il numero formato divisibile per 2:

a. 3 ....; **b.** 5 ....; **c.** 7 ....; **d.** 9 ....; **e.** 13 ....; **f.** 15 ....

② Scrivi al posto dei puntini una cifra che renda il numero formato divisibile per 3:

a. 1 ....; **b.** 2 ....; **c.** 4 ....; **d.** .... 5; **e.** 10 ....; **f.** .... 11.

③ Scrivi al posto dei puntini una cifra che renda il numero formato divisibile per 5:

a. 5 ....; **b.** 1 ....; **c.** 7 ....; **d.** 8 ....; **e.** 3 ....; **f.** 28 ....

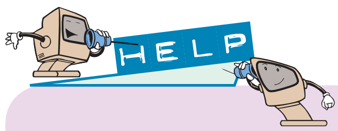
④ Scrivi al posto dei puntini una cifra che renda il numero formato divisibile per 11:

a. 1 ....; **b.** 2 ....; **c.** 3 ....; **d.** 2 .... 1; **e.** 56 ....; **f.** .... 72.

4 Numeri primi e numeri composti

esercizi pag. 285

Nei precenti paragrafi abbiamo più volte incontrato dei numeri naturali che avevano come divisori soltanto il numero 1 e se stessi. Questi numeri si dicono **numeri primi**. Tutti gli altri numeri naturali che hanno più divisori oltre al numero stesso e all'1 si dicono composti.



Per convenzione si è stabilito di non considerare il numero 1 come numero primo.

Definizione. Un **numero naturale** si dice **primo** se è divisibile solo per 1 e per se stesso.

Definizione. Un **numero naturale** si dice **composto** quando è divisibile anche per qualche altro numero oltre all'1 e a se stesso.

Così, ad esempio:

- i numeri 5, 11 e 23, rispettivamente divisibili per 1 e 5, per 1 e 11 e per 1 e 23, sono primi;
- i numeri 4 e 25, rispettivamente divisibili per 1, 2 e 4 e per 1, 5 e 25, non sono primi; tali numeri, essendo divisibili per altri numeri oltre all'1 e a se stessi, sono quindi numeri composti.

In realtà è molto difficile individuare i numeri primi. Essi infatti non rispondono ad una regolarità precisa e si distribuiscono in modo apparentemente casuale. L'unico procedimento per stabilire se un numero è primo è quello di verificare se è divisibile per tutti i numeri che lo precedono. Per velocizzare questa operazione il matematico greco Eratostene (275-195 a.C.) aveva inventato un metodo che da lui ha preso il nome di **«crivello di Eratostene»**. Applichiamo tale tecnica alla ricerca dei numeri primi compresi fra 1 e 60. Iniziamo costruendo una tabella con i numeri compresi fra i due estremi della ricerca:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60

Il linguaggio della matematica

Crivello significa «setaccio»: il metodo consiste nell'eliminare progressivamente, come facendoli passare attraverso un setaccio, tutti i numeri composti.

Eliminiamo dalla tabella il numero 1 che per convenzione si è deciso di non inserire fra i numeri primi. Il primo numero primo è il 2; lo segniamo in rosso ed eliminiamo tutti i suoi multipli. Otteniamo così la tabella:

	2	3		5		7		9	
11		13		15		17		19	
21		23		25		27		29	
31		33		35		37		39	
41		43		45		47		49	
51		53		55		57		59	

Il secondo numero primo è il 3; analogamente al passaggio precedente, segniamolo in rosso ed eliminiamo tutti i suoi multipli. Otteniamo:

	2	3		5		7			
11		13				17		19	
		23		25				29	
31				35		37			
41		43				47		49	
		53		55				59	

Ripetiamo lo stesso procedimento colorando il 5 ed eliminando i suoi multipli.

	2	3		5		7			
11		13				17		19	
		23						29	
31						37			
41		43				47		49	
		53						59	

Applichiamo nuovamente la procedura con il 7.

	2	3		5		7			
11		13				17		19	
		23						29	
31						37			
41		43				47			
		53						59	

Ripetendo tale procedimento otteniamo una tabella con molte caselle vuote; i numeri rimasti sono tutti ed i soli numeri primi compresi fra 1 e 60. Al termine di questo volume trovi l'elenco dei numeri primi compresi fra 1 e 5 000.

APPROFONDIMENTI

La ricerca del numero primo più grande

Abbiamo studiato i numeri che sono divisibili per altri numeri e quelli che non lo sono: li abbiamo chiamati *"numeri composti"* e *"numeri primi"*. Abbiamo anche visto come fin dall'antichità l'uomo sia rimasto affascinato dai numeri primi e abbia cercato dei metodi per individuarli. È una procedura lunga che si svolge per tentativi e in questi anni sono stati trovati numeri primi grandissimi che hanno molte migliaia di cifre.
Ci chiediamo ora se esiste un numero primo massimo.
Il problema venne in mente già ai greci e fu risolto da Euclide il quale rispose che non è possibile trovare "l'ultimo numero primo". Se li andassimo a cercare con pazienza, troveremmo numeri primi sempre più grandi, ma questo procedimento non finisce mai. Nel tempo sono state scoperte alcune formule per ottenere alcuni (ma non tutti) numeri primi. Applicando la formula scoperta dal monaco francese Mersenne agli inizi del 1600 e partecipando ad una ricerca via Internet il dr. Edson Smith e il dr. George Woltman, il 23 agosto 2008, hanno scoperto il 46-esimo numero primo di Mersenne, che è il più grande numero primo conosciuto fino a questa data: è un numero formato da ben 12 978 189 cifre.

N.B: se lo desideri, puoi collaborare anche tu alla ricerca del prossimo numero primo di Mersenne collegandoti al sito http://www.mersenne.org (sito in inglese). A colui che scoprirà il numero primo con più di 100 000 000 di cifre spetta un premio di $ 150 000. Buon lavoro e auguri.

?! Verifica

① Tra i seguenti numeri individua quelli primi: 9, 12, 13, 17, 21, 23, 39, 40, 49, 50.

② Tra i seguenti due gruppi di numeri individua quelli composti:
a. 10, 11, 3, 27, 31, 25, 30, 42, 52; **b.** 2, 11, 12, 20, 23, 26, 28, 30, 41, 60.

5 La scomposizione in fattori primi

esercizi pag. 287

Un numero composto si chiama così proprio perché "si compone" di più fattori moltiplicati tra di loro. Ad esempio:

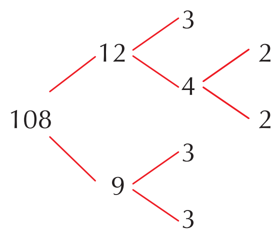
$$14 = 7 \cdot 2 \qquad 18 = 9 \cdot 2 \qquad 20 = 5 \cdot 4.$$

I numeri che moltiplicati fra loro danno il numero di partenza si dicono, come già sappiamo, **fattori**. In questo paragrafo vogliamo trovare una tecnica per calcolare la scomposizione di un numero, utilizzando esclusivamente i suoi **fattori primi**. Premettiamo la seguente:

Definizione. I **fattori primi** sono i numeri primi che, moltiplicati tra di loro, danno il numero in esame.

Consideriamo ad esempio il numero 108. Una sua scomposizione è data dal prodotto $12 \cdot 9$. Ciascuno di tali fattori è a sua svolta scomponibile in altri fattori fino ad ottenere il diagramma ad albero illustrato nella figura a lato.
Le estremità di tale albero sono numeri primi e possiamo dunque scrivere:

$$108 = 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 = 3^3 \cdot 2^2$$



$108 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3^3$

Definizione. L'operazione che ci permette di scrivere un numero composto come prodotto di fattori primi si dice **scomposizione in fattori primi** o **fattorizzazione**.

Analizziamo ora un **procedimento pratico** che ci permette di scomporre un numero in fattori primi in modo più semplice e veloce. A questo proposito dobbiamo individuare i divisori del numero da scomporre, mediante l'applicazione dei criteri di divisibilità, quindi dobbiamo scrivere i divisori primi del numero sulla destra di una riga verticale (che rappresenta l'operazione di divisione) e i quoti, corrispondenti alle divisioni tra il numero dato e i divisori primi, sulla sinistra della stessa riga e sotto i numeri da scomporre, finché non si ottiene come quoto uno; (segui la procedura sullo schema a lato).
Scomponiamo, per esempio, in fattori primi il numero 132. Poiché il numero 132 è pari possiamo considerare il numero 2 come un divisore di 132.

	132	**2**	Divisori primi
Quoti	66	**2**	
	33	**3**	
	11	**11**	
	1		

Eseguiamo: $132 : 2 = 66.$

Scriviamo dunque alla destra del numero dato il più piccolo dei numeri primi per cui è divisibile (cioè 2); riportiamo nella seconda riga il quoziente dei due numeri (il numero 66). Siccome il numero sulla sinistra è pari ripetiamo la divisione per 2 e riportiamo il quoziente nella riga sotto.

$$66 : 2 = 33.$$

Mediante l'uso dei criteri di divisibilità sappiamo che 33 è divisibile per 3.

Eseguiamo: $33 : 3 = 11$

Sappiamo che 11 è numero primo.

Quindi abbiamo: $\mathbf{132} = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 11 = \mathbf{2^2 \cdot 3 \cdot 11}.$

Regola. Per scomporre un numero in fattori primi si eseguono le divisioni successive tra il numero dato e i suoi divisori primi (in ordine crescente) fino ad ottenere come quoto uno. I divisori primi che compaiono più di una volta si scrivono sotto forma di potenza.

Osservazione.
Un numero che termina rispettivamente con uno, due, tre, ... zeri, è divisibile per 10, 100, 1 000, ... e possiamo allora velocizzare il procedimento della fattorizzazione scrivendo 10, 100, 1000 nelle forme rispettivamente $2 \cdot 5$, $2^2 \cdot 5^2$, $2^3 \cdot 5^3$, ...

HELP

Se un numero è divisibile per 4, per 9 oppure per 25 si può scrivere sotto forma di potenza 2^2, 3^2, 5^2.

Esempi

1

$$\begin{array}{r|l} 126 & 2 \\ 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$126 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7$

2

$$\begin{array}{r|l} 16\,000 & 2^3 \cdot 5^3 \\ 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

$16\,000 = 2^7 \cdot 5^3$

?! Verifica

① Per scomporre un numero in fattori primi si eseguono le divisioni successive tra il numero dato e i suoi divisori:
a. primi fino ad ottenere come quoto zero;
b. primi fino ad ottenere come quoto uno;
c. fino ad ottenere come quoto uno.

② Sottolinea per ogni numero la corretta scomposizione in fattori primi:

12	$\rightarrow$	$2 \cdot 3$;	$2^2 \cdot 3$;	$2 \cdot 3^2$;	$2^2 \cdot 3^2$.
18	$\rightarrow$	$2^2 \cdot 3^2$;	$2^2 \cdot 3$;	$2 \cdot 3^2$;	$2 \cdot 3$.
20	$\rightarrow$	$2 \cdot 5^2$;	$2^2 \cdot 5$;	$2 \cdot 5$;	$2^2 \cdot 5^2$.
36	$\rightarrow$	$2 \cdot 3^2$;	$2^2 \cdot 3^2$;	$2^2 \cdot 3$;	$2^2 \cdot 5$.
54	$\rightarrow$	$2^3 \cdot 3^2$;	$2^2 \cdot 3^3$;	$2^2 \cdot 3^2$;	$2 \cdot 3^3$.

6 Il criterio generale di divisibilità

esercizi pag. 290

La scomposizione in fattori primi ci permette di sapere se due numeri sono tra loro divisibili senza effettuare direttamente la divisione. Prendiamo in considerazione, ad esempio, i numeri 3 780 e 252 e dividiamoli fra loro:

$$3780 : 252 = 15 \qquad \text{con resto } 0$$

Avendo ottenuto per resto zero, essi sono divisibili fra loro. Nell'introduzione di questo capitolo abbiamo detto che vogliamo trovare un procedimento che porti allo stesso risultato senza svolgere la divisione a tre cifre (e senza usare la calcolatrice). Vediamo come.

Scomponiamo i due numeri in fattori primi:

3 780	2
1 890	2
945	3
315	3
105	3
35	5
7	7
1	

$3780 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7$

252	2
126	2
63	3
21	3
7	7
1	

$252 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7$

HELP

Nella scomposizione in fattori primi a lato abbiamo evidenziato con lo stesso colore i fattori comuni. I fattori in nero sono quelli che, moltiplicati fra loro, danno il quoziente della divisione iniziale.

Poiché i fattori di 252 ($2^2 \cdot 3^2 \cdot 7$) sono tutti presenti nella scomposizione di 3780 ($2^2 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7$) in quanto hanno esponenti minori o uguali a quello dei fattori corrispondenti, concludiamo che 3780 è divisibile per 252.
Dall'esempio considerato possiamo dedurre il seguente:

Criterio (generale di divisibilità). Due numeri sono divisibili tra loro se ciascun fattore del numero divisore è presente nella scomposizione del numero dividendo ed ha esponente minore o uguale a quello del fattore corrispondente.

Ma osserviamo i fattori del quoziente 15 che abbiamo calcolato nella divisione di pagina precedente; essi sono gli stessi fattori del dividendo aventi per esponente la differenza degli esponenti con cui compaiono nel dividendo e nel divisore cioè $3 = 3^3 : 3^2$; $5 = 5^1 : 5^0$ (in nero nella precedente scomposizione).
Possiamo completare il criterio generale di divisibilità con la seguente:

Regola. Il quoziente di due numeri divisibili fra loro si ottiene moltiplicando tutti i fattori del dividendo aventi per esponente la differenza degli esponenti con cui compaiono nei due termini della divisione.

Esempi

1 Verifichiamo che i numeri 2 160 e 90 sono fra loro divisibili e calcoliamo il loro quoziente.
Calcoliamo inizialmente la fattorizzazione dei due numeri:

2 160	2 · 5
216	2
108	2
54	2
27	3
9	3
3	3
1	

$2160 = 2^4 \cdot 3^3 \cdot 5$

90	2 · 5
9	3
3	3
1	

$90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$

Poiché i fattori del divisore sono tutti presenti fra i fattori del dividendo possiamo sicuramente affermare che 2 160 è divisibile per 90.

Per calcolare il quoziente fra i due numeri (senza svolgere la divisione), confrontiamo le due scomposizioni in fattori primi:

- l'esponente del numero 2 è la differenza fra gli esponenti $4 - 1 = 3$
- l'esponente del numero 3 è la differenza fra gli esponenti $3 - 2 = 1$
- l'esponente del numero 5 è la differenza fra gli esponenti $1 - 1 = 0$

Il risultato della divisione è pertanto: $2160 : 90 = 2^{4-1} \cdot 3^{3-2} \cdot 5^{1-1} = 2^3 \cdot 3^1 \cdot 5^0 = 8 \cdot 3 = 24$.

2 Verifichiamo che i numeri 840 e 160 non sono fra loro divisibili.
Calcoliamo la fattorizzazione dei due numeri:

840	2 · 5
84	2
42	2
21	3
7	7
1	

160	2 · 5
16	2
8	2
4	2
2	2
1	

$840 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ $160 = 2^5 \cdot 5$

Dal confronto fra le due scomposizioni ci accorgiamo che un fattore del numero divisore (2^5) ha esponente maggiore del fattore del numero dividendo (2^3). Possiamo pertanto concludere che i due numeri non sono fra loro divisibili. Se provi a svolgere l'operazione 840 : 160 non ottieni dunque un numero naturale ma un numero decimale (5,25).

?! Verifica

① Il criterio generale di divisibilità permette di stabilire se due numeri sono divisibili tra loro. Questa condizione si ha quando tutti i fattori del numero divisore sono presenti nella scomposizione del numero dividendo ed hanno:
a. esponente maggiore a quello dei fattori corrispondenti;
b. esponente minore o uguale a quello dei fattori corrispondenti;
c. qualche esponente in comune.

② Utilizzando il criterio generale di divisibilità verifica nelle seguenti coppie di numeri se il primo è divisibile per il secondo:
a. (603; 9); **b.** (740; 35).

7 L'insieme dei divisori di un numero

esercizi pag. 291

Dopo aver svolto la scomposizione di un numero in fattori primi possiamo risolvere il problema di scrivere l'insieme di tutti i divisori di un numero (paragrafo 2).
Consideriamo, per esempio, il numero 720. Per essere sicuri di scrivere tutti i divisori senza dimenticarne alcuno, possiamo seguire il seguente algoritmo:

- svolgiamo la scomposizione in fattori primi (a lato);
- costruiamo una tabella come quella di pagina seguente in cui nella prima riga mettiamo l'unità seguita da tutte le potenze del primo fattore fino ad arrivare alla potenza con cui è presente nella scomposizione, sulla seconda riga l'unità seguita dalle potenze del secondo fattore fino ad arrivare alla potenza con cui è presente nella scomposizione e così per tutti i fattori della scomposizione:

720	2 · 5
72	2
36	2
18	2
9	3
3	3
1	

$720 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$

1	2^1	2^2	2^3	2^4	ovvero:	1	2	4	8	16
1	3^1	3^2			ovvero:	1	3	9		
1	5^1				ovvero:	1	5			

- moltiplichiamo tutti i numeri della prima riga per tutti i numeri della seconda riga

1 2 4 8 16 3 6 12 24 48 9 18 36 72 144

- moltiplichiamo tutti i numeri ottenuti per tutti i numeri della terza riga

1	2	4	8	16	3	6	12	24	48	9	18	36	72	144
5	10	20	40	80	15	30	60	120	240	45	90	180	360	720

I numeri ottenuti sono **tutti e i soli** divisori del numero 720. Possiamo dunque scrivere:

$$D_{720} = \left\{ \begin{array}{l} 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 16, 18, 20, 24, 30, 36, \\ 40, 45, 48, 60, 72, 80, 90, 120, 144, 180, 240, 360, 720 \end{array} \right\}$$

Esempi

1 Cerchiamo l'insieme dei divisori dei seguenti numeri: **a.** 23 **b.** 24

a. Ci accorgiamo subito che il numero 23 è primo. Possiamo quindi subito dire che $D_{23} = \{1, 23\}$.

b. Svolgiamo la scomposizione in fattori primi di 24 come a lato.

Scriviamo la fattorizzazione nella forma sintetica $2^3 \cdot 3$
e procediamo con la costruzione dell'algoritmo costruendo la tabella

$$\begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

1	2^1	2^2	2^3	ovvero	1	2	4	8
1	3^1			ovvero	1	3		

Moltiplichiamo tutti i numeri della prima riga per tutti i numeri della seconda riga

1 2 4 8 3 6 12 24

Dopo aver ordinato i numeri della sequenza possiamo dire che $D_{24} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$.

?! Verifica

① Inserisci al posto dei puntini i divisori mancanti:

a. $D_{18} = \{1; 2; 3; 6; ......; 18\}$;
b. $D_{54} = \{1; 2; 3; ......; 9; ......; 27; 54\}$;
c. $D_{100} = \{1; 2; ......; 5; 10; 20; ......; 50; 100\}$;
d. $D_{125} = \{1; 5; ......; ......\}$.

② Individua il divisore sbagliato nelle seguenti scritture:

a. $D_{25} = \{1; 5; 10; 25\}$; **b.** $D_{50} = \{1; 2; 5; 10; 20; 25; 50\}$; **c.** $D_{81} = \{1; 2; 3; 9; 27; 81\}$.

8 Il Massimo Comune Divisore (M.C.D.)

esercizi pag. 291

Consideriamo due numeri naturali, ad esempio il 12 e il 16, ed elenchiamo gli insiemi dei divisori,

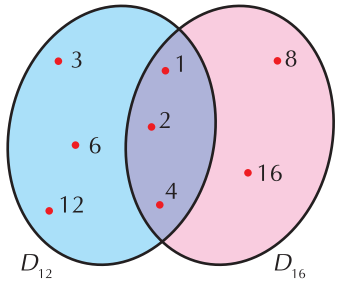
$$D_{12} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$
$$D_{16} = \{1, 2, 4, 8, 16\}$$

Notiamo che i numeri 1, 2 e 4 sono comuni ai due insiemi

$$D_{12,16} = \{1, 2, 4\}$$

Nella figura a lato abbiamo visualizzato con un diagramma di Eulero-Venn gli insiemi dei divisori e la loro parte comune.
Il numero 4 è il maggiore di tali divisori comuni e per tale ragione viene chiamato **Massimo Comune Divisore (M.C.D.)** dei numeri 12 e 16; in simboli:

$$\textbf{M.C.D.}\ (\mathbf{12,\ 16}) = \mathbf{4}.$$



Definizione. Il **M.C.D.** di due o più numeri è il maggiore tra i divisori comuni ai numeri dati.

Dalla definizione è facile dedurre che:

Criterio. Se due o più numeri sono tali che il minore di essi è divisore di ciascuno degli altri, quest'ultimo numero è il M.C.D. dei numeri dati.

Proviamo a determinare il M.C.D. dei numeri 6 e 25. Elenchiamo i loro divisori:

$$D_6 = \{1, 2, 3, 6\}, \qquad D_{25} = \{1, 5, 25\}.$$

Notiamo che il 6 e il 25 hanno come divisore comune solo l'uno e quest'ultimo, quindi, è il loro M.C.D.

$$\text{M.C.D. } (6, 25) = 1.$$

Definizione. Due o più numeri si dicono **primi tra loro** se hanno 1 come M.C.D.

La relazione «essere primi tra di loro», non significa necessariamente «essere numeri primi». Nell'esempio descritto a lato né 6 né 25 sono numeri primi.

Esempi

1 Troviamo il M.C.D. tra i numeri 18, 24, 30.

Scriviamo tutti i loro divisori: $D_{18} = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$;
$D_{24} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$;
$D_{30} = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$.

I divisori comuni di 18, 24 e 30 sono $D_{18,\,24,\,30} = \{1, 2, 3, 6\}$; il maggiore di essi è 6 e pertanto:

$$\text{M.C.D. } (18, 24, 30) = 6.$$

2 Determiniamo il M.C.D. dei numeri 15 e 30.

Scriviamo tutti i divisori: $D_{15} = \{1, 3, 5, 15\}$;
$D_{30} = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$.

Come possiamo notare, il numero 15 compare anche fra i divisori del secondo numero ed è il M.C.D. dei due numeri:

$$\text{M.C.D. } (15, 30) = 15.$$

8.1 Il calcolo del M.C.D. mediante la scomposizione in fattori primi

Negli esempi precedenti per la ricerca del M.C.D. tra due o più numeri abbiamo elencato tutti i divisori comuni ai numeri dati e abbiamo scelto il maggiore tra di essi. In presenza però di numeri molto grandi, la ricerca di tutti i divisori risulta molto laboriosa. Il metodo più semplice per calcolare il M.C.D. fra due o più numeri utilizza la scomposizione in fattori primi che abbiamo studiato nel paragrafo 5. Vediamo in cosa consiste tale metodo calcolando il M.C.D. dei numeri 36 e 126.

a. Scomponiamo i numeri in fattori primi evidenziando in rosso i fattori comuni delle due scomposizioni

$$\begin{array}{r|l} 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r|l} 126 & 2 \\ 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$36 = 2^2 \cdot 3^2$ $\qquad$ $126 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7$

b. Consideriamo il prodotto dei fattori comuni, cioè:
$2 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 3^2 = 18$.

c. Quest'ultimo è il M.C.D dei due numeri dati. In simboli
M.C.D. $(36, 126) = 2 \cdot 3^2 = 18$.

Ne deduciamo la seguente regola generale:

Regola. Per calcolare il M.C.D. di due o più numeri col metodo della scomposizione in fattori primi si scompongono i numeri dati in fattori primi, poi si moltiplicano tra di loro tutti i fattori comuni, presi ciascuno una sola volta e con l'esponente minore.

Esempi

1 Calcoliamo il M.C.D. tra i numeri 420, 200 e 1760.
Eseguiamo la fattorizzazione dei tre numeri:

$$\begin{array}{r|l} 420 & 2 \cdot 5 \\ 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r|l} 200 & 2^2 \cdot 5^2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r|l} 1760 & 2 \cdot 5 \\ 176 & 2 \\ 88 & 2 \\ 44 & 2 \\ 22 & 2 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

$420 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ $\qquad$ $200 = 2^3 \cdot 5^2$ $\qquad$ $1760 = 2^5 \cdot 5 \cdot 11$

I fattori comuni alle tre scomposizioni sono 2^2 e 5.

Pertanto M.C.D. $(420, 200, 1760) = 2^2 \cdot 5 = 20$.

APPROFONDIMENTI

Il M.C.D. con il metodo delle divisioni successive

Per calcolare il M.C.D. tra due o più numeri è possibile utilizzare un altro metodo, denominato «metodo delle divisioni successive». Esso si può applicare con vantaggio soprattutto quando i numeri dei quali si cerca il M.C.D. sono di difficile scomposizione.

Regola. Per calcolare il M.C.D. di due numeri (a, b) si divide il maggiore a per il minore b:
- se il resto della divisione è zero, b è il M.C.D. dei due numeri dati;
- se il resto è diverso da zero, si divide b per tale resto e si continua così fino ad ottenere come resto zero. Il divisore dell'ultima divisione, con resto zero, è il M.C.D. cercato.

Utilizzando questa regola, calcoliamo, ad esempio, il M.C.D. dei numeri:

- 35 e 70.
  Dividiamo il maggiore dei due numeri per il minore $70 : 35 = 2$
  Poiché il resto è uguale a 0, il M.C.D $(35, 70) = 35$.

- 48 e 423.
  Dividiamo il maggiore dei due numeri per il minore:
  $423 : 48 = 8$ (con resto 39); poichè $r \neq 0$, dividiamo il divisore 48 per il resto 39
  $48 : 39 = 1$ (con resto 9); poichè $r \neq 0$, dividiamo il divisore 39 per il resto 9
  $39 : 9 = 4$ (con resto 3); poichè $r \neq 0$ dividiamo il divisore 9 per il resto 3
  $9 : 3 = 3$ (con resto 0).
  Avendo ottenuto $r = 0$, l'ultimo divisore 3 è il M.C.D. cercato: M.C.D $(48, 423) = 3$.

Se i numeri sono più di due, calcoliamo prima il M.C.D. di due di essi, poi il M.C.D. fra uno dei restanti numeri e il M.C.D. trovato e così via fino ad esaurire tutti i numeri. L'ultimo M.C.D. calcolato è quello richiesto.

?! Verifica

① Sottolinea i divisori comuni dei numeri 10 e 15: $D_{10} = \{1, 2, 5, 10\}$ e $D_{15} = \{1, 3, 5, 15\}$. Come si chiama il maggiore dei divisori comuni?

② Calcola il M.C.D. delle seguenti coppie di numeri con il metodo della scomposizione in fattori primi:
a. (12, 10); **b.** (8, 20); **c.** (15, 30); **d.** (50, 90).

9 Il minimo comune multiplo (m.c.m.)

esercizi pag. 295

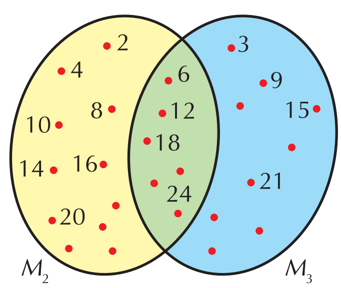
Consideriamo due numeri naturali, ad esempio il 2 e il 3 ed elenchiamo in ordine crescente alcuni loro multipli (escluso lo zero),

$M_2 = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24 \ldots\}$

$M_3 = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33 \ldots\}$

Notiamo che i due insiemi presentano alcuni elementi in comune {6, 12, 18, 24, ...}. Nella figura a lato abbiamo visualizzato con un diagramma di Eulero-Venn gli insiemi dei multipli e la loro parte comune.
Il numero 6 è il minore di tali multipli comuni e per questa ragione viene detto **minimo comune multiplo (m.c.m.)** dei numeri 2 e 3; in simboli:

$$\textbf{m.c.m.}\ (2, 3) = 6.$$



Definizione. Il **m.c.m.** di due o più numeri è il minore tra i multipli comuni ai numeri stessi.

Dalla definizione possiamo dedurre il seguente:

Criterio. Se due o più numeri sono tali che il maggiore di essi è multiplo di ciascuno degli altri, quest'ultimo numero è il m.c.m. dei numeri dati.

E' anche facile verificare il seguente:

Criterio. Se due numeri sono primi tra loro il m.c.m. è dato dal prodotto dei due numeri.

Ad esempio, i numeri 5 e 12 sono primi fra loro e il loro m.c.m. è $12 \cdot 5 = 60$.

Esempi

1 Determiniamo il m.c.m. dei numeri 3, 4, 6.

Scriviamo alcuni loro multipli: $M_3 = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, ...\}$

$M_4 = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, ...\}$

$M_6 = \{6, 12, 18, 24, 30, 36, ...\}$

I multipli comuni di 3, 4 e 6 sono $M_{3,\,4,\,6} = \{12, 24, ...\}$; il minore di essi è 12.

Pertanto m.c.m. $(3, 4, 6) = 12$.

2 Determiniamo il m.c.m. dei numeri 12 e 24.

Scriviamo alcuni loro multipli: $M_{12} = \{12, 24, 36, ...\}$

$M_{24} = \{24, 48, 72, ...\}$.

Come possiamo notare, il numero 24 compare anche fra i multipli del primo numero ed è pertanto il m.c.m. dei due numeri: m.c.m. $(12, 24) = 24$.

9.1 Il calcolo del m.c.m. mediante la scomposizione in fattori primi

Finora, per la ricerca del m.c.m. tra due o più numeri abbiamo elencato alcuni multipli comuni ai numeri dati e tra di essi abbiamo scelto il minore. In presenza di numeri grandi questo metodo risulta di difficile utilizzo. Come per il calcolo del M.C.D., uno dei metodi più semplici utilizza la scomposizione in fattori primi. Applichiamolo per calcolare il m.c.m. dei numeri 420 e 225.

a. Scomponiamo i due numeri in fattori primi:

$$\begin{array}{r|l} 420 & 2 \cdot 5 \\ 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 225 & 3 \\ 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$420 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ $\qquad 225 = 3^2 \cdot 5^2$.

b. Consideriamo il prodotto dei fattori comuni e non comuni con l'esponente maggiore:

$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7 = 4 \cdot 9 \cdot 25 \cdot 7 = 6\,300$.

c. Quest'ultimo è il m.c.m. dei due numeri dati. In simboli:

m.c.m. $(420, 225) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7 = 6\,300$.

Ne deduciamo la seguente regola generale:

Regola. Per calcolare il m.c.m. di due o più numeri col metodo della scomposizione in fattori primi, si scompongono i numeri dati in fattori primi, poi si moltiplicano tra di loro tutti i fattori comuni e non comuni, presi ciascuno una sola volta con l'esponente maggiore.

Esempi

1 Calcoliamo il m.c.m. tra i numeri 210, 525 e 735.
Eseguiamo la fattorizzazione:

210	$2 \cdot 5$
21	3
7	7
1	

525	5
105	5
21	3
7	7
1	

735	5
147	3
49	7
7	7
1	

$210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ $\quad$ $525 = 3 \cdot 5^2 \cdot 7$ $\quad$ $735 = 3 \cdot 5 \cdot 7^2$

Pertanto $\quad$ m.c.m. $(210, 525, 735) = 2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7^2 = 7350$.

APPROFONDIMENTI

Il m.c.m. con il metodo delle divisioni successive

Il metodo delle divisioni successive si può applicare anche per calcolare il m.c.m. di due o più numeri.

Regola. Per calcolare il m.c.m. fra due numeri *a* e *b* si deve:
- calcolare il M.C.D. (a, b)
- dividere uno dei numeri per il M.C.D. (a, b)
- moltiplicare il quoziente ottenuto per l'altro numero.

Calcoliamo ad esempio il m.c.m. tra i numeri 75 e 60. Determiniamo prima il M.C.D. dei due numeri:
$75 : 60 = 1$ (con resto 15);
$60 : 15 = 4$ (con resto 0) $\quad$ quindi M.C.D $(75, 60) = 15$.

Dividiamo ora uno dei due numeri dati, ad esempio 75, per il M.C.D. trovato $75 : 15 = 5$
Moltiplichiamo tale quoto (5), per l'altro numero (60) cioè $5 \cdot 60 = 300$.
Quindi, m.c.m. $(75, 60) = 300$.
Se i numeri sono più di due, basta calcolare il m.c.m. dei primi due, poi il m.c.m. tra il terzo numero ed il m.c.m. trovato, e così via fino ad esaurire tutti i numeri. L'ultimo m.c.m. risultante è quello richiesto.

?! Verifica

① Sottolinea i multipli comuni dei primi 10 multipli dei numeri 6 e 9:
$M_6 = \{6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60\}$ $\quad$ e $\quad$ $M_9 = \{9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90\}$.
Come si chiama il minore dei multipli comuni?

② Elenca i primi nove multipli di 6 e i primi nove multipli di 8 e sottolinea i multipli comuni ai due numeri. Quanti multipli comuni hai trovato? Qual è il m.c.m. dei due numeri?

$M_6 = \{....., ..., ..., ..., ..., ..., ..., ..., ...\}$; $M_8 = \{....., ..., ..., ..., ..., ..., ..., ..., ...\}$

③ Calcola il m.c.m. delle seguenti coppie di numeri con il metodo della scomposizione in fattori primi:
a. (8, 12); **b.** (15, 35); **c.** (42, 9).

10 I problemi e il calcolo di M.C.D. e m.c.m.

esercizi pag. 297

Per risolvere alcuni problemi di tipo pratico a volte basta calcolare il M.C.D. o il m.c.m. dei numeri che costituiscono i dati del problema.
In particolare, quando il problema si riferisce a quantità che devono essere suddivise in parti della massima grandezza possibile si dovrà calcolare il M.C.D., quando il problema si riferisce ad eventi che si ripetono periodicamente si dovrà calcolare il m.c.m.

Esempi

1 Tre pezze di tela sono lunghe rispettivamente 12 m, 80 m e 36 m. Da esse si vogliono ottenere dei tagli tutti uguali della massima lunghezza possibile ed in modo che non si abbiano avanzi. Quanto deve misurare ciascun taglio?

Occorre trovare un divisore comune ai numeri 12, 80 e 36; quest'ultimo però deve essere il maggiore, dato che i tagli della tela devono essere della massima lunghezza possibile.
Quindi la lunghezza di ciascun taglio di tela è il M.C.D. delle tre lunghezze.
Poiché il M.C.D. (12, 80, 36) = 4, ciascun taglio di tela deve misurare 4 m.

2 In una piazza si trova il capolinea delle linee di tram *A*, *B* e *C*. Il tram *A* parte ogni 10 minuti, il tram *B* ogni 15 minuti, il tram *C* ogni 20 minuti. Se alle ore 11 partono assieme, a che ora si troveranno nuovamente assieme nella stessa piazza per la prima volta?

Il numero dei minuti che dovranno trascorrere dopo le 11, affinchè si verifichi l'evento, dovrà essere contemporaneamente multiplo di 10, di 15 e di 20. Dato che si richiede a che ora (dopo le 11) si verificherà per la prima volta l'evento, tale multiplo deve essere il minore tra tutti quelli comuni. Essendo il m.c.m. (10, 15, 20) = 60, i tram si ritroveranno assieme per la prima volta nella stessa piazza dopo 60 minuti, cioè alle ore 12.

?! Verifica

① Una signora innaffia le piante del suo giardino ogni tre giorni e quelle del suo balcone ogni 4. Se le ha innaffiate tutte di domenica, in quale giorno della settimana le innaffierà nuovamente tutte? [venerdì]

② Durante le feste di Natale una ditta, per confezionare dei pacchi regalo, ha a disposizione tre rotoli di carta lunghi rispettivamente 1,8 m, 3 m, e 2,4 m. Se si vogliono confezionare dei pacchi tagliando i tre rotoli in parti uguali e della maggior lunghezza possibile, quanto dovrà essere lunga ciascuna di queste parti? [0,6 m]

I numeri razionali

Perché studiare i numeri razionali

Nei precedenti capitoli abbiamo imparato a conoscere ed utilizzare i numeri naturali che, come tutti sanno, sono i primi numeri che un bambino impara. Abbiamo anche visto come i popoli antichi abbiano risolto il problema della numerazione (vedi capitolo 2). Nel capitolo 3 abbiamo poi avuto la necessità di introdurre un altro insieme numerico per risolvere l'operazione di sottrazione (abbiamo infatti accennato ai numeri **relativi**, così chiamati perché dotati di segno).
In questo capitolo vogliamo riprendere ed approfondire la divisione fra numeri naturali che, come sappiamo, ha dato origine all'insieme dei numeri decimali meglio chiamati numeri razionali.
Per semplicità possiamo dire che con questa nuova tipologia di numeri ci si riferisce a quei numeri che si possono esprimere sotto forma di rapporto fra due numeri naturali.

$$a : b \qquad \text{oppure} \qquad \frac{a}{b}$$

Capitolo 7

Prerequisiti

- ✗ Conoscere le proprietà del sistema di numerazione decimale
- ✗ Conoscere le proprietà delle quattro operazioni e operare con esse
- ✗ Conoscere il significato e operare con le potenze
- ✗ Definire e calcolare M.C.D. e m.c.m. di due o più numeri

Obiettivi

CONOSCENZE

- ✗ Il concetto di frazione e la loro classificazione
- ✗ Le frazioni equivalenti
- ✗ Le operazioni con le frazioni

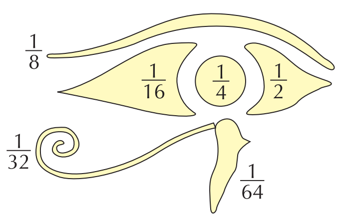
ABILITÀ

- ✗ Operare con una frazione su una grandezza
- ✗ Semplificare una frazione ai minimi termini
- ✗ Confrontare due frazioni
- ✗ Svolgere le operazioni con le frazioni

In questo capitolo (ed il prossimo anno) impareremo a trasformare una frazione nel corrispondente numero decimale (e viceversa). Così ad esempio:

$$\frac{3}{2} = 3 : 2 = 1{,}5; \qquad \frac{7}{4} = 7 : 4 = 1{,}75; \qquad \frac{13}{5} = 13 : 5 = 2{,}6.$$

Ma perchè utilizzare due scritture per definire lo stesso numero? Già gli antichi pitagorici consideravano più gradevoli le frazioni fra numeri naturali rispetto ad un numero decimale perché un rapporto fra due numeri si scrive in modo molto più conciso del suo valore decimale. Inoltre se trasformiamo le seguenti frazioni nei corrispondenti numeri decimali



$$\frac{4}{3} = 4 : 3 = 1{,}3333333333.....; \qquad \frac{1}{7} = 1 : 7 = 0{,}142857142857142857142.....$$

ci accorgiamo che il risultato è un numero con infinite cifre decimali (nel primo caso la cifra 3 e nel secondo caso le cifre 142857 si continuano a ripetere all'infinito).

Non c'è dunque da stupirsi che quei matematici antichi guardassero i numeri decimali con una certa diffidenza, preferendo l'utilizzo degli stessi numeri sotto forma di frazione.

In realtà tali numeri erano già noti ed utilizzati nell'antico Egitto (vedi figura a lato). Vennero però studiati nel dettaglio dalla scuola Pitagorica che li riteneva fondamentali per la risoluzione di qualsiasi problema numerico.

L'occhio del dio egiziano Horus definiva alcune frazioni unitarie

1 Il concetto di frazione

esercizi pag. 312

1.1 L'unità frazionaria

Se eseguiamo una divisione tra due numeri naturali sappiamo che non sempre otteniamo come quoto un numero naturale. Ad esempio, i quoti delle seguenti divisioni:

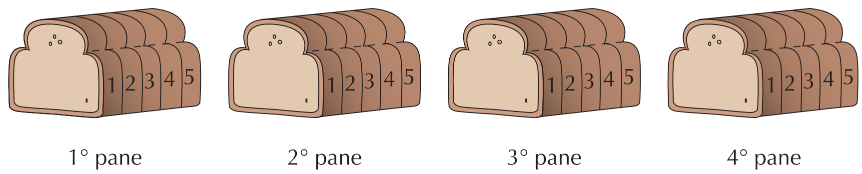
$$4 : 5; \qquad 5 : 4; \qquad 9 : 8$$

non sono dei numeri naturali bensì numeri decimali, infatti:

$$4 : 5 = 0{,}8; \qquad 5 : 4 = 1{,}25; \qquad 9 : 8 = 1{,}125.$$

Ma come venivano risolti alcuni tipi di problemi pratici quando questi numeri non erano ancora conosciuti? Come dividere, ad esempio, 4 pani uguali tra 5 persone? Ogni pane viene diviso in 5 parti uguali in modo che ogni persona possa prendere una fetta (***figura 1***); così, la prima persona prende una fetta del primo pane, una del secondo, una del terzo e una del quarto.

Figura 1

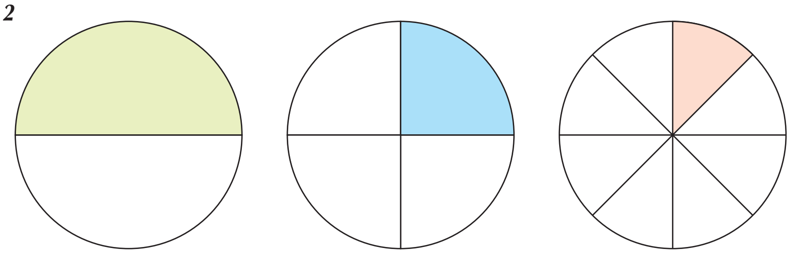


Ognuna delle 5 parti uguali in cui è stato diviso un pane si dice «un quinto» e si indica con il simbolo $\mathbf{\frac{1}{5}}$.

Definizione. L'**unità frazionaria** $\mathbf{\frac{1}{n}}$ (con $n \neq 0$) rappresenta una sola delle n parti uguali in cui è stato diviso l'intero.

Ad esempio $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$, ... sono unità frazionarie. Ognuna di esse indica che l'intero è stato diviso rispettivamente in 2, 4, 8 parti (***figura 2***).

Figura 2



1.2 La frazione come operatore

Nel linguaggio quotidiano vengono spesso utilizzate le frazioni. Quando diciamo, ad esempio, "ho comprato $\frac{1}{2}$ kg di pane", "i $\frac{3}{4}$ degli alunni erano assenti", "$\frac{1}{4}$ dei giocatori erano infortunati", oppure ancora che "i $\frac{2}{3}$ delle mele erano marce", forniamo precise indicazioni su quantità e grandezze. Ma come dob-

Il linguaggio della matematica

In questo capitolo conoscerai un nuovo simbolo matematico: la linea di frazione (o "segno di frazione").
Il suo significato è analogo al segno di **divisione**: $\frac{5}{3}$ si legge «cinque terzi» oppure «cinque fratto tre», e vuol dire «cinque diviso tre».

Il linguaggio della matematica

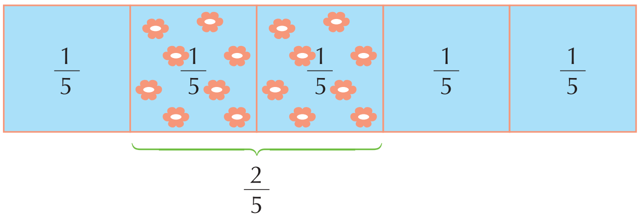
L'**operatore** in matematica è un elemento che agisce, che opera appunto, producendo un certo risultato. Oltre che considerare la frazione come numero, possiamo considerarla come operatore anche quando la usiamo per calcolare la parte di intero che rappresenta.

biamo interpretare l'informazione contenuta in una frazione? Consideriamo inizialmente due casi particolari; affronteremo lo studio dei problemi con le frazioni nel paragrafo 3.

I Esempio

Se vogliamo tappezzare i $\frac{2}{5}$ di una parete rettangolare, possiamo prima dividere la parete in 5 parti uguali, ognuna delle quali vale $\frac{1}{5}$ (unità frazionaria), e poi tappezzare due di queste parti (***figura 3***).

Figura 3



II Esempio

Se vogliamo calcolare i $\frac{3}{4}$ di 28 alunni, possiamo prima calcolare quanti alunni corrispondono all'unità frazionaria $\frac{1}{4}$, dividendo il numero degli alunni per 4, e poi moltiplicare quest'ultimo valore per il numero 3.

$$28 \text{ (alunni)} : 4 = 7 \text{ alunni} \qquad 7 \text{ (alunni)} \cdot 3 = 21 \text{ alunni}$$

Possiamo quindi concludere che i $\frac{3}{4}$ di 28 alunni corrispondono a 21 alunni (***figura 4***).

Figura 4

$\frac{3}{4}$ corrisponde a 21

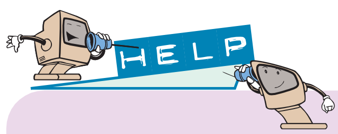
I rapporti considerati $\left(\frac{2}{5} \text{ e } \frac{3}{4}\right)$ prendono il nome di **frazione**; intendendo con tale termine un operatore che ci permette di suddividere l'intero di riferimento (la parete o il numero degli alunni) in tante parti uguali e di considerare solo alcune di queste parti.

In una frazione, ad esempio $\frac{2}{5}$, il 2 si dice **numeratore**, il 5 **denominatore** e la lineetta posta tra i due numeri si dice linea di frazione.

$$\text{Linea di frazione} \longrightarrow \frac{2 \longleftarrow \text{Numeratore}}{5 \longleftarrow \text{Denominatore}}$$

Il numeratore e il denominatore si chiamano anche **termini** della frazione.

Definizione. La **frazione** è un operatore che divide l'intero in tante parti uguali, quante ne indica il denominatore, e ne prende in considerazione quante ne indica il numeratore.

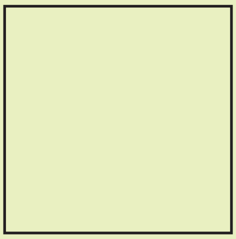


Il **denominatore** indica in quante parti uguali è diviso l'intero; il **numeratore** indica quante parti sono state prese.
Il denominatore della frazione deve essere diverso da zero in quanto, come abbiamo già studiato nell'operazione di divisione, quando il divisore è zero e il dividendo è diverso da zero, il quoto non esiste.

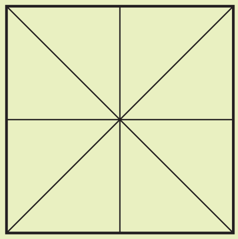
Esempi

1. Operiamo con la frazione $\frac{5}{8}$ su un quadrato di lato 30 mm.

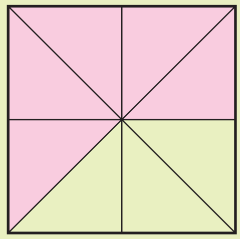
Prendiamo il quadrato,



dividiamolo in otto parti uguali



e consideriamone cinque.



?! Verifica

① Sottolinea, tra le seguenti frazioni, quelle che indicano unità frazionarie:

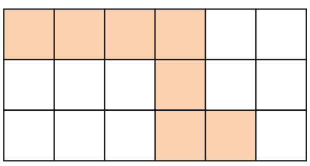
$\frac{8}{10}$; $\frac{8}{20}$; $\frac{1}{20}$; $\frac{10}{10}$; $\frac{1}{100}$; $\frac{15}{10}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{16}{16}$; $\frac{8}{8}$; $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{9}$; $\frac{1}{101}$.

② Individua in ognuno dei seguenti segmenti la parte che rappresenta rispettivamente le seguenti frazioni:

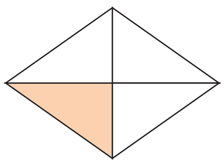
a. $\frac{1}{10}$ **b.** $\frac{1}{5}$ **c.** $\frac{1}{8}$

③ Osserva i seguenti disegni; quale frazione corrisponde alla parte colorata?

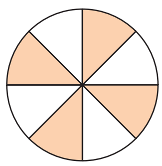
a.



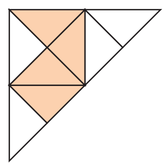
b.



c.



d.



④ Individua in ognuno dei seguenti segmenti la parte che rappresenta rispettivamente le seguenti frazioni:

a. $\frac{5}{8}$ **b.** $\frac{3}{4}$ **c.** $\frac{2}{3}$

2 La classificazione delle frazioni

esercizi pag. 315

I Caso

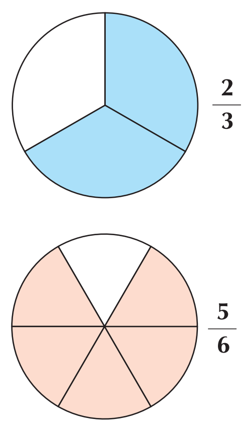
Rappresentiamo graficamente le frazioni $\frac{2}{3}$ e $\frac{5}{6}$ (***figura 5***).

Notiamo che il numero delle parti colorate è minore del totale delle parti uguali in cui ogni figura è stata divisa. Ciò dipende dal fatto che i numeratori delle frazioni considerate sono minori dei rispettivi denominatori. Queste frazioni si dicono **proprie**.

Definizione. Le **frazioni proprie** sono frazioni che hanno il numeratore minore del denominatore.

In base a questa definizione tutte le unità frazionarie sono frazioni proprie.

Figura 5



II Caso

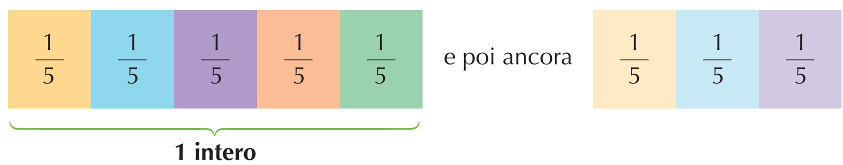
Non tutte le frazioni si prestano ad essere rappresentate graficamente con facilità.

Supponiamo, ad esempio, di voler rappresentare graficamente la frazione $\frac{8}{5}$.

Secondo la definizione di frazione, dovremmo dividere una grandezza in 5 parti uguali e considerarne 8 di queste.

È anche vero, però, che $\frac{8}{5}$ significa 8 volte $\frac{1}{5}$ e, precisamente, 5 volte $\frac{1}{5}$ e poi ancora 3 volte $\frac{1}{5}$ (***figura 6***).

Figura 6



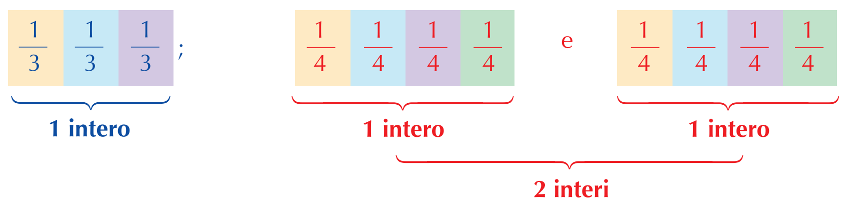
Dal grafico notiamo che 5 volte $\frac{1}{5}$ significa l'intero quindi, $\frac{8}{5}$ di una grandezza è una quantità maggiore della grandezza stessa. Ciò dipende dal fatto che le frazioni come $\frac{8}{5}$ hanno il numeratore maggiore del denominatore. Queste frazioni si dicono **improprie**.

Definizione. Le **frazioni improprie** sono frazioni che hanno il numeratore maggiore del denominatore.

III Caso

Rappresentiamo graficamente le frazioni $\frac{3}{3}$ e $\frac{8}{4}$ (***figura 7***); notiamo che $\frac{3}{3}$ corrisponde a una unità, e $\frac{8}{4}$ a due unità: esse rappresentano, cioé, quantità intere.

Figura 7



La particolarità di questo genere di frazioni è quella di avere il numeratore uguale oppure multiplo del denominatore. Queste frazioni si dicono **apparenti** perché hanno l'aspetto di frazioni, ma rappresentano in realtà una o più unità.

Definizione. Le **frazioni apparenti** sono frazioni che hanno il numeratore uguale o multiplo del denominatore.

Il linguaggio della matematica

Proprio e *improprio* sono aggettivi che ricorrono spesso in matematica.

Proprio indica qualcosa che è "esattamente così", "davvero ciò che sembra". Una frazione propria, è *una parte dell'unità* e quindi è una frazione in senso stretto.

Improprio invece indica qualcosa che non corrisponde del tutto a un certo criterio, a certe caratteristiche di cui si sta parlando. Una frazione impropria infatti è una frazione che in realtà contiene *una o più unità* e quindi non è una frazione "pura".

Ogni numero naturale è multiplo di se stesso.

Esempi

1 Classifica le seguenti frazioni in proprie, improprie ed apparenti:

$\frac{17}{8}$; $\frac{30}{40}$; $\frac{28}{14}$; $\frac{9}{30}$; $\frac{42}{6}$; $\frac{5}{5}$; $\frac{7}{14}$; $\frac{36}{16}$; $\frac{15}{9}$.

Applicando direttamente la definizione si ha che:

- le frazioni proprie sono: $\frac{30}{40}$ (perché $30 < 40$); $\frac{9}{30}$ (perché $9 < 30$); $\frac{7}{14}$ (perché $7 < 14$)
- le frazioni improprie sono: $\frac{17}{8}$ (perché $17 > 8$); $\frac{36}{16}$ (perché $36 > 16$); $\frac{15}{9}$ (perché $15 > 9$)
- le frazioni apparenti sono: $\frac{28}{14}$ (perché $28 = 2 \cdot 14$); $\frac{42}{6}$ (perché $42 = 7 \cdot 6$); $\frac{5}{5}$ (perché $5 = 1 \cdot 5$)

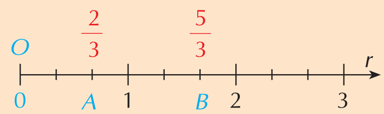
APPROFONDIMENTI

La rappresentazione di frazioni sulla semiretta orientata

Anche i numeri razionali possono essere rappresentati su una semiretta orientata. Rappresentiamo, ad esempio, le frazioni $\frac{2}{3}$ e $\frac{5}{3}$.

- disegniamo una semiretta orientata, fissiamo l'origine, l'unità di misura e disponiamo su di essa i numeri naturali (***figura 8***);
- dividiamo l'unità in tre parti uguali corrispondenti all'unità frazionaria;
- considerando due parti otteniamo il punto A immagine della frazione $\frac{2}{3}$; considerandone cinque otteniamo il punto B immagine della frazione $\frac{5}{3}$.

Figura 8



?! Verifica

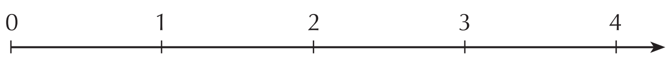
① Sottolinea tra le seguenti frazioni quelle proprie: $\frac{20}{20}$; $\frac{8}{4}$; $\frac{1}{10}$; $\frac{10}{7}$; $\frac{9}{5}$; $\frac{4}{9}$; $\frac{2}{2}$.

② Sottolinea tra le seguenti frazioni quelle improprie: $\frac{1}{15}$; $\frac{9}{4}$; $\frac{7}{20}$; $\frac{18}{2}$; $\frac{10}{3}$; $\frac{18}{7}$; $\frac{1}{12}$.

③ Sottolinea tra le seguenti frazioni quelle apparenti: $\frac{9}{18}$; $\frac{18}{6}$; $\frac{19}{19}$; $\frac{5}{3}$; $\frac{11}{6}$; $\frac{10}{5}$; $\frac{8}{2}$.

④ Sottolinea con tre colori diversi le frazioni proprie, le frazioni improprie e le frazioni apparenti:
$\frac{9}{15}$; $\frac{8}{5}$; $\frac{11}{13}$; $\frac{12}{6}$; $\frac{21}{41}$; $\frac{17}{88}$; $\frac{21}{12}$; $\frac{9}{7}$; $\frac{25}{5}$.

⑤ Rappresenta sulla semiretta orientata le seguenti frazioni:
a. $\frac{1}{4}$; **b.** $\frac{3}{2}$; **c.** $\frac{7}{4}$; **d.** $\frac{12}{5}$; **e.** $\frac{15}{4}$.



3 I problemi con le frazioni

esercizi pag. 317

Per comprendere come opera una frazione su una grandezza (vedi il paragrafo

1.2), esamineremo diversi problemi con le frazioni partendo dai più semplici fino a giungere a quelli più complessi. Nella soluzione dei problemi seguiremo la tecnica risolutiva presentata nel capitolo 4.

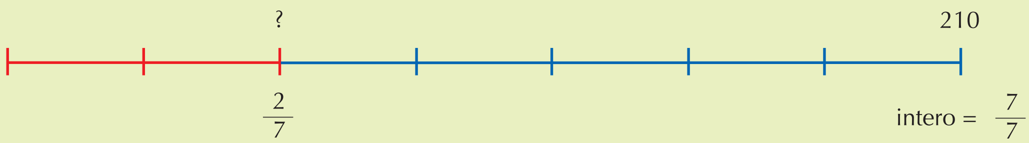
Esempi

1 Spendiamo i $\frac{2}{7}$ dei nostri risparmi che ammontano a € 210 per acquistare un lettore CD. Quanto abbiamo speso? A quanto ammontano i nostri risparmi dopo l'acquisto del lettore?

Dato: 210 = valore in Euro del totale dei risparmi; corrisponde all'intero

Incognite: costo del lettore che corrisponde ai $\frac{2}{7}$ dell'intero
ammontare dei risparmi dopo l'acquisto del lettore CD

Per la soluzione del problema rappresentiamo graficamente i dati:



In questo caso il dato numerico (210) corrisponde all'intero. In base alla frazione unitaria che dobbiamo considerare $\left(\frac{1}{7}\right)$ possiamo dire che 210 corrisponde a $\frac{7}{7}$. Per il calcolo dell'unità frazionaria basta allora svolgere la divisione:

$210 : 7 = 30$ $\left(\text{valore in Euro della frazione unitaria} : \frac{1}{7} \text{ dell'intero}\right)$

Per stabilire il prezzo del lettore basta osservare che tale valore (in rosso) corrisponde a 2 volte l'unità frazionaria cioè:

$30 \cdot 2 = 60$ $\left(\text{valore in Euro del lettore CD} : \frac{2}{7} \text{ dell'intero}\right)$

Siamo ora in grado di calcolare a quanto ammontano i nostri risparmi dopo l'acquisto del lettore eseguendo la differenza:

$210 - 60 = 150$ (valore in Euro dei nostri risparmi)

Osserviamo che avremmo potuto svolgere la seconda parte del problema anche con un metodo alternativo. L'ammontare dei nostri risparmi, infatti, è costituito dalle 5 parti colorate di blu (corrisponde cioè alla frazione $\frac{5}{7}$), quindi per il suo calcolo potevamo eseguire il prodotto:

$30 \cdot 5 = 150$ $\left(\text{valore in Euro dei nostri risparmi} : \frac{5}{7} \text{ dell'intero}\right)$.

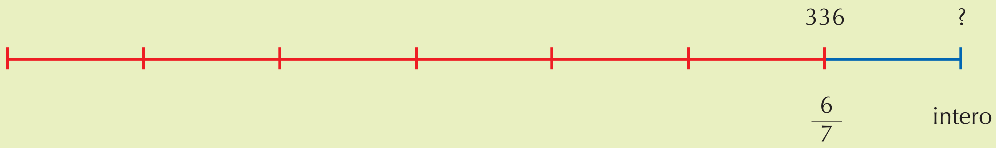
Risposta: per l'acquisto del lettore CD abbiamo speso € 60; in seguito i nostri risparmi ammontano a € 150.

2 In una scuola si contano ogni giorno gli alunni presenti alle lezioni; sapendo che oggi sono presenti 336 alunni che corrispondono ai $\frac{6}{7}$ degli alunni iscritti, calcoliamo il numero degli alunni assenti e il totale degli studenti di quella scuola.

Dati: 336 = numero alunni presenti oggi alle lezioni
$\frac{6}{7}$ del totale degli alunni = numero alunni presenti oggi alle lezioni

Incognite: numero alunni assenti oggi alle lezioni
numero complessivo alunni iscritti alla scuola

Per risolvere il problema ricorriamo anche in questo caso alla rappresentazione grafica dei dati.



Possiamo definire questo problema come un problema inverso rispetto a quello precedente perché non possediamo l'intero ma una sua parte $\left(336 \rightarrow \frac{6}{7} \text{ dell'intero}\right)$. In questo caso, il dato numerico corrisponde al numero di parti considerate cioè al numeratore della frazione. Per calcolare il valore dell'unità frazionaria $\left(\frac{1}{7}\right)$ dobbiamo pertanto svolgere la divisione:

$336 : 6 = 56 \quad \left(\text{unità frazionaria} : \frac{1}{7} \text{ dell'intero} = \text{numero degli alunni assenti}\right)$

Per calcolare il numero complessivo di studenti iscritti nella scuola dobbiamo ora moltiplicare l'unità frazionaria per il numero di parti che compongono l'intero:

$56 \cdot 7 = 392 \quad \left(\text{numero studenti iscritti} : \frac{7}{7} \text{ dell'intero}\right).$

Risposta: oggi risultano assenti 56 alunni; il numero complessivo di alunni è 392.

3 Un ciclista intende percorrere un tragitto lungo 675 km in tre tappe giornaliere. Il primo giorno percorre $\frac{1}{3}$ dell'intero percorso; il secondo i $\frac{2}{5}$ dell'intero percorso. Calcoliamo quanti km ha percorso dopo il secondo giorno e quanti deve percorrerne nella terza tappa.

Dati: 675 = numero complessivo km del percorso
$\frac{1}{3}$ dell'intero = prima tappa
$\frac{2}{5}$ dell'intero = seconda tappa

Incognite: numero km percorsi dopo il secondo giorno
numero km da percorrere nella terza tappa

In questo problema abbiamo due frazioni che si riferiscono allo stesso intero; la rappresentazione grafica dei dati del problema è la seguente:

Per il calcolo della prima tappa dobbiamo svolgere la seguente operazione:

$675 : 3 = 225 \quad \left(\text{unità frazionaria della prima tappa in km} = \frac{1}{3} \text{ dell'intero}\right)$

Per il calcolo della seconda tappa dobbiamo osservare che l'unità frazionaria di riferimento cambia da $\frac{1}{3}$ in $\frac{1}{5}$, pertanto dobbiamo svolgere le seguenti operazioni:

$675 : 5 = 135 \quad \left(\text{unità frazionaria della seconda tappa in km} = \frac{1}{5} \text{ dell'intero}\right)$

$135 \cdot 2 = 270 \quad \left(\text{seconda tappa in km} = \frac{2}{5} \text{ dell'intero}\right)$

Avendo risolto il calcolo delle frazioni, possiamo determinare le incognite del problema:

$225 + 270 = 495$ (somma in km delle prime due tappe)

$675 - 495 = 180$ (terza tappa in km).

Risposta: nelle prime due tappe il ciclista ha percorso 495 km e gli restano da percorrere 180 km.

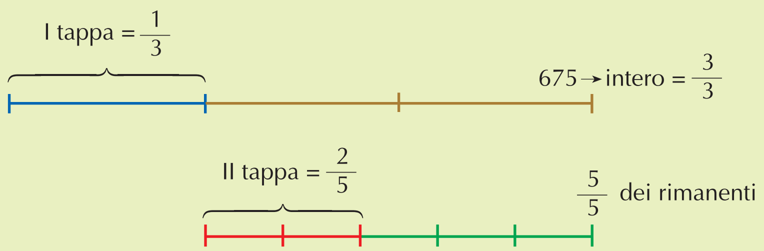
Attenzione al seguente problema che sembra formalmente identico al precedente (cambiano solo le parole evidenziate in grassetto) ma presenta uno svolgimento completamente diverso.

4 Un ciclista intende percorrere un tragitto lungo 675 km in tre tappe. Il primo giorno percorre $\frac{1}{3}$ dell'intero percorso; il secondo i $\frac{2}{5}$ **della parte rimanente.** Calcoliamo quanti km ha percorso dopo il secondo giorno e quanti deve percorrerne nella terza tappa.

Dati: 675 = numero complessivo km del percorso
$\frac{1}{3}$ dell'intero = prima tappa
$\frac{2}{5}$ dei rimanenti = seconda tappa

Incognite: numero km percorsi dopo il secondo giorno
numero km da percorrere nella terza tappa

Vediamo come si modifica la rappresentazione grafica dei dati del problema:



Come nel problema precedente possiamo calcolare la prima tappa svolgendo l'operazione:

$675 : 3 = 225 \quad \left(\text{unità frazionaria della prima tappa in km} = \frac{1}{3} \text{ dell'intero}\right)$

Per il calcolo della seconda tappa dobbiamo osservare che l'unità frazionaria di riferimento cambia da $\frac{1}{3}$ in $\frac{1}{5}$, ma soprattutto che, tale frazione è riferita al **percorso rimanente** (in marrone sul primo segmento) e **non più all'intero** come nel precedente problema; è dunque della parte rimanente che dobbiamo calcolarne i $\frac{2}{5}$.

Per calcolare quanto resta da percorrere dopo il primo giorno possiamo procedere in uno dei seguenti modi:

$675 - 225 = 450$ oppure $225 \cdot 2 = 450 \quad \left(\text{km rimanenti dopo la prima tappa} = \frac{2}{3} \text{ dell'intero}\right)$

Se ora consideriamo il secondo segmento possiamo concludere che 450 corrisponde a $\frac{5}{5}$

Per il calcolo della seconda tappa dobbiamo svolgere le seguenti operazioni:

$450 : 5 = 90 \quad \left(\text{unità frazionaria della seconda tappa in km} = \frac{1}{5} \text{ della parte rimanente}\right)$

$90 \cdot 2 = 180 \quad \left(\text{seconda tappa in km} = \frac{2}{5} \text{ della parte rimanente}\right)$

Avendo risolto il calcolo delle frazioni, possiamo calcolare le incognite del problema:

$225 + 180 = 405$ (somma in km delle prime due tappe)

$675 - 405 = 270$ (terza tappa in km)

In alternativa, avremmo potuto calcolare i $\frac{3}{5}$ dei km rimanenti dopo le due tappe con il prodotto:

$90 \cdot 3 = 270$ $\left(\text{terza tappa in km} = \frac{3}{5} \text{ della parte rimanente}\right)$.

Risposta: nelle prime due tappe il ciclista ha percorso 405 km e gli restano da percorrere 270 km.

?! Verifica

① Quali operazioni devi svolgere per calcolare i $\frac{2}{3}$ di un segmento lungo 82 cm?

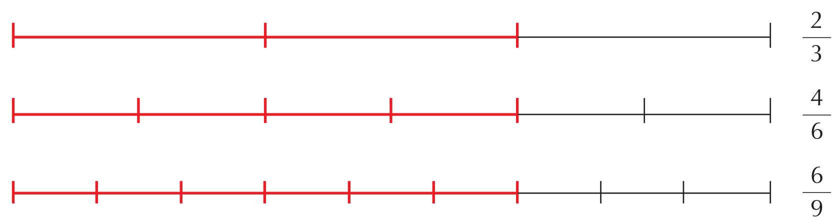
② Quali operazioni devi svolgere per determinare la capacità complessiva di un recipiente sapendo che è pieno per $\frac{2}{3}$ e che tale misura corrisponde a 12 litri?

4 Le frazioni equivalenti

esercizi pag. 321

Consideriamo le frazioni $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{6}$ e $\frac{6}{9}$ e rappresentiamole graficamente operando sullo stesso segmento (***figura 9***).

Figura 9



Notiamo che le tre frazioni rappresentano la stessa grandezza e per questo si dicono **frazioni equivalenti**.

Definizione. Due o più frazioni si dicono **equivalenti** se, operando sulla stessa grandezza, ne rappresentano sempre una parte uguale.

Osserviamo che le frazioni $\frac{4}{6}$ e $\frac{6}{9}$ si originano dalla frazione $\frac{2}{3}$ moltiplicando contemporaneamente il numeratore e il denominatore di quest'ultima per una stessa quantità (rispettivamente per 2 e per 3):

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{4}{6}; \qquad \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 3} = \frac{6}{9}.$$

Viceversa, dividendo per uno stesso numero il numeratore e il denominatore delle frazioni $\frac{4}{6}$ e $\frac{6}{9}$ otteniamo la frazione di partenza:

$$\frac{4}{6} = \frac{4 : 2}{6 : 2} = \frac{2}{3}; \qquad \frac{6}{9} = \frac{6 : 3}{9 : 3} = \frac{2}{3}.$$

Possiamo quindi, enunciare la seguente:

Proprietà. Invariantiva delle frazioni. Se si moltiplicano o si dividono (se ciò è possibile) per uno stesso numero, diverso da zero, entrambi i termini di una frazione, si ottiene una frazione equivalente alla data.

Conseguenza di questa proprietà è che possiamo scrivere infinite frazioni equivalenti a una qualsiasi frazione moltiplicando contemporaneamente numeratore e denominatore per la successione di numeri naturali. Tutte le frazioni equivalenti ad una data frazione individuano una **classe di equivalenza**.

Ad esempio, la classe di equivalenza della frazione $\frac{3}{5}$ si può indicare con il simbolo:

$$\left[\frac{3}{5}\right] = \left\{\frac{3}{5}, \frac{6}{10}, \frac{9}{15}, \frac{12}{20}, \frac{15}{25}, \ldots\right\}$$

Per comodità di calcolo si utilizza solitamente la frazione con i numeri più piccoli o, in altri termini, "ridotta ai minimi termini" (vedi paragrafo seguente): nel nostro caso la frazione $\frac{3}{5}$. Una frazione ridotta ai minimi termini prende il nome di **generatrice** della classe di equivalenza. Ciascuna classe di frazioni equivalenti costituisce un **numero razionale assoluto**.

Così, ad esempio, la classe $\left\{\frac{3}{5}, \frac{6}{10}, \frac{9}{15}, \frac{12}{20}, \ldots\right\}$ rappresenta il numero razionale $\frac{3}{5}$. L'insieme di tutte le classi di equivalenza, o più semplicemente di tutte le frazioni generatrici, costituisce l'insieme dei **numeri razionali assoluti** che viene generalmente indicato con Q.
Pertanto:

Definizione. Si chiama **numero razionale assoluto** una classe di frazioni equivalenti; l'insieme di tutti i numeri razionali forma l'insieme dei **numeri razionali assoluti**.

Inoltre, per quanto studiato nel precedente paragrafo 2, possiamo anche dire che ogni numero naturale può essere visto come una frazione apparente. Così, ad esempio

$$3 = \frac{3}{1} = \frac{6}{2} = \frac{9}{3} = \ldots$$

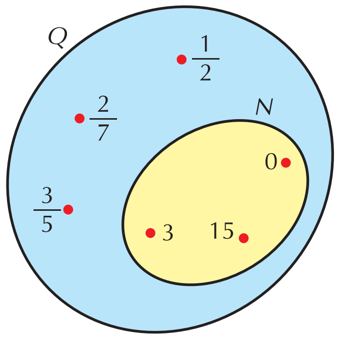
e, in relazione alla ***figura 10***, possiamo affermare che:

Teorema. L'insieme dei numeri naturali N è un sottoinsieme proprio dell'insieme dei numeri razionali assoluti Q.

Il linguaggio della matematica

Generatrice: significa "che genera", "che dà origine". In questo caso la frazione ridotta ai minimi termini dà origine a una serie infinita di frazioni equivalenti.

Figura 10



Esempi

1 Scriviamo tre frazioni equivalenti alla frazione $\frac{4}{7}$.

Basta moltiplicare numeratore e denominatore per uno stesso numero diverso da zero (nel nostro caso abbiamo scelto i numeri 2, 3 e 4).

$\frac{4}{7} = \frac{4 \cdot 2}{7 \cdot 2} = \frac{8}{14}$; $\quad \frac{4}{7} = \frac{4 \cdot 3}{7 \cdot 3} = \frac{12}{21}$; $\quad \frac{4}{7} = \frac{4 \cdot 4}{7 \cdot 4} = \frac{16}{28}$.

?! Verifica

① Applica la proprietà invariantiva (moltiplicando) e scrivi una frazione equivalente ad ognuna delle seguenti frazioni:

a. $\frac{3}{2} = \frac{\dots\dots \cdot \dots\dots}{\dots\dots \cdot \dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$; **b.** $\frac{9}{7} = \frac{\dots\dots \cdot \dots\dots}{\dots\dots \cdot \dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$; **c.** $\frac{1}{4} = \frac{\dots\dots \cdot \dots\dots}{\dots\dots \cdot \dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$.

② Applica la proprietà invariantiva (dividendo) e scrivi una frazione equivalente ad ognuna delle seguenti frazioni:

a. $\frac{30}{10} = \frac{\dots\dots : \dots\dots}{\dots\dots : \dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$; **b.** $\frac{40}{30} = \frac{\dots\dots : \dots\dots}{\dots\dots : \dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$; **c.** $\frac{18}{30} = \frac{\dots\dots : \dots\dots}{\dots\dots : \dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$.

③ Completa le seguenti scritture inserendo al posto dei puntini il simbolo $=$ oppure $\neq$:

a. $\frac{3}{5}$ .... $\frac{6}{10}$; **b.** $\frac{9}{8}$ .... $\frac{3}{4}$; **c.** $\frac{10}{7}$ .... $\frac{20}{15}$.

5 La semplificazione di una frazione

esercizi pag. 323

La proprietà invariantiva delle frazioni è molto utile perché consente di trasformare una frazione nella frazione generatrice della sua classe di equivalenza, cioè la frazione ridotta ai minimi termini.
Il procedimento della ricerca della frazione generatrice si chiama **riduzione ai minimi termini.** In questo paragrafo vogliamo stabilire dei criteri per calcolare tale frazione. Premettiamo alcune definizioni.

Definizione. Una frazione si dice **riducibile** se numeratore e denominatore ammettono divisori comuni.

Definizione. Una frazione si dice **ridotta ai minimi termini** o **irriducibile** se il numeratore e il denominatore sono primi fra loro.

In base alle definizioni possiamo dire, ad esempio, che $\frac{32}{40}$ è una frazione riducibile perché numeratore e denominatore ammettono dei divisori comuni, mentre $\frac{3}{5}$ è irriducibile perché 3 e 5 sono primi fra loro.

Se vogliamo allora ridurre ai minimi termini la frazione $\frac{32}{40}$, dobbiamo applicare la proprietà invariantiva delle frazioni dividendo successivamente numeratore e denominatore per i loro divisori comuni:

$$\frac{32}{40} = \frac{32:2}{40:2} = \frac{16}{20} = \frac{16:2}{20:2} = \frac{8}{10} = \frac{8:2}{10:2} = \frac{4}{5}.$$

In pratica si opera così:

$$\frac{\cancel{32} \xrightarrow{:2} \cancel{16} \xrightarrow{:2} \cancel{8} \xrightarrow{:2} 4}{\cancel{40} \xrightarrow{:2} \cancel{20} \xrightarrow{:2} \cancel{10} \xrightarrow{:2} 5} = \frac{4}{5}$$

La frazione irriducibile $\frac{4}{5}$ è il risultato della riduzione ai minimi termini della

Il linguaggio della matematica

Ridurre una frazione ai minimi termini significa trasformarla in un'altra frazione equivalente ed irriducibile.

frazione $\frac{32}{40}$. Questa procedura prende il nome di **metodo delle divisioni successive**.
Osserviamo però che abbiamo diviso numeratore e denominatore per il prodotto $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$; tale numero è proprio il M.C.D (32, 40) e quindi avremmo potuto dividere direttamente entrambi i termini della frazione per il loro M.C.D.

$$\frac{32}{40} = \frac{32:8}{40:8} = \frac{4}{5}.$$

Possiamo quindi dare la seguente regola generale.

Regola. Per **ridurre ai minimi termini** una frazione basta dividere numeratore e denominatore per il loro M.C.D.

Esempi

1 La frazione $\frac{15}{20}$ è riducibile perché 15 e 20 ammettono divisori in comune.

La frazione $\frac{12}{11}$ è irriducibile perché 12 e 11 non ammettono divisori in comune, sono cioè primi fra loro.

2 Riduciamo ai minimi termini la frazione $\frac{60}{150}$.

$$\frac{60}{150} = \frac{60:2}{150:2} = \frac{30}{75} = \frac{30:5}{75:5} = \frac{6}{15} = \frac{6:3}{15:3} = \frac{2}{5}$$

Possiamo anche scrivere questi passaggi nella forma

$$\begin{array}{l} \cancel{60} \xrightarrow{:2} \cancel{30} \xrightarrow{:5} \cancel{6} \xrightarrow{:3} 2 \\ \overline{\cancel{150}} \xrightarrow{:2} \cancel{75} \xrightarrow{:5} \cancel{15} \xrightarrow{:3} 5 \end{array} = \frac{2}{5}$$

In alternativa potremmo calcolare il M.C.D. (60, 150) = 30 e svolgere la riduzione $\frac{60}{150} = \frac{60:30}{150:30} = \frac{2}{5}$.

?! Verifica

① Riduci ai minimi termini le seguenti frazioni:

a. $\frac{60}{72} \rightarrow \frac{60:2}{72:2} = \frac{30}{36} \rightarrow \frac{30:2}{36:2} = \frac{15}{18} \rightarrow \frac{15:\dots}{18:\dots} = \frac{5}{6}$;

b. $\frac{80}{112} \rightarrow \frac{80:\dots\dots}{112:\dots\dots} = \frac{40}{\dots\dots} \rightarrow \frac{40:\dots\dots}{\dots\dots:\dots\dots} = \frac{20}{28} \rightarrow \frac{20:\dots\dots}{28:\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} \rightarrow \frac{\dots\dots:\dots\dots}{\dots\dots:\dots\dots} = \frac{5}{7}$;

c. $\frac{54}{126} \rightarrow \frac{54:\dots\dots}{126:\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} \rightarrow \frac{27:\dots\dots}{\dots\dots:\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} \rightarrow \frac{9:\dots\dots}{\dots\dots:\dots\dots} = \frac{3}{7}$;

d. $\frac{120}{42} \rightarrow \frac{120:\dots\dots}{42:\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} \rightarrow \frac{60:\dots\dots}{\dots\dots:\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{7}$.

② Riduci ai minimi termini le seguenti frazioni senza calcolare le potenze:

a. $\frac{3^3 \cdot 5^2}{2 \cdot 5^3} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$; **b.** $\frac{2^4 \cdot 5^4 \cdot 7^2}{2^2 \cdot 5^3 \cdot 7} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$; **c.** $\frac{2^5 \cdot 3^2 \cdot 5^4}{2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^{10}} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$.

6 La trasformazione di una frazione in un'altra equivalente di denominatore dato

esercizi pag. 326

Un problema che si presenta spesso è quello di dover trasformare una frazione in un'altra equivalente di denominatore assegnato.

I CASO

Vogliamo trasformare la frazione $\frac{3}{4}$ in un'altra equivalente di denominatore 24.

$$\frac{3}{4} \rightarrow \frac{?}{24}$$

Osserviamo che la frazione di partenza è ridotta ai minimi termini e che il denominatore della frazione di arrivo (24) è multiplo (6 volte) del denominatore della frazione da trasformare (4). Applichiamo, quindi, la proprietà invariantiva delle frazioni moltiplicando entrambi i termini della frazione per il numero 6:

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 6}{4 \cdot 6} = \frac{18}{24}.$$

II CASO

Vogliamo trasformare la frazione $\frac{55}{120}$ in un'altra equivalente di denominatore 72.

$$\frac{55}{120} \rightarrow \frac{?}{72}$$

Apparentemente questa trasformazione non è possibile perché 72 non è multiplo di 120 (e nemmeno un sottomultiplo).
Osserviamo però che la frazione di partenza è riducibile infatti:

$$\frac{55}{120} = \frac{55 : 5}{120 : 5} = \frac{11}{24}.$$

Poiché il denominatore della frazione di arrivo (72) è multiplo del denominatore della seconda frazione (24) possiamo effettuare la trasformazione moltiplicando per 3 entrambi i termini della frazione semplificata:

$$\frac{11}{24} = \frac{11 \cdot 3}{24 \cdot 3} = \frac{33}{72}.$$

In generale possiamo dare la seguente

Regola. Per trasformare una frazione ridotta ai minimi termini in un'altra di denominatore assegnato, basta moltiplicare entrambi i termini della frazione iniziale per il quoto tra il denominatore assegnato e quello della frazione data.

Nulla vieta di utilizzare un multiplo comune qualsiasi: attenzione però che più il numero è alto, più si corre il rischio di commettere errori.

6.1 La trasformazione di più frazioni allo stesso minimo comune denominatore (m.c.d.)

Siano da ridurre allo stesso denominatore le frazioni:

$$\frac{5}{2}; \quad \frac{4}{3}; \quad \frac{7}{4}.$$

Perché ciò sia possibile, questo nuovo denominatore deve essere multiplo comune di 2, 3 e 4; ovviamente conviene che quest'ultimo sia il più piccolo multiplo comune, cioè il *minimo comune multiplo* (m.c.m.) di 2, 3 e 4. Tale m.c.m. viene denominato **minimo comune denominatore** e viene indicato con la sigla **m.c.d.**
Calcoliamo dunque il m.c.d. delle tre frazioni precedenti:

$$\text{m.c.d. } (2, 3, 4) = 12.$$

Il linguaggio della matematica

Attento a non confondere il m.c.d. (minimo comune denominatore) con il M.C.D. che è il massimo comune divisore.

A questo punto il problema è riconducibile al caso precedente, ovvero trasformare le frazioni date in altrettante di denominatore 12, cioè:

$$\frac{5}{2} \qquad \frac{4}{3} \qquad \frac{7}{4}$$
$$\downarrow \qquad \downarrow \qquad \downarrow$$
$$\frac{\dots\dots}{12} \qquad \frac{\dots\dots}{12} \qquad \frac{\dots\dots}{12}$$

Determiniamo il quoto tra il denominatore comune e quello delle frazioni iniziali:

- $12 : 2 = 6$ dunque $\frac{5}{2} = \frac{5 \cdot 6}{2 \cdot 6} = \frac{30}{12}$;
- $12 : 3 = 4$ dunque $\frac{4}{3} = \frac{4 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{16}{12}$;
- $12 : 4 = 3$ dunque $\frac{7}{4} = \frac{7 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{21}{12}$.

Le frazioni risultanti $\frac{30}{12}, \frac{16}{12}, \frac{21}{12}$ sono equivalenti a quelle date e hanno tutte lo stesso minimo comune denominatore.

Il procedimento che abbiamo seguito in questo caso particolare può essere generalizzato nella seguente:

Regola. Per trasformare due o più frazioni in altre con lo stesso denominatore:

a. si riducono le frazioni ai minimi termini (se necessario);
b. si calcola il m.c.m. dei denominatori (m.c.d.);
c. si divide il m.c.d. per il denominatore di ciascuna frazione;
d. si moltiplicano i numeratori di ogni frazione per i corrispondenti quoti precedentemente ottenuti.

Esempi

1 Trasformiamo in frazioni con lo stesso m.c.d. le frazioni: $\frac{25}{20}, \frac{21}{18}, \frac{18}{16}$.

Riduciamo le frazioni ai minimi termini:

$$\frac{25}{20} = \frac{25 : 5}{20 : 5} = \frac{5}{4}; \qquad \frac{21}{18} = \frac{21 : 3}{18 : 3} = \frac{7}{6}; \qquad \frac{18}{16} = \frac{18 : 2}{16 : 2} = \frac{9}{8}.$$

Le frazioni ottenute sono dunque irriducibili ed equivalenti a quelle date; pertanto le frazioni da trasformare al m.c.d. sono ora:

$$\frac{5}{4}; \qquad \frac{7}{6}; \qquad \frac{9}{8}.$$

Calcoliamo il m.c.d. delle frazioni ridotte: m.c.d. $(4, 6, 8) = 24$. Avremo dunque

$$\frac{5}{4} = \frac{5 \cdot 6}{4 \cdot 6} = \frac{30}{24}; \qquad \frac{7}{6} = \frac{7 \cdot 4}{6 \cdot 4} = \frac{28}{24}; \qquad \frac{9}{8} = \frac{9 \cdot 3}{8 \cdot 3} = \frac{27}{24}.$$

Le frazioni richieste sono $\frac{30}{24}, \frac{28}{24}$ e $\frac{27}{24}$.

?! Verifica

Trasforma le seguenti frazioni in altre equivalenti di denominatore assegnato riducendole, quando è necessario, ai minimi termini.

① **a.** $\frac{3}{5}$ con denominatore 15 : $\frac{.....}{15}$; **b.** $\frac{28}{40}$ con denominatore 30 : $\frac{.....}{.....} = \frac{.....}{30}$.

② **a.** $\frac{90}{24}$ con denominatore 8 : $\frac{.....}{.....} = \frac{.....}{8}$; **b.** $\frac{30}{18}$ con denominatore 15 : $\frac{.....}{.....} = \frac{.....}{15}$.

③ **a.** $\frac{24}{30}$ con denominatore 10 : $\frac{.....}{.....} = \frac{.....}{10}$; **b.** $\frac{7}{9}$ con denominatore 36 : $\frac{.....}{36}$.

Dopo aver determinato il m.c.d. delle seguenti coppie di frazioni, trasformale nelle frazioni equivalenti aventi per denominatore il m.c.d. trovato.

④ $\frac{4}{7}$ e $\frac{3}{4}$ $\rightarrow$ le frazioni sono ridotte ai minimi termini $\rightarrow$ m.c.d. = 28 $\rightarrow$ $\frac{16}{28}$ e $\frac{.....}{28}$.

⑤ $\frac{9}{8}$ e $\frac{2}{10}$ $\rightarrow$ frazioni ridotte ai minimi termini $\frac{9}{8}$ e $\frac{1}{5}$ $\rightarrow$ m.c.d. = ... $\rightarrow$ $\frac{.....}{.....}$ e $\frac{8}{.....}$.

⑥ $\frac{3}{10}$ e $\frac{21}{4}$ $\rightarrow$ le frazioni sono ridotte ai minimi termini $\rightarrow$ m.c.d. = ... $\rightarrow$ $\frac{.....}{.....}$ e $\frac{.....}{.....}$.

7 Il confronto di frazioni

esercizi pag. 328

Confrontare tra di loro due frazioni vuol dire stabilire quale di esse è maggiore o minore dell'altra, oppure se sono uguali. Si possono verificare i seguenti tre casi.

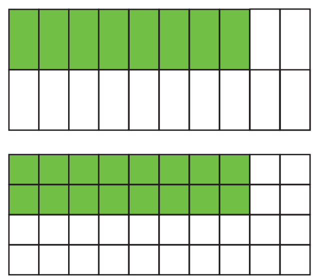
I CASO — Le due frazioni sono equivalenti

Consideriamo, ad esempio, le due frazioni $\frac{8}{20}$ e $\frac{16}{40}$.

Dalla ***figura 11*** osserviamo che esse rappresentano la stessa grandezza e sono dunque equivalenti (aritmeticamente, si può ottenere la seconda frazione moltiplicando per 2 entrambi i termini della prima). Possiamo ottenere la frazione generatrice riducendo ai minimi termini entrambe le frazioni:

$$\frac{8}{20} = \frac{8:4}{20:4} = \frac{2}{5}; \qquad \frac{16}{40} = \frac{16:8}{40:8} = \frac{2}{5}.$$

Figura 11



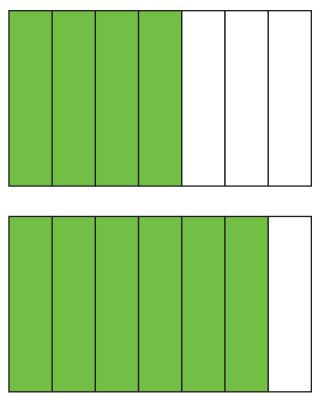
Possiamo quindi dire:

Proprietà. Due frazioni equivalenti sono anche uguali.

II CASO — Le due frazioni hanno i denominatori uguali

Consideriamo, ad esempio, le due frazioni $\frac{4}{7}$ e $\frac{6}{7}$.

Figura 12



Rappresentiamo graficamente le due frazioni operando su due rettangoli uguali (***figura 12***). Notiamo che la parte colorata del primo rettangolo, corrispondente alla frazione $\frac{4}{7}$, è minore di quella del secondo, corrispondente alla frazione $\frac{6}{7}$, quindi:

$$\frac{4}{7} < \frac{6}{7} \qquad \text{oppure} \qquad \frac{6}{7} > \frac{4}{7}.$$

In generale quindi possiamo enunciare la seguente:

Proprietà. Se due frazioni hanno i denominatori uguali e i numeratori diversi, la maggiore è quella che ha il numeratore maggiore.

III CASO **Le due frazioni hanno i denominatori disuguali**

Consideriamo, ad esempio, le due frazioni $\frac{3}{4}$ e $\frac{7}{11}$.

Per effettuare il confronto possiamo trasformare le due frazioni in frazioni con lo stesso m.c.d. in modo da ricondurci al caso precedente. Calcoliamo dunque il m.c.d. $(4, 11) = 44$. Avremo dunque:

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 11}{4 \cdot 11} = \frac{33}{44}; \qquad \frac{7}{11} = \frac{7 \cdot 4}{11 \cdot 4} = \frac{28}{44}$$

Confrontare le frazioni $\frac{3}{4}$ e $\frac{7}{11}$ equivale dunque a confrontare le frazioni equivalenti $\frac{33}{44}$ e $\frac{28}{44}$. Poiché

$$\frac{33}{44} > \frac{28}{44} \qquad \text{possiamo anche dire che} \qquad \frac{3}{4} > \frac{7}{11}.$$

Possiamo generalizzare la procedura nella seguente:

Proprietà. Se due frazioni hanno i denominatori disuguali, dopo averle ridotte allo stesso denominatore, è maggiore quella che ha il numeratore maggiore.

Nel caso in cui si voglia confrontare una frazione impropria, ad esempio $\frac{5}{4}$, con una frazione propria, ad esempio $\frac{3}{11}$, è ovvio che:

$$\frac{5}{4} > \frac{3}{11}$$

senza eseguire alcun calcolo.

?! Verifica

Confronta le seguenti coppie di frazioni, inserendo al posto dei puntini il simbolo di > (maggiore) o < (minore).

1 **a.** $\frac{2}{7} \ldots\ldots \frac{4}{7}$; **b.** $\frac{11}{3} \ldots\ldots \frac{8}{13}$; **c.** $\frac{11}{9} \ldots\ldots \frac{5}{9}$; **d.** $\frac{18}{20} \ldots\ldots \frac{8}{20}$.

2 **a.** $\frac{3}{8} \ldots\ldots \frac{4}{5}$; **b.** $\frac{2}{11} \ldots\ldots \frac{7}{21}$; **c.** $\frac{3}{2} \ldots\ldots \frac{4}{18}$; **d.** $\frac{9}{7} \ldots\ldots \frac{12}{18}$.

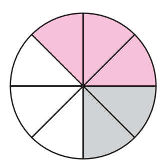
8 L'addizione di frazioni

esercizi pag. 329

Per calcolare la somma $\frac{3}{8} + \frac{2}{8}$ dividiamo un cerchio in 8 parti uguali e coloriamo in rosa 3 parti $\left(\frac{3}{8}\text{ dell'intero cerchio}\right)$ e in grigio altre 2 $\left(\frac{2}{8}\text{ dell'intero cerchio}\right)$ (***figura 13***). La somma di tutte le parti colorate è $\frac{5}{8}$. Possiamo quindi scrivere

$$\frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{5}{8}$$

Figura 13



e concludere enunciando la seguente

Regola. **La somma di due o più frazioni aventi lo stesso denominatore** è una frazione che ha come denominatore lo stesso denominatore e come numeratore la somma dei numeratori.

Considieriamo ora la somma $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$ (***figura 14a***).

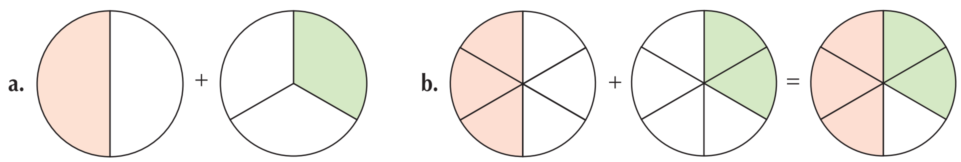
In questo caso l'unità frazionaria dei due addendi non è la stessa. Per poter svolgere l'addizione dobbiamo trasformare le due frazioni in altre frazioni equivalenti con il denominatore uguale (vedi paragrafo 6).

$$\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{6}; \qquad \frac{1}{3} \rightarrow \frac{2}{6}$$

Osservando la ***figura 14b*** notiamo che possiamo svolgere la somma con le frazioni equivalenti:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{3}{6}+\frac{2}{6}=\frac{3+2}{6}=\frac{5}{6}$$

Figura 14



In generale quindi:

Regola. Per calcolare la **somma di due o più frazioni** che **non hanno lo stesso denominatore**, è necessario ridurle tutte allo stesso m.c.d. ed applicare poi la regola precedente.

Esempi

1 $\frac{1}{3}+\frac{2}{3}+\frac{4}{3}$

Le frazioni hanno lo stesso denominatore, sommiamo dunque i numeratori $\frac{1}{3}+\frac{2}{3}+\frac{4}{3}=\frac{1+2+4}{3}=\frac{7}{3}$.

2 $\frac{3}{4}+\frac{7}{2}+\frac{1}{5}$

Le frazioni non hanno lo stesso denominatore e dobbiamo pertanto trovare il m.c.d. (4, 2, 5) = 20. Riduciamo le tre frazioni al m.c.d. ed eseguiamo la somma dei numeratori:

$$\frac{3}{4}+\frac{7}{2}+\frac{1}{5}=\frac{15}{20}+\frac{70}{20}+\frac{4}{20}=\frac{15+70+4}{20}=\frac{89}{20}.$$

3 $\frac{20}{12}+\frac{7}{6}+\frac{18}{24}$

Riduciamo le frazioni ai minimi termini: $\frac{5}{3}+\frac{7}{6}+\frac{3}{4}$

Calcoliamo il m.c.d. (3, 6, 4) = 12.

Avremo dunque $\frac{5}{3}+\frac{7}{6}+\frac{3}{4}=\frac{20+14+9}{12}=\frac{43}{12}$.

8.1 I numeri misti

Consideriamo la scrittura $3+\frac{1}{2}$. Essa è costituita dalla somma di un numero naturale con una frazione propria. Scritture di questo tipo si chiamano **numeri misti**.

Siccome il numero naturale 3 può essere visto come la frazione $\frac{3}{1}$, possiamo considerare la somma $3+\frac{1}{2}$ nella corrispondente somma di frazioni $\frac{3}{1}+\frac{1}{2}$ e pertanto

$$3+\frac{1}{2}=\frac{3}{1}+\frac{1}{2}=\frac{6}{2}+\frac{1}{2}=\frac{7}{2}$$

Il risultato ottenuto è una frazione impropria. Possiamo generalizzare questi ragionamenti dicendo che:

Regola. Un numero misto può sempre essere trasformato in una frazione impropria.

Di questa regola vale anche il viceversa, cioè:

Regola. Una frazione impropria si può sempre trasformare in un numero misto dividendo il numeratore per il denominatore: il quoto rappresenta la parte intera, il resto è il numeratore della frazione propria.

Così, ad esempio, $\frac{17}{3}$ può essere visto come $\frac{17}{3}=5+\frac{2}{3}$ perché $17:3=5$ con resto 2.

?! Verifica

Esegui le addizioni fra le seguenti frazioni con lo stesso denominatore riducendo, quando è possibile, ai minimi termini il risultato.

① **a.** $\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=\frac{.....}{2}$; **b.** $\frac{6}{3}+\frac{5}{3}=\frac{.....}{.....}$; **c.** $\frac{2}{8}+\frac{5}{8}=\frac{.....}{.....}$.

② **a.** $\frac{5}{4}+\frac{7}{4}+\frac{3}{4}=\frac{.....}{.....}$; **b.** $\frac{9}{10}+\frac{8}{10}+\frac{2}{10}=\frac{.....}{.....}$; **c.** $\frac{9}{7}+\frac{5}{7}+\frac{8}{7}=\frac{.....}{.....}$.

Esegui le addizioni fra le seguenti frazioni con denominatori diversi riducendo, quando è possibile, ai minimi termini il risultato.

③ **a.** $\frac{2}{3}+\frac{1}{2}=\frac{.....+.....}{6}=\frac{.....}{6}$; **b.** $\frac{3}{4}+\frac{1}{2}=\frac{.....+.....}{4}=\frac{.....}{4}$; **c.** $\frac{5}{6}+\frac{2}{3}=\frac{.....+.....}{6}=\frac{.....}{6}=\frac{.....}{2}$.

④ **a.** $\frac{5}{8}+\frac{3}{4}=\frac{.....+.....}{.....}=\frac{.....}{.....}$; **b.** $\frac{3}{5}+\frac{1}{6}=\frac{.....+.....}{.....}=\frac{.....}{.....}$; **c.** $\frac{1}{7}+\frac{2}{28}=...+...=\frac{...+...}{...}=....$

⑤ Calcola il risultato dei seguenti numeri misti:

a. $2+\frac{1}{2}=\frac{.....}{.....}$; **b.** $4+\frac{1}{3}=\frac{.....}{.....}$; **c.** $1+\frac{2}{7}=\frac{.....}{.....}$; **d.** $6+\frac{2}{3}=\frac{.....}{.....}$.

⑥ Trasforma le seguenti frazioni improprie in numeri misti:

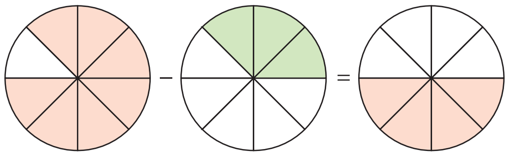
a. $\frac{7}{4}=1+\frac{.....}{4}$; **b.** $\frac{13}{5}=.....+\frac{.....}{.....}$; **c.** $\frac{28}{5}=.....+\frac{.....}{.....}$.

9 La sottrazione di frazioni

esercizi pag. 332

Osserva la ***figura 15*** in cui abbiamo rappresentato la differenza $\frac{7}{8} - \frac{3}{8} = \frac{4}{8}$.

Figura 15



La frazione $\frac{4}{8}$ (cioè $\frac{1}{2}$) si dice differenza delle due frazioni $\frac{7}{8}$ e $\frac{3}{8}$ e si scrive:

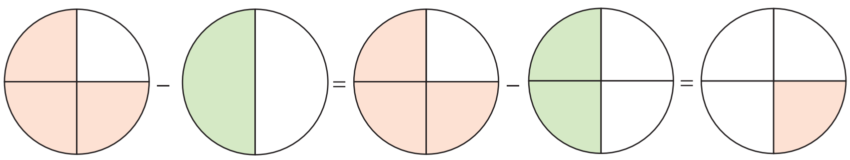
$$\frac{7}{8} - \frac{3}{8} = \frac{4}{8}$$

Regola. La **differenza di due frazioni**, la prima maggiore o uguale alla seconda, **aventi lo stesso denominatore**, è una frazione che ha come denominatore lo stesso denominatore e come numeratore la differenza dei numeratori.

In modo analogo al procedimento utilizzato per la somma di frazioni, se vogliamo calcolare la differenza di due frazioni aventi denominatori diversi, per esempio $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$, basta trasformare le frazioni date nelle corrispondenti frazioni equivalenti (***figura 16***)

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \frac{3-2}{4} = \frac{1}{4}.$$

Figura 16



Regola. Per calcolare la **differenza di due frazioni** che **non hanno lo stesso denominatore**, è necessario ridurle tutte allo stesso m.c.d. ed applicare poi la regola precedente.

Esempi

1 $\frac{5}{7} - \frac{2}{7}$ Le due frazioni hanno lo stesso denominatore pertanto $\frac{5}{7} - \frac{2}{7} = \frac{5-2}{7} = \frac{3}{7}$.

2 $\frac{7}{5} - \frac{1}{3}$

Calcoliamo prima il m.c.d. (5, 3) = 15.
Riduciamo le due frazioni al m.c.d. ed eseguiamo la differenza dei numeratori: $\frac{7}{5} - \frac{1}{3} = \frac{21-5}{15} = \frac{16}{15}$.

3 $\frac{12}{10} - \frac{5}{6}$

Semplifichiamo la prima frazione ai minimi termini: $\frac{12}{10} = \frac{6}{5}$

Calcoliamo il m.c.d. (5, 6) = 30; pertanto $\frac{12}{10} - \frac{5}{6} = \frac{6}{5} - \frac{5}{6} = \frac{36 - 25}{30} = \frac{11}{30}$.

4 $\frac{2}{3} + \frac{5}{8} - \frac{7}{12}$

Calcoliamo il m.c.d. (3, 8, 12) ed eseguiamo $\frac{2}{3} + \frac{5}{8} - \frac{7}{12} = \frac{16 + 15 - 14}{24} = \frac{17}{24}$.

9.1 La frazione complementare

Consideriamo la scrittura $1 - \frac{2}{7}$. Svolgiamo la sottrazione nel solito modo:

$$1 - \frac{2}{7} = \frac{1}{1} - \frac{2}{7} = \frac{7 - 2}{7} = \frac{5}{7}.$$

Osserviamo che la frazione sottraendo $\left(\frac{2}{7}\right)$ e il risultato $\left(\frac{5}{7}\right)$ sono tali che, sommate, danno l'unità. In questi casi si dice che le frazioni $\frac{2}{7}$ e $\frac{5}{7}$ sono **frazioni complementari**.

Regola. La **frazione complementare** di una frazione propria ha per denominatore quello della frazione data e per numeratore la differenza tra il denominatore e il numeratore della frazione data.

?! Verifica

① Esegui le sottrazioni fra le seguenti frazioni con lo stesso denominatore:

a. $\frac{5}{8} - \frac{2}{8} = \frac{.....}{8}$; **b.** $\frac{9}{10} - \frac{8}{10} = \frac{.....}{.....}$; **c.** $\frac{3}{20} - \frac{2}{20} = \frac{.....}{.....}$; **d.** $\frac{9}{7} - \frac{3}{7} = \frac{.....}{.....}$.

② Esegui le sottrazioni fra le seguenti frazioni con denominatori diversi riducendo, quando è possibile, ai minimi termini il risultato:

a. $\frac{9}{20} - \frac{7}{40} = \frac{... - ...}{40} = \frac{...}{40}$; **b.** $\frac{6}{7} - \frac{1}{2} = \frac{... - ...}{14} = \frac{...}{14}$; **c.** $\frac{5}{18} - \frac{1}{9} = \frac{... - ...}{18} = \frac{...}{18} = \frac{...}{6}$.

③ Trova la frazione complementare delle frazioni $\frac{1}{3}$ e $\frac{3}{4}$, completando le seguenti scritture:

a. $1 - \frac{1}{3} = \frac{... - 1}{...} = \frac{...}{3}$; **b.** $1 - \frac{...}{...} = \frac{4 - ...}{4} = \frac{.....}{.....}$.

10 Le espressioni con addizioni e sottrazioni

esercizi pag. 334

Le espressioni con le frazioni si risolvono seguendo lo stesso procedimento che abbiamo utilizzato con i numeri naturali. Prima di eseguire le operazioni con le frazioni è conveniente **ridurle ai minimi termini**; ciò vale anche per il risultato.

Esempi

1 $\frac{7}{2}-\left\{\frac{5}{4}+\frac{3}{2}-\left[\frac{4}{8}+\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{5}-\frac{3}{10}\right)+\frac{1}{2}\right]\right\}-\frac{1}{4}$

Risolviamo la parentesi tonda e riduciamo ai minimi termini.

$$=\frac{7}{2}-\left\{\frac{5}{4}+\frac{3}{2}-\left[\frac{1}{2}+\left(\frac{5+4-3}{10}\right)+\frac{1}{2}\right]\right\}-\frac{1}{4}=$$

$$=\frac{7}{2}-\left\{\frac{5}{4}+\frac{3}{2}-\left[\frac{1}{2}+\frac{\cancel{6}^{3}}{\cancel{10}_{5}}+\frac{1}{2}\right]\right\}-\frac{1}{4}=$$

risolviamo la parentesi quadra $=\frac{7}{2}-\left\{\frac{5}{4}+\frac{3}{2}-\left[\frac{5+6+5}{10}\right]\right\}-\frac{1}{4}=$

$$=\frac{7}{2}-\left\{\frac{5}{4}+\frac{3}{2}-\frac{\cancel{16}^{8}}{\cancel{10}_{5}}\right\}-\frac{1}{4}=$$

risolviamo la parentesi graffa $=\frac{7}{2}-\left\{\frac{25+30-32}{20}\right\}-\frac{1}{4}=$

$$=\frac{7}{2}-\frac{23}{20}-\frac{1}{4}=$$

riduciamo le frazioni al m.c.d. $=\frac{70-23-5}{20}=\frac{42}{20}=\frac{21}{10}$

?! Verifica

① Completa lo svolgimento dell'espressione $\left[\frac{9}{4}-\left(\frac{3}{2}+\frac{3}{15}\right)\right]+\frac{2}{8}.$

Riduci ai minimi termini $=\left[\frac{9}{4}-\left(\frac{3}{2}+\frac{1}{.....}\right)\right]+\frac{1}{4}=$

risolvi la parentesi tonda $=\left[\frac{9}{4}-\left(\frac{15+2}{10}\right)\right]+\frac{1}{4}=\left[\frac{9}{4}-\frac{.....}{10}\right]+\frac{1}{4}=$

risolvi la parentesi quadra $=\left[\frac{45-34}{.....}\right]+\frac{1}{4}=\frac{11}{.....}+\frac{1}{4}=$

esegui l'addizione $=\frac{.....+.....}{20}=\frac{16}{20}=$

semplifica il risultato $=\frac{.....}{.....}$

11 Altri problemi con le frazioni

esercizi pag. 336

Completiamo l'analisi della risoluzione dei problemi con le frazioni, che abbiamo iniziato a studiare nel paragrafo 3, con i seguenti due casi la cui soluzione necessita delle conoscenze relative all'addizione e alla sottrazione di due frazioni.

I CASO — Calcolo di due numeri dei quali si conosce la somma e si sa che uno di essi è una data frazione dell'altro

Problema
La somma di due segmenti è 180 cm e uno è i $\frac{4}{5}$ dell'altro. Qual è la misura di ciascun segmento?

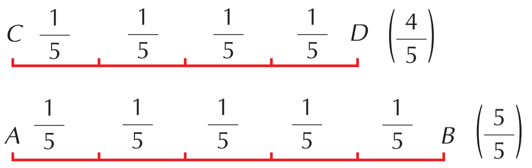
Indichiamo con AB e con CD rispettivamente le misure dei due segmenti.

Dati: $\overline{AB} + \overline{CD} = 180$ cm

$CD = \frac{4}{5}$ di AB

Incognite: AB e CD

Se CD è $\frac{4}{5}$ di AB, allora AB corrisponde ai $\frac{5}{5}$:



$\overline{AB} + \overline{CD} = 180$ cm

Utilizzando le frazioni possiamo calcolare $CD + AB = \frac{4}{5} + \frac{5}{5} = \frac{9}{5}$

Se dunque $\frac{9}{5}$ corrispondono a 180 cm, $\frac{1}{5}$ corrisponde a $180 : 9 = 20$ cm.

$\overline{CD} = 4 \cdot 20 \text{ cm} = 80 \text{ cm}$ $\qquad$ $\overline{AB} = 5 \cdot 20 \text{ cm} = 100 \text{ cm}$

Risposta: AB misura 100 cm e CD misura 80 cm.

II CASO — Calcolo di due numeri dei quali si conosce la differenza e si sa che uno di essi è una data frazione dell'altro

Problema
La differenza di due segmenti è 60 cm e uno è i $\frac{2}{5}$ dell'altro. Qual è la misura di ciascun segmento?

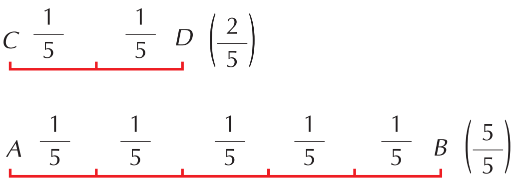
Indichiamo con AB e con CD rispettivamente i segmenti maggiore e minore.

Dati: $\overline{AB} - \overline{CD} = 60$ cm

$CD = \frac{2}{5}$ di AB

Incognite: AB e CD

Se CD è $\frac{2}{5}$ di AB, allora AB corrisponde ai $\frac{5}{5}$.



$AB - CD = \frac{5}{5} - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$.

Se dunque $\frac{3}{5}$ corrispondono a 60 cm, $\frac{1}{5}$ corrisponde a $60 : 3 = 20$ cm.

$\overline{CD} = 2 \cdot 20 \text{ cm} = 40 \text{ cm}$ $\qquad$ $\overline{AB} = 5 \cdot 20 \text{ cm} = 100 \text{ cm}$

Risposta: la misura dei due segmenti è 40 cm e 100 cm.

?! Verifica

① Tre fratelli hanno complessivamente 62 anni. I due fratelli maggiori hanno un'età che è rispettivamente i $\frac{5}{3}$ e i $\frac{5}{2}$ di quella del fratello minore. Quanti anni ha ciascun fratello?

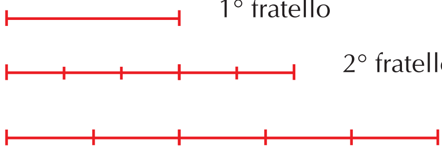
Dati: ..... = totale anni dei 3 fratelli

$\frac{5}{3}$ del 1° = età del 2° fratello

$\frac{5}{2}$ del 1° = età del 3° fratello

Incognita: età di ciascun fratello

intero



1° fratello

2° fratello = $\frac{....}{....}$ del primo

3° fratello = $\frac{....}{....}$ del primo

= ..... anni

Calcoliamo la frazione che corrisponde ai 62 anni: $1 + \frac{...}{3} + \frac{...}{...} = \frac{6 + ... + 15}{6} = \frac{31}{6}$

Per calcolare $\frac{1}{6}$ basta dunque dividere 62 : ... = 2.

Per calcolare l'età del fratello minore dobbiamo calcolare i $\frac{6}{6}$ pertanto $6 \cdot ... = ...$ anni.

Per calcolare l'età del secondo fratello dobbiamo calcolare i $\frac{...}{...}$ del primo fratello, oppure i $\frac{10}{6}$ dell'unità: $10 \cdot ... = ...$ anni.

Analogamente per il terzo fratello i $\frac{5}{2}$ del primo o, che è lo stesso, i $\frac{...}{6}$ dell'unità: $15 \cdot ... = ...$ anni.

Risposta: i tre fratelli hanno rispettivamente 12, ... e ..... anni.

12 La moltiplicazione di frazioni

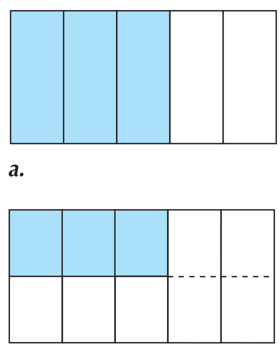
esercizi pag. 340

Per comprendere il significato della moltiplicazione con le frazioni consideriamo il seguente esempio.

Prendiamo in esame un rettangolo e consideriamone i $\frac{3}{5}$ (***figura 17a***). Se adesso vogliamo determinare la metà di $\frac{3}{5}$, dovremo suddividere il rettangolo in 10 parti e considerarne tre di esse (***figura 17b***). La frazione, rispetto all'intero, è $\frac{3}{10}$. Osserviamo che la frazione $\frac{3}{10}$, prodotto delle frazioni $\frac{3}{5}$ e $\frac{1}{2}$, ha per numeratore e denominatore rispettivamente il prodotto dei numeratori e dei denominatori delle due frazioni considerate.
Possiamo quindi generalizzare la seguente:

Regola. Il **prodotto** di due frazioni è una frazione avente per numeratore il prodotto dei numeratori e per denominatore il prodotto dei denominatori.

Figura 17



a. **b.**

Consideriamo ora il prodotto $\frac{4}{3} \cdot \frac{9}{8}$ e applichiamo la regola:

$$\frac{4}{3} \cdot \frac{9}{8} = \frac{4 \cdot 9}{3 \cdot 8} = \frac{36}{24} \quad \text{che si può semplificare in} \quad \frac{\cancel{36}^{\cancel{6}^{3}}}{\cancel{24}_{\cancel{4}_{2}}} = \frac{3}{2}.$$

Saremmo pervenuti allo stesso risultato se, prima di moltiplicare le due frazioni, avessimo semplificato in questo modo:

$$\frac{\cancel{4}^{1}}{\cancel{3}_{1}} \cdot \frac{\cancel{9}^{3}}{\cancel{8}_{2}} = \frac{1 \cdot 3}{1 \cdot 2} = \frac{3}{2}.$$

Regola. In una moltiplicazione di frazioni si può semplificare "**in croce**" il numeratore di una con il denominatore dell'altra.

Esempi

1. $$\frac{5}{8} \cdot \frac{\cancel{11}^{1}}{\cancel{22}_{2}} = \frac{5}{8} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5 \cdot 1}{8 \cdot 2} = \frac{5}{16}$$

(ottenuta semplificando il secondo fattore)

2. $$\frac{\cancel{7}^{1}}{\cancel{4}_{2}} \cdot \frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{15}_{3}} \cdot \frac{\cancel{5}^{1}}{\cancel{14}_{2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 1}{2 \cdot 3 \cdot 2} = \frac{1}{12}$$

(ottenuta semplificando «in croce» il 7 con il 14; il 2 con il 4 e il 5 con il 15)

3. $$\frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{7}_{1}} \cdot \frac{3}{1} \cdot \frac{\cancel{7}^{1}}{\cancel{20}_{10}} = 1 \cdot 3 \cdot \frac{1}{10} = \frac{1 \cdot 3 \cdot 1}{10} = \frac{3}{10}$$

12.1 Le frazioni reciproche

Consideriamo le seguenti coppie di frazioni:

$$\frac{9}{2} \text{ e } \frac{2}{9}, \qquad \frac{11}{3} \text{ e } \frac{3}{11}, \qquad \frac{5}{7} \text{ e } \frac{7}{5}.$$

Se eseguiamo i loro prodotti, avremo:

$$\frac{\cancel{9}^{1}}{\cancel{2}_{1}} \cdot \frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{9}_{1}} = 1, \qquad \frac{\cancel{11}^{1}}{\cancel{3}_{1}} \cdot \frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{11}_{1}} = 1, \qquad \frac{\cancel{5}^{1}}{\cancel{7}_{1}} \cdot \frac{\cancel{7}^{1}}{\cancel{5}_{1}} = 1.$$

Il risultato è sempre 1.

Osserviamo che ogni coppia di frazioni ha il numeratore e il denominatore scambiati fra di loro; inoltre il loro prodotto è uguale a uno.
Le coppie di frazioni con questa proprietà si dicono **reciproche** tra di loro.

Definizione. Se il prodotto di due frazioni è uguale a 1, esse si dicono **reciproche**.

Regola. Data una frazione, per scrivere la sua **reciproca** basta invertire il numeratore con il denominatore.

Il linguaggio della matematica

Reciproco: scambievole, vicendevole.
La frazione reciproca si ottiene scambiando di posto numeratore e denominatore.
Ad esempio, $\frac{3}{4}$ e $\frac{4}{3}$.

Il linguaggio della matematica

La frazione reciproca di un'unità frazionaria è un numero naturale e viceversa.
Ad esempio, la frazione reciproca di $\frac{1}{15}$ è 15, la reciproca di 20 è $\frac{1}{20}$.

?! Verifica

① Qual è il risultato della moltiplicazione $\frac{5}{3} \cdot \frac{9}{10}$ ridotto ai minimi termini?

a. $\frac{45}{30}$; **b.** $\frac{9}{6}$; **c.** $\frac{3}{2}$.

② Sottolinea fra le seguenti coppie di frazioni quelle in cui una è la reciproca dell'altra:

a. $\left(\frac{5}{4}, \frac{4}{5}\right)$; **b.** $\left(\frac{2}{7}, \frac{7}{4}\right)$; **c.** $\left(\frac{5}{11}, \frac{11}{5}\right)$; **d.** $\left(\frac{128}{37}, \frac{37}{128}\right)$; **e.** $\left(\frac{6}{5}, \frac{10}{12}\right)$.

③ Scrivi le frazioni reciproche delle seguenti frazioni:

a. $\frac{7}{8}, \frac{8}{.....}$; **b.** $\frac{12}{15}, \frac{.....}{.....}$; **c.** $\frac{3}{8}, \frac{.....}{.....}$; **d.** $\frac{125}{5}, \frac{.....}{.....}$; **e.** $\frac{3}{7}, \frac{.....}{.....}$.

13 La divisione di frazioni

esercizi pag. 343

Nel capitolo 3 abbiamo studiato che la divisione è l'operazione inversa della moltiplicazione; per determinare il quoziente di due numeri dobbiamo dunque **trovare quel numero che moltiplicato per il secondo dà come risultato il primo**. Supponiamo di dover calcolare il seguente quoto tra frazioni:

$$\frac{5}{8} : \frac{2}{3}.$$

Consideriamo ora la frazione che si ottiene moltiplicando la prima per la reciproca della seconda

$$\frac{5}{8} : \frac{2}{3} = \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{2} = \frac{15}{16}.$$

Utilizzando la definizione di divisione è facile verificare che la frazione trovata è tale che moltiplicata per $\frac{2}{3}$ dà come risultato $\frac{5}{8}$:

$$\frac{\cancel{15}^{5}}{\cancel{16}_{8}} \cdot \frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{3}_{1}} = \frac{5}{8}$$

Possiamo quindi generalizzare con la seguente:

Regola. Per **dividere** due frazioni basta moltiplicare la prima per la reciproca della seconda.

Esempi

1. $\frac{7}{4} : \frac{8}{3} = \frac{7}{4} \cdot \frac{3}{8} = \frac{21}{32}$.

2. $\frac{9}{2} : \frac{18}{5} = \frac{\cancel{9}^{1}}{2} \cdot \frac{5}{\cancel{18}_{2}} = \frac{5}{4}$.

?! Verifica

① Qual è il risultato della divisione $\frac{4}{7} : \frac{8}{21}$ ridotto ai minimi termini?

a. $\frac{32}{147}$; **b.** $\frac{3}{2}$; **c.** $\frac{2}{3}$.

Completa le seguenti uguaglianze.

② $\frac{3}{2} : \frac{5}{8} = \frac{3}{2} \cdot \frac{8}{5} = ...;$ **b.** $\frac{13}{20} : \frac{13}{10} = \frac{13}{20} \cdot \frac{.....}{.....} = \frac{1}{2};$ **c.** $\frac{12}{7} : \frac{9}{14} = \frac{.....}{.....} \cdot \frac{.....}{.....} = \frac{.....}{.....}.$

③ $\frac{5}{4} : \frac{7}{.....} = \frac{5}{4} \cdot \frac{.....}{.....} = \frac{5}{28};$ **b.** $\frac{3}{8} : \frac{.....}{5} = \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{.....} = \frac{5}{16};$ **c.** $...... : \frac{15}{4} = \frac{.....}{.....} \cdot \frac{4}{15} = \frac{2}{5}.$

14 La potenza di una frazione

esercizi pag. 346

La potenza di una frazione è il prodotto di più frazioni tutte uguali alla frazione data.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9} \qquad \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3^3}{2^3} = \frac{27}{8}$$

Esponente

$$\left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{27}{8}$$

Base Potenza

In base agli esempi possiamo generalizzare la seguente:

Regola. La **potenza** di una frazione è una frazione che ha per numeratore la potenza del numeratore e per denominatore la potenza del denominatore.

Esempi

1. $\left(\frac{5}{3}\right)^3 = \frac{5^3}{3^3} = \frac{125}{27}.$

2. $\left(\frac{9}{2}\right)^4 = \frac{9^4}{2^4} = \frac{6\,561}{16}.$

Casi particolari

$$\left(\frac{2}{7}\right)^1 = \frac{2^1}{7^1} = \frac{2}{7}; \qquad \left(\frac{12}{9}\right)^0 = 1; \qquad \left(\frac{0}{8}\right)^2 = 0.$$

14.1 Le proprietà delle potenze

Le **proprietà delle potenze** con i numeri naturali valgono anche con i numeri frazionari. Analizziamole una per una.

- **Prodotto di potenze con base uguale**

$$\left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3 = \left(\frac{2}{5}\right)^{2+3} = \left(\frac{2}{5}\right)^5$$

- **Quoziente di potenze con base uguale**

$$\left(\frac{3}{8}\right)^4 : \left(\frac{3}{8}\right)^2 = \left(\frac{3}{8}\right)^{4-2} = \left(\frac{3}{8}\right)^2$$

- **Potenza di una potenza**

$$\left[\left(\frac{5}{2}\right)^3\right]^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^{3\cdot 2} = \left(\frac{5}{2}\right)^6$$

■ **Prodotto di potenze con esponente uguale** $\left(\frac{7}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^2 = \left(\frac{\cancel{7}^{1}}{5} \cdot \frac{3}{\cancel{2}_{1}} \cdot \frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{7}_{1}}\right)^2 = \left(\frac{3}{5}\right)^2$

■ **Quoziente di potenze con esponente uguale** $\left(\frac{2}{9}\right)^3 : \left(\frac{5}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{9} : \frac{5}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{\cancel{9}_{3}} \cdot \frac{\cancel{3}^{1}}{5}\right)^3 = \left(\frac{2}{15}\right)^3$

?! Verifica

① Qual è il risultato della potenza $\left(\frac{4}{3}\right)^3$? **a.** $\frac{12}{9}$; **b.** $\frac{64}{3}$; **c.** $\frac{64}{27}$.

Calcola le seguenti potenze di frazioni applicando le relative proprietà.

② **a.** $\left(\frac{3}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \left(\frac{3}{2}\right)^{\cdots}$; **b.** $\left(\frac{5}{6}\right)^5 : \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \left(\frac{\cdots}{\cdots}\right)^{\cdots}$.

③ **a.** $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^4\right]^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\cdots}$; **b.** $\left(\frac{2}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{9}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^3 = \left(\frac{\cancel{2}^{1}}{5} \cdot \frac{\cancel{9}^{3}}{\cancel{2}_{1}} \cdot \frac{4}{\cancel{3}_{1}}\right)^{\cdots} = \left(\frac{\cdots}{\cdots}\right)^{\cdots}$.

15 Le espressioni con le frazioni

esercizi pag. 348

Abbiamo già studiato come si risolvono le espressioni in cui figurano solo addizioni e sottrazioni. Amplieremo ora le nostre conoscenze illustrando con esempi come si risolvono le espressioni in cui figurano le quattro operazioni fondamentali e le potenze. Ovviamente valgono tutte le regole viste a proposito delle espressioni con i numeri naturali:

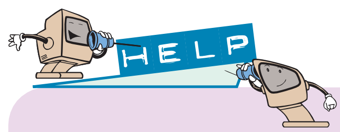
1. se l'espressione è senza parentesi e contiene potenze, queste si calcolano per prime utilizzando eventualmente anche le proprietà;

2. se l'espressione è senza parentesi e contiene solo addizioni e sottrazioni, oppure solo moltiplicazioni e divisioni, si eseguono le operazioni nell'ordine in cui compaiono;

3. se l'espressione è senza parentesi e contiene almeno una addizione/sottrazione e una moltiplicazione/divisione, si eseguono prima moltiplicazioni e divisioni, poi addizioni e sottrazioni;

4. se l'espressione contiene delle parentesi, si risolvono prima le parentesi a partire da quelle più interne (tonde) fino a quelle più esterne (graffe) ed infine i calcoli fuori dalle parentesi. All'interno delle parentesi valgono le regole dei punti **1**, **2**, **3**.

N.B.: Presta molta attenzione all'esempio 2 di pagina seguente.



Ricordati, dove è possibile, di semplificare sempre le frazioni.

Esempi

1 $\frac{5}{4} - \left(\frac{3}{2} - \frac{\cancel{4}^{2}}{\cancel{10}_{5}}\right) + \frac{9}{4} : \frac{5}{2} - \frac{9}{40} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 =$

$= \frac{5}{4} - \left(\frac{3}{2} - \frac{2}{5}\right) + \frac{9}{\cancel{4}_{2}} \cdot \frac{\cancel{2}^{1}}{5} - \frac{\cancel{9}^{1}}{\cancel{40}_{10}} \cdot \frac{\cancel{4}^{1}}{\cancel{9}_{1}} =$

$$= \frac{5}{4} - \left(\frac{15-4}{10}\right) + \frac{9}{10} - \frac{1}{10} =$$

$$= \frac{5}{4} - \frac{11}{10} + \frac{9}{10} - \frac{1}{10} = \frac{25-22+18-2}{20} = \frac{19}{20}.$$

2
$$\frac{\left(\frac{2}{5}+\frac{2}{15}+\frac{1}{45}\right)^2}{\frac{19}{3}-\frac{8}{\cancel{15}_3}\cdot\frac{\cancel{20}^4}{3}} + \frac{\left(1+\frac{1}{2}\right)^2}{\frac{11}{8}+\frac{1}{5}+\frac{7}{40}+\frac{7}{8}} + \frac{2}{63} =$$

$$= \frac{\left(\frac{18+6+1}{45}\right)^2}{\frac{19}{3}-\frac{32}{9}} + \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^2}{\frac{55+8+7+35}{40}} + \frac{2}{63} =$$

$$= \frac{\left(\frac{\cancel{25}^5}{\cancel{45}_9}\right)^2}{\frac{57-32}{9}} + \frac{\frac{9}{4}}{\frac{\cancel{105}^{21}}{\cancel{40}_8}} + \frac{2}{63} =$$

$$= \frac{25}{81} : \frac{25}{9} + \frac{9}{4} : \frac{21}{8} + \frac{2}{63} =$$

$$= \frac{\cancel{25}^1}{\cancel{81}_9}\cdot\frac{\cancel{9}^1}{\cancel{25}_1} + \frac{\cancel{9}^3}{\cancel{4}_1}\cdot\frac{\cancel{8}^2}{\cancel{21}_7} + \frac{2}{63} =$$

$$= \frac{1}{9} + \frac{6}{7} + \frac{2}{63} = \frac{7+54+2}{63} = \frac{\cancel{63}^1}{\cancel{63}_1} = 1.$$

?! Verifica

① Completa lo svolgimento della seguente espressione:

$$\frac{2}{5}+\frac{5}{7}\cdot\left[\frac{3}{5}+\left(\frac{3}{2}\right)^5 : \left(\frac{3}{2}\right)^3\cdot\frac{2}{3}\right] - \left(\frac{1}{4}+\frac{2}{3}-\frac{1}{12}\right) =$$

$$= \frac{2}{5}+\frac{5}{7}\cdot\left[\frac{3}{5}+\left(\frac{\ldots..}{2}\right)^2\cdot\frac{2}{3}\right] - \frac{3+\ldots..-1}{12} =$$

$$= \frac{2}{5}+\frac{5}{7}\cdot\left[\frac{3}{5}+\frac{\cancel{9}^3}{\cancel{4}_2}\cdot\frac{\cancel{2}^1}{\cancel{3}_1}\right] - \frac{\cancel{10}^5}{\cancel{12}_6} =$$

$$= \frac{2}{5}+\frac{5}{7}\cdot\left[\frac{3}{5}+\frac{\ldots..}{\ldots..}\right] - \frac{\ldots..}{\ldots..} =$$

$$= \frac{2}{5}+\frac{5}{7}\cdot\left[\frac{6+\ldots..}{10}\right] - \frac{5}{6} = \frac{2}{5}+\frac{\cancel{5}^1}{\cancel{7}_1}\cdot\frac{\cancel{21}^{\ldots..}}{\cancel{10}_{\ldots..}} - \frac{5}{6} =$$

$$= \frac{2}{5}+\frac{\ldots..}{\ldots..} - \frac{5}{6} = \frac{12+\ldots..-\ldots..}{\ldots..} = \frac{\cancel{32}^{\ldots..}}{\cancel{30}_{15}} = \frac{\ldots..}{15}.$$

La rappresentazione dei dati

Perché studiare la rappresentazione dei dati

Una rete televisiva deve programmare il palinsesto della stagione autunnale e deve decidere quali spazi dedicare all'informazione, ai film, allo sport, ai programmi culturali, ai reality show, ai programmi musicali, al teatro e così via ed inoltre a quali conduttori affidare le varie trasmissioni.
Dovendo prendere una decisione in merito il responsabile della rete televisiva terrà conto sicuramente degli indici di gradimento delle diverse tipologie di trasmissioni e dei conduttori. Essendo praticamente impossibile andare a consultare dati significativi a livello nazionale, il numero di telespettatori e i relativi indici di gradimento verranno misurati attraverso un sistema di rilevazione per campione, che coinvolge un certo numero di famiglie che rappresentano l'universo della popolazione italiana.
Quello che occorre fare è dunque reperire un numero significativo di informazioni relative al problema da affrontare.

Nella società moderna la possibilità di avere informazioni corrette in modo rapido è diventata una delle esigenze

Capitolo 8

Prerequisiti

- ✗ Conoscere le proprietà delle quattro operazioni
- ✗ Svolgere calcoli a mente ed in colonna con le quattro operazioni

Obiettivi

CONOSCENZE

- ✗ I vari tipi di rappresentazione grafica

ABILITÀ

- ✗ Rappresentare i dati mediante i vari tipi di diagrammi

fondamentali in ogni settore. Si potrebbe fare un elenco infinito di problemi connessi con l'analisi dei dati, dalla ricerca in campo medico e scientifico, all'economia, all'industria; ma il problema comune è sempre lo stesso: in che modo e in quale misura tenere conto di questi dati per poter prendere decisioni consapevoli che riducano il margine di incertezza della scelta fatta.
I problemi che nascono, e i tentativi di proporre soluzioni, portano sempre più spesso a dover analizzare grandi masse di dati, che devono poi essere raggruppati, sintetizzati e valutati.
La statistica è la scienza che si occupa di risolvere questi problemi; essa si divide in:

- **statistica descrittiva** il cui scopo è quello di rappresentare i dati e trarre da essi informazioni sintetiche e significative
- **statistica inferenziale** il cui scopo è quello di fare previsioni sulla base dei dati raccolti.

In questo capitolo ci limiteremo allo studio delle diverse modalità di **rappresentazione dei dati**. Nei prossimi anni studieremo le modalità di raccolta dei dati, la loro trascrizione e la loro interpretazione.

1 Gli ideogrammi

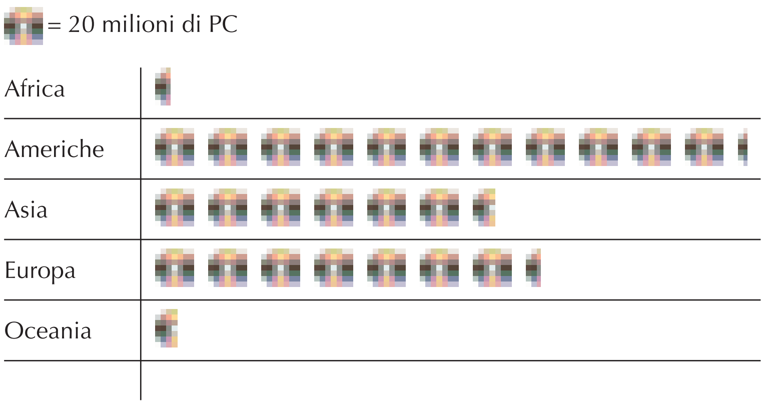
esercizi pag. 371

Per avere una visione d'insieme e, nello stesso tempo, agevolare il confronto tra i diversi fenomeni cercando di scoprire eventuali relazioni, è preferibile rappresentare i dati statistici per mezzo di grafici. Quasi tutte le persone, infatti restano un po' sbigottite davanti a pagine piene di numeri (anche se disposti ordinatamente e raggruppati in tabelle).
Un esperto, ad esempio un ragioniere o un ingegnere, davanti a colonne di cifre deve leggerle tutte accuratamente prima di formarsi un'idea esatta di quello che esse vogliono dire.
Un metodo molto elementare per rappresentare i dati è costituito dai *diagrammi ideografici* o **ideogrammi**.
Questo tipo di rappresentazione è usato prevalentemente a scopo divulgativo per attirare l'interesse del lettore e si rivolge in linea di massima ad un pubblico poco specializzato. Consideriamo ad esempio la tabella a lato in cui sono riportati i dati relativi alla diffusione di personal computer nel mondo in milioni di esemplari nell'anno 2001.
Per rappresentare le quantità si utilizzano disegni stilizzati, ciascuno dei quali riproduce schematicamente gli oggetti di cui ci stiamo occupando e ne rappresenta una cerca quantità. Nel nostro caso, ad esempio, abbiamo utilizzato un CD per rappresentare 20 milioni di computer (***figura 1***).
Se osserviamo la rappresentazione tramite ideogramma ci accorgiamo di quanto immediata sia la comprensione del fenomeno.
Anche senza leggere i dati della tabella si capisce che c'è una grande differenza fra i valori presenti nelle zone più industrializzate e quelle più povere.

Continente	Milioni di pc
Africa	7,8
Americhe	221,8
Asia	132,9
Europa	148,1
Oceania	11,9
Mondo	522,5

Definizione. L'**ideogramma** è una rappresentazione grafica che utilizza un disegno stilizzato, chiamato **unità grafica**, che viene riportato in modo proporzionale al valore numerico da rappresentare.

Figura 1 Personal computer nel mondo - 2001



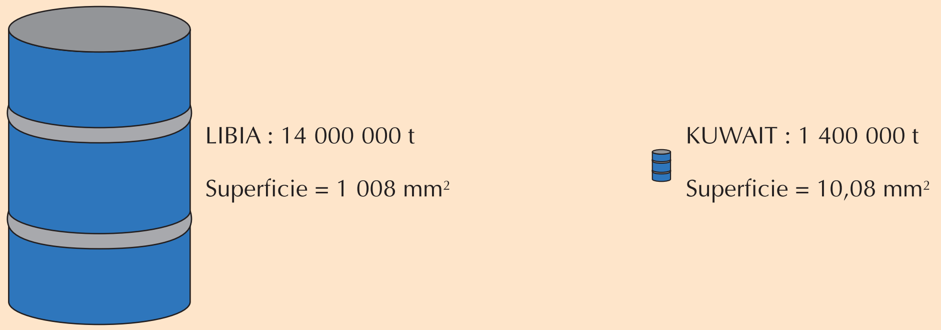
APPROFONDIMENTI

Gli ideogrammi quantitativi

Esiste anche un altro tipo di ideogrammi, che possiamo chiamare *ideogrammi quantitativi.* Essi rappresentano le grandezze non mediante un simbolo indicante una quantità fissa e ripetuto più volte, bensì mediante *simboli di dimensioni diverse.*
Bisogna però stare attenti a non utilizzarli in modo che possano trarre in inganno. Facciamo un esempio.
Supponiamo di voler rappresentare la quantità di petrolio importata dall'Italia in un certo anno da due Paesi diversi: dalla Libia 14 000 000 di tonnellate (sarebbe più corretto dire megagrammi); dal Kuwait 1 400 000 ton-

late. Facciamo due disegni che rappresentano l'oggetto di cui si parla e che hanno dimensioni tanto maggiori, quanto maggiori sono le quantità relative. Nella ***figura 2a*** ciascun barile è rappresentato con un'altezza proporzionale alle quantità indicate sopra. Abbiamo scelto di dare a ciascun barile un'altezza di 3 millimetri per ogni milione di tonnellate. Perciò: 42 millimetri per la Libia e 4,2 millimetri per il Kuwait.

Figura 2a Importazioni di petrolio da Libia e Kuwait (rappresentazione falsata)



La regola è semplice, ma chi guarda il disegno riceve un'impressione sbagliata. Il motivo di tale errore si ricava con un semplice ragionamento. In quell'anno importavamo dal Kuwait un decimo di quello che importavamo dalla Libia, ma il diagramma non esprime bene questa situazione perchè il rapporto fra la loro altezza e la loro larghezza è costante nei due casi: quello alto 42 mm (Libia) è largo 24 mm. Quello alto 4,2 mm (Kuwait) è largo 2,4 mm. Si vede subito che la sua rappresentazione non è certo un decimo di quella del barile grande, ma è decisamente minore. Se facciamo i conti, vediamo che

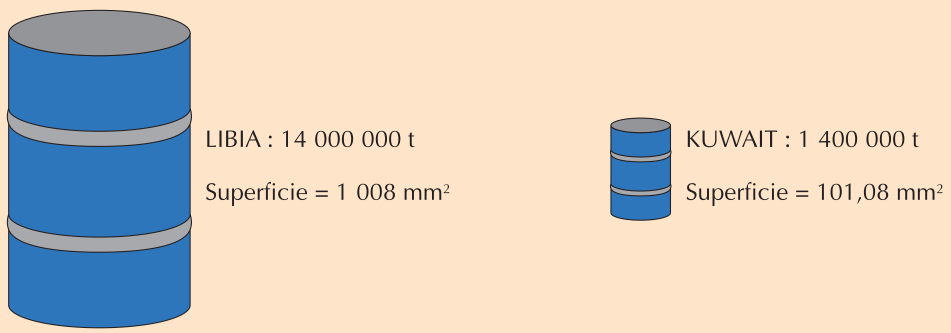
- la superficie del barile grande è $42 \cdot 24 = 1008$ mm^2
- la superficie del barile piccolo è solo $4{,}2 \cdot 2{,}4 = 10{,}08$ mm^2

In pratica dunque la superficie è più piccola di 100 volte (e non di 10).
Per evitare tale errore dovremmo disegnarli come nella ***figura 2b*** seguente, con il barile del Kuwait alto circa un quarto di quello della Libia; in questo modo l'area del disegno piccolo risulta uguale a un decimo di quella del disegno grande. Infatti:

- la superficie del barile grande è $42 \cdot 24 = 1008$ mm^2
- la superficie del barile piccolo è $7{,}6 \cdot 13{,}3 = 101{,}08$ mm^2

Nonostante l'errore di approssimazione nei disegni otteniamo così che le due aree sono una un decimo dell'altra.

Figura 2b Importazioni di petrolio da Libia e Kuwait (rappresentazione esatta)



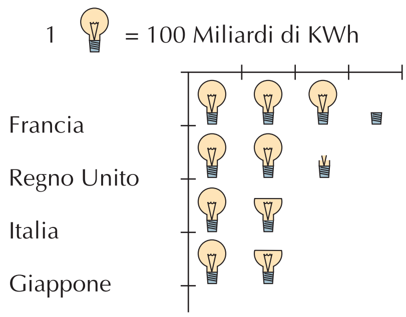
?! Verifica

① Indica quale delle seguenti affermazioni è vera e quale è falsa:

a. gli ideogrammi sono utilizzati quando occorre confrontare il totale di una grandezza con le parti che la compongono V F

b. negli ideogrammi gli elementi da rappresentare sono schematizzati mediante un disegno simbolico a cui viene attribuito un valore opportuno. V F

② Che cosa può indicare, a tuo avviso la rappresentazione grafica a lato? Quali sono i valori corrispondenti alle diverse nazioni? È possibile indicarli con precisione? Perché?



2 Gli istogrammi

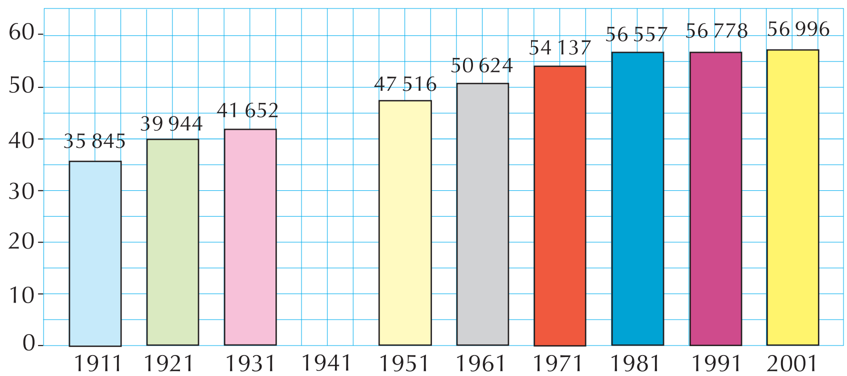
esercizi pag. 373

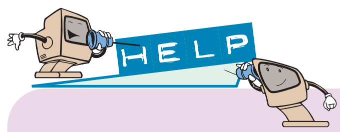
Un secondo tipo di rappresentazione dei dati è l'**istogramma**.
Un istogramma è un disegno (o grafico) fatto con tanti rettangoli affiancati; per questo vengono anche chiamati ortogrammi oppure *«grafici a barre»* dalla traduzione inglese *bar chart*.
Per capire come si costruisce un istogramma basta guardare la ***figura 3*** che riporta il numero di abitanti residenti in Italia nei diversi censimenti operati dall'ISTAT.

Il linguaggio della matematica

Istogramma è un parola di origine greca: *«**istos**»* significa «trama» e *«**gramma**»* significa «disegno».

Figura 3 Popolazione residente in Italia secondo i censimenti ISTAT (in migliaia di persone)





L'ISTAT (**Istituto Nazionale di Statistica**) è il principale produttore di statistica ufficiale a supporto del cittadino.
Ogni anno i suoi risultati vengono pubblicati nell'Annuario Statistico Italiano.

Per la rappresentazione dei dati è necessario disporre di un foglio quadrettato sul quale considerare due semirette orientate perpendicolari: sulla semiretta orizzontale rappresentiamo, a intervalli regolari, le basi congruenti di tanti rettangoli quanti sono gli elementi da considerare e su quella verticale stabiliamo un'unità di misura.
L'altezza dei rettangoli è proporzionale alla grandezza da rappresentare. Nel nostro caso, due quadretti nella direzione dell'altezza dei rettangoli rappresentano 10 milioni di abitanti. Perciò il rettangolo relativo al 1931 ha un'altezza di poco più di 7 quadretti, quello relativo al 1951 ha altezza di circa 9 quadretti e mezzo e così via.

Definizione. L'**istogramma** è una rappresentazione grafica che utilizza rettangoli con la base congruente e l'altezza proporzionale al valore da rappresentare.

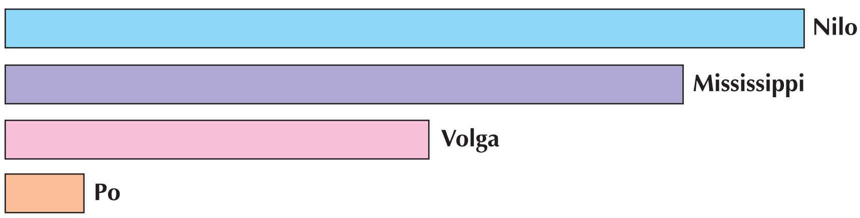
Gli istogrammi vengono utilizzati per rappresentare i valori che alcune grandezze assumono in un determinato momento, ad esempio il numero di abitanti delle diverse regioni italiane nel censimento del 2001; oppure per rappresentare i valori che una stessa grandezza assume in tempi diversi.

Dalla lettura della ***figura 3*** si nota la presenza di uno spazio vuoto fra il rettangolo che rappresenta la popolazione nel 1931 e quello che rappresenta la popolazione nel 1951. La ragione è semplice: in quell'anno il censimento non fu fatto a causa della seconda guerra mondiale. Lasciare quello spazio vuoto richiama la nostra attenzione sulla mancanza del dato per il 1941.

2.1 Gli istogrammi a base orizzontale

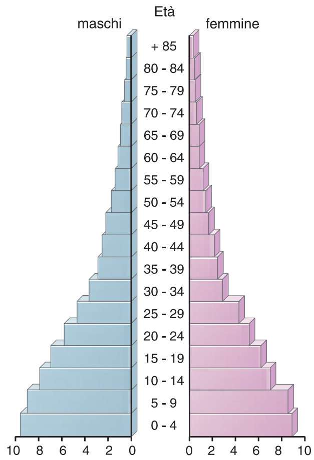
Il principio base dell'istogramma può essere utilizzato anche in forme leggermente diverse. L'altezza si può trasformare ad esempio in lunghezza e le grandezze vengono dunque rappresentate per mezzo di bande orizzontali anziché verticali. Nella ***figura 4***, ad esempio, abbiamo rappresentato la lunghezza di alcuni fiumi.

Figura 4 Istogramma a barre orizzontali della lunghezza di alcuni fiumi

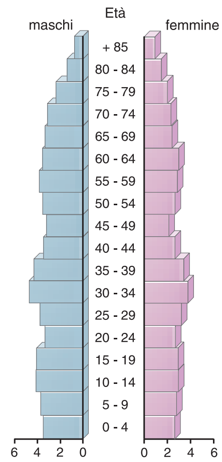


Un importante grafico che utilizza questo tipo di istogramma compare frequentemente in demografia (la scienza che studia l'andamento delle popolazioni) e si chiama **piramide dell'età**. Consiste in una rappresentazione per istogrammi a base orizzontale dei gruppi di una popolazione distinti per età. A sinistra dell'asse centrale sono rappresentati i maschi, a destra le femmine. Il grafico tende ad avere una forma piramidale (più precisamente triangolare) perché più si sale con l'età, più il gruppo di popolazione si fa esiguo.
Ad un occhio esperto la piramide di età può dire molto. Una base molto larga con un restringimento marcato verso l'alto, indica un alto tasso di mortalità che colpisce soprattutto coloro che hanno pochi anni di vita e, in secondo luogo, una grande fecondità delle coppie. È il caso, ad esempio della piramide d'età dei paesi del Terzo mondo (in ***figura 5a*** abbiamo riportato i dati relativi al Messico).
La piramide di una società economicamente avanzata ha un aspetto nettamente diverso ed assomiglia ad una colonna più o meno rettangolare (in ***figura 5b*** i dati relativi alla Svezia). Da questa forma possiamo dedurre che la morte colpisce quasi esclusivamente gli individui anziani. In tali società nascono pochi bambini, ma la loro probabilità di vita è di molto superiore rispetto ai coetanei dei paesi più poveri.
Osserviamo anche che la fascia 30-34 anni è più ampia di quella 0-4. Possiamo interpretare tale dato pensando che è proprio nella fascia di età 30-34 che si concentra la popolazione immigrata in Svezia.

Figura 5



a. Piramide età Messico



b. Piramide età Svezia

?! Verifica

① Completa le seguenti affermazioni.

Gli istogrammi vengono utilizzati prevalentemente:

a. per rappresentare graficamente i valori che alcune grandezze assumono in un determinato ....;

b. per rappresentare i valori che una .... assume in .... diversi;

c. negli istogrammi a base orizzontale l'altezza si trasforma in .... e le grandezze vengono rappresentate da bande .... anziché ....

② In un istogramma:
a. le altezze dei rettangoli sono scelte in modo che la figura risulti comprensibile;
b. le altezze dei rettangoli sono proporzionali alle grandezze da rappresentare;
c. le altezze dei rettangoli sono proporzionali alle basi;
d. le basi e le altezze dei rettangoli hanno sempre le stesse dimensioni.

③ Rappresenta con un istogramma i dati della seguente tabella che mostra la popolazione espressa in milioni di abitanti (anno 2003) delle 5 città più popolate nel mondo.

1. Tokyo (Giappone)	35
2. Messico City (Messico)	18,7
3. New York (Stati Uniti)	18,3
4. San Paolo (Brasile)	17,9
5. Mumbai (India)	17,4

3 Gli areogrammi

esercizi pag. 376

In alcuni tipi di grafici si vuole richiamare l'attenzione su come un totale è ripartito fra le sue componenti. Per farlo, il totale viene rappresentato con un cerchio e le porzioni corrispondenti alle componenti con settori del cerchio. L'idea della ripartizione è immediata. Questo diagramma ricorda la suddivisione di una torta in fette più o meno grandi; per questo viene spesso chiamato con il nome **diagramma a torta**. Altri considerano tale definizione troppo colloquiale e preferiscono chiamarli **areogrammi**. In ***figura 6*** abbiamo considerato un diagramma a torta che rappresenta i dati relativi alla diffusione dei personal computer già considerati nel paragrafo 1.
Ogni settore (spicchio) del diagramma deve avere un'ampiezza proporzionale alla grandezza che rappresenta. Per calcolare le ampiezze dei singoli angoli dobbiamo considerare il fatto che il totale complessivo (522,5 milioni di computer) corrisponde all'ampiezza dell'angolo giro (360°).
Determiniamo dunque quanti personal computer corrispondono ad un *angolo unitario* di ampiezza 1°:

$$522\,500\,000 : 360° \approx 1\,451\,388{,}8.$$

Dividendo i valori delle diverse grandezze per il numero precedentemente calcolato, otteniamo l'ampiezza di ciascuno spicchio:

Continenti	Milioni di pc	Angolo
Africa	7,8	$7\,800\,000 : 1\,453\,188{,}8 \approx 5°$
Americhe	221,8	$221\,800\,000 : 1\,453\,188{,}8 \approx 153°$
Asia	132,9	$132\,900\,000 : 1\,453\,188{,}8 \approx 92°$
Europa	148,1	$148\,100\,000 : 1\,453\,188{,}8 \approx 102°$
Oceania	11,9	$11\,900\,000 : 1\,453\,188{,}8 \approx 8°$
MONDO	**522,5**	$\mathbf{522\,500\,000 : 1\,453\,188{,}8 \approx 360°}$

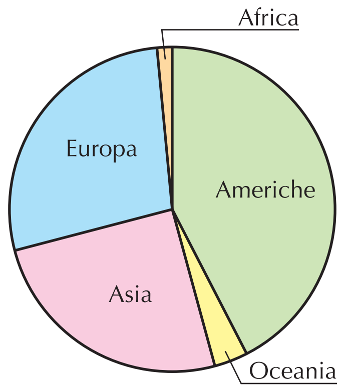
Naturalmente, la somma degli angoli relativi ai diversi settori è uguale (salvo arrotondamenti) a 360°.

Definizione. Un **areogramma** è una rappresentazione grafica che utilizza un cerchio suddiviso in tanti spicchi di ampiezza proporzionale al dato della grandezza da rappresentare.

Il linguaggio della matematica

Il nome **diagramma a torta** deriva dall'inglese ***pie*** = torta e ***chart*** = diagramma.

Figura 6



Il linguaggio della matematica

Per misurare l'ampiezza di un angolo con un **goniometro** si deve far coincidere il vertice dell'angolo con il punto centrale, indicato da una crocetta, e una delle lineette laterali in basso con uno dei lati dell'angolo.
L'ampiezza dell'angolo corrisponde al valore che si legge sul goniometro laddove passa l'altro lato dell'angolo.

Affinché l'areogramma sia immediatamente comprensibile è bene evitare di avere troppe suddivisioni altrimenti alcuni angoli possono risultare troppo piccoli.

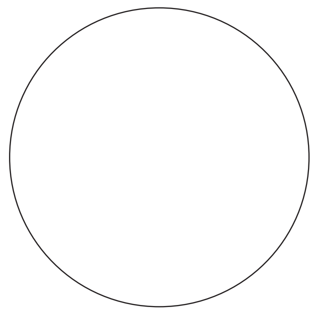
?! Verifica

① Completa la seguente affermazione:
gli areogrammi si utilizzano per rappresentare graficamente come un .... è ripartito tra certe sue ....

② Completa le seguenti affermazioni relative alle regole secondo le quali deve essere costruito un areogramma:
- **a.** ogni settore, o spicchio, dell'areogramma deve avere un'ampiezza .... alla .... da rappresentare per ....;
- **b.** per determinare l'angolo unitario bisogna .... il .... delle diverse grandezze da rappresentare per ....;
- **c.** per calcolare l'ampiezza di ogni settore si deve quindi .... ciascuna delle diverse grandezze da rappresentare per il valore corrispondente all'angolo ....

③ Rappresenta con un areogramma i dati della seguente tabella che rappresenta l'estensione in ettari della superficie territoriale italiana di montagna suddivisa in tre zone (i dati sono approssimati al migliaio):

Nord	5 532 000
Centro	1 576 000
Sud	3 502 000



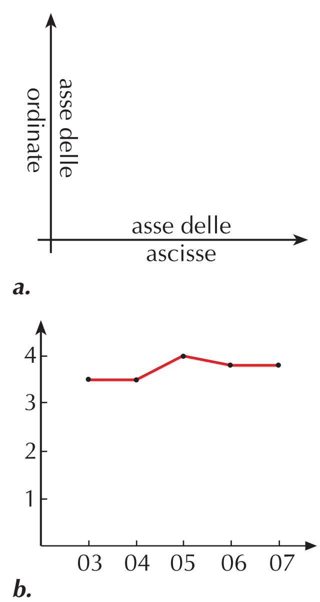
4 I diagrammi cartesiani

esercizi pag. 377

Il modo più preciso di rappresentare graficamente l'andamento di una grandezza in funzione di un'altra è costituito dai **diagrammi** (o **grafici**) **cartesiani**, così chiamati dal nome del loro ideatore, il matematico Louis Renée des Cartes (1596-1650) più famoso con il nome di Cartesio.
Il diagramma va tracciato su una griglia di *rette perpendicolari* fra loro. La retta orizzontale in basso si chiama **asse delle ascisse**. La retta verticale a sinistra si chiama **asse delle ordinate** (***figura 7a***).
Ad esempio, rappresentiamo su un diagramma cartesiano i dati relativi al numero di pneumatici prodotti in Italia negli anni dal 2003 al 2007 (dati Annuario statistico italiano 2008).

Anno	2003	2004	2005	2006	2007
Produzione	354 611	355 228	400 334	398 835	396 221

Figura 7



Sull'asse delle ascisse rappresentiamo il tempo (in anni), sull'asse delle ordinate il quantitativo di pneumatici prodotti (***figura 7b***). Dobbiamo subito stabilire l'unità di misura che intendiamo utilizzare per esprimere le grandezze:
- sull'asse delle ascisse ogni tacca rappresenta un anno solare,
- sull'asse delle ordinate possiamo stabilire che ogni tacca corrisponde a 100 000 unità.

Per realizzare il grafico dobbiamo segnare su di esso i punti che si ottengono incrociando l'anno a cui si riferisce il consumo con il consumo stesso in base all'unità di misura che abbiamo scelto; unendo poi i puntini con dei segmenti consecutivi otteniamo il grafico vero e proprio.

Definizione. Il **diagramma cartesiano** è una rappresentazione grafica che utilizza punti la cui posizione, riportata sugli assi cartesiani, esprime i valori delle grandezze. La spezzata che unisce tali punti rappresenta l'andamento del fenomeno considerato.

La pendenza di ciascun segmento ci permette di capire come, in corrispondenza dell'anno 2005, ci sia stato un forte aumento della produzione.

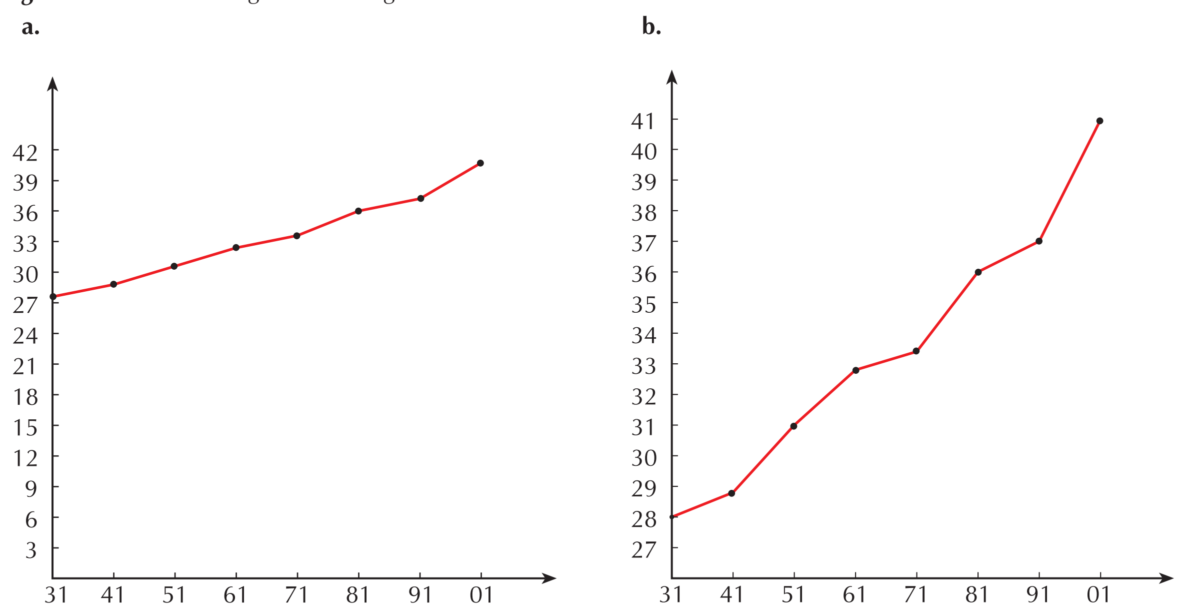
4.1 La scelta dell'unità di misura

Uno dei problemi più frequenti nella rappresentazione dei dati è la scelta dell'unità di misura. Spesso succede che i valori considerati si discostino poco uno dall'altro (nell'esempio precedente relativamente alla produzione degli pneumatici i dati relativi agli anni 2003 e 2004 sono molto simili e il segmento corrispondente è praticamente orizzontale). In questo modo la rappresentazione grafica dei dati risulta poco significativa. Per risolvere questo problema conviene:

1. scegliere una unità di misura tale che le variazioni siano più visibili;
2. far partire il grafico non dallo zero dell'asse verticale delle ordinate e dall'asse delle ascisse, ma da un valore di poco inferiore al valore minimo fra tutti i dati considerati.

Consideriamo ad esempio i due grafici cartesiani rappresentati nella ***figura 8***.

Figura 8 Età media degli italiani negli ultimi 70 anni



I due diagrammi cartesiani rappresentano l'andamento dello stesso fenomeno, cioè l'età media degli italiani negli ultimi 70 anni così come la si può desumere dai dati forniti ISTAT. Nella ***figura 8a*** la linea è quasi piatta, e gran parte dello spazio risulta sprecato. Nella ***figura 8b*** abbiamo scelto un'altra unità di misura: ad ogni intervallo sull'asse delle ordinate corrisponde un solo anno (e non più 3 anni). Inoltre abbiamo fatto coincidere l'origine degli assi con il valore di 26 anni. Le variazioni risultano così molto più evidenti e il grafico di più facile ed utile lettura.
Bisogna tenere presente che lo stesso problema si incontra anche nella rappresentazione con gli istogrammi.

?! Verifica

① Indica quale delle seguenti affermazioni è vera e quali sono false.
I diagrammi cartesiani:

a. vengono utilizzati per rappresentare grandezze fisse V F

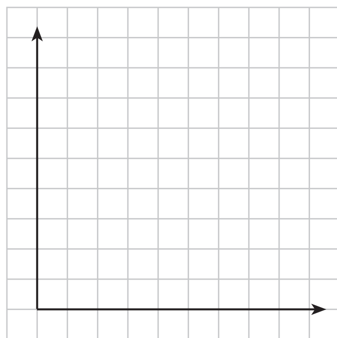
b. rappresentano l'andamento di una grandezza in funzione di un'altra V F

c. vengono utilizzati per rappresentare un certo totale da ripartire fra certe sue componenti. V F

② Completa la seguente affermazione:
in un diagramma cartesiano le rette perpendicolari tra loro si chiamano .... in particolare la retta orizzontale si chiama ....; quella verticale si chiama ....

③ Rappresenta con un diagramma cartesiano i dati della seguente tabella che mostra il numero di matrimoni in Italia negli ultimi anni (i dati sono approssimati al migliaio):

Anno	Numero matrimoni
1995	290 000
1997	278 000
1999	280 000
2001	264 000
2003	259 000
2006	245 000



APPROFONDIMENTI

Gli errori nella lettura dei grafici

Quando la rappresentazione dei dati avviene mediante una figura si deve tenere presente che l'obiettivo della rappresentazione non è tanto la precisione del disegno, quanto piuttosto la comprensione degli aspetti quantitativi del fenomeno osservato. A questo proposito analizziamo attentamente la ***figura 9*** che mostra la distribuzione della ricchezza nel mondo.

Figura 9

Per leggere correttamente tale rappresentazione, detta anche **metacarta** o **carta deformata**, non si deve considerare la superficie dei singoli stati o continenti. Osserva, ad esempio, le nazioni dell'America del sud oppure quelle dell'Africa (posizionate a lato dell'Italia) oppure ancora nazioni come il Giappone. L'area occupata non è quella che siamo soliti osservare su un mappamondo; l'errore di lettura è considerare le nazioni per la superficie e non per il carattere in esame. Questa cartina è stata volutamente costruita scegliendo il valore dell'Italia come termine di paragone. La superficie di ogni altra nazione è stata disegnata in relazione alla ricchezza prodotta. Così le nazioni più povere del mondo hanno una capacità di ricchezza molto piccola e la loro rappresentazione sulla carta risulta rimpicciolita. Diverso è il caso delle nazioni con un valore di ricchezza maggiore dell'Italia che risultano invece ingrandite.

Gli insiemi

Capitolo 1
ESERCIZI

1 Il concetto di insieme

teoria pag. 10

- Per **insieme matematico** si intende un raggruppamento di elementi definibili con precisione;
- un insieme è **finito** quando è formato da un numero limitato di elementi;
- un insieme è **infinito** quando è formato da un numero infinito di elementi;
- un insieme è **vuoto** quando è privo di elementi; si indica indifferentemente con il simbolo $\varnothing$ oppure $\{\ \ \}$;
- due insiemi sono **uguali** se sono formati dagli stessi elementi.

Comprensione della teoria

1 Indica quali dei seguenti raggruppamenti rappresentano un insieme dal punto di vista matematico:
a. «le città capoluogo di provincia con una popolazione superiore ai 100000 abitanti»;
b. «gli spettatori di un programma televisivo»;
c. «le più belle isole del mar Mediterraneo»;
d. «i numeri naturali maggiori di 23 e minori di 24»;
e. «i libri di narrativa della biblioteca di classe».

2 Indica quali dei seguenti raggruppamenti rappresentano un insieme dal punto di vista matematico e spiega perché:
a. «l'insieme delle vocali presenti nel tuo cognome»;
b. «l'insieme degli alunni più bassi della tua classe»;
c. «l'insieme di tutti gli abitanti della Lombardia»;
d. «l'insieme degli oggetti contenuti nella tua cartella»;
e. «l'insieme dei libri di avventura contenuti nella biblioteca del luogo dove abiti»;
f. «l'insieme degli alunni della tua classe che hanno i capelli lisci».

3 Indica quali delle seguenti affermazioni presentano una proprietà caratteristica che determina un insieme dal punto di vista matematico:
a. essere un bravo calciatore di serie A;
b. essere un alunno della tua classe che porta l'apparecchio dentale;
c. essere una regione italiana il cui nome inizia per *L*;
d. essere un numero naturale molto grande.

4 Stabilisci quali dei seguenti insiemi sono finiti e quali sono infiniti:
a. le note musicali; **b.** i mammiferi che depongono uova;
c. i numeri superiori a 1000; **d.** i granelli di sabbia;
e. le persone residenti in Italia; **f.** i numeri naturali minori di 10000 miliardi.

5 Barra la casella giusta per indicare se i seguenti insiemi sono finiti (F), infiniti (I), vuoti (V):
a. i numeri pari F I V
b. i giorni della settimana F I V
c. gli studenti della tua scuola che l'anno scolastico scorso sono stati promossi F I V
d. i calciatori dell'Inter che sono laureati. F I V

6 Indica, quali dei seguenti insiemi sono sottoinsiemi dell'insieme degli alunni della tua classe:
a. «gli alunni più alti di 1,40 m»;
b. «gli alunni che pesano meno di 20 kg»;
c. «gli alunni che hanno un fratello»;
d. «gli alunni che hanno trascorso le vacanze al mare»;
e. «gli alunni che fanno il tifo per la nazionale di calcio della Germania»;
f. «gli alunni che portano le scarpe da ginnastica».

7 Spiega qual è il significato dei seguenti simboli:
a. $\in$; **b.** $\notin$; **c.** $\varnothing$; **d.** $\{\ \ \}$.

8 Quale delle seguenti scritture è corretta per indicare che un elemento x appartiene ad un insieme A?
a. $x \subset A$; **b.** $x \in A$; **c.** $x \notin A$; **d.** $A \in x$.

9 Considera l'insieme A formato dalle città capoluogo di provincia della Toscana. Quale delle seguenti scritture è esatta?
a. Firenze $\in A$; **b.** Empoli $\notin A$; **c.** Arezzo $\notin A$; **d.** Roma $\in A$.

10 Considera l'insieme A degli alunni che frequentano una scuola e l'alunno Stefano Rossi della classe I B di quella scuola; quale delle seguenti scritture è quella esatta?
a. Stefano Rossi $\in A$; **b.** I B $\in A$; **c.** Stefano Rossi $\in$ I B.

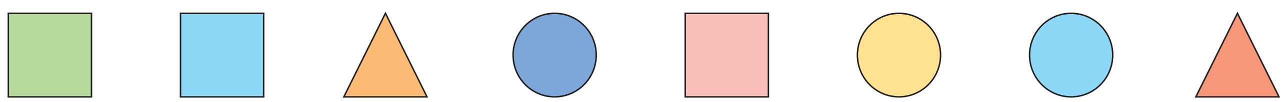
11 Considera l'insieme A degli Stati europei; è esatto scrivere che Italia $\in A$? E che Roma $\in A$?

12 Individua fra i seguenti insiemi quelli che sono vuoti e quelli che non hanno senso dal punto di vista matematico:
a. «l'insieme degli alunni più bravi della tua classe»;
b. «l'insieme dei libri della biblioteca della tua scuola scritti in cinese»;
c. «l'insieme delle auto più belle»;
d. «l'insieme degli abitanti della provincia dove risiedi»;
e. «l'insieme degli alunni della tua classe il cui cognome è composto solo da consonanti».

13 Stabilisci quali delle seguenti scritture sono corrette e quali sbagliate, specificando il motivo:
a. $\varnothing = \{\varnothing\}$; **b.** $\{\ \ \} = \varnothing$; **c.** $\{\varnothing\} = \{\ \ \}$.

Applicazione

14 Considera le seguenti figure geometriche:



Forma alcuni insiemi utilizzando come elementi le figure proposte: indica il motivo della tua scelta.

15 Traduci le seguenti frasi nel linguaggio simbolico degli insiemi:
a. il fagiano appartiene all'insieme degli uccelli;
b. il numero 20 appartiene all'insieme dei numeri naturali;
c. il numero 2,24 non appartiene all'insieme dei numeri naturali;
d. la città di Roma appartiene all'insieme delle città italiane;
e. la vocale *a* non appartiene alla parola *computer*;
f. il numero 0,5 non appartiene all'insieme dei numeri naturali.

16 Traduci nel linguaggio simbolico degli insiemi le seguenti frasi:
a. il cane appartiene all'insieme di mammiferi;
b. Torino non appartiene alla regione Lazio;
c. la lettera *c* non appartiene all'insieme delle vocali.

17 Considera l'insieme delle lettere che compongono la parola *scuola*. Utilizzando il simbolo di appartenenza e di non appartenenza, indica tre elementi che appartengono e tre elementi che non appartengono all'insieme dato.

2 La rappresentazione di un insieme

teoria pag. 11

- ✗ Per rappresentare un insieme per **elencazione** si scrive la lettera maiuscola con la quale si vuole indicare l'insieme, seguita dal segno di uguale e da una parentesi graffa; all'interno di questa vengono scritti tutti gli elementi dell'insieme separati uno dall'altro da un punto e una virgola (o da una virgola);
- ✗ per rappresentare un insieme per **caratteristica** si deve scrivere all'interno di una parentesi graffa la "proprietà" che caratterizza gli elementi dell'insieme;
- ✗ per rappresentare un insieme in **forma grafica** si utilizzano i diagrammi di **Eulero-Venn** che sono formati da una linea chiusa all'interno della quale si segnano gli elementi dell'insieme con un punto seguito dal nome.

Comprensione della teoria

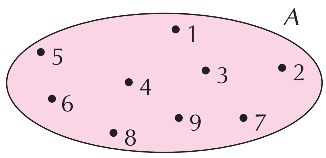
18 La rappresentazione di un insieme:

a. per elencazione si utilizza quando l'insieme non è ben definito V F

b. per caratteristica si utilizza quando l'insieme è formato da un numero elevato di elementi V F

c. con un diagramma di Eulero-Venn si utilizza per ragioni di semplicità e chiarezza visiva. V F

19 Quale delle seguenti rappresentazioni per caratteristica corrisponde all'insieme A rappresentato con il diagramma di Eulero-Venn a lato?



$B = \{x \mid x$ è un numero naturale maggiore di 0 e minore di 10$\}$;

$C = \{x \mid x$ è una cifra del sistema di numerazione decimale$\}$;

$D = \{x \mid x$ è un numero naturale minore o uguale a 9$\}$.

20 È possibile rappresentare per elencazione i seguenti insiemi definiti per caratteristica?

a. $A = \{x \mid x$ è un numero naturale dispari$\}$ SI NO

b. $B = \{x \mid x$ è un libro della biblioteca della tua città$\}$ SI NO

c. $C = \{x \mid x$ è una stella dell'Universo$\}$. SI NO

21 L'insieme delle lettere della parola *geometria* è:

a. $A = \{g; e; o; m; e; t; r; i; a\}$; **b.** $B = \{g; m; t; r\}$;

c. $C = \{e; o; i; a\}$; **d.** $D = \{g; e; o; m; t; r; i; a\}$.

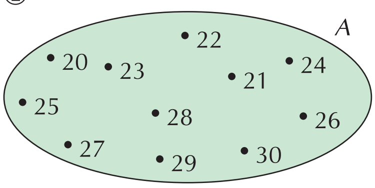
22 Stabilisci se c'è corrispondenza tra la rappresentazione per caratteristica e quella di Eulero-Venn delle seguenti coppie di insiemi:

a. $A = \{x \mid x$ è un numero intero minore di 30 e maggiore di 20$\}$;

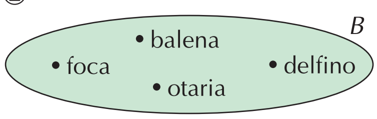
b. $B = \{x \mid x$ è un mammifero che vive nell'acqua$\}$;

c. $C = \{x \mid x$ è una fabbrica italiana di autoveicoli$\}$.

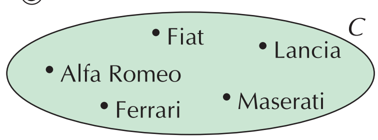
①



②



③



Applicazione

23 Esercizio guida

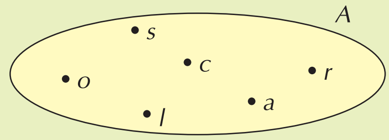
Rappresenta per elencazione, per caratteristica e con un diagramma di Eulero-Venn l'insieme A formato dalle lettere che compongono la parola *scolaro*.

Svolgimento

a. La rappresentazione per elencazione è: $A = \{s;\ c;\ o;\ l;\ a;\ r\}$.

b. La rappresentazione per caratteristica è: $A = \{x \mid x$ è una lettera della parola "scolaro"$\}$.

c. La rappresentazione con il diagramma di Eulero-Venn è:



Osserva che l'elemento *o* viene scritto nelle rappresentazioni dei punti **a.** e **c.** una sola volta.

24 Fai un esempio di un insieme e rappresentalo per elencazione.

25 Fai un esempio di un insieme e rappresentalo con un diagramma di Eulero-Venn.

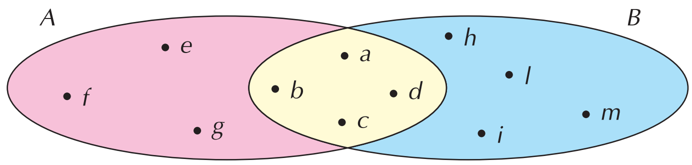
26 Fai un esempio di un insieme e rappresentalo per caratteristica.

27 Rappresenta per elencazione l'insieme A formato dalle lettere della parola *cielo*.

28 Rappresenta per caratteristica l'insieme $B = \{$Europa; Africa; Asia; America; Oceania$\}$.

29 Rappresenta per caratteristica l'insieme $C = \{$mio; tuo; suo; nostro; vostro; loro$\}$.

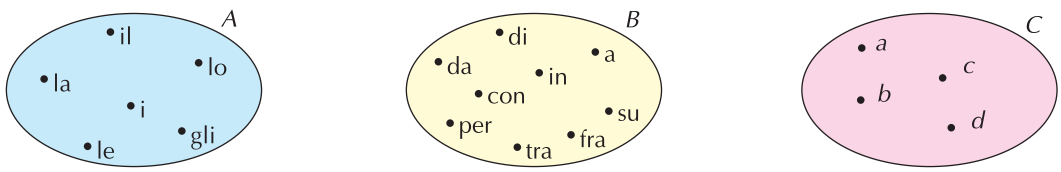
30 Rappresenta per elencazione gli insiemi A e B definiti con il seguente diagramma di Eulero-Venn.



31 Rappresenta con un diagramma di Eulero-Venn l'insieme B formato dai numeri pari maggiori di 9 e minori di 21.

32 Rappresenta con un diagramma di Eulero-Venn i seguenti insiemi definiti per elencazione:
$A = \{$do; re; mi; fa; sol; la; si$\}$; $B = \{1;\ 3;\ 5;\ 7;\ 9;\ 11\}$; $C = \{m;\ e;\ l;\ a\}$.

33 Rappresenta per caratteristica gli insiemi A, B e C definiti con un diagramma di Eulero-Venn:



34 Rappresenta con un diagramma di Eulero-Venn i seguenti insiemi:
a. l'insieme dei mesi dell'anno di 30 giorni;
b. l'insieme dei numeri pari minori di 15 e maggiori di 5;
c. l'insieme dei numeri dispari minori di 3.

35 Rappresenta per caratteristica i seguenti insiemi definiti per elencazione:
a. $A = \{$nord, sud, est, ovest$\}$;
b. $B = \{2;\ 4;\ 6;\ 8\}$;
c. $C = \{$Avellino; Benevento; Caserta; Napoli; Salerno$\}$.

36 Rappresenta per elencazione i seguenti insiemi definiti per caratteristica:
a. $A = \{x \mid x$ è un capoluogo di provincia della Sardegna$\}$;
b. $B = \{x \mid x$ è un professore che insegna nella tua classe$\}$;
c. $C = \{x \mid x$ è un dito della tua mano$\}$.

37 Rappresenta nei tre modi che conosci i seguenti insiemi:
a. l'insieme delle vocali della parola *aereo*;
b. l'insieme degli stati dell'America del Nord;
c. l'insieme dei numeri pari compresi tra 4 e 20.

Rappresenta per elencazione, per caratteristica e con un diagramma di Eulero-Venn i seguenti insiemi.

38 L'insieme delle lettere della parola *mamma*.

39 L'insieme dei primi dieci numeri naturali.

40 L'insieme delle consonanti dell'alfabeto italiano.

41 L'insieme dei giorni della settimana.

42 L'insieme delle consonanti del tuo cognome.

43 L'insieme delle ragazze della tua classe.

44 L'insieme delle vocali della parola *elementare*.

45 L'insieme delle lettere della parola *vocabolario*.

46 Rappresenta per elencazione, con un diagramma di Eulero-Venn e per caratteristica l'insieme degli alunni della tua classe il cui cognome inizia con una vocale.

47 Rappresenta in tutti e tre i modi conosciuti l'insieme delle città capoluogo di provincia della regione in cui abiti.

48 Rappresenta in tutti i modi che conosci l'insieme dei numeri naturali dispari maggiori di 2 e minori di 17.

49 Rappresenta in tutti i modi che conosci l'insieme $A = \{x \mid x \in N$ compreso fra i numeri 1 e $9\}$.

50 Rappresenta nel modo che ritieni più opportuno i seguenti insiemi:
a. le persone residenti in Lombardia;
b. i tuoi compagni di classe che portano gli occhiali;
c. i numeri dispari maggiori di 20 e minori di 1000.

51 Rappresenta in tutti i modi che conosci l'insieme degli alunni della tua classe con l'apparecchio dentale.

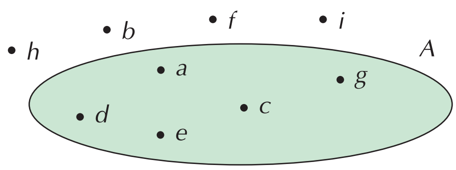
52 Sia dato l'insieme $A = \{e, a, n, p\}$ e l'insieme $B = \{x \mid x$ è una lettera della parola *pane*$\}$. Possiamo affermare che $A = B$?

53 Confronta i tre insiemi $A = \{x \mid x$ è una vocale della parola *vuotare*$\}$, $B = \{x \mid x$ è una vocale della parola *uova*$\}$ e $C = \{x \mid x$ è una vocale della parola *nuotare*$\}$. Gli insiemi dati sono tutti uguali? Fra essi ce ne sono di uguali?

54 Osserva le seguenti coppie di insiemi. In quali casi si può dire che $A = B$? Segna con una crocetta la risposta esatta:

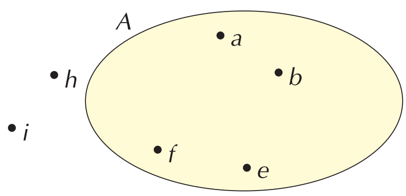
$A = \{$Sandro; Paola$\}$	$B = \{$Paola, Sandro$\}$	SI NO
$A = \{0; 2; 4; 6; 8; ...\}$	$B = \{x \in N \mid x$ è un numero pari$\}$	SI NO
$A = \{p; s; r; a; o; z; i\}$	$B = \{x \mid x$ è una lettera della parola *spazio*$\}$	SI NO

55 Considera l'insieme A rappresentato con il diagramma di Eulero-Venn e, utilizzando i simboli di appartenenza e di non appartenenza, inserisci al posto dei puntini il simbolo che ritieni corretto:



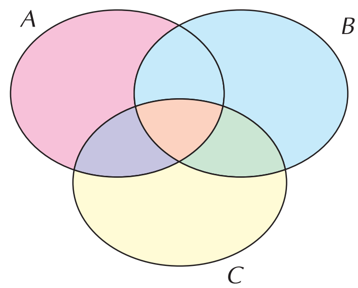
a .... A b .... A c .... A
d .... A e .... A f .... A
g .... A h .... A i .... A

56 Considera la rappresentazione di Eulero-Venn a lato e stabilisci se le seguenti relazioni sono vere o false:
a. $a \in A$ V F
b. $h \in A$ V F
c. $b \notin A$ V F
d. $i \notin A$ V F
e. $e \in A$ V F
f. $f \notin A$. V F



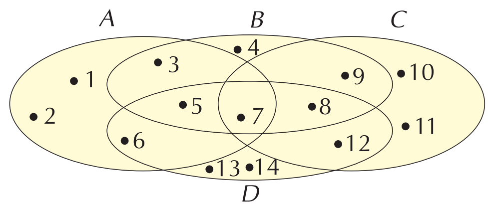
57 Scrivi alcuni elementi che appartengono ai seguenti insiemi utilizzando il simbolo di appartenenza:
$A = \{x \mid x$ è una capitale di una nazione dell'Africa$\}$;
$B = \{x \mid x$ è un monte che si trova sul territorio italiano$\}$;
$C = \{x \mid x$ è un monumento della città di Roma$\}$.

58 Dato il diagramma di Eulero-Venn a lato rappresenta gli elementi a, b, c, d, e, f, g in modo che siano verificate tutte le seguenti relazioni:



a. $a \in A$ $\quad a \notin B \quad a \notin C$;
b. $b \notin A$ $\quad b \in B \quad b \notin C$;
c. $c \notin A$ $\quad c \notin B \quad c \in C$;
d. $d \notin A$ $\quad d \in B \quad d \in C$;
e. $e \in A$ $\quad e \notin B \quad e \in C$;
f. $f \in A$ $\quad f \in B \quad f \in C$;
g. $g \in A$ $\quad g \in B \quad g \in C$.

59 Considera la rappresentazione di Eulero-Venn a lato. Indica quali sono gli elementi:



a. che appartengono ad A;
b. che appartengono solo ad A;
c. che appartengono contemporaneamente ad A e B;
d. che appartengono solo a B;
e. che appartengono contemporaneamente a C e D;
f. che appartengono contemporaneamente ad A, B, C;
g. che appartengono contemporaneamente ad A, B, D;
h. che appartengono contemporaneamente ad A, B, C, D;
i. che appartengono contemporaneamente a B, C, D.

3 Il concetto di sottoinsieme

teoria pag. 13

✗ Un insieme B è un **sottoinsieme proprio** di A se ogni elemento di B appartiene ad A ma non viceversa;

✗ un qualunque insieme A possiede sempre due sottoinsiemi **impropri**: l'insieme stesso e l'insieme vuoto.

Comprensione della teoria

60 Confronta le seguenti coppie di insiemi e stabilisci in quali casi il primo è un sottoinsieme del secondo:

a. $A = \{a; b; c\}$; $\quad A' = \{a; b; c; d\}$;
b. $B = \{1; 2; 4; 5\}$; $\quad B' = \{1; 2; 3\}$;
c. $C = \{x \mid x$ è un numero pari maggiore di $5\}$; $\quad C' = \{x \mid x$ è un numero naturale maggiore di $5\}$;
d. $D = \{x \mid x$ è una persona residente nella provincia in cui abiti$\}$;
$D' = \{x \mid x$ è un alunno della scuola che frequenti$\}$.

61 Siano dati i seguenti insiemi: $A = \{1\}$; $B = \{2; 3\}$; $C = \{1; 2\}$; $D = \{1; 2; 3\}$. Stabilisci quali delle seguenti relazioni sono vere:

a. $B = C$; **b.** $C \subset \varnothing$; **c.** $\varnothing \subset D$; **d.** $C \subset A$; **e.** $A \subset C$;
f. $A \not\subset C$; **g.** $A \supset D$.

62 Siano dati i seguenti insiemi: $A = \{a; b; c\}$; $B = \{b; d\}$; $C = \{a; b\}$. Stabilisci quali delle seguenti relazioni sono corrette:

a. $C = B$; **b.** $A \supset B$; **c.** $\{c\} \subset B$; **d.** $\varnothing \subset B$; **e.** $\{a; b\} \not\subset B$.

63 Considera gli insiemi $A = \{1; 2; 3\}$, $B = \{2; 3; 4\}$ e $C = \{1; 2\}$. Stabilisci quali delle seguenti relazioni sono corrette:

a. $B \supset A$; **b.** $\{1\} \subset A$; **c.** $\varnothing \subset C$; **d.** $B \subset A$; **e.** $A \subset C$.

64 Siano dati gli insiemi: $A = \{1; 2; 3; 4\}$; $B = \{2; 3; 5; 6\}$; $C = \{1; 2; 3\}$. Stabilisci quali delle seguenti relazioni sono corrette:

a. $A \supset B$; **b.** $A \subset C$; **c.** $C \subset A$; **d.** $B \supset A$; **e.** $\varnothing \subset B$.

Applicazione

65 Completa la seguente tabella inserendo al posto dei puntini l'insieme mancante, descritto per elencazione o per caratteristica, in modo che risulti in tutti casi $A \subset B$:

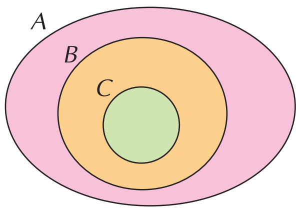
INSIEME A	INSIEME B
$\{a; e; i\}$	$\{x \mid x$ è una vocale dell'alfabeto italiano$\}$
$\{x \mid x$ è una città capoluogo di regione italiana$\}$	$\{x \mid x$ ....$\}$
{...}	$\{x \mid x$ è un articolo indeterminativo$\}$
{fusto; radici; foglie}	{..}
{eolo; pisolo; mammolo; brontolo}	{..}
{Romolo; Remo; Numa Pompilio; Tullio Ostilio}	{..}

66 Completa la seguente tabella inserendo al posto dei puntini l'insieme mancante, descritto per elencazione o per caratteristica, in modo che risulti in tutti i casi $A \subset B \subset C$:

INSIEME A	INSIEME B	INSIEME C
{cane; gatto; cavallo}	{topo; leone; cane; gatto; cavallo}	{cane; gatto; cavallo; topo; leone; tigre; capra}
{giallo; rosso; verde}	{.............................}	$\{x \mid x$ è un colore dell'iride$\}$
$\{x \mid x$ è una lettera della parola *gola*$\}$	$\{x \mid x$ è una lettera della parola ....$\}$	$\{x \mid x$ è una lettera dell'alfabeto italiano$\}$
$\{2; 4; 6; 8\}$	{.............................}	$\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$

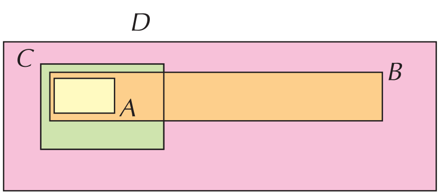
Dopo aver osservato attentamente le seguenti figure completa le relazioni inserendo al posto dei puntini il simbolo che ritieni corretto.

67



a. B .... A
b. A C
c. A .... B C
d. C .... B .... A

68



a. B .... A
b. D ...... B
c. C .... A
d. A .... B .... D
e. D .... C .... A

69 Considera gli insiemi $A = \{x \mid x$ è una lettera della parola *volare*$\}$, $B = \{x \mid x$ è una lettera della parola *solare*$\}$ e $C = \{x \mid x$ è una lettera della parola *sale*$\}$. Dopo aver rappresentato gli insiemi con un diagramma di Eulero-Venn, stabilisci quale delle seguenti relazioni è corretta:

a. $A \subset B$; **b.** $B \subset A$; **c.** $A \supset C$; **d.** $C \subset B$; **e.** $C \supset B$.

70 Considera le seguenti coppie di insiemi:

$A = \{x \mid x$ è un numero dispari minore di 30$\}$; $B = \{x \mid x$ è un numero dispari minore di 50$\}$;
$C = \{x \mid x$ è una vocale$\}$; $D = \{x \mid x$ è una lettera dell'alfabeto$\}$;
$E = \{x \mid x$ è un mobile della tua aula$\}$; $F = \{x \mid x$ è un banco della tua aula$\}$.

Dopo aver rappresentato gli insiemi con un diagramma di Eulero-Venn, indica quali delle seguenti relazioni sono vere e quali sono false:

a. $A \subset B$; **b.** $C \not\supset D$; **c.** $E \subset F$; **d.** $B \subset A$; **e.** $D \supset C$.

71 Per ognuno dei seguenti insiemi trova un possibile sottoinsieme e rappresentalo per elencazione:
$A = \{x \mid x$ è un'alunna della tua classe$\}$;
$B = \{x \mid x$ è un mese dell'anno$\}$;
$C = \{x \mid x$ è un mobile della tua aula$\}$.

72 Per ognuno dei seguenti sottoinsiemi trova un insieme di cui costituisce una parte e rappresentalo per caratteristica:
$A = \{$Milan; Inter; Palermo; Roma$\}$;
$B = \{$vipera; boa; pitone; cobra$\}$;
$C = \{$Firenze; Pistoia; Pisa; Arezzo; Lucca$\}$.

73 Considera gli insiemi $A = \{x \mid x$ è un triangolo$\}$ e $B = \{x \mid x$ è un poligono$\}$. Quale dei due insiemi è incluso nell'altro? Rappresenta graficamente la relazione esistente tra i due insiemi.

74 Rappresenta graficamente le seguenti relazioni:
a. $A \subset B$; **b.** $A \subseteq B$; **c.** $A \supset B$; **d.** $A \not\supset B$.

75 Rappresenta graficamente le seguenti relazioni:
a. $A \subset B \subset C$; **b.** $A \subseteq B \subseteq C$; **c.** $A \not\subset B \subset C$.

76 Considera gli insiemi $A = \{a; b; c; d; e; f; g; h; i\}$, $B = \{c; e; g; i\}$ e $C = \{e; g\}$. Rappresenta graficamente la relazione esistente tra i tre insiemi.

77 Rappresenta in tutti i modi che conosci un sottoinsieme dei numeri naturali minori di 10.

78 Scrivi tutti i sottoinsiemi di $A = \{1; 2; 3; 4\}$ formati da tre elementi.

79 Determina tre sottoinsiemi propri dell'insieme formato dai triangoli.

80 Individua quattro sottoinsiemi propri dell'insieme $A = \{x \mid x$ è numero naturale minore di $7\}$.

81 Rappresenta per elencazione tutti i possibili sottoinsiemi propri dell'insieme $A = \{x \mid x$ è una lettera della parola *via*$\}$.

82 Rappresenta per elencazione tutti i possibili sottoinsiemi propri dell'insieme $A = \{x \mid x$ è una lettera della parola *asia*$\}$.

83 Rappresenta per elencazione tutti i possibili sottoinsiemi impropri dell'insieme $A = \{n; o; m; e\}$.

84 Rappresenta per elencazione i sottoinsiemi impropri dell'insieme $A = \{x \mid x$ è un punto cardinale$\}$.

85 Considera l'insieme $A = \{$il; lo; la$\}$ e rappresenta per elencazione tutti i suoi possibili sottoinsiemi propri ed impropri.

4 Interserzione e unione di insiemi

teoria pag. 15

✗ L'**insieme intersezione** di due insiemi A e B è l'insieme C formato dagli elementi comuni ad A e B;

✗ l'**insieme unione** di due insiemi A e B è l'insieme C formato dagli elementi che appartengono ad A o a B, presi una sola volta (quando esistono elementi comuni).

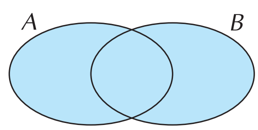
Comprensione della teoria

86 Considera la rappresentazione grafica a lato e indica quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false:

a. l'insieme A è sottoinsieme di B V F

b. gli insiemi A e B non hanno alcun elemento in comune V F

c. l'insieme unione di A e B è dato da tutti gli elementi di A e da tutti gli elementi di B presi una sola volta. V F



87 Considera la rappresentazione grafica a lato e indica quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false:

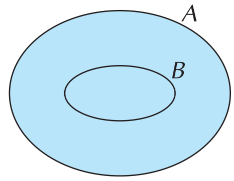
a. l'insieme B è sottoinsieme di A V F

b. gli insiemi A e B hanno alcuni elementi in comune V F

c. l'insieme unione è dato da tutti gli elementi di B presi una sola volta V F

d. gli insiemi A e B sono disgiunti V F

e. l'insieme intersezione è dato da tutti gli elementi di A. V F



88 Considera la rappresentazione grafica a lato e indica quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false:

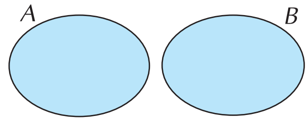
a. gli insiemi A e B hanno alcuni elementi in comune V F

b. l'insieme B è un sottoinsieme di A V F

c. l'insieme unione è dato da tutti gli elementi di A e da tutti gli elementi di B V F

d. l'insieme intersezione è vuoto V F

e. l'insieme intersezione è dato da tutti gli elementi di A e di B. V F

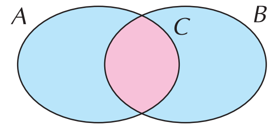


89 Considera la rappresentazione grafica a lato e indica quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false:

a. l'insieme C è un sottoinsieme di B V F

b. gli insiemi A e B non hanno alcun elemento in comune V F

c. l'insieme intersezione C è dato da tutti gli elementi comuni ad A e B. V F



Applicazione

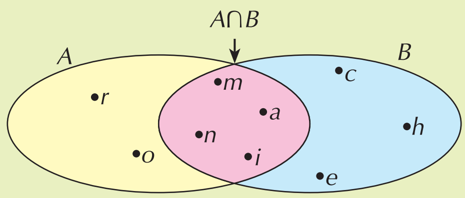
Rappresenta con un diagramma di Eulero-Venn le seguenti coppie di insiemi e determina la loro intersezione.

90 Esercizio guida

$A = \{r;\ o;\ m;\ a;\ n;\ i\}$ $\qquad B = \{m;\ a;\ n;\ i;\ c;\ h;\ e\}$

Svolgimento

La rappresentazione con il diagramma di Eulero-Venn è:



La rappresentazione per elencazione dell'insieme intersezione è $A \cap B = \{m;\ a;\ n;\ i\}$.

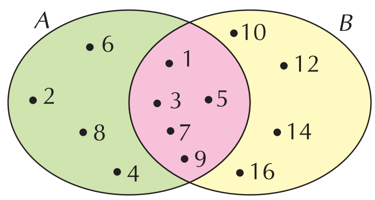
91 $A = \{2;\ 5;\ 6;\ 7;\ 9;\ 15\}$; $\qquad B = \{1;\ 5;\ 7;\ 8\}$.

92 $A = \{x \mid x$ è una lettera della parola *panettone*$\}$; $\qquad B = \{x \mid x$ è una lettera della parola *patate*$\}$.

93 $A = \{x \mid x$ è una vocale della parola *pasta*$\}$; $\qquad B = \{x \mid x$ è una lettera della parola *pitone*$\}$.

94 Determina l'intersezione degli insiemi $A = \{a;\ b;\ c;\ d;\ e;\ f\}$ e $B = \{c;\ d;\ e;\ f;\ g;\ h\}$ e rappresentala per elencazione.

95 Determina l'intersezione degli insiemi $A = \{l;\ a;\ v;\ o;\ r;\ i\}$ e $B = \{r;\ i;\ v;\ a\}$ e rappresentala con un diagramma di Eulero-Venn.



96 Determina l'intersezione degli insiemi della figura a lato e rappresentala per caratteristica.

97 Considera gli insiemi $A = \{x \mid x$ è un numero pari minore di $15\}$ e $B = \{x \mid x$ è un numero naturale minore di $10\}$. Determina $A \cap B$ e rappresentala per elencazione.

98 Considera gli insiemi $A = \{x \mid x$ è un animale quadrupede$\}$ e $B = \{x \mid x$ è un animale da allevamento$\}$. Determina $A \cap B$ e rappresentala per caratteristica.

99 Determina l'intersezione degli insiemi $A = \{x \mid x$ è un numero naturale minore di $15\}$ e $B = \{x \mid x$ è un numero naturale compreso tra 10 e $15\}$ e rappresentala per caratteristica.

100 Sapendo che $A \subset B$ qual è l'insieme $A \cap B$? Verificalo con un diagramma d'Eulero-Venn.

101 Sapendo che $A \supset B$ qual è l'insieme $A \cap B$? Verificalo con un diagramma d'Eulero-Venn.

102 Rappresenta in forma caratteristica l'insieme $C = A \cap B$ nei seguenti casi:
a. $A = \{x \mid x$ è un alunno che legge libri d'avventura$\}$ e $B = \{x \mid x$ è un alunno che legge libri di fantascienza$\}$;
b. $A = \{x \mid x$ è una lettera della parola *va*$\}$ e $B = \{x \mid x$ è una lettera della parola *nave*$\}$;
c. $A = \{x \mid x$ è un numero multiplo di 4 minore di $21\}$ e $B = \{x \mid x$ è un numero pari minore di $21\}$;
d. $A = \{x \mid x$ è un abitante di Frosinone$\}$ e $B = \{x \mid x$ è un abitante del Lazio$\}$.

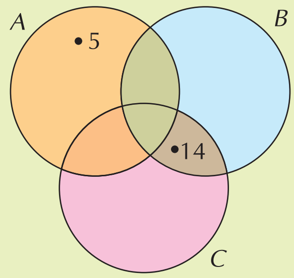
103 **Esercizio guida**

Dati gli insiemi $A = \{x \mid x$ è un numero naturale maggiore di 4 e minore di $12\}$, $B = \{x \mid x$ è un numero naturale maggiore di 9 e minore di $15\}$ e $C = \{x \mid x$ è un numero naturale pari compreso tra 10 e $15\}$, determina $A \cap B \cap C$ e rappresenta l'insieme intersezione con un diagramma di Eulero-Venn e per elencazione.

Svolgimento

Per la rappresentazione con un diagramma di Eulero-Venn occorre completare la figura a lato.

La rappresentazione per elencazione è $D = \{$..................................$\}$



104 Determina l'intersezione degli insiemi $A = \{x \mid x$ è un alunno della tua classe il cui nome inizia con una consonante$\}$, $B = \{x \mid x$ è un alunno della tua classe il cui nome è formato da più di quattro lettere$\}$ e $C = \{x \mid x$ è un alunno della tua classe il cui nome finisce per "o"$\}$ e rappresentala per elencazione.

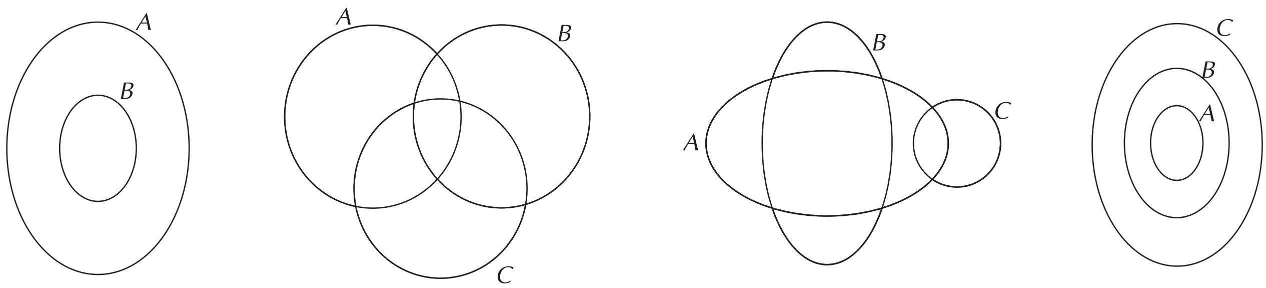
105 Considera gli insiemi: $A = \{1; 3; 5; 7\}$, $B = \{3; 5; 9; 10\}$ e $C = \{1; 5; 9; 10\}$. Determina:
a. $A \cap B$; **b.** $A \cap C$; **c.** $B \cap C$; **d.** $A \cap B \cap C$.

106 Dati gli insiemi $A = \{c; g; l; t\}$; $B = \{f; l; q\}$ e $C = \{l; t\}$ determina per elencazione gli insiemi:
a. $A \cap (B \cap C)$; **b.** $(A \cap B) \cap C$.

107 Considera gli insiemi: $A = \{x \mid x$ è un numero pari minore di $10\}$, $B = \{x \mid x$ è un numero naturale maggiore di $5\}$ e $C = \{x \mid x$ è un numero dispari$\}$. Determina:
a. $A \cap B$; **b.** $A \cap C$; **c.** $B \cap C$; **d.** $A \cap B \cap C$.

108 Considera gli insiemi $A = \{x \mid x$ è un'auto a cui sono stati sostituiti i freni$\}$, $B = \{x \mid x$ è un'auto a cui sono state sostituite le gomme$\}$ e $C = \{x \mid x$ è un'auto a cui è stata sostituita la frizione$\}$. Determina $(A \cap B) \cap C$. Stabilisci poi se è uguale ad $A \cap (B \cap C)$.

109 Considera le seguenti rappresentazioni con i diagrammi di Eulero-Venn e colora la parte indicata nell'operazione corrispondente.



a. $A \cap B$ **b.** $A \cap B \cap C$ **c.** $A \cap B \cap C$ **d.** $A \cap B \cap C$

110 Dati i seguenti insiemi $A = \{x \mid x$ è un numero naturale compreso tra 2 e $8\}$, $B = \{x \mid x$ è un numero pari minore di $10\}$ e $C = \{x \mid x$ è un numero naturale minore di $8\}$. Dopo aver rappresentato i tre insiemi mediante un diagramma di Eulero-Venn, determina $A \cap B \cap C$.

Rappresenta per elencazione e per caratteristica l'insieme unione delle seguenti coppie di insiemi.

111 **Esercizio guida**

$A = \{$Bergamo; Brescia; Como; Cremona; Lodi$\}$ $B = \{$Lecco; Mantova; Milano; Pavia; Sondrio; Varese$\}$

Svolgimento

La rappresentazione per elencazione è $A \cup B = \{$Bergamo; Brescia; Como; Cremona; Lecco; Lodi; Mantova; Milano; Pavia; Sondrio; Varese$\}$.

La rappresentazione per caratteristica è $A \cup B = \{x \mid x$ è un capoluogo di provincia della Lombardia$\}$.

112 $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$; $B = \{4; 5; 6; 7; 8\}$.

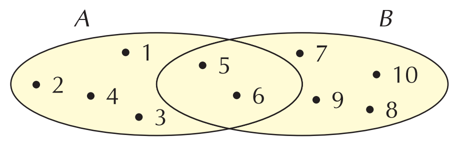
113 $A = \{x \mid x$ è una lettera della parola *anima*$\}$; $B = \{x \mid x$ è una lettera della parola *mania*$\}$.

114 $A = \{x \mid x$ è una lettera della parola *matematica*$\}$; $B = \{x \mid x$ è una lettera della parola *geometria*$\}$.

115 Determina l'unione degli insiemi $A = \{s; e; g; n; a\}$ e $B = \{l; i; b; r; o\}$ e rappresentala per elencazione.

116 Determina l'unione degli insiemi $A = \{g; e; l; o\}$ e $B = \{l; a; t; o\}$ e rappresentala con un diagramma di Eulero-Venn.

117 Determina l'unione degli insiemi della figura a lato e rappresentala per caratteristica.



118 Determina l'unione degli insiemi $A = \{$Roma; Torino; Napoli; Milano; Palermo; Bologna$\}$ e $B = \{$Firenze; Venezia; Torino; Roma; Palermo; Udine$\}$ e rappresentala per elencazione e con un diagramma di Eulero-Venn.

119 Determina l'unione degli insiemi $A = \{$topo; cane; gatto; orso; pipistrello; leone$\}$ e $B = \{$balena; cane; leone; gorilla; gatto$\}$ e rappresentala per elencazione e con un diagramma di Eulero-Venn.

120 Considera gli insiemi $A = \{x \mid x$ è un alunno di I A nato nel primo trimestre dell'anno$\}$ e $B = \{x \mid x$ è un alunno di I A nato nel secondo trimestre dell'anno$\}$. Determina $A \cup B$ e rappresentala per caratteristica.

121 Considera gli insiemi $A = \{x \mid x$ è un numero pari minore di 16$\}$ e $B = \{x \mid x$ è un numero dispari minore di 16$\}$. Determina $A \cup B$ e rappresentala per elencazione.

122 Sapendo che $A \subset B$ qual è l'insieme $A \cup B$? Verificalo con un diagramma d'Eulero-Venn.

123 Sapendo che $A \supset B$ qual è l'insieme $A \cup B$? Verificalo con un diagramma d'Eulero-Venn.

124 Determina l'unione degli insiemi $A = \{x \mid x$ è un numero naturale minore di 10$\}$ e $B = \{x \mid x$ è un numero naturale compreso tra 5 e 12$\}$ e rappresentala per caratteristica.

125 Determina l'unione degli insiemi $A = \{x \mid x$ è un numero pari minore di 20$\}$ e $B = \{x \mid x$ è un numero naturale minore di 20$\}$ e rappresentala per caratteristica e per elencazione.

126 Determina l'unione degli insiemi $A = \{x \mid x$ è una consonante della parola *rododendro*$\}$ e $B = \{x \mid x$ è una lettera della parola *donare*$\}$ e rappresentala per caratteristica e per elencazione.

● **127** Dati gli insiemi $A = \{x \mid x$ è un mese dell'anno formato da 30 giorni$\}$, $B = \{x \mid x$ è un mese dell'anno formato da 31 giorni$\}$ e $C = \{x \mid x$ è un mese dell'anno formato da 28 o 29 giorni$\}$, determina $A \cup B \cup C$ e rappresenta l'insieme unione per caratteristica e per elencazione.

● **128** Determina l'unione degli insiemi $A = \{$pera; mela; banana; ciliegia; albicocca; pesca; uva$\}$, $B = \{$pesca; mora; anguria; mela; mandarino$\}$ e C = $\{$nespola; arancia; banana; uva$\}$ e rappresentala per elencazione.

● **129** Considera gli insiemi $A = \{x \mid x$ è un alunno che pratica il calcio$\}$, $B = \{x \mid x$ è un alunno che pratica la pallacanestro$\}$ e $C = \{x \mid x$ è un alunno che pratica la pallavolo$\}$. Determina $(A \cup B) \cup C$. Stabilisci poi se è uguale ad $A \cup (B \cup C)$.

Verifica la tua preparazione eseguendo i seguenti esercizi relativi agli obiettivi di **conoscenza**. Controlla quindi l'esattezza delle soluzioni alla fine del volume ed assegnati un punto per ciascun esercizio svolto correttamente.

✗ Il concetto di insieme matematico

1 Quali dei seguenti raggruppamenti non rappresentano un insieme dal punto di vista matematico?
a. L'insieme delle vocali del tuo nome; **b.** l'insieme degli alunni più alti;
c. l'insieme dei numeri pari; **d.** l'insieme dei cantanti più bravi.

✗ La rappresentazione di un insieme

2 Quali dei seguenti simboli si possono utilizzare per indicare che un insieme è vuoto?
a. $\varnothing$; **b.** $\{\varnothing\}$; **c.** $\{\ \ \}$; **d.** $\in$.

3 Quale dei seguenti insiemi definiti per caratteristica non si può rappresentare per elencazione; perché?
a. $A = \{x \mid x$ è un numero naturale maggiore di $100\}$;
b. $B = \{x \mid x$ è un alunno della tua classe$\}$;
c. $C = \{x \mid x$ è un numero naturale minore di $10\,315\}$;
d. $D = \{x \mid x$ è una persona della tua città$\}$.

✗ Il concetto di sottoinsieme

4 Un insieme A è sottoinsieme proprio di B se:
a. alcuni elementi di B appartengono ad A;
b. tutti gli elementi di A appartengono a B ma non viceversa;
c. tutti gli elementi di A appartengono a B;
d. non tutti gli elementi di B appartengono ad A.

5 Un insieme A è un sottoinsieme improprio di B se:
a. l'insieme B è vuoto;
b. non tutti gli elementi di B appartengono ad A;
c. tutti gli elementi di A appartengono a B;
d. l'insieme A è vuoto.

✗ Le operazioni con gli insiemi

6 Qual è la simbologia corretta per rappresentare l'intersezione di due insiemi A e B?
a. $A \cup B$; **b.** $A \cap B$; **c.** $A = B$; **d.** $A \subset B$.

7 Se l'insieme A è un sottoinsieme di B, quale fra le seguenti affermazioni è corretta?
a. $A \cup B = A$; **b.** $A \cup B = B$; **c.** $A \cup B = \varnothing$; **d.** $A \cap B = B$.

8 Considera gli insiemi $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ e $B = \{4; 5; 6; 7\}$; quale delle seguenti scritture rappresenta $A \cap B$?
a. $\{6; 7\}$; **b.** $\{1; 2; 3\}$; **c.** $\{4; 5\}$; **d.** $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$.

..... / 8

Da 0 a 2: Non conosci gli argomenti trattati nel capitolo. **Devi ristudiarlo**.
Da 3 a 5: Conosci solo superficialmente i contenuti del capitolo. **Devi ripassare** gli argomenti corrispondenti alle conoscenze non acquisite.
Da 6 a 8: Conosci in modo sufficientemente approfondito i contenuti del capitolo. **Puoi affrontare il prossimo capitolo**.

Verifica la tua preparazione eseguendo i seguenti esercizi relativi agli obiettivi di **abilità**. Controlla quindi l'esattezza delle soluzioni alla fine del volume ed assegnati un punto per ciascun esercizio svolto correttamente.

✗ Costruire e rappresentare insiemi

1 Stabilisci quali fra i seguenti raggruppamenti sono insiemi dal punto di vista matematico e rappresentali nel modo più opportuno:

a. gli abitanti residenti nel tuo comune;
b. le note musicali;
c. i tuoi compagni che giocano bene al pallone;
d. gli alunni di I B più intelligenti;
e. i numeri dispari maggiori di 25;
f. i divisori del numero 4.

2 Rappresenta per elencazione i seguenti insiemi:

a. le cifre della numerazione decimale;
b. i segni della schedina del totocalcio;
c. le vocali dell'alfabeto italiano;
d. i numeri dispari minori di 5.

3 Rappresenta per caratteristica i seguenti insiemi definiti per elencazione:

a. $A = \{1; 3; 5; 7; 9\}$;
b. $B = \{m; o; t\}$;
c. $C = \{a; e; i; o; u\}$;
d. $D = \{b; o\}$.

4 Utilizzando i simboli di appartenenza e di non appartenenza scrivi almeno tre elementi che appartengono e tre elementi che non appartengono all'insieme $A = \{x \mid x$ è una città capoluogo della Puglia$\}$.

✗ Definire e rappresentare un sottoinsieme

5 Date le seguenti coppie di insiemi stabilisci quale dei due è sottoinsieme dell'altro indicando inoltre se si tratta di sottoinsiemi propri o impropri:

a. $A = \{1; 2; 4; 8; 9\}$; $B = \{1; 8\}$;
b. $A = \{x \mid x$ è una città italiana$\}$; $B = \{x \mid x$ è una città europea$\}$;
c. $A = \{x \mid x$ è un alunno della tua classe$\}$; $B = \{x \mid x$ è un alunno della tua scuola$\}$;
d. $A = \{x \mid x$ è un giorno della settimana che inizia con la lettera $B\}$;
$B = \{x \mid x$ è un giorno della settimana che inizia con la lettera $M\}$;
e. $A = \{$do; re; mi; fa; sol; la; si$\}$; $B = \{$fa; la$\}$;
f. $A = \{x \mid x$ è lettera della parola "gatto"$\}$; $B = \{x \mid x$ è lettera della parola "togato"$\}$.

6 Scrivi tre sottoinsiemi di $A = \{a; e; i; o; u\}$ formati da tre elementi.

✗ Operare con gli insiemi

7 Dati gli insiemi $A = \{2; 5; 6; 7\}$, $B = \{4; 6; 8; 9\}$, $C = \{2; 6\}$, calcola:

$A \cap B$; $C \cap B$; $C \cap A$; $A \cup B$; $A \cap B \cap C$; $A \cup B \cup C$.

Stabilisci inoltre se è vera l'uguaglianza $(A \cap B) \cup C = (A \cup B) \cap C$.

..... / 7

Da 0 a 2: Non hai sviluppato adeguate abilità. Devi studiare nuovamente il capitolo ed eseguire tutti gli **esercizi del recupero**.

Da 3 a 5: Non possiedi le abilità richieste. Prima di affrontare gli **esercizi di consolidamento** devi svolgere gli **esercizi del recupero** relativi alle abilità non ancora acquisite.

Da 6 a 7: Hai raggiunto pienamente le abilità specifiche del capitolo. Puoi affrontare gli **esercizi per il potenziamento** e le **gare della matematica**.

✗ Costruire e rappresentare insiemi

1 **Vero o Falso?**

Stabilisci quali delle seguenti affermazioni sono errate e correggi gli errori.

a. Per insieme matematico si intende un raggruppamento qualsiasi di oggetti. V F

b. L'insieme dei numeri decimali compresi fra 2 e 3 è un insieme finito. V F

c. L'insieme dei mammiferi che depongono le uova è vuoto. V F

d. Un insieme vuoto si indica con $\{\varnothing\}$. V F

e. La rappresentazione per elencazione consiste nello scrivere tutti gli elementi all'interno di un ovale. V F

f. I due insiemi $A = \{x \mid x$ è una lettera della parola *latte*$\}$ e $B = \{t;\ e;\ l;\ a\}$ sono uguali. V F

2 Indica quali delle seguenti frasi definiscono un insieme:

a. i calciatori più bravi di serie A;
b. i numeri dispari;
c. i tre fiumi italiani di maggiore lunghezza;
d. cinque oggetti utili.

3 Stabilisci se le seguenti frasi definiscono un insieme e, in caso affermativo, indica gli elementi che gli appartengono:

a. i numeri pari maggiori di 4 e minori di 20;
b. i programmi più belli trasmessi quest'anno sui vari canali televisivi;
c. i capoluoghi di provincia della Toscana;
d. i più bravi cantanti di musica rock;
e. l'insieme delle lettere della parola *libro*.

4 Definisci, se possibile, il numero degli elementi dei seguenti insiemi:

a. $A = \{$i numeri naturali maggiori di 10$\}$;
b. $B = \{$i numeri pari maggiori di 1000$\}$;
c. $C = \{$i numeri pari compresi tra 14 e 32$\}$;
d. $D = \{$i numeri naturali minori di 20$\}$;
e. $E = \{$i numeri dispari minori di 24$\}$;
f. $F = \{$i numeri naturali minori di 101$\}$.

5 Indica quali fra i seguenti insiemi sono finiti:

a. l'insieme dei punti di una retta;
b. l'insieme dei lati di un esagono;
c. l'insieme dei numeri dispari maggiori di 5;
d. l'insieme dei numeri pari minori di 100;
e. l'insieme $A = \{x \mid x \in N$ maggiori di 5 e minori di 20$\}$.

6 Scrivi al posto dei puntini il simbolo mancante (appartiene o non appartiene):

a. Il cane .... all'insieme degli animali domestici;
b. Milano .... all'insieme delle città del Piemonte;
c. La Toscana .... all'insieme delle regioni italiane;
d. La Golf .... all'insieme delle auto FIAT.

7 **Esercizio guida**

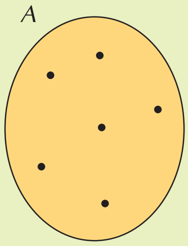
Rappresenta nei modi che conosci l'insieme delle lettere della parola "telefono".

In questo caso stiamo considerando un insieme perché ....

Indicato con A tale insieme puoi rappresentarlo:

- per elencazione: $A = \{t;\ e;\ l;\ f;\ o;\ n\}$.
  Osserva che abbiamo considerato una sola volta gli elementi *e* ed *o* pur comparendo più volte nella parola "telefono";
- per caratteristica: $A = \{x \mid x$ è ....$\}$

- mediante la rappresentazione grafica:



8 Rappresenta per elencazione e con un diagramma di Venn i seguenti insiemi:
a. l'insieme delle quattro stagioni;
b. l'insieme delle vocali della parola *allievo*;
c. l'insieme dei nomi delle ragazze della tua classe;
d. l'insieme delle lettere della parola *calcio*;
e. l'insieme formato dai primi 10 numeri dispari.

9 Rappresenta per caratteristica i seguenti insiemi scritti per elencazione:
a. $A = \{$lunedì; martedì; mercoledì; giovedì; venerdì; sabato; domenica$\}$;
b. $B = \{2; 4; 6; 8; 10; 12\}$;
c. $C = \{$L'Aquila; Chieti; Pescara; Teramo$\}$;
d. $D = \{b; c; d; f; g; h; l; m; n; p; q; r; s; t; v; z\}$.

10 Rappresenta per elencazione i seguenti insiemi:
a. l'insieme delle vocali della parola *esercizio*;
b. l'insieme dei mesi dell'anno;
c. l'insieme dei tre nipoti di Paperino.

11 Rappresenta per caratteristica i seguenti insiemi:
a. $A = \{1; 3; 5; 7; 9; 11; \ldots\ldots\ldots\ldots\}$;
b. $B = \{$mio; tuo; suo; nostro; vostro; loro$\}$;
c. $C = \{$Catanzaro; Cosenza; Crotone; Reggio Calabria; Vibo Valentia$\}$.

✗ Definire e rappresentare un sottoinsieme

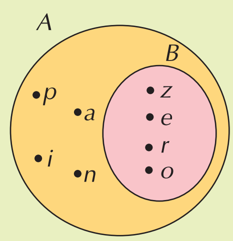
12 Vero o Falso?

Stabilisci quali delle seguenti affermazioni sono errate e correggi gli errori.
a. Per indicare che A è sottoinsieme proprio di B si usa la scrittura $A \subseteq B$. V F
b. L'insieme vuoto è un sottoinsieme dell'insieme $B = \{a; b\}$. V F
c. L'insieme $A = \{x \mid x$ è una lettera della parola *gomma*$\}$ è un sottoinsieme di $B = \{m; a; g; o\}$. V F

13 Esercizio guida

Rappresenta graficamente gli insiemi $A = \{x \mid x$ è lettera della parola "operazione"$\}$ e $B = \{x \mid x$ è lettera della parola "zero"$\}$.

Possiamo osservare che tutti gli elementi dell'insieme ..... appartengono contemporaneamente anche all'insieme ..... e non viceversa, cioè B è un .... di A.



14 Considera gli insiemi A e B e stabilisci, per ogni coppia di insiemi, quale delle seguenti relazioni è verificata: $A = B$; $A \subset B$; $A \supset B$.
a. $A = \{x \mid x$ è una lettera della parola *video*$\}$; $B = \{x \mid x$ è una lettera della parola *dove*$\}$;
b. $A = \{x \mid x$ è un numero naturale divisore di $60\}$; $B = \{x \mid x$ è un numero naturale divisore di $30\}$;
c. $A = \{x \mid x$ è un numero dispari minore di $5\}$; $B = \{x \mid x$ è un numero dispari minore di $16\}$;

d. $A = \{x \mid x$ è una vocale della parola *melo*$\}$; $B = \{x \mid x$ è una vocale della parola *molo*$\}$;
e. $A = \{x \mid x$ è una lettera della parola *remare*$\}$; $B = \{x \mid x$ è una lettera parola *mare*$\}$.

15 Scrivi i sottoinsiemi propri di $A = \{2; 4; 6\}$.

16 Scrivi i sottoinsiemi impropri di $B = \{x \mid x$ è un dito della mano$\}$.

✗ Operare con gli insiemi

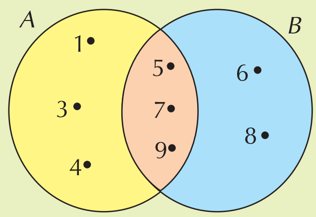
17 **Vero o Falso?**

Stabilisci quali delle seguenti affermazioni sono errate e correggi gli errori.

a. L'intersezione di due insiemi A e B è un insieme i cui elementi appartengono contemporaneamente ad A e B. V F
b. L'unione di due insiemi M e N si indica con la scrittura $M \cap N$. V F
c. Due insiemi si dicono disgiunti se $A \cap B = A$. V F
d. Se B è un sottoinsieme proprio di A allora $A \cup B = B$. V F
e. Se $A = \{a; b\}$ e $B = \{a; c\}$ allora $A \cup B = \{a; b; a; c\}$. V F

18 **Esercizio guida**

Dati gli insiemi $A = \{1; 3; 4; 5; 7; 9\}$ e $B = \{x \mid x$ è un numero naturale compreso o uguale fra 5 e 9$\}$, vogliamo calcolare la loro intersezione.



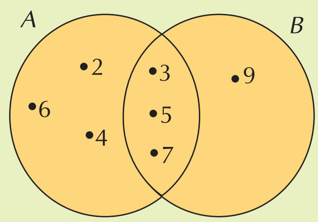
Per una facile comprensione dell'esercizio, rappresentiamo graficamente i due insiemi.
Per determinare l'intersezione dobbiamo considerare gli elementi che compaiono in entrambi gli insiemi (zona colorata in ....). Nel nostro caso gli elementi .... sono in comune pertanto possiamo scrivere:

$$A \cap B = \text{.......................}$$

19 Determina l'intersezione degli insiemi $A = \{x \mid x$ è un numero naturale minore di 5$\}$ e $B = \{x \mid x$ è un numero naturale compreso fra 2 e 7$\}$.

20 **Esercizio guida**

Dati gli insiemi $A = \{2; 3; 4; 5; 6; 7\}$ e $B = \{3; 5; 7; 9\}$, vogliamo calcolare la loro unione.



Rappresentiamo graficamente i due insiemi.
Per determinare l'unione di due insiemi dobbiamo considerare .... che appartengono all'uno o all'altro insieme stando attenti a non ripetere due volte quelli che appartengono ad .... Nel nostro caso abbiamo quindi:

$$A \cup B = B \cup A = \{2; 3; ....; 5; 6; ....; 9\}$$

21 Determina l'unione degli insiemi $A = \{x \mid x$ è la lettera della parola *vocale*$\}$ e $B = \{x \mid x$ è la lettera della parola *cavolo*$\}$.

22 Dato l'insieme A dei numeri pari e l'insieme B dei numeri dispari, determina $A \cup B$.

23 Dati gli insiemi $a = \{v; e; l; a\}$ e $B = \{u; v; a\}$ determina $A \cup B$ e $A \cap B$.

24 Dato l'insieme $A = \{x \mid x$ è un numero pari minore di 12$\}$ e $B = \{x \mid x$ è un numero dispari minore di 12$\}$; determina $A \cup B$ e $A \cap B$.

Scheda di Valutazione del Recupero

Dopo aver rivisto la teoria e svolto l'attività di recupero, metti alla prova la tua preparazione rispondendo ai seguenti quesiti (scegli tra le soluzioni proposte), controlla l'esattezza delle risposte a pag. 416 e calcola il punteggio ottenuto in base alla griglia. Se hai totalizzato **almeno 3 punti** puoi ritenere colmato il debito, altrimenti riguarda gli argomenti sui quali hai commesso errori.

1 Quale fra le seguenti frasi definisce un insieme matematico:
a. gli alunni più studiosi della tua classe;
b. la più bella città italiana;
c. i capoluoghi di provincia del Lazio.

2 Considera l'insieme $A = \{1; 3; 9; 12; 15\}$. Quale delle seguenti risposte è quella corretta?
a. $3 \in A$;
b. $1 \notin A$;
c. $15 \subset A$.

3 Dati gli insiemi $A = \{x \mid x$ è un alunno della tua classe con gli occhi scuri$\}$ e $B = \{x \mid x$ è un alunno della tua classe$\}$. Quale risposta è quella corretta?
a. B è un sottoinsieme di A;
b. A è un sottoinsieme di B;
c. A e B sono insiemi disgiunti.

4 Considera gli insiemi $A = \{a; b; c; d; e; f\}$ e $B = \{c; d; e; f; g; h\}$. Quale risposta determina $A \cap B$?
a. $C = \{a; b; c; d; e; f; g; h\}$;
b. $D = \{a; b; g; h\}$;
c. $E = \{c; d; e; f\}$.

5 Considera gli insiemi $A = \{1; 3; 5; 7; 9\}$ e $B = \{7; 9; 11; 13; 15\}$. Quale risposta determina $A \cup B$?
a. $C = \{1; 3; 5; 7; 9; 11; 13; 15\}$;
b. $D = \{1; 3; 5; 7; 7; 9; 9; 11; 13; 15\}$;
c. $E = \{7; 9\}$.

1 Tra le seguenti frasi stabilisci quali caratterizzano un insieme dal punto di vista matematico:

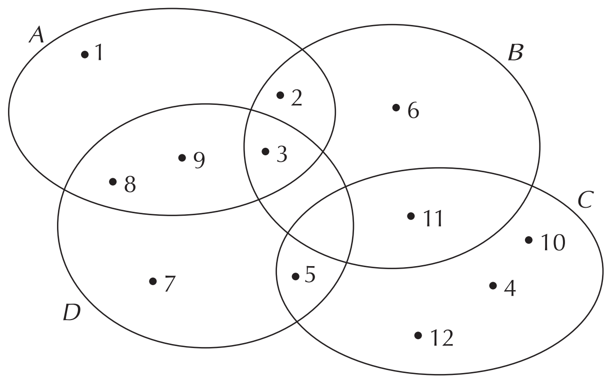
a. i libri della famiglia Bianchi V F
b. i mesi dell'anno V F
c. le città italiane lontane da Roma V F
d. le autovetture Fiat V F
e. i ragazzi alti della tua classe V F
f. i numeri naturali maggiori di 20. V F

2 Scrivi al posto dei puntini il simbolo mancante (appartiene o non appartiene):
a. il gatto .... all'insieme degli animali domestici;
b. Roma .... all'insieme delle città del Piemonte;
c. la Sicilia .... all'insieme delle regioni italiane.

3 Rappresenta per elencazione i seguenti insiemi rappresentati per caratteristica:
a. $A = \{x \mid x$ è una lettera della parola *maniglia*$\}$;
b. $B = \{x \mid x$ è una vocale della parola *lavandino*$\}$;
c. $C = \{x \mid x$ è una consonante della parola *calcolatrice*$\}$.

4 Rappresenta con un diagramma di Eulero-Venn i seguenti insiemi rappresentati per caratteristica:
a. $A = \{x \mid x$ è una lettera della parola *anguilla*$\}$;
b. $B = \{x \mid x$ è una consonante della parola *rastrello*$\}$;
c. $C = \{x \mid x$ è una vocale della parola *elefante*$\}$.

5 Rappresenta per elencazione gli insiemi del grafico a lato.



6 Scrivi la forma simbolica relativa alle seguenti affermazioni:
a. B è un sottoinsieme di A : B ..... A;
b. A non include B : A ..... B;
c. A è contenuto in B : A ..... B;
d. B include A : B ..... A;
e. B è un sottoinsieme proprio di A : B ..... A.

7 Traduci in simboli matematici le seguenti frasi:
a. l'insieme A non ha elementi;
b. l'insieme B è un sottoinsieme proprio di A;
c. l'insieme vuoto è un sottoinsieme improprio di A;
d. l'insieme B non è un sottoinsieme di A.

8 Dati gli insiemi $A = \{x \mid x$ è una lettera della parola *mela*$\}$ e $B = \{x \mid x$ è una lettera della parola *vena*$\}$, determina $A \cap B$ e rappresenta l'insieme intersezione mediante un diagramma di Eulero-Venn.

9 Dati gli insiemi $A = \{x \mid x$ è una lettera della parola *porta*$\}$ e $B = \{x \mid x$ è una lettera della parola *portale*$\}$, determina $A \cup B$ e rappresenta l'insieme unione mediante un diagramma di Eulero-Venn.

10 Dati gli insiemi $A = \{x \mid x$ è una lettera della parola *volare*$\}$ e $B = \{x \mid x$ è una lettera della parola *lavare*$\}$ determina la loro intersezione e la loro unione.

11 Dopo aver individuato quali dei seguenti insiemi sono finiti, quali infiniti e quali vuoti, rappresenta gli insiemi finiti e quelli infiniti rispettivamente per elencazione e per caratteristica:
a. l'insieme delle lettere della parola *libro*;
b. l'insieme dei multipli di 5;
c. l'insieme degli alunni della tua scuola che sono nati nel 1982.

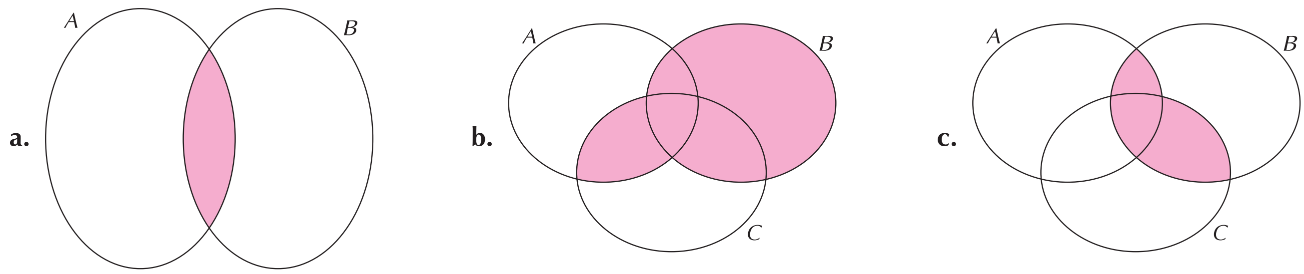
12 Dato l'insieme $A = \{1; 2; 3; 4\}$ scrivi tutti i suoi sottoinsiemi propri ed impropri.

13 Rappresenta nei modi che conosci i seguenti insiemi:
a. l'insieme delle consonanti della parola *allievo*;
b. l'insieme dei numeri pari minori di 20;
c. l'insieme dei colori dell'arcobaleno.

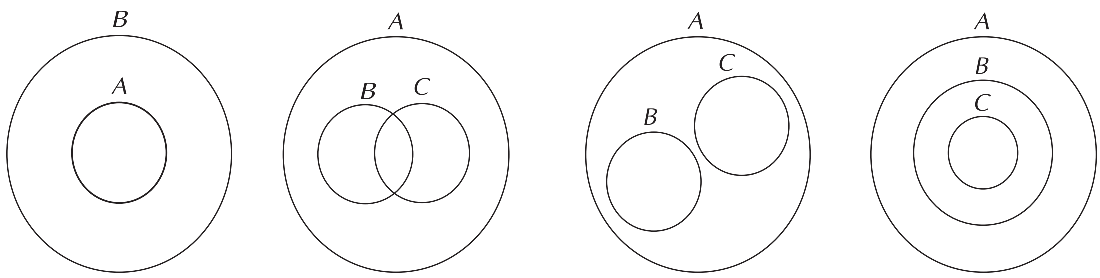
14 Considera i seguenti insiemi $A = \{a; b; c; d; e; f\}$, $B = \{b; f; h; i; a; d\}$ e $C = \{g; h; i; l; m\}$. Determina:
a. $A \cup B \cup C$; **b.** $A \cap B \cap C$; **c.** $C \cup (A \cap B)$; **d.** $C \cap (A \cup B)$.

15 Dati i seguenti insiemi $A = \{x \mid x$ è una lettera della parola *naso*$\}$, $B = \{x \mid x$ è una lettera della parola *vero*$\}$ e $C = \{x \mid x$ è una lettera della parola *cero*$\}$, determina:
a. $(A \cap B) \cup C$; **b.** $A \cap B \cap C$; **c.** $(A \cap C) \cap B$.

16 Traduci nel linguaggio simbolico le parti colorate dei seguenti diagrammi di Eulero-Venn.



17 Considera le seguenti rappresentazioni con i diagrammi di Eulero-Venn.



a. $A \cup B$; **b.** $(A \cup B) \cap C$; **c.** $(A \cap B) \cap C$; **d.** $A \cup (B \cap C)$.

Determina, tratteggiandola, la parte relativa alle operazioni con gli insiemi.

1 Considera le seguenti coppie di insiemi A e B e, per ognuna di esse, stabilisci quale delle seguenti relazioni è verificata: $A = B$; $A \subset B$; $A \subseteq B$; $A \supset B$; $A \supseteq B$; $A \not\subset B$.

a. $A = \{x \mid x$ è una lettera della parola *video*$\}$ $\quad$ $B = \{x \mid x$ è una lettera della parola *dove*$\}$;

b. $A = \{x \mid x$ è un numero dispari minore di $17\}$ $\quad$ $B = \{x \mid x$ è un numero pari minore di $18\}$;

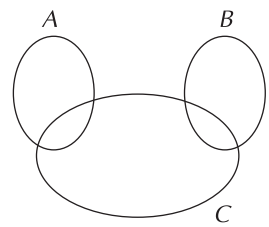
c. $A = \{x \mid x$ è una vocale della parola *melo*$\}$ $\quad$ $B = \{x \mid x$ è una vocale della parola *velo*$\}$;

d. $A = \{x \mid x$ è un numero pari minore di $100\}$ $\quad$ $B = \{x \mid x$ è un numero naturale minore di $100\}$.

2 Dati gli insiemi $A = \{5; 7; 9; 11\}$ e $B = \{4; 6; 8\}$, determina:

a. $A \cup B$; **b.** $A \cap B$; **c.** $A \cap \varnothing$; **d.** $A \cup \varnothing$; **e.** $B \cap B$.

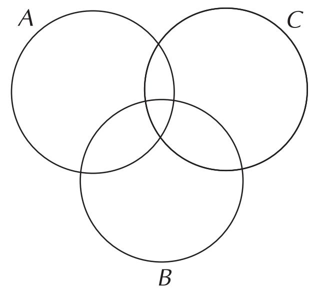
3 Considera gli insiemi rappresentati nel diagramma di Eulero-Venn a lato e colora le parti che rappresentano le seguenti scritture (ti consigliamo di ricopiare sul tuo quaderno la figura a lato).



a. $(A \cap C) \cup A$;

b. $(A \cup B) \cup C$.

4 Mediante l'uso del diagramma di Eulero-Venn a lato verifica che:



a. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$;

b. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$.

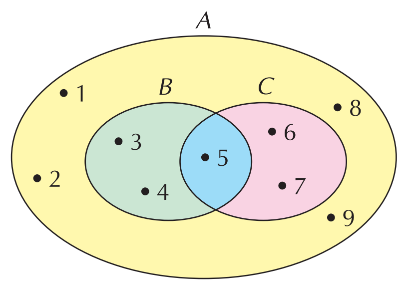
5 Considera gli insiemi $A = \{x \mid x$ è un numero naturale minore di $12\}$; $B = \{x \mid x$ è un numero naturale pari minore o uguale a $12\}$; $C = \{x \mid x$ è un numero naturale maggiore o uguale a 12 e minore o uguale a $15\}$. Calcola e rappresenta:

a. $(A \cup B) \cup C$; **b.** $(A \cap B) \cup C$; **c.** $A \cap (B \cup C)$.

6 Considera gli insiemi $A = \{1; 2; 3; 4\}$; $B = \{4; 5; 6\}$ e $C = \{3; 6; 7\}$. Determina:

a. $A \cup (B \cap C)$; **b.** $(A \cap B) \cup C$; **c.** $(A \cap B) \cap C$; **d.** $A \cup (B \cup C)$.

7 Considera la rappresentazione grafica a lato e completa le seguenti scritture:



a. $A \cup B =$ .... **b.** $A \cap B =$ ....

c. $B \cup C =$ .... **d.** $B \cap C =$ ....

e. $A \cup B \cup C =$ .... **f.** $A \cap B \cup C =$ ....

1 La carta da indovinare (1999, Semifinali locali)

Una persona del pubblico estrae una carta da un mazzo di 32 carte e la guarda senza mostrarla al mago che la deve indovinare. Ecco il dialogo tra il mago (M) e la persona (P).

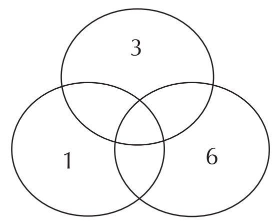
M: "La carta è un numero?"
P: "Si"
M: "È pari?"
P: "Si"
M: "È un otto?"
P: "No"
M: "È nera?"
P: "Si"
M: "È di fiori?"
P: "No"

A questo punto il mago ha capito di che carta si tratta. E voi? Qual è la carta estratta?

Nota: Un mazzo di 32 carte contiene 4 colori: cuori (carte rosse), quadri (carte rosse), fiori (carte nere), picche (carte nere) e, per ciascun colore, le seguenti carte: il 7, l'8, il 9, il 10, il Fante, la Donna, il Re e l'Asso.

2 I sette numeri di Nando (2001, Giochi Bocconi Parigi)

Nando ha disegnato tre circonferenze (come nella figura) e ha notato che esse delimitano sette regioni. In tre di queste ha scritto i numeri 1, 3, 6. A questo punto Nando si chiede se è possibile collocare nelle altre quattro regioni i numeri 2, 4, 5, 7 (scritti ciascuno una e una sola volta) in modo che la somma dei numeri collocati all'interno di ogni disco sia sempre la stessa. Aiuta Nando a terminare il suo gioco.



3 Il numero misterioso (2002, Giochi d'autunno)

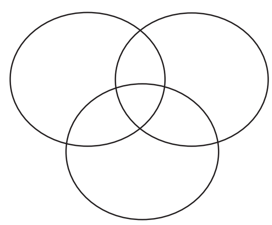
Donato deve indovinare un numero intero che Michele ha scelto in gran segreto. Ecco le informazioni che Donato riesce a raccogliere. Il numero da trovare è più piccolo di 32; più grande di 18; più piccolo di 22; più grande di 16; più piccolo di 24; più grande di 20; più piccolo di 28. Qual è il numero pensato da Michele?

4 Settimo e Ottavia (2005, Giochi di Primavera)

Quando Settimo e Ottavia si sono sposati, ciascuno di loro aveva già dei figli dai matrimoni precedenti. Dopo qualche anno, nella loro famiglia si contano 8 bambini. Settimo è il padre di 6 di loro, Ottavia la mamma di 5 di loro. Quanti figli aveva Settimo prima del suo matrimonio con Ottavia?

5 I tre cerchi (2006, Semifinali locali)

Jacob ha disegnato tre cerchi, parzialmente sovrapposti.
Scrivi un "3" nella regione (o nelle regioni) dove tutti e tre i cerchi si sovrappongono; scrivi un "2" nella regione (o nelle regioni) dove si sovrappongono solo due cerchi.



Numeri naturali e decimali

Capitolo 2
ESERCIZI

1 Il sistema di numerazione decimale

teoria pag. 20

- ✗ Il **sistema di numerazione decimale** è un sistema posizionale in quanto il valore attribuito alle dieci cifre dipende dalla posizione che esse occupano nel numero;
- ✗ i numeri sono raggruppati in **classi** e ogni classe è formata da **tre ordini**;
- ✗ il **valore assoluto** di una cifra è il valore delle singole cifre;
- ✗ il **valore relativo** di una cifra è il valore che ciascuna cifra assume in base al sistema di numerazione. Ad esempio nel numero 256 il 2 rappresenta le centinaia, il 5 le decine e il 6 le unità;
- ✗ la **scrittura polinomiale** di un numero consiste nella somma del valore relativo delle cifre del numero stesso una volta scomposto nei vari ordini.

Comprensione della teoria

1 Delle seguenti affermazioni indica quali sono vere e quali false.
Nella numerazione decimale:
a. il valore dei simboli non dipende dalla posizione che essi occupano nel numero V F
b. la prima cifra a destra indica le unità V F
c. dieci unità formano un elemento di ordine superiore, un centinaio V F
d. gli ordini si raggruppano a tre a tre in gruppi chiamati classi. V F

2 Completa correttamente le seguenti frasi:
a. nel sistema di numerazione decimale le centinaia di migliaia sono le unità del .... ordine;
b. nel sistema di numerazione decimale un milione è costituito da unità del .... ordine;
c. nel sistema di numerazione decimale gli ordini si raggruppano a tre a tre per formare le ....;
d. nel sistema di numerazione decimale le unità del VI ordine appartengono alla .... classe.

3 Indica qual è la cifra delle unità nei seguenti numeri:
a. 34; **b.** 124; **c.** 1 456; **d.** 23 890.

4 Indica qual è la cifra delle centinaia nei seguenti numeri:
a. 346; **b.** 34 671; **c.** 321 099; **d.** 23 002.

5 Indica qual è la cifra delle decine nei seguenti numeri:
a. 450; **b.** 1 834; **c.** 32 001; **d.** 456 982.

6 Indica qual è la cifra delle migliaia nei seguenti numeri:
a. 1 789; **b.** 23 459; **c.** 190 021; **d.** 2 346 001.

7 Qual è il valore relativo della cifra 6 nei seguenti numeri?
a. 6 789; **b.** 26 880; **c.** 768; **d.** 5 677.

8 Qual è il valore relativo della cifra 5 nei seguenti numeri?
a. 4 511; **b.** 372 058; **c.** 9 543 089; **d.** 3 475.

9 Indica l'ordine della cifra 3 nei seguenti numeri:
a. 365; **b.** 35 210; **c.** 529 310; **d.** 374 511.

10 Rispondi alle seguenti domande:
a. quanti zeri occorrono per scrivere il numero mille?
b. Quanti zeri occorrono per scrivere il numero un milione?
c. Quanti zeri occorrono per scrivere il numero un miliardo?

11 Indica a quale scrittura polinomiale corrisponde il numero 47 900.
a. $4 \cdot 10000 + 7 \cdot 100 + 9 \cdot 1$; **b.** $4 \cdot 1000 + 7 \cdot 100 + 9 \cdot 10$; **c.** $4 \cdot 10000 + 7 \cdot 1000 + 9 \cdot 100$.

12 Indica a quale numero corrisponde la scrittura polinomiale $5 \cdot 1000 + 4 \cdot 100 + 6 \cdot 10 + 2 \cdot 1$.
a. 5 461; **b.** 1 645; **c.** 5 462.

Applicazione

13 Suddividi in classi i seguenti numeri: **a.** 673 856; **b.** 1 000 506; **c.** 136 000 598.

14 Quante decine occorrono per formare i seguenti numeri? **a.** 40; **b.** 120; **c.** 320.

15 Quante centinaia occorrono per formare i seguenti numeri? **a.** 600; **b.** 3 500; **c.** 7 900.

16 Quante migliaia occorrono per formare i seguenti numeri? **a.** 10 000; **b.** 18 000; **c.** 39 000.

17 Scrivi il valore assoluto delle cifre dei seguenti numeri: **a.** 457; **b.** 1 354; **c.** 25 886.

Definisci il valore relativo delle cifre per ciascuno dei seguenti numeri.

18 **a.** 147; **b.** 216; **c.** 311; **d.** 2 175; **e.** 15; **f.** 4 078.

19 **a.** 2 547; **b.** 30 401; **c.** 2 571; **d.** 7 585; **e.** 1 304; **f.** 21 421.

20 **a.** 165 361; **b.** 321 232; **c.** 687 534; **d.** 534 001; **e.** 1 000 006; **f.** 32 500 145.

● **21** Scrivi i numeri che si ottengono aggiungendo al numero 518:
a. 15 decine; **b.** 3 migliaia; **c.** 11 centinaia.

● **22** Scrivi i numeri che si ottengono aggiungendo al numero 1254:
a. 21 decine; **b.** 21 unità; **c.** 8 centinaia.

● **23** Scrivi i numeri che si ottengono aggiungendo al numero 152:
a. 2 decine e 13 centinaia; **b.** 31 unità e 6 migliaia; **c.** 18 unità e 6 centinaia.

● **24** Scrivi i numeri che si ottengono sottraendo al numero 896:
a. 42 unità; **b.** 1 centinaio e 10 decine; **c.** 5 centinaia e 10 unità.

●● **25** Scrivi i numeri che si ottengono aggiungendo al numero 51:
a. 15 decine, 8 centinaia e 3 migliaia;
b. 7 unità, 12 decine e 4 migliaia;
c. 23 centinaia, 12 migliaia e 2 decine di migliaia.

●● **26** Considera il numero 258. Scrivi il numero che si ottiene inserendo uno zero tra la cifra delle centinaia e quella delle decine. Di quanto aumenta il numero dato?

●● **27** Considera il numero 3 137. Scrivi il numero che si ottiene inserendo uno zero tra la cifra delle migliaia e quella delle centinaia. Di quanto aumenta il numero dato?

●● **28** Considera il numero 13 953. Scrivi il numero che si ottiene inserendo uno zero tra la cifra delle decine di migliaia e quella delle migliaia e uno zero tra la cifra delle decine e quella delle unità. Di quanto aumenta il numero dato?

Scrivi i seguenti numeri in base alle cifre relative.

29 **a.** 6 centinaia, 8 unità; **b.** 4 centinaia, 2 decine, 6 unità.

30 **a.** 6 migliaia, 7 unità; **b.** 6 milioni, 4 unità.

31 **a.** 7 centinaia di milioni, 6 centinaia; **b.** 9 miliardi, 8 centinaia.

32 **a.** 8 milioni, 8 unità; **b.** 3 decine di milioni, 9 centinaia di migliaia.

33 **a.** 9 decine di miliardi, 3 milioni, 9 unità; **b.** 2 milioni, 7 decine di migliaia, 2 centinaia.

34 **a.** 6 migliaia, 8 centinaia, 6 decine, 9 unità; **b.** 5 decine di migliaia, 8 centinaia, 2 unità.

35 **a.** 8 milioni, 9 migliaia, 4 decine; **b.** 9 milioni, 2 migliaia, 6 decine.

36 **a.** 4 decine di migliaia, 2 centinaia, 8 unità; **b.** 6 miliardi, 7 centinaia di migliaia, 9 decine.

37 **a.** 5 centinaia di migliaia, 6 decine, 3 unità; **b.** 4 milioni, 8 migliaia, 9 centinaia, 3 unità.

38 **a.** 9 milioni, 1 centinaio, 7 unità; **b.** 2 decine di milioni, 8 milioni, 9 migliaia, 1 unità.

39 **a.** 9 decine di miliardi, 3 milioni, 9 unità; **b.** 8 milioni, 2 unità.

40 **a.** 4 miliardi, 5 centinaia di migliaia; **b.** 3 centinaia di milioni, 7 centinaia di migliaia, 7 unità.

41 **a.** 13 centinaia di migliaia, 22 centinaia, 13 unità; **b.** 15 milioni, 10 decine di migliaia, 23 centinaia.

42 **a.** 23 centinaia, 14 decine; **b.** 31 migliaia, 24 centinaia.

43 **a.** 14 migliaia, 18 centinaia, 23 unità; **b.** 16 centinaia di migliaia, 167 migliaia.

44 **a.** 25 centinaia, 30 decine, 21 unità; **b.** 22 centinaia, 58 decine, 67 unità.

45 **a.** 45 centinaia, 22 decine, 18 unità; **b.** 18 migliaia, 28 centinaia, 39 unità.

46 21 decine di migliaia, 12 migliaia, 31 centinaia, 27 unità.

47 36 milioni, 42 decine di migliaia, 47 migliaia, 89 centinaia, 2 decine, 31 unità.

48 Alcune delle seguenti uguaglianze sono errate; individua l'errore e correggilo:
a. 3 migliaia, 2 decine, 4 unità = 324;
b. 23 centinaia, 12 decine, 42 unità = 2 462;
c. 9 migliaia, 32 centinaia, 21 decine, 44 unità = 12 454;
d. 31 decine di migliaia, 85 centinaia = 318 100;
e. 7 milioni, 12 migliaia, 21 centinaia, 88 unità = 7 104 188.

Scrivi in cifre i seguenti numeri scritti in lettere.

49 **Esercizio guida**

a. ottocentoventisei; **b.** tremilaseicento; **c.** trecentodue.

Svolgimento
a. ottocentoventisei = 826; **b.** tremilaseicento = 3600; **c.** trecentodue = 302.

50 **a.** seicentoventisette; **b.** ottocentodue; **c.** milleventidue.

51 **a.** novecentosette; **b.** ottomilauno; **c.** seimilaventisei.

52 **a.** cinquemilaottantasette; **b.** settemilatre; **c.** novemilaventi.

53 **a.** ottantamilasettecentotre; **b.** novemilatrentasei; **c.** tredicimiladuecento.

54 **a.** tredicimilaotto; **b.** quindicimilacentosette; **c.** diciottomilaquattro.

55 **a.** ventiquattromiladuecentosei; **b.** trentaseimilanove; **c.** novantaseimilaottanta.

56 **a.** centotrentaseimilaottocentoventinove; **b.** quattrocentotrentasettemilanovecentosettantadue.

57 **a.** novecentomiladuecentosessantasette; **b.** unmilioneseicentoseimilasei.

58 **a.** trentasettemilioniduecentoventi; **b.** trecentocinquantaseimiliardiottocentoseimilasette.

59 Alcune delle seguenti scritture sono errate; individua l'errore e correggile:
a. ventinovemilasessantacinque = 29 065; **b.** trecentoventisettemilanovantadue = 327 920;
c. duemilionisettecentosei = 2 000 706; **d.** quattromilioninovecentoseimiladue = 4 960 002.

Scrivi in lettere i seguenti numeri scritti in cifre.

60 **Esercizio guida**

a. 34 578; **b.** 234 590; **c.** 4 567 790.

Svolgimento

a. 34 578 = trentaquattromilacinquecentosettantotto;
b. 234 590 = duecentotrentaquattromilacinquecentonovanta;
c. 4 567 790 = quattromilionicinquecentosessantasettemilasettecentonovanta.

61 **a.** 987; **b.** 1 704; **c.** 23 007.

62 **a.** 234 800; **b.** 2 503 002; **c.** 34 073 012.

63 **a.** 45 672 980; **b.** 678 334 901; **c.** 890 665 441.

64 **a.** 600 000 789; **b.** 6 700 000 800; **c.** 15 550 000 001.

65 **a.** 300 030 003 000; **b.** 560 056 005 600; **c.** 88 996 677 330 002.

66 **a.** 12 456 890 015; **b.** 456 002 456 893; **c.** 34 678 342 032 000.

67 Alcune delle seguenti scritture sono errate; individua l'errore e correggilo:
a. 23 789 = ventitremilasettecentottantanove;
b. 127 006 = centoventisettemilasessanta;
c. 3 340 104 = tremilionitrentaquattromilacentoquattro;
d. 34 200 200 = trentaquattromiliardiduecentomiladuecento;
e. 457 000 020 = quattrocentocinquantasettemilioniventi.

Scrivi in forma polinomiale i seguenti numeri.

68 **Esercizio guida**

a. 345; **b.** 2 347; **c.** 32 579.

Svolgimento

a. $345 = 3 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 5 \cdot 1$;
b. $2347 = 2 \cdot 1000 + 3 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 7 \cdot 1$;
c. $32579 = 3 \cdot 10\,000 + 2 \cdot 1000 + 5 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 9 \cdot 1$.

69 **a.** 78; **b.** 129; **c.** 215; **d.** 610; **e.** 1 500.

70 **a.** 3 455; **b.** 7 789; **c.** 7 890; **d.** 23 450; **e.** 67 554.

71 **a.** 50 098; **b.** 88 660; **c.** 603 401; **d.** 770 000; **e.** 889 900.

72 **a.** 670 011; **b.** 3 567 906; **c.** 5 332 000; **d.** 8 900 116; **e.** 7 431 215.

73 **a.** 2 006 005; **b.** 34 653 671; **c.** 4 000 000 103; **d.** 5 000 321 001; **e.** 71 000 021 567.

Trasforma i seguenti numeri scritti in forma polinomiale nei corrispondenti numeri.

74 **Esercizio guida**

a. $3 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 2 \cdot 1$; **b.** $3 \cdot 1000 + 2 \cdot 10$; **c.** $5 \cdot 10\,000 + 2 \cdot 100$.

Svolgimento

a. $3 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 2 \cdot 1 = 300 + 40 + 2 = 342$;
b. $3 \cdot 1000 + 2 \cdot 10 =$ .... $+ 20 =$ ....;
c. $5 \cdot 10000 + 2 \cdot 100 =$ .... + ... = ...

75 **a.** $8 \cdot 1\,000 + 4 \cdot 10 + 9 \cdot 1$; **b.** $2 \cdot 1\,000 + 6 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 5$.

76 **a.** $8 \cdot 10\,000 + 6 \cdot 1\,000 + 8 \cdot 100$; **b.** $9 \cdot 10\,000 + 5 \cdot 100 + 2 \cdot 10$.

77 **a.** $3 \cdot 100\,000 + 5 \cdot 10$; **b.** $7 \cdot 1\,000\,000 + 8 \cdot 1\,000 + 9 \cdot 10$.

78 $2 \cdot 100\,000 + 7 \cdot 10\,000 + 4 \cdot 1\,000 + 5 \cdot 10 + 6$.

79 $7 \cdot 10\,000\,000 + 6 \cdot 100\,000 + 1 \cdot 100 + 9 \cdot 10 + 4 \cdot 1$.

80 $3 \cdot 100\,000\,000 + 7 \cdot 10\,000 + 3 \cdot 10$.

81 $9 \cdot 1\,000\,000\,000 + 6 \cdot 1\,000\,000 + 2 \cdot 1$.

82 $6 \cdot 10\,000\,000\,000 + 4 \cdot 100\,000 + 7 \cdot 10\,000 + 2 \cdot 1\,000 + 8 \cdot 10 + 3 \cdot 1$.

83 Alcune delle seguenti uguaglianze sono errate; individuale e correggile:
a. $3 \cdot 1\,000 + 5 \cdot 100 + 3 \cdot 1 = 353$;
b. $2 \cdot 10\,000 + 9 \cdot 1\,000 + 1 \cdot 100 + 5 \cdot 1 = 29\,105$;
c. $4 \cdot 100\,000 + 2 \cdot 10\,000 + 7 \cdot 1\,000 + 7 \cdot 100 = 427\,007$;
d. $2 \cdot 1\,000\,000 + 3 \cdot 10\,000 + 8 \cdot 1\,000 + 4 \cdot 10 = 2\,038\,040$;
e. $9 \cdot 1\,000\,000 + 3 \cdot 1\,000\,000 + 1 \cdot 100\,000 + 7 \cdot 1\,000 + 2 \cdot 100 + 1 \cdot 1 = 9\,317\,201$.

2 L'insieme dei numeri naturali

teoria pag. 22

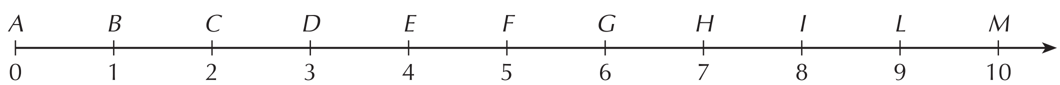
✗ I **numeri interi** sono infiniti e sono anche chiamati **numeri naturali**;
✗ il **successivo** di un numero intero (o **consecutivo**) è quel numero che si ottiene aggiungendo 1 al numero stesso;
✗ ogni numero naturale (escluso lo zero) ha sempre un numero naturale che lo precede; tale numero si chiama **antecedente** o **precedente**;
✗ ogni numero naturale è minore di tutti i numeri naturali che lo seguono ed è maggiore di tutti i numeri naturali che lo precedono.

Comprensione della teoria

84 Delle seguenti affermazioni indica quali sono vere e quali sono false:
a. nell'insieme dei numeri naturali il precedente di zero non esiste V F
b. nella successione dei numeri naturali non è mai possibile raggiungere un ultimo numero V F
c. nella successione dei numeri naturali ogni numero è sempre minore dei numeri che lo precedono V F
d. nella successione dei numeri naturali ogni numero è sempre maggiore dei numeri che lo seguono. V F

85 Delle seguenti affermazioni indica quali sono vere e quali sono false:
a. 256 è il precedente di 356 V F
b. 1 234 è il successivo di 1 243 V F
c. 100000 è il precedente di 99999 V F
d. il successivo di 909 è 910 V F
e. il precedente di 6790 è 6789. V F

86 Dopo aver analizzato il disegno relativo alla seguente semiretta orientata, rispondi alle seguenti domande:



a. Qual è l'immagine del numero 5? **b.** *D* è l'immagine di quale numero?
c. Qual è l'immagine del numero 3? **d.** *G* è l'immagine di quale numero?
e. Qual è l'immagine del numero 9? **f.** *M* è l'immagine di quale numero?
g. Qual è l'immagine del numero 0? **h.** *H* è l'immagine di quale numero?

Applicazione

Scrivi il successivo e il precedente dei seguenti numeri.

87 **a.** 56; **b.** 78; **c.** 135; **d.** 679.

88 **a.** 45; **b.** 333; **c.** 800; **d.** 1 009.

89 **a.** 125; **b.** 666; **c.** 7 890; **d.** 23 769.

90 **a.** 1234; **b.** 7 777; **c.** 23400; **d.** 77 777.

91 **a.** 89 000; **b.** 11 111; **c.** 890 000; **d.** 666 666.

92 **a.** 80 000; **b.** 911 123; **c.** 808 080; **d.** 999 999.

93 Traduci le seguenti scritture simboliche nel linguaggio comune:
a. $34 < 56$; **b.** $23 > 12$; **c.** $34 < 50 < 57$.

Scrivi in forma simbolica le seguenti relazioni.

94 **a.** 9 è maggiore di 6; **b.** 15 è minore di 16;

95 **a.** 14 è minore di 21; **b.** 18 è compreso tra 16 e 20.

96 **a.** 7 è minore di 10; **b.** 18 è maggiore di 6;

97 **a.** 23 è più grande di 8; **b.** 16 è più piccolo di 31.

98 **a.** 10 è minore di 20 che è minore di 30; **b.** 19 è compreso tra 10 e 20.

99 **a.** 6 è maggiore di 4, che è maggiore di 1; **b.** 18 è minore di 25, che è maggiore di 22.

100 Inserisci al posto dei puntini un numero naturale che soddisfa le seguenti scritture:
a. ...... < 8; **b.** $10 >$ ......; **c.** $6 >$ ......; **d.** ...... < 4.

101 Scrivi i numeri naturali minori o uguali al numero 8.

102 Scrivi i numeri naturali maggiori del numero 7 e minori del numero 15.

103 Scrivi i numeri naturali maggiori o uguali del numero 6 e minori o uguali del numero 14.

104 Scrivi i numeri naturali compresi fra 10 e 18.

● **105** Scrivi cinque numeri naturali maggiori o uguali del 12 e quattro numeri naturali minori o uguali del 10.

● **106** Quali sono il più grande e il più piccolo numero naturale che si possono formare utilizzando due cifre uguali (escluso lo zero)?

● **107** Quali sono il più grande e il più piccolo numero naturale che si possono formare utilizzando tre cifre diverse (compreso lo zero)?

● **108** Quali sono il più grande e il più piccolo numero naturale che si possono formare utilizzando tre cifre uguali (escluso lo zero)?

● **109** Quali sono il più grande e il più piccolo numero naturale che si possono formare utilizzando quattro cifre diverse (escluso lo zero)?

● **110** Quali sono il più grande e il più piccolo numero naturale che si possono formare utilizzando quattro cifre diverse (compreso lo zero)?

● **111** Quali sono il più grande e il più piccolo numero naturale che si possono formare utilizzando quattro cifre uguali (escluso lo zero)?

Dopo aver scambiato le cifre delle decine con quelle delle unità dei seguenti numeri, stabilisci se i numeri ottenuti sono maggiori, minori o uguali rispetto ai corrispondenti numeri dati.

● **112** **a.** 573; **b.** 7 664; **c.** 321; **d.** 32 008; **e.** 540 032; **f.** 1 466.

● **113** **a.** 324; **b.** 696; **c.** 5 899; **d.** 12 675; **e.** 354 104; **f.** 1 876 000.

Scrivi il più grande e il più piccolo numero naturale che si può formare utilizzando le cifre indicate.

114 **a.** 3, 9, 5; **b.** 4, 7, 8; **c.** 7, 1, 3; **d.** 1, 6, 5.

115 **a.** 8, 9, 7; **b.** 5, 3, 4; **c.** 0, 2, 4; **d.** 1, 2, 3.

116 **a.** 7, 4, 0, 1; **b.** 3, 5, 8, 0; **c.** 4, 2, 7, 5; **d.** 5, 7, 8, 6.

Disponi in ordine decrescente i seguenti gruppi di numeri.

117 78; 90; 43; 34; 87; 52.

118 678; 876; 786; 687; 768; 867.

119 4 455; 4 678; 5 001; 4 099; 5 670; 5 991.

120 1 450; 1 540; 45 510; 45 150; 45 105; 15 045.

121 35 473; 35 347; 35 374; 35 734; 35 743; 35 734.

122 505 900; 595 000; 505 090; 509 500; 505 009; 550 900.

Disponi in ordine crescente i seguenti gruppi di numeri.

123 23; 78; 32; 87; 19; 45.

124 504; 405; 540; 450; 400; 500.

125 1 234; 3 214; 4 123; 2 134; 3 412; 4 321.

126 In ciascuna delle seguenti successioni è presente un numero che non rispetta la serie crescente o decrescente; individualo e inseriscilo al posto corretto:

a. 123; 231; 321; 312; 351; 531; 614; 641.
b. 85 999; 85 989; 85 979; 85 899; 85 969; 85 959; 85 949.
c. 9 875 654; 9 857 564; 9 875 456; 9 875 546; 9 865 754; 9 865 574.
d. 120; 15 200; 1 205 000; 125 000; 152 005 000; 1 250 005 000.

127 **Esercizio guida**

Scrivi tutti i numeri naturali di tre cifre che è possibile formare utilizzando le cifre 8, 7 e 3 (le cifre si possono ripetere); ordinali poi in succesione crescente.

Svolgimento

- I numeri naturali che si possono formare sono:
873; 783; 387; 738; 837; 378; 887; 878; 778; 787; 337; 373; 338; 383; 883; 838; 773; 737; 777; 888; 333; 377; 877; 388; 788; 833; 733.

- La successione in ordine crescente è:
333; 337; 338; 373; 377; 378; 383; 387; 388; 733; 737; 738; 773; 777; 778; 783; 787; 788; 833; 837; 838; 873; 877; 878; 883; 887; 888.

128 Scrivi tutti i numeri naturali di tre cifre che si possono formare utilizzando le cifre di ciascuno dei seguenti numeri; ordinali poi in successione crescente:

a. 678; **b.** 543; **c.** 139; **d.** 908; **e.** 761 **f.** 327.

129 Scrivi tutti i numeri naturali di tre cifre che si possono formare utilizzando le cifre di ciascuno dei seguenti numeri; ordinali poi in successione decrescente:

a. 701; **b.** 802; **c.** 582; **d.** 193; **e.** 240; **f.** 271.

130 Disponi in ordine crescente tutti i numeri naturali di tre cifre che si possono formare utilizzando le cifre 7 e 4 in tutti i modi possibili (anche ripetendole).

131 Disponi in ordine decrescente tutti i numeri naturali di tre cifre che si possono formare utilizzando le cifre 2 e 6 in tutti i modi possibili (anche ripetendole).

●**132** A partire dal numero 1254 scrivi altri quattro numeri naturali ottenuti scambiando tra loro:
a. la prima e la quarta cifra; **b.** le prime due cifre;
c. la seconda e la terza cifra; **d.** la prima e la terza cifra.
Disponi quindi i numeri così ottenuti in ordine crescente.

●**133** Dopo aver scambiato tra loro le cifre delle centinaia e quelle delle decine, disponi tutti i numeri, quelli dati e quelli ottenuti dopo lo scambio di cifre, in ordine decrescente:
244; 546; 5 785; 645; 5 764; 5 728.

La rappresentazione grafica dei numeri naturali

Rappresenta su una semiretta orientata i seguenti gruppi di numeri.

134 **a.** 5; 8; 0; 12; 1; 6; 3; **b.** 2; 7; 10; 4; 5; 9; 11.

135 **a.** 1; 2; 9; 0; 4; 7; 13; 3; **b.** 13; 12; 10; 14; 15; 18; 16; 20.

136 Disegna su un foglio una semiretta orientata e, dopo aver fissato l'unità di misura, rappresenta i numeri successivi ai seguenti numeri: 6; 9; 3; 0; 1; 8; 2.

137 Disegna su un foglio una semiretta orientata e, dopo aver fissato l'unità di misura, rappresenta i numeri precedenti ai seguenti numeri: 2; 7; 6; 4; 5; 10; 1.

138 Rappresenta su una semiretta orientata i numeri pari successivi a ciascuno dei seguenti gruppi di numeri naturali (utilizza come unità di misura due quadretti del tuo foglio). Che cosa noti nei due casi?
a. 1; 3; 5; 7; 9; 11; 13; **b.** 0; 2; 4; 6; 8; 10; 12.

139 Rappresenta su una semiretta orientata i numeri dispari compresi tra le seguenti coppie di numeri naturali (utilizza come unità di misura due quadretti del tuo foglio):
a. 0 e 2; **b.** 4 e 6; **c.** 8 e 10; **d.** 10 e 12.

140 Rappresenta su una semiretta orientata i numeri dispari che precedono ciascuno dei seguenti gruppi di numeri (utilizza come unità di misura due quadretti del tuo foglio). Che cosa noti nei due gruppi di numeri?
a. 2; 4; 6; 8; 10; 12; 14; **b.** 3; 5; 7; 9; 11; 13; 15.

●**141** Dopo aver scelto una opportuna unità di misura, rappresenta su una semiretta orientata i numeri naturali secondo le seguenti indicazioni:
a. maggiore di 11 e minori di 13; **b.** compresi tra 7 e 12;
c. maggiori di 4 e minori o uguali a 10; **d.** maggiori o uguali a 5 e minori o uguali a 9.

3 I numeri decimali

teoria pag. 24

- ✗ I **numeri decimali** sono numeri che, oltre alla parte intera, presentano una parte decimale; le unità decimali del I, II e III ordine sono il **decimo**, il **centesimo**, il **millesimo**;
- ✗ le **unità decimali** si scrivono alla destra della parte intera separate da una virgola;
- ✗ i numeri decimali si possono confrontare in due modi: con l'uso delle **cifre significative** o mediante la loro **rappresentazione su una semiretta orientata**.

Comprensione della teoria

142 Completa le seguenti affermazioni relative alle unità decimali:
a. l'unità decimale del I ordine è .... ed è uguale a ....;
b. l'unità decimale del II ordine è .... ed è uguale a ....;
c. l'unità decimale del III ordine è .... ed è uguale a ....;
d. l'unità decimale del IV ordine è .... ed è uguale a ....

143 Delle seguenti affermazioni indica quali sono vere e quali false:

a. un decimo è la decima parte dell'unità V F

b. un centesimo è la decima parte dell'unità V F

c. 0,01 è la centesima parte dell'unità V F

d. un millesimo è la decima parte di 0,1. V F

144 Delle seguenti affermazioni indica quali sono vere e quali false:

a. nel numero 3,87 → 3 è la parte intera e 87 quella decimale V F

b. nel numero 0,53 → 0 è la parte intera e 53 quella decimale V F

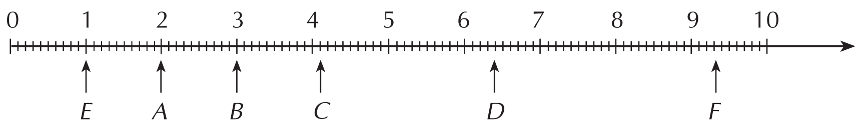
c. nel numero 47,1 → 1 è la parte intera e 47 quella decimale V F

d. nel numero 121,03 → 121 è la parte intera e 3 quella decimale V F

145 Indica quali dei seguenti numeri contengono degli zeri che si possono eliminare:

a. 0,50; **b.** 70,300; **c.** 08,607; **d.** 8,5060; **e.** 0,03;
f. 3,560; **g.** 0,05; **h.** 3,608; **i.** 30,0308; **l.** 40,6040.

146 Dopo aver analizzato il disegno relativo alla semiretta orientata a lato, indica quali delle seguenti affermazioni sono vere e correggi quelle false:



a. il punto *A* è l'immagine del numero 1,9 V F

b. il punto *B* è l'immagine del numero 3,1 V F

c. il punto *C* è l'immagine del numero 4,1 V F

d. l'immagine del numero 6,4 è il punto *D* V F

e. l'immagine del numero 0,8 è il punto *E* V F

f. l'immagine del numero 8,9 è il punto *F*. V F

147 Utilizzando la semiretta dell'esercizio precedente, indica quali delle seguenti relazioni son errate e correggi l'errore:

a. $2,2 > 3,4$; $5,6 < 6,5$; $0,8 < 1,4$; $3,8 = 3,80$;
b. $0,4 < 0,1$; $2,9 > 2,9$; $1,8 > 2,6$; $5,2 > 5,3$.

148 Indica quali delle seguenti scritture polinomiali sono errate e correggi l'errore:

a. $13,42 = 1 \cdot 10 + 3 \cdot 1 + 4 \cdot 0,1 + 2 \cdot 0,01$;

b. $201,289 = 2 \cdot 100 + 0 \cdot 10 + 1 \cdot 0,1 + 2 \cdot 0,01 + 8 \cdot 0,001 + 9 \cdot 0,0001$;

c. $0,03742 = 0 \cdot 10 + 0 \cdot 1 + 3 \cdot 0,1 + 7 \cdot 0,01 + 4 \cdot 0,001 + 2 \cdot 0,0001$.

Applicazione

Nei seguenti numeri decimali definisci il valore relativo delle cifre.

149 Esercizio guida

a. 5,678; **b.** 31,5.

Svolgimento

a. 5,678 → 5 unità, 6 decimi, 7 centesimi e 8 millesimi;

b. 31,5 → 3 decine, 1 unità, 5 decimi.

150 **a.** 14,07; **b.** 3,5; **c.** 161,453.

151 **a.** 1,2156; **b.** 31,45; **c.** 16,701.

152 **a.** 12,36; **b.** 3,128; **c.** 507,1025.

153 **a.** 14,213; **b.** 177,415; **c.** 13,5781.

154 **a.** 715,31; **b.** 410,712; **c.** 13,5714.

Scrivi i seguenti numeri decimali in base alle cifre relative.

155 Esercizio guida

a. 4 decine, 3 unità, 2 decimi e 3 centesimi;
b. 8 centinaia, 8 unità, 1 decimo e 4 millesimi;
c. 1 migliaio e 9 centesimi.

Svolgimento

a. 4 decine, 3 unità, 2 decimi e 3 centesimi → 43,23;
b. 8 centinaia, 8 unità, 1 decimo e 4 millesimi → 808,......;
c. 1 migliaio e 9 centesimi → 1 000,......

156 **a.** 6 centinaia e 6 decimi; **b.** 7 migliaia, 3 decimi e 4 millesimi.

157 **a.** 2 millesimi e 9 decimillesimi; **b.** 1 milione, 4 centinaia, 6 decimi e 8 decimillesimi.

158 **a.** 8 decimi e 3 millesimi; **b.** 3 milioni, 8 migliaia, 7 unità e 3 millesimi.

159 **a.** 8 decine, 5 unità e 8 decimi; **b.** 9 migliaia e 7 centesimi.

160 **a.** 3 decimi, 5 centesimi e 8 millesimi; **b.** 8 decimi e 9 decimillesimi.

161 **a.** 3 milioni, 5 migliaia, 8 unità e 2 millesimi; **b.** 6 milioni, 8 decine, 2 centesimi e 7 millesimi.

162 Nei seguenti numeri decimali cancella gli zeri inutili:
0,60; 800,300; 04,6700; 0,006; 001,2060.

Nei seguenti numeri inserisci opportunamente degli zeri in modo che tutti abbiano lo stesso numero di cifre decimali.

163 76,239; 8,9; 432,067; 7,78934; 0,45; 4; 2,01.

164 3,6; 4,56; 0,0087; 3; 7,08; 5,3006; 28.

165 89,67; 0,032; 9,2; 8,0991; 1,10; 8; 0,203.

Alcune delle seguenti uguaglianze sono sbagliate. Individuale e correggile.

● 166 **a.** 310,45 = 310,450 = 310,4500; **b.** 34,050 = 34,500 = 34,005.

● 167 **a.** 8,7 = 8,07 = 8,007; **b.** 750 = 7,50 = 75,0.

● 168 **a.** 7 = 7,00 = 7,0; **b.** 2,098 = 2,0980 = 2,09800.

● 169 **a.** 1,1000 = 1,110 = 1,1110; **b.** 765,0 = 7,650 = 76,50.

● 170 **a.** 4843 = 4843,00 = 4843,0000; **b.** 2,250 = 2,25 = 2,2500000.

Scrivi in cifre i seguenti numeri decimali scritti in lettere.

171 Esercizio guida

a. Quarantacinque e tre decimi;
b. novanta e trentasette centesimi;
c. centonovantasei e trenta millesimi.

Svolgimento

a. Quarantacinque e tre decimi → 45,3;
b. novanta e trentasette centesimi → 90,......;
c. centonovantasei e trenta millesimi → ....

172 **a.** millenovantatre e quindici centesimi; **b.** settemilaventi e sessanta centesimi.

173 **a.** millesettecento e due millesimi; **b.** ottocentonovanta e otto decimillesimi.

174 **a.** novecentoventidue e sessantasette centesimi; **b.** seicentotre e otto centesimi.

175 **a.** sessantacinque e tre decimi; **b.** centoventisei e trentadue centesimi.

176 **a.** ottocentodue e cinque millesimi; **b.** millenovecentosei e otto centesimi.

177 **a.** tremilaseicento e sette decimillesimi; **b.** seicento e un millesimo.

Scrivi in lettere i seguenti numeri decimali scritti in cifre.

178 Esercizio guida

a. 25,46; **b.** 18,239.

Svolgimento

a. 25,46 ⇒ venticinque e quarantasei centesimi;
b. 18,239 ⇒ diciotto e ....

179 **a.** 2,6; **b.** 8,9; **c.** 3,67.

180 **a.** 0,03; **b.** 0,104; **c.** 0,0006.

181 **a.** 8,103; **b.** 2,004; **c.** 59,1004.

182 **a.** 12,08; **b.** 45,008; **c.** 125,043.

● **183** **a.** 2003,604; **b.** 8000,020; **c.** 9000,0001.

● **184** **a.** 35000,2003; **b.** 78003,0054; **c.** 67900,6040.

● **185** Scrivi in cifre e in lettere due numeri decimali aventi:
a. la cifra 0 al posto delle centinaia e al posto delle decine;
b. la cifra 0 al posto delle unità e la cifra 2 al posto dei millesimi;
c. la cifra 0 al posto dei decimi e la cifra 3 al posto dei millesimi.

● **186** Scrivi in cifre e in lettere due numeri decimali aventi:
a. la cifra 5 al posto delle decine e la cifra 6 al posto dei centesimi;
b. la cifra 7 al posto delle centinaia e la cifra 9 al posto dei decimi di millesimo;
c. la cifra 4 al posto delle decine, la cifra 7 al posto dei centesimi e la cifra 5 al posto dei millesimi.

Rappresenta su una semiretta orientata i seguenti gruppi di numeri decimali (scegli in modo opportuno l'unità di misura).

187 **a.** 2,4; **b.** 5,6; **c.** 0,9.

188 **a.** 1,8; **b.** 4,2; **c.** 0,5.

189 **a.** 1,75; **b.** 0,25; **c.** 3,75.

190 **a.** 1,4; **b.** 2,5; **c.** 3,8.

191 **a.** 3,5; **b.** 0,75; **c.** 4,3.

Mediante l'uso delle cifre significative completa le seguenti disuguaglianze inserendo nel modo opportuno i simboli $>$ (maggiore), $<$ (minore) o $=$ (uguale).

192 Esercizio guida

a. 0,17 ...... 0,3; **b.** 0,9 .... 0,25; **c.** 0,03 .... 0,008.

Svolgimento

a. 0,17 < 0,3 perché la cifra dei decimi del primo numero (1) è minore della cifra dei decimi del secondo numero (3);

b. 0,9 > 0,25 perché ....;

c. 0,03 ...... 0,008 perché ....

193 **a.** 23,4 .... 23,3; **b.** 228,64 .... 228,640; **c.** 7,987 .... 7,789.

194 **a.** 0,54 .... 2,1; **b.** 0,08 .... 0,2; **c.** 5,60 .... 5,6.

195 **a.** 5,032 .... 2,004; **b.** 0,007 .... 0,052; **c.** 6,004 ...... 6,00400.

Alcune delle seguenti relazioni sono sbagliate. Individua l'errore e correggilo.

196 **a.** 3,47 > 3,469; **b.** 0,09 > 0,1; **c.** 1,532 < 1,6.

197 **a.** 5,01 < 3,79; **b.** 0,009 < 0,01; **c.** 13,103 > 13,130.

198 **a.** 31,032 = 31,0320; **b.** 0,003 > 0,0029; **c.** 12,019 > 12,02.

199 Tra le seguenti coppie di numeri decimali qual è il minore?
a. 2 unità; 22 decimi; **b.** 67 decimi; 1 unità;
c. 100 decimi; 100 centesimi; **d.** 800 centesimi; 8 decimi.

200 Inserisci il simbolo > (maggiore), < (minore) o = (uguale) tra le seguenti coppie di numeri decimali:
a. sessantacinque e tre decimi 65,3;
b. 5 decine, 3 unità e 8 centesimi .... cinquantatre e otto centesimi;
c. 121,708 .... 1 centinaio, 2 decine, 1 unità 7 decimi e 8 millesimi;
d. 3 decine, 2 unità, 3 decimi e 2 centesimi .... trentadue e trentadue millesimi.

201 Inserisci al posto dei puntini il corretto simbolo >, =, <.
a. 5 unità .... 340 centesimi; **b.** 9 millesimi .... 1 centesimo;
c. 18 decimi .... 18 centesimi; **d.** 50 centesimi .... 500 millesimi.

202 Inserisci al posto dei puntini il simbolo di uguale (=) o di diverso (≠):
a. 50,25 .... 50 unità e 25 centesimi;
b. 450,06 .... 4 migliaia, 5 centinaia e 6 decimi;
c. 15 000,031 .... 15 migliaia e 31 centesimi.

Disponi in ordine crescente i seguenti gruppi di numeri decimali.

203	2,5;	2,9;	0,8;	1,72;	0,5;	2,3;	1,27;	2,08.
204	2,43;	1,87;	0,38;	0,75;	2,1;	1,56;	0,09;	1,198.
205	5,1;	2,6;	3,5;	2,62;	3,51;	2,59;	2,65;	3,49.
206	0,72;	0,34;	0,07;	0,5;	0,56;	0,78;	0,43;	0,08.

Disponi in ordine decrescente i seguenti gruppi di numeri decimali.

207	34,1;	34,02;	34,06;	34,03;	34,09;	34,15.
208	2,231;	2,228;	2,169;	2,225;	2,199;	2,229.
209	0,001234;	0,001;	0,00123;	0,0012;	0,0012345.	

210 In ciascuna delle seguenti successioni di numeri decimali è presente un numero che non rispetta la serie crescente o decrescente; individualo e inseriscilo al posto giusto:

a.	1,67;	1,68;	1,69;	1,7;	1,8;	1,91;	1,81;	1,85;
b.	0,03;	0,02;	0,01;	0,006;	0,005;	0,015;	0,002;	
c.	2,03026;	2,03206;	2,02306;	2,03620;	2,06230.			

Scrivi in forma polinomiale i seguenti numeri decimali.

211 Esercizio guida

a. 12,5; **b.** 17,89; **c.** 457,83.

Svolgimento

a. $12,5 = 1 \cdot 10 + 2 \cdot ...... + 5 \cdot ......$;

b. $17,89 = 1 \cdot ..... + 7 \cdot ..... + 8 \cdot 0,1 + ...$;

c. $457,83 = 4 \cdot .... + ... \cdot 10 + ... \cdot ..... + ... \cdot ..... + ... \cdot .....$

212 **a.** 3,5; **b.** 56,78; **c.** 124,07.

213 **a.** 5,2; **b.** 13,12; **c.** 3,01.

214 **a.** 31,52; **b.** 9,9; **c.** 78,21.

215 **a.** 0,02; **b.** 0,005; **c.** 0,2051.

216 **a.** 8,23; **b.** 16,57; **c.** 139,057.

217 **a.** 141,9; **b.** 1,006; **c.** 124,178.

218 **a.** 90,51; **b.** 80,91; **c.** 6,505.

219 **a.** 8,035; **b.** 90,01; **c.** 120,92.

220 **a.** 23,768; **b.** 200,12; **c.** 6,0001.

221 **a.** 126,873; **b.** 10,2043; **c.** 500,002.

222 **a.** 6000,15; **b.** 5,49006; **c.** 600,009.

223 **a.** 3 421,12; **b.** 5 890,023; **c.** 9 000,001.

224 **a.** 34 008,7; **b.** 45 902,0806; **c.** 234 000,0103.

Alcune delle seguenti scritture polinomiali sono sbagliate. Individuale e correggile.

225 **a.** $10,4 = 1 \cdot 10 + 4 \cdot 1$; **b.** $26,78 = 2 \cdot 10 + 6 \cdot 1 + 7 \cdot 0,1 + 8 \cdot 0,01$.

226 **a.** $56,085 = 5 \cdot 10 + 6 \cdot 1 + 8 \cdot 0,1 + 5 \cdot 0,01$; **b.** $231,80 = 2 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 1 \cdot 1 + 8 \cdot 0,01$.

227 **a.** $0,328 = 3 \cdot 0,1 + 2 \cdot 0,01 + 8 \cdot 0,001$; **b.** $198,001 = 1 \cdot 100 + 9 \cdot 10 + 8 \cdot 1 + 1 \cdot 0,001$.

228 **a.** $20,0106 = 2 \cdot 1 + 1 \cdot 0,1 + 6 \cdot 0,01$; **b.** $210,0032 = 2 \cdot 100 + 1 \cdot 10 + 3 \cdot 0,001 + 2 \cdot 0,0001$.

Trasforma i seguenti numeri scritti in forma polinomiale nei corrispondenti numeri decimali.

229 Esercizio guida

a. $4 \cdot 100 + 2 \cdot 1 + 7 \cdot 0,1$;
b. $9 \cdot 1\,000 + 3 \cdot 10 + 5 \cdot 0,1 + 7 \cdot 0,01$;
c. $2 \cdot 10\,000 + 8 \cdot 1000 + 6 \cdot 1 + 9 \cdot 0,01 + 1 \cdot 0,001$.

Svolgimento

a. $4 \cdot 100 + 2 \cdot 1 + 7 \cdot 0,1 \Rightarrow 402,7$;

b. $9 \cdot 1\,000 + 3 \cdot 10 + 5 \cdot 0,1 + 7 \cdot 0,01 \Rightarrow 9\,030,57$;

c. $2 \cdot 10\,000 + 8 \cdot 1\,000 + 6 \cdot 1 + 9 \cdot 0,01 + 1 \cdot 0,001 \Rightarrow 28\,006,091$.

230 $2 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 1 \cdot 1 + 4 \cdot 0,01$.

231 $5 \cdot 100 + 6 \cdot 10 + 2 \cdot 0{,}1 + 8 \cdot 0{,}001$.

232 $2 \cdot 1\,000 + 5 \cdot 100 + 2 \cdot 0{,}1 + 7 \cdot 0{,}001$.

233 $6 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 7 \cdot 0{,}1 + 5 \cdot 0{,}001$.

234 $5 \cdot 10\,000 + 4 \cdot 100 + 9 \cdot 0{,}0001$.

235 $7 \cdot 10 + 9 \cdot 1 + 4 \cdot 0{,}01 + 2 \cdot 0{,}00001$.

236 $7 \cdot 100\,000 + 8 \cdot 1\,000 + 4 \cdot 1 + 3 \cdot 0{,}01$.

237 $8 \cdot 10\,000 + 6 \cdot 1\,000 + 3 \cdot 10 + 7 \cdot 0{,}001$.

238 $1 \cdot 1\,000 + 3 \cdot 100 + 1 \cdot 10 + 8 \cdot 0{,}1 + 4 \cdot 0{,}0001$.

239 $9 \cdot 100\,000 + 2 \cdot 10 + 5 \cdot 1 + 4 \cdot 0{,}001 + 5 \cdot 0{,}000001$.

240 $1 \cdot 100\,000 + 7 \cdot 100 + 8 \cdot 1 + 9 \cdot 0{,}01 + 6 \cdot 0{,}001$.

241 $2 \cdot 1\,000 + 4 \cdot 100 + 3 \cdot 1 + 7 \cdot 0{,}01 + 3 \cdot 0{,}0001$.

242 $5 \cdot 100\,000 + 7 \cdot 1\,000 + 6 \cdot 0{,}01 + 3 \cdot 0{,}000001$.

Scrivi in cifre e in forma polinomiale i seguenti numeri decimali.

243 **a.** ottocentoquattro e tredici centesimi;
b. settemilacinque e tre millesimi.

244 **a.** seicentoventiquattromilaotto e venticinque millesimi;
b. trecentocinquantamilaseicentoventisette e otto decimillesimi.

245 **a.** 8 decine di migliaia, 3 centinaia, 2 decine, 5 decimi, 3 centesimi;
b. 6 centinaia di migliaia, 3 migliaia, 2 centinaia, 5 unità, 6 decimi, 4 millesimi.

Il sistema di numerazione romano

l'approfondimento è a pag. 29

Comprensione della teoria

246 Delle seguenti affermazioni indica quali sono vere e correggi quelle false. Nel sistema di numerazione romano:
a. i simboli sono 10 V F
b. il simbolo X rappresenta il 10 V F
c. il simbolo L rappresenta il 100 V F
d. il numero 500 è rappresentato dal simbolo D V F
e. il numero 1 000 è rappresentato dal simbolo V V F
f. il valore dei simboli dipende dalla posizione che essi occupano nella scrittura del numero V F
g. le cifre I, X, C, M si possono ripetere al massimo tre volte V F
h. le cifre V, L, D si possono ripetere una sola volta V F
i. la cifra posizionata a sinistra di un'altra di valore superiore si somma al valore di quest'ultima V F
l. la cifra da sottrarre non può essere del tipo V, L, D V F
m. il trattino sopra la cifra indica che la cifra va moltiplicata per mille. V F

Applicazione

Trasforma nel sistema di numerazione romano i seguenti numeri naturali.

247 **a.** 7; **b.** 39; **c.** 49; **d.** 440; **e.** 780; **f.** 229.

248 **a.** 121; **b.** 341; **c.** 815; **d.** 899; **e.** 888; **f.** 1 234.

249 Trasforma nel sistema decimale i seguenti numeri romani:
a. XXIII; **b.** XCVI; **c.** MCLVII; **d.** DCCVII; **e.** MCMII; **f.** $\overline{\text{C}}$MV.

Alcune delle seguenti uguaglianze sono errate. Correggile.

250 **a.** XXIX = 31; **b.** XIV = 16; **c.** CXVII = 117.

251 **a.** LLL = 150; **b.** DC = 400; **c.** MCML = 1950.

252 **a.** CXXX = 1300; **b.** DDD = 1500; **c.** MMCCL = 2200.

253 Scrivi nel sistema di numerazione romano:
a. l'anno della tua nascita;
b. l'anno di nascita di tuo padre;
c. l'anno di nascita di tua madre.

254 Tito Livio nacque nel 59 a.C. e morì nel 17 d.C. Scrivi in cifra romana quanti anni visse.

● **255** Scrivi in cifra romana la data presunta dell'estinzione dei dinosauri (65 000 000 di anni fa).

● **256** Scrivi in cifra romana la distanza tra la Terra e la Luna (380 000 km circa) e la misura del raggio terrestre (6 378 km).

● **257** Dopo aver trasformato i seguenti numeri romani nel sistema decimale, esegui le somme indicate:
a. VII + XXI; **b.** CLXXI + LVI; **c.** MCX + DIV.

● **258** Scrivi in cifre romane il doppio di ciascuno dei seguenti numeri romani:
a. V; **b.** IX; **c.** XXIII; **d.** LIII; **e.** DXC; **f.** MCMX.

● **259** Scrivi in cifre romane la metà di ciascuno dei seguenti numeri romani:
a. LXII; **b.** CXII; **c.** MMVIII; **d.** MCXII; **e.** MMDXII; **f.** $\overline{\text{C}}$MX.

● **260** Dopo aver scritto nel sistema di numerazione romano i numeri relativi alle date indicate, individua quale dei quattro numeri è formato da un numero maggiore di simboli:
a. la data di inizio e fine della prima guerra punica (264-241 a.C.);
b. l'anno di nascita di Giulio Cesare (100 a.C.);
c. la data con la quale ha inizio il declino dell'impero romano d'Occidente (476 d.C.);
d. la data relativa alla spedizione dei Mille (1860).

●● **261** Aggiungi al numero romano le cifre esatte in modo che siano verificate le seguenti uguaglianze:
a. ...L... = 45; **b.** D...X...II = 572; **c.** MDCC...XXVI = 1736.

●● **262** Togli al numero romano una cifra in modo che siano verificate le seguenti uguaglianze:
a. CCXIIV = 214; **b.** MDCLX = 1160; **c.** MDCCIX = 1609.

●● **263** I Romani per eseguire la somma utilizzavano l'abaco, una tavoletta suddivisa in colonne su cui inserivano dei sassolini che erano appunto detti calcoli:

$\overline{\text{M}}$	$\overline{\text{C}}$	$\overline{\text{X}}$	M	C	X	I
•	•	•	•	•	•	•
•		•		•		•
		•		•		
		•		•		
		•				

Sai dire qual è il numero rappresentato?
Ricopia sul tuo quaderno l'abaco e rappresenta i numeri
a. 4 032 541; **b.** 7 006 142; **c.** 641 709.

Verifica la tua preparazione eseguendo i seguenti esercizi relativi agli obiettivi di **conoscenza**. Controlla quindi l'esattezza delle soluzioni alla fine del volume ed assegnati un punto per ciascun esercizio svolto correttamente.

✗ I numeri naturali

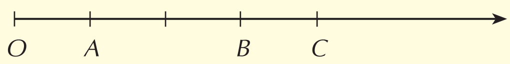
1 Nel sistema di numerazione decimale un'unità del terzo ordine è formata da:
a. 10 unità; **b.** 10 decine; **c.** 10 centinaia; **d.** 10 migliaia.

2 Nel numero 451 263 la cifra delle centinaia è:
a. la seconda a partire da sinistra; **b.** la terza a partire da sinistra;
c. la quarta a partire da sinistra; **d.** la quinta a partire da sinistra.

3 Il numero formato da 4 unità del quarto ordine e 2 unità è:
a. 402; **b.** 4 002; **c.** 2 004; **d.** 40 002.

4 La scrittura polinomiale del numero 7 015 è:
a. $7 \cdot 1 + 1 \cdot 10 + 5 \cdot 100$;
b. $7 \cdot 1\,000 + 1 \cdot 100 + 5 \cdot 1$;
c. $7 \cdot 1\,000 + 1 \cdot 100 + 5 \cdot 10$;
d. $7 \cdot 1\,000 + 1 \cdot 10 + 5 \cdot 1$.

5 Il punto C della figura a lato è l'immagine di:
a. 1; **b.** 2; **c.** 3; **d.** 4.



6 Il numero successivo di 5 200 999 è:
a. 5 201 000; **b.** 5 200 001; **c.** 5 200 100; **d.** 520 100.

✗ I numeri decimali

7 Nel numero 15,446 la parte decimale è formata da:
a. 15; **b.** 446; **c.** 15446; **d.** 46.

8 Nel numero 9,51482 la cifra dei centesimi è:
a. la seconda a partire da sinistra; **b.** la terza a partire da sinistra;
c. la quarta a partire da sinistra; **d.** la quinta a partire da sinistra.

9 Quale dei seguenti numeri decimali è maggiore di 5,65?
a. 4,66000; **b.** 5,650000; **c.** 5,600; **d.** 5,66.

10 Quali cifre bisogna confrontare per stabilire il maggiore fra i numeri 346,125 e 346,25?
a. il 5 con il 5; **b.** l'1 con il 2; **c.** l'1 con il 5; **d.** il 6 con il 2.

11 Quali cifre bisogna confrontare per stabilire il maggiore fra i numeri 815,63 e 815,62398?
a. il 3 e il 2; **b.** il 63 con il 98; **c.** il 3 con l'8; **d.** il 3 con il 9.

Autovalutazione ..... / 11

Da 0 a 3: Non conosci gli argomenti trattati nel capitolo. **Devi ristudiarlo**.
Da 4 a 7: Conosci solo superficialmente i contenuti del capitolo. **Devi ripassare** gli argomenti corrispondenti alle conoscenze non acquisite.
Da 8 a 11: Conosci in modo sufficientemente approfondito i contenuti del capitolo. **Puoi affrontare il prossimo capitolo**.

Verifica la tua preparazione eseguendo i seguenti esercizi relativi agli obiettivi di **abilità**. Controlla quindi l'esattezza delle soluzioni alla fine del volume ed assegnati un punto per ciascun esercizio svolto correttamente.

✗ Definire il valore relativo ed assoluto delle cifre di un numero

1 Stabilisci il valore assoluto delle cifre dei numeri 752 e 652.

2 Stabilisci il valore relativo delle cifre dei numeri 546 e 27 030.

3 Stabilisci il valore relativo delle cifre nel numero 4,051.

4 Scrivi i seguenti numeri in base alle cifre relative indicate:
a. 23 decine, 21 centinaia e 3 migliaia;
b. 6 unità, 5 migliaia e 6 centinaia di migliaia;
c. 4 unità, 4 millesimi e 9 decimi;
d. 6 decine e 4 decimillesimi.

✗ Confrontare due numeri

5 Completa il seguente esercizio inserendo in modo opportuno i simboli > (maggiore) o < (minore):
a. 1 086 ..... 1 068; **b.** 79 999 ..... 70 000; **c.** 7 851 ..... 7 581;
d. 31,15 ..... 30,15; **e.** 125,56 ..... 125,6; **f.** 635,241 ..... 635,041.

6 Dato il numero 415 216, scambia fra loro la cifra delle decine con quella delle migliaia; al numero ottenuto scambia la cifra delle migliaia con la cifra delle unità. Quale numero hai ottenuto? Disponi in ordine crescente i tre numeri.

7 Sono dati i seguenti numeri 3,52; 5,34; 0,25; 2,13; 4,05.
Dopo aver scambiato tra loro la cifra delle unità con quella dei decimi, disponi tutti i numeri, quelli dati e quelli ottenuti dopo lo scambio di cifre, in ordine decrescente.

8 Disegna sul tuo quaderno una semiretta orientata di origine *A*, fissa un'opportuna unità di misura e traccia su di essa i seguenti punti:
a. 0 2 5 4 8;
b. 0,1 1 2,4 1,7 2.

✗ Scrivere la forma polinomiale di un numero

9 Scrivi la forma polinomiale dei seguenti numeri e verifica la correttezza della scrittura svolgendo il calcolo:
a. 10,056; **b.** 100 030; **c.** 98,604.

Autovalutazione Punteggio conseguito ..... / 9

Da 0 a 3: Non hai sviluppato adeguate abilità. Devi studiare nuovamente il capitolo ed eseguire tutti gli **esercizi del recupero**.
Da 4 a 6: Non possiedi le abilità richieste. Prima di affrontare gli **esercizi di consolidamento** devi svolgere gli **esercizi del recupero** relativi alle abilità non ancora acquisite.
Da 7 a 9: Hai raggiunto pienamente le abilità specifiche del capitolo. Puoi affrontare gli **esercizi per il potenziamento** e le **gare della matematica**.

✗ Definire il valore relativo ed assoluto delle cifre di un numero

1 **Vero o Falso?**

Stabilisci quali delle seguenti affermazioni sono errate e correggi gli errori.

a. Dieci decine formano un'unità del terzo ordine. V F
b. Unità, decine e centinaia formano la classe delle unità. V F
c. Una classe è un raggruppamento di tre ordini. V F
d. I numeri si leggono scomponendoli a blocchi di tre cifre a partire da sinistra. V F
e. Nel numero 1230 il numero 3 occupa il posto delle decine. V F
f. Il numero 16,573 si legge sei e cinquecentosettantatre centesimi. V F
g. La parte intera di 15,21 è 1521. V F
h. Nel numero 12,510 si può eliminare lo zero senza modificare il valore del numero. V F

2 Nei seguenti numeri naturali sottolinea le unità: 45; 345; 1980; 341109.

3 Nei seguenti numeri naturali sottolinea le decine: 128; 87; 9867; 765423.

4 Nei seguenti numeri naturali sottolinea le centinaia: 349; 8065; 67543; 43218.

5 Completa la seguente tabella con numeri naturali indicando a quale ordine appartiene il numero 6:

Numero	Centinaia di migliaia	Decine di migliaia	Migliaia	Centinaia	Decine	Unità
9 861					x	
12 650						
675 081						
167 902						
346 077						
739 036						

Scrivi il valore relativo delle cifre dei seguenti numeri naturali.

6 **a.** 32; **b.** 123; **c.** 73; **d.** 849.

7 **a.** 107; **b.** 436; **c.** 1 962; **d.** 5 410.

8 **a.** 746; **b.** 512; **c.** 1 490; **d.** 32 597.

9 **a.** 11 212; **b.** 1 924; **c.** 7 841; **d.** 46 218.

10 **a.** 99 361; **b.** 30 401; **c.** 75 534; **d.** 79 217.

Scrivi in cifre i seguenti numeri naturali scritti in lettere.

11 **a.** trecentoventiquattro; **b.** millenovecentotre.

12 **a.** trentanovemilaotto; **b.** trecentoventisettemilacinquecentonove.

13 **a.** cinquemilioniventiseimilatrentasette; **b.** novecentomilioniventiquattro.

14 **a.** trentaseimiladuecentododici; **b.** settecentododici.

15 **a.** quarantaquattromiladiciassette; **b.** cinquemilaseicentoventidue.

Scrivi in lettere i seguenti numeri naturali scritti in cifre.

16 **a.** 419; **b.** 78; **c.** 416; **d.** 734.

17 **a.** 1 210; **b.** 79 210; **c.** 9 214; **d.** 50 327.

18 **a.** 88 221; **b.** 46 819; **c.** 78 016; **d.** 371 009.

19 Completa la seguente tabella con numeri decimali indicando a quale ordine appartiene il numero 4:

Numero	Decine	Unità	Decimi	Centesimi	Millesimi	Decimillesimi
12,3045					x	
3,49						
24,0976						
31,0064						
0,0024						
1,5342						
4,987						

Scrivi in lettere i seguenti numeri decimali scritti in cifre.

20 **a.** 342,29 **b.** 12,02; **c.** 0,34; **d.** 16,07.

21 **a.** 34698,967; **b.** 25,623; **c.** 0,0012; **d.** 56,263.

22 **a.** 908,0004; **b.** 21,0063 **c.** 0,40162; **d.** 125,023.

Scrivi in cifre i seguenti numeri decimali scritti in lettere.

23 **a.** ottomilaquattrocentosette e quattro decimi; **b.** cinquecentonovantanove e diciassette centesimi.

24 **a.** novemila e trecentosette decimillesimi; **b.** duecentoventinove decimillesimi.

25 **a.** seimilioniventiseimilatrentaquattro e due centesimi; **b.** ottantasette millesimi.

✗ Confrontare due numeri

26 **Vero o Falso?**

Stabilisci quali delle seguenti affermazioni sono errate e correggi gli errori.

a. 40 decine è maggiore di 6 centinaia. V F

b. 715 < 810 < 1110. V F

c. 12,4 < 12,32. V F

d. 15,3 < 12,61. V F

27 Delle seguenti affermazioni indica quali sono vere e quali false:

a. 500 è il successivo di 400 V F

b. 6 590 è il precedente di 6 600 V F

c. 20 000 è il successivo di 1 999 V F

d. 67 809 è il precedente di 67 810 V F

e. 8 000 000 è il precedente di 8 000 010. V F

Completa le seguenti disuguaglianze inserendo in modo opportuno il simbolo di maggiore o minore.

28 **a.** 234 ..... 342; **b.** 415 ..... 1731; **c.** 8 597 ..... 7 859.

29 **a.** 23 487 ..... 23 478; **b.** 55 001 ..... 55 001; **c.** 348 908 ..... 348 098.

Metti al posto dei puntini un numero naturale che soddisfi le seguenti scritture.

30 **a.** ..... < 7; **b.** 9 > .....; **c.** 5 ≤ ......

31 **a.** .... ≥ 3; **b.** $8 >$ ..... > 4; **c.** $6 <$ ..... ≤ 7.

32 Traduci le seguenti scritture simboliche in parole:
a. $24 < 34$; **b.** $12 > 9$; **c.** $18 > 15 > 10$; **d.** $120 < 145 < 162$.

33 Disponi in ordine crescente i seguenti numeri naturali:
7 034; 7 340; 7 430; 7 403; 7 304.

34 Disponi in ordine decrescente i seguenti numeri naturali:
90 543; 90 345; 93 045; 90 534; 94 035; 95 034.

Completa le seguenti scritture inserendo in modo opportuno uno dei simboli di maggiore, minore o uguale.

35 **a.** 2,67 .... 2,76; **b.** 0,780 .... 0,78; **c.** 1,543 1,54

36 **a.** 342,999 .... 343,111; **b.** 0,095 .... 0,1; **c.** 0,0032 .... 0,032.

37 Disponi in ordine crescente i seguenti numeri decimali: 1,5; 2,3; 0,9; 0,4; 3,1; 0,5.

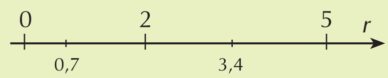
38 Disponi in ordine decrescente i seguenti numeri decimali: 0,04; 0,8; 1,2; 0,78; 1,03; 1,30.

39 **Esercizio guida**

E' possibile rappresentare i numeri naturali e decimali su una semiretta orientata; stabilendo una opportuna unità di misura sulla .... si ottengono, a partire ...., tanti segmenti unitari che individuano i punti in corrispondenza dei numeri .... 0, 1, 2, 3, 4 .....

Suddividendo ciascun segmento unitario in .... è possibile rappresentare sulla .... le unità decimali del primo ordine corrispondenti ai decimi 0,1; .....; 0,3; .....

Nella figura a lato abbiamo rappresentato i numeri 0; 2; .....; .....; 3,4.



40 Dopo aver scelto una opportuna unità di misura, rappresenta su una semiretta orientata i seguenti gruppi di numeri:
a. 0; 2; 5; 7; 9; 11; 13;
b. 0; 4,5; 6,2; 3,5; 8,9; 7,3.

✗ Scrivere la forma polinomiale di un numero

41 **Vero o Falso?**

Stabilisci quali delle seguenti affermazioni sono errate e correggi gli errori.
a. $125 = 1 \cdot 1 + 2 \cdot 10 + 5 \cdot 100$. V F
b. $1050 = 1 \cdot 1000 + 5 \cdot 10$. V F
c. $37{,}4 = 3 \cdot 10 + 7 \cdot 1 + 4 \cdot 0{,}1$. V F

42 Scrivi in forma polinomiale i seguenti numeri naturali: 56; 345; 1 900; 34 006; 567 900.

43 **Esercizio guida**

In modo analogo a quanto abbiamo fatto per i numeri naturali, è possibile scrivere anche i numeri decimali nella forma polinomiale. Il numero 2,852 in forma polinomiale si scrive:

2 unità $= 2 \cdot 1$ ← PARTE INTERA
8 decimi $= 8 \cdot$ .....
5 centesimi $=$ ..... $\cdot\ 0{,}01$ ← PARTE DECIMALE
2 millesimi $= 2 \cdot$ .....

cioè $2{,}852 = 2 \cdot$ ..... $+\ 8 \cdot$ .... $+$ ..... $\cdot\ 0{,}01 + 2 \cdot$ ....

44 Scrivi in forma polinomiale i seguenti numeri decimali: 75,6; 8,09; 66,666; 11,07; 0,0054; 876,81.

Scheda di Valutazione del Recupero

Dopo aver rivisto la teoria e svolto l'attività di recupero, metti alla prova la tua preparazione rispondendo ai seguenti quesiti (scegli tra le soluzioni proposte), controlla l'esattezza delle risposte a pag. 416 e calcola il punteggio ottenuto in base alla griglia. Se hai totalizzato **almeno 11 punti** puoi ritenere colmato il debito, altrimenti riguarda gli argomenti sui quali hai commesso errori.

1 Quale delle seguenti affermazioni è vera? Nel numero 5674:
a. la cifra delle unità è il numero 5;
b. la cifra delle decine è il numero 7;
c. la cifra delle centinaia è il numero 4.

2 Scrivi il seguente numero in base alle cifre indicate: 7 migliaia, 8 centinaia e 1 unità:
a. 7 810; **b.** 7 801; **c.** 178.

3 Qual è la forma polinomiale del numero 5010?
a. $5 \cdot 1000 + 1 \cdot 100$;
b. $5 \cdot 1 + 0 \cdot 10 + 1 \cdot 100 + 0 \cdot 1000$;
c. $5 \cdot 1000 + 1 \cdot 10$.

4 Quale delle seguenti affermazioni è vera?
a. Il precedente del numero 159 è 160;
b. Il successivo del numero 1000 è 999;
c. Il precedente del numero 1099 è 1098.

5 Nella seguente successione di numeri naturali, disposti in ordine crescente, qual è il numero che non rispetta tale ordinamento?
661; 664; 666; 659; 671; 679.
a. 666; **b.** 659; **c.** 664.

6 Nella seguente successione di numeri naturali, disposti in ordine decrescente, qual è il numero che non rispetta tale ordinamento?
1019; 1011; 1010; 1100; 1003; 1000.
a. 1003; **b.** 1000; **c.** 1100.

7 Quale delle tre disuguaglianze è sbagliata?
a. $3{,}45 < 3{,}54$; **b.** $0{,}09 > 0{,}1$; **c.** $0{,}045 > 0{,}0045$.

8 Come si scrive in lettere il numero 125,24?
a. centoventicinque e ventiquattro decimi;
b. centoventicinque e ventiquattro millesimi;
c. centoventicinque e ventiquattro centesimi.

9 Come si scrive in cifre il numero trentuno millesimi?
a. 0,031; **b.** 0,00031; **c.** 0,0031.

10 Qual è la forma polinomiale del numero decimale 45,07?
a. $4 \cdot 10 + 5 \cdot 1 + 7 \cdot 0{,}01$;
b. $4 \cdot 10 + 5 \cdot 1 + 7 \cdot 0{,}1$;
c. $4 \cdot 10 + 5 \cdot 1 + 0 \cdot 0{,}01 + 7 \cdot 0{,}001$.

Attività di consolidamento

1 Qual è la cifra delle decine nei seguenti numeri naturali:
a. 157; **b.** 2 348; **c.** 1 674; **d.** 13 568; **e.** 578 113.

2 Qual è la cifra delle migliaia nei seguenti numeri naturali:
a. 5 634; **b.** 13 577; **c.** 12 615; **d.** 15 063; **e.** 254 321.

Indica il valore relativo delle cifre dei seguenti numeri naturali.

3 **a.** 32; **b.** 157; **c.** 1 032; **d.** 27; **e.** 720.

4 **a.** 46; **b.** 7 596; **c.** 2 123; **d.** 109; **e.** 4 212.

5 **a.** 572; **b.** 2 107; **c.** 24 670; **d.** 6 212; **e.** 7 777.

6 **a.** 276; **b.** 4 310; **c.** 2 826; **d.** 92 813; **e.** 1 021.

7 **a.** 328 741; **b.** 49 718; **c.** 53 681; **d.** 374 636; **e.** 31 913.

8 **a.** 4 056; **b.** 42 724; **c.** 39 412; **d.** 21 038; **e.** 793 122.

9 **a.** 1 340 034; **b.** 3 001 023; **c.** 174 219; **d.** 38 524; **e.** 407 711.

Per ciascuno dei seguenti numeri naturali indica il valore assoluto e il valore relativo delle cifre.

10 **a.** 57; **b.** 356; **c.** 41; **d.** 54; **e.** 727.

11 **a.** 1 328; **b.** 971; **c.** 2 134; **d.** 4 961; **e.** 8 901.

12 **a.** 219; **b.** 9 270; **c.** 4 253; **d.** 737; **e.** 7 403.

13 **a.** 413; **b.** 6 741; **c.** 11 321; **d.** 7 928; **e.** 21 300.

14 **a.** 3 245; **b.** 5 304; **c.** 49 748; **d.** 437 592; **e.** 131 219.

15 **a.** 456 238; **b.** 37 045; **c.** 79 832; **d.** 759 904; **e.** 1 447 194.

16 Scrivi in cifre i seguenti numeri naturali scritti in lettere:
a. cinquecentoventinove; **b.** duemilaottocentoventiquattro;
c. centoventinovemilaseicento; **d.** duecentomilioniottocentosessantadue.

17 Scrivi in forma polinomiale i seguenti numeri naturali:
a. 56; **b.** 152; **c.** 1 323; **d.** 25 687.

18 Trasforma i seguenti numeri naturali dalla forma polinomiale a quella normale:
a. $5 \cdot 1\,000 + 2 \cdot 100 + 3 \cdot 1$; **b.** $7 \cdot 1\,000 + 8 \cdot 100$;
c. $6 \cdot 1\,000\,000 + 4 \cdot 1\,000 + 5 \cdot 10$; **d.** $3 \cdot 1\,000\,000 + 4 \cdot 100 + 3 \cdot 1$.

19 Scrivi in ordine crescente i seguenti gruppi di numeri naturali:
787; 788; 878; 800; 807; 700; 708.

20 Scrivi in ordine decrescente i seguenti gruppi di numeri naturali:
3 940; 3450; 3400; 4380; 3405; 4805; 4930.

21 Nelle seguenti succesioni di numeri naturali è presente un numero che non rispetta la serie crescente o decrescente; individualo e inseriscilo al posto giusto:
a. 18; 15; 12; 5; 9; 3;
b. 5; 10; 20; 80; 40; 150; 320.

22 Disegna su un foglio una semiretta orientata e, dopo aver fissato l'unità di misura, rappresenta il precedente di ciascuno dei seguenti numeri naturali: 9; 6; 8; 5; 3; 11; 7.

Indica il valore relativo delle cifre dei seguenti numeri decimali.

23 **a.** 12,03; **b.** 85,1; **c.** 23,04; **d.** 74,3.

24 **a.** 317,2; **b.** 243,09; **c.** 1734,6; **d.** 2312,8.

25 **a.** 21,46; **b.** 5,66; **c.** 294,11; **d.** 1089,3.

26 **a.** 423,12; **b.** 41,78; **c.** 4,77; **d.** 78,002.

27 **a.** 123,002; **b.** 800,3; **c.** 46,819; **d.** 1 373,95.

28 **a.** 541,66; **b.** 713,92; **c.** 32041,79; **d.** 87091,52.

29 Scrivi in lettere i seguenti numeri decimali scritti in cifre:
a. 5,6; **b.** 23,04; **c.** 1258,003; **d.** 1,5012.

30 Scrivi in cifre i seguenti numeri decimali scritti in lettere:
a. cinquecentosei e due decimi;
b. seimiladuecento e sette centesimi;
c. quarantacinquemila e venticinque millesimi.

31 Scrivi due numeri decimali aventi la cifra 0 al posto delle centinaia, la cifra 1 al posto dei decimi e la cifra 3 al posto dei millesimi.

32 Inserisci tra le seguenti coppie di numeri decimali il simbolo di $>$ o di $<$:
a. 36,85 .... 36,58; **b.** 14,108 .... 14,099; **c.** 0,009 .... 0,01.

33 Disponi in ordine crescente i seguenti numeri decimali:
4,605; 4,650; 4,056; 5,064; 5,604; 6,045; 6,405.

34 Scrivi in forma polinomiale i seguenti numeri decimali:
a. 52,6; **b.** 151,02; **c.** 27,003; **d.** 0,0052.

35 Trasforma i seguenti numeri polinomiali nei corrispondenti numeri decimali:
a. $5 \cdot 100 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 0{,}1$;
b. $6 \cdot 1\,000 + 4 \cdot 10 + 5 \cdot 0{,}001$;
c. $7 \cdot 10\,000 + 5 \cdot 1 + 2 \cdot 0{,}1 + 3 \cdot 0{,}001$.

● **36** Scrivi i seguenti numeri naturali in base alle cifre indicate:
a. 8 decine, 5 unità;
b. 7 centinaia, 12 decine, 15 unità;
c. 12 migliaia, 18 decine;
d. 13 decine di migliaia, 16 centinaia, 20 unità.

● **37** Scrivi i seguenti numeri decimali in base alle cifre relative:
a. 7 centinaia e 5 decimi; **b.** 8 migliaia, 2 decimi e 8 centesimi;
c. 3 decimi e 8 millesimi; **d.** 5 migliaia e 3 decimillesimi.

● **38** Stabilisci:
a. a quanti decimi corrispondono 3,2;
b. a quanti centesimi corrispondono 5,7;
c. a quanti millesimi corrispondono 12,71.

● **39** Dopo aver trasformato i seguenti numeri scritti in forma polinomiale nei corrispondenti numeri decimali rappresentali sulla semiretta orientata:
a. $1 \cdot 10 + 2 \cdot 1 + 5 \cdot 0{,}1$; **b.** $1 \cdot 10 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 0{,}1$; **c.** $1 \cdot 1 + 5 \cdot 0{,}1$; **d.** $2 \cdot 1 + 5 \cdot 0{,}1$.

●● **40** Dati i seguenti numeri scritti in forma polinomiale:
a. $1 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 5 \cdot 0{,}1$; **b.** $2 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 5 \cdot 1 + 2 \cdot 0{,}01$;
c. $3 \cdot 10 + 2 \cdot 1 + 5 \cdot 0{,}1 + 2 \cdot 0{,}001$; **d.** $4 \cdot 10 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 0{,}1 + 5 \cdot 0{,}001$;
e. $5 \cdot 10 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 0{,}1 + 5 \cdot 0{,}001$; **f.** $6 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 5 \cdot 0{,}001$;
– trasformali nei corrispondenti numeri decimali;
– scambia la cifra delle decine con quella dei decimi;
– dei numeri ottenuti, scambia la cifra dalle unità con quella dei centesimi;
– disponi in ordine crescente i numeri ottenuti.

1 Scrivi in cifre i seguenti numeri naturali scritti in lettere:
a. trebilionicinquecentoventisettemila;
b. venticinquetrilioniduecentoseimilionitrecentosei;
c. trecentocinquantaseimilamiliardi.

2 Scrivi in lettere i seguenti numeri naturali scritti in cifre:
a. 65 340 321 443 127;
b. 650 301 322 567 002;
c. 309 452 637 219 932 056.

3 Inserisci al posto dei puntini il simbolo di $>$ o di $<$:
a. 2 decine .... 13 unità;
b. 195 decine .... 2 centinaia;
c. 945 .... 9 centinaia;
d. 30 decine di migliaia 30 000;
e. 3 decine 300;
f. 7 centinaia .... 69 decine.

4 Alcune delle seguenti scritture polinomiali sono errate; individua l'errore e correggilo:
a. $2349 = 2 \cdot 1\,000 + 3 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 9 \cdot 1$;
b. $12\,650 = 1 \cdot 1\,000 + 2 \cdot 100 + 6 \cdot 10 + 5 \cdot 1 + 0$;
c. $400\,004 = 4 \cdot 10\,000 + 4 \cdot 1$;
d. $1\,600\,100 = 1 \cdot 100\,000 + 6 \cdot 10\,000 + 1 \cdot 10$;
e. $45\,003\,001 = 1 \cdot 10\,000 + 3 \cdot 1\,000 + 5 \cdot 10 + 4 \cdot 1$.

5 Scrivi in cifre e in lettere i seguenti numeri naturali scritti in forma polinomiale:
a. $6 \cdot 10\,000 + 7 \cdot 1\,000 + 6 \cdot 10$;
b. $2 \cdot 100\,000 + 5 \cdot 10\,000 + 7 \cdot 100 + 8$;
c. $5 \cdot 1\,000\,000 + 4 \cdot 1\,000 + 6$;
d. $8 \cdot 10\,000\,000 + 3 \cdot 10 + 5 \cdot 1$.

6 Utilizzando le cifre 7, 8 scrivi tutti i possibili numeri naturali di due cifre con possibilità di ripetere ciascuna cifra; disponi poi i numeri ottenuti in ordine crescente.

7 Utilizzando le cifre 3, 5, 8 scrivi tutti i possibili numeri naturali di tre cifre con possibilità di ripetere ciascuna cifra; disponi poi i numeri ottenuti in ordine decrescente.

8 Tra le seguenti coppie di numeri decimali qual è il maggiore?
a. 4 centesimi; 40 millesimi;
b. 25 decimi; 150 centesimi;
c. 3 unità; 330 centesimi;
d. 9 millesimi; 2 centesimi.

9 Scrivi in ordine crescente i seguenti numeri decimali:
2,06; 2,6; 2,62; 2,602; 2,006; 2,002; 2,0006.

10 Scrivi in ordine decrescente i seguenti numeri decimali:
1,401; 1,410; 1,140; 1,004; 1,001; 1,0004; 1,0001.

11 Dati i numeri 13,51; 12,861; 36,051; 66,25; 25,68; 12,86; dopo aver scambiato tra loro la cifra delle decine con quella dei decimi, disponi tutti i numeri, quelli dati e quelli ottenuti dopo lo scambio di cifre, in ordine crescente.

12 Scrivi in cifre romane il precedente ed il successivo dei seguenti numeri:
CIII; L; XXII; MDCXLVI; CII; XCLI; MCXI.

13 Scrivi in cifre romane il doppio e il triplo dei seguenti numeri:
XXX; LXI; CXII; CMX; DCXVII; MMDXIII; $\overline{\text{C}}$MCX.

14 Considera il numero 2 567 e i numeri ottenuti scambiando la prima e la quarta cifra; la seconda e la terza; la seconda e la quarta. Traduci i numeri ottenuti nel sistema di numerazione romano.

1 **Il libro di Tom** (1996, Semifinali locali)
Tom si diverte con la sua enciclopedia dei giochi matematici. Questo libro è composto di 4 pagine di copertina non numerate e 256 pagine numerate nell'ordine da 1 a 256. Le pagine a sinistra portano un numero pari mentre quelle a destra hanno un numero dispari. Tom ha aperto a caso una pagina dell'enciclopedia. Calcola la somma delle sei cifre dei numeri di pagina che ha davanti. Questa somma è la più grande possibile. Qual è il numero della pagina a sinistra?

2 **Le dieci carte** (2000, Finali internazionali)
Dispongo di un mazzo di 10 carte da gioco. Pongo sotto al mazzo la carta che si trova in cima al mazzo, poi giro la carta successiva sul tavolo: è un asso. Pongo in fondo al mazzo la carta in cima per due volte consecutive, poi giro la successiva: è un 2. Metto la successiva in fondo al mazzo, poi giro una carta: è un 3. Continuo in questo modo, mettendo alternativamente una o due volte una carta in fondo al mazzo, poi girando la successiva. Le carte girate, nell'ordine, sono: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. Qual era l'ordine di partenza delle carte?

3 **In inglese ed in francese** (2002, Giochi di primavera)
Write every integer number, from 1 to 2002. How many times did you use the digit «9»?
Combien de fois doit-on utiliser le chiffre «9» pour écrire tous les nombres entiers de 1 à 2002?

4 **Né uguali né consecutivi** (2002, Giochi d'autunno)
Renato scrive dei numeri di due cifre (da 10 a 99, compresi questi due) tali che la cifra delle decine e quella delle unità non siano mai uguali, né consecutive tra loro (per esempio non scriverà i numeri 45 o 87, poiché non soddisfano quest'ultima condizione). Quanti numeri diversi potrà al massimo scrivere Renato, rispettando queste condizioni?

5 **Dieci volte 2003** (2003, Giochi di primavera)
Giulio ha scritto dieci volte di seguito il numero 2003, ottenendo un numero di 40 cifre. Cancella poi 25 di queste cifre per ottenere il numero più grande possibile. Qual è questo numero?

6 **L'intruso** (2003, Giochi di primavera)
Giorgio, utilizzando nove delle seguenti dieci cifre, ha scritto tre numeri consecutivi: 0-0-0-1-1-2-2-3-9-9. Qual è la cifra non utilizzata?

7 **L'anno 2003** (2003, Giochi di primavera)
Davide ha scritto tutti i numeri di 4 cifre utilizzando quelle che compaiono in 2003 (il numero può iniziare anche con lo zero). Quanti sono i numeri scritti da Davide?

8 **La parola d'ordine è: cancellare** (2003, Giochi a squadre)
Mauro ha scritto, in fila, i numeri naturali fino a 20: 1 2 3 4 5 ..... 20. Adesso gli viene chiesto di cancellare 20 cifre dal precedente allineamento, in modo da ottenere il numero più grande possibile. Puoi aiutarlo?

9 **Ma quanti sono?** (2003, Giochi di primavera)
Quanti sono i numeri di tre cifre, maggiori di 600, in cui la cifra delle unità vale la metà di quella delle centinaia mentre quella delle decine è diversa sia rispetto alle unità che alle centinaia?

10 **Il numero magico** (2003, Giochi d'autunno)
La nostra strega è specializzata in pozioni matematiche. Ecco gli ingredienti del suo miscuglio:
3 133 38 42 2 56 9 120 6
"Divido il numero pari più grande per il numero dispari più piccolo e ottengo il numero diabolico. Poi moltiplico il numero pari più piccolo per il numero dispari più grande e ottengo il numero satanico. Infine, moltiplico per 10 la differenza tra il numero satanico e il numero diabolico e ottengo il numero ..... magico!". Qual è il numero magico della strega?

11 **Ventitré** (2004, Giochi di primavera)
Giovanni ha scritto di seguito, e tra loro attaccati, tutti i numeri da 1 a 23 per formare un unico numero. Qual è il più

piccolo numero che si può ottenere cancellando 23 cifre di quel lungo numero? (Si accettano, come soluzioni, anche numeri che cominciano con 0; anzi .....).

12 Numeri e cifre (2004, Finale nazionale)

Per aprire il nuovo lucchetto della sua bici, Jacob deve comporre un codice che è un numero di tre cifre. Ci sfida ad indovinarlo, dandoci questi indizi: "la somma delle tre cifre del codice è 15. Il numero delle sue decine è il triplo della cifra che indica l'unità". Quali sono le tre cifre del codice?

13 Il numero misterioso (2005, Semifinali locali)

Trova un numero di tre cifre, tutte diverse, tale che:
- la somma delle cifre sia uguale a 10;
- il prodotto delle prime due cifre sia uguale a 6;
- la cifra delle decine sia la maggiore delle tre cifre.

14 Cancellate! (2005, Giochi di primavera)

Quali sono le quattro cifre da cancellare dal numero 7621509 perché il numero rimanente (di tre cifre) sia il più piccolo possibile?

15 Milena non ripete (2006, Semifinali locali)

Milena scrive una sequenza di cifre utilizzando solo 1, 2, 3, 4 e 5 in modo che:
- due cifre vicine siano sempre diverse;
- tutti i numeri formati da due cifre vicine siano diversi.

Per esempio: 123134251 verifica le precedenti condizioni; 12315412 no, perché 12 compare due volte. Quante cifre può scrivere, al massimo, Milena nella sua sequenza?

16 Cominciamo con un numero misterioso (2006, Giochi a squadre)

N è un numero di 3 cifre. Se scambi tra di loro le due più a destra, N aumenta di 36; se scambi le due di sinistra, N aumenta di 270. Adesso prendi le 3 cifre che compongono il numero N, sommale tra di loro e dividi la somma così ottenuta per 3. Qual è il resto?

17 Luca Maria ride (2007, Giochi d'autunno)

Nessuno ha mai capito perché, ma Luca Maria si mette a ridere ogni volta che legge un numero che contiene almeno una "s" (una esse) come per esempio sedici. Quante risate si è fatto Luca Maria, contando tutti i numeri da 1 a 60?

18 Il labirinto (2007, Giochi di allenamento)

Partendo dalla casella indicata con il numero 1, Pietro passa in una casella vicina, scrivendo successivamente, nell'ordine, tutti i numeri fino a 9. I numeri 4 e 9 sono già posizionati e non possono essere spostati. Attenzione: Pietro può passare una sola volta in tutte le nove caselle. Completa in questo modo il quadrato.

1	4	
9		

19 La crescita (2008, Finale internazionale)

Riempi lo schema a lato, sapendo che: ogni casella deve contenere una e una sola cifra; ogni riga e ogni colonna deve contenere tutte le cifre da 1 a 5; i numeri di cinque cifre che si ottengono leggendo le linee da sinistra a destra e le colonne dall'alto al basso sono tutti diversi e, fra essi, il più piccolo si legge nella colonna indicata da "1", quello seguente, in ordine di grandezza nella riga indicata da "2" e così via, fino al più grande che si legge nella colonna indicata da "10".

	5	1	10	4	7
6					
2					
8					
9					
3					

Le operazioni con i numeri

Capitolo **3**
ESERCIZI

1 L'addizione

teoria pag. 32

- ✗ L'**operazione** fra due numeri è quel particolare procedimento che a due numeri, presi in un certo ordine, fa corrispondere un terzo numero. Quest'ultimo è il **risultato** dell'operazione;
- ✗ l'**addizione** è l'operazione che fa corrispondere a due numeri un terzo numero, ottenuto contando di seguito al primo tante unità quante ne indica il secondo;
- ✗ i termini dell'addizione si chiamano **addendi**; il risultato si chiama **somma**;
- ✗ l'addizione è un'operazione interna ad N;
- ✗ lo **zero** è l'elemento **neutro** dell'addizione;
- ✗ l'operazione di addizione con i numeri naturali e decimali è **sempre possibile**.

Comprensione della teoria

1 Delle seguenti affermazioni indica quali sono vere e quali false:

a. l'addizione è un'operazione che associa a due numeri un terzo numero ottenuto contando di seguito al primo tante unità quante ne indica il secondo termine V F
b. i termini dell'addizione si chiamano numeri V F
c. gli addendi sono i due numeri da addizionare V F
d. l'addizione è il segno che si interpone fra i due addendi V F
e. addizione e somma sono sinonimi V F
f. l'elemento neutro dell'addizione è il numero 1. V F

2 Nell'operazione $5 + 3 + 8 = 16$ il numero 16 si chiama:
a. addendo; **b.** somma; **c.** 4° termine dell'addizione; **d.** fattore.

3 Delle seguenti affermazioni indica quali sono quelle vere e quale è falsa:
a. addizionando tra loro una coppia di numeri pari si ottiene sempre un numero pari V F
b. addizionando tra loro una coppia di numeri dispari si ottiene sempre un numero dispari V F
c. addizionando tra loro un numero dispari con uno pari si ottiene sempre un numero dispari. V F

4 Completa la tabella a lato e rispondi alle domande:
a. tutte le caselle risultano piene?
b. Esiste l'elemento neutro?
c. Se esiste qual è?

Addendo

Minuendo: +	1	9	6	0	2	5
5						
2						
0						
6						
9						

5 Mettendo in colonna gli addendi 17,32 e 645,8 quale cifra del secondo addendo si trova sotto il 3?
a. 0; **b.** 8; **c.** 5; **d.** 6.

6 Mettendo in colonna gli addendi 763,824 e 29,16, quale cifra del secondo addendo si trova sotto il 2?
a. 1; **b.** 6; **c.** 9; **d.** 2.

7 Come si devono incolonnare gli addendi $3{,}15 + 15{,}7$?

a. 3,15 +
15,7 =

b. 3,150 +
15,7 =

c. 3,15 +
15,70 =

d. 3,1500 +
15,70 =

Considera le seguenti addizioni scritte in colonna, individua quelle disposte in modo sbagliato e correggi l'errore.

8

```
a. 225 +        b. 131 +        c. 815 +
   15  +           710 +            10 +
   7   =           7   =             5 =
```

9

```
a.   31 +       b.   6 +        c.  810 +
     7  +          310 +            35  +
    510 =           27 =           1410 =
```

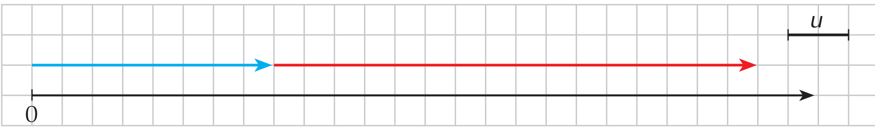
10

```
a. 3,15 +       b. 31,4 +       c. 16,8  +
   7 10 +           5,6 +          310   +
      5 =          115  =            6,42 =
```

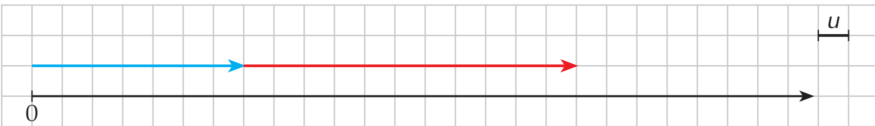
Applicazione

Scrivi accanto a ciascuno dei seguenti grafici l'operazione che è rappresentata.

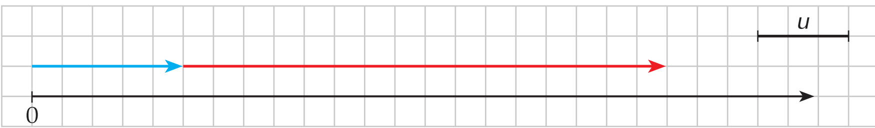
11



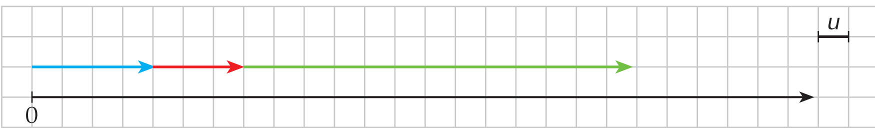
12



13



14



Esegui mentalmente le seguenti addizioni e rappresentale graficamente.

15 **a.** $3 + 4$; **b.** $7 + 0$; **c.** $5 + 3$.

16 **a.** $9 + 1$; **b.** $7 + 5$; **c.** $6 + 3$.

17 **a.** $8 + 10$; **b.** $14 + 3$; **c.** $2 + 5$.

Calcola, quando è possibile, i valori di x per i quali sono vere le seguenti uguaglianze.

18 **a.** $x + 15 = 20$; **b.** $18 + x = 20$; **c.** $x + 20 = 20$.

19 **a.** $x + 37 = 40$; **b.** $15 + x = 15$; **c.** $68 + x = 100$.

20 **a.** $x + 42 = 50$; **b.** $62 + x = 60$; **c.** $x + 89 = 10$.

21 **a.** $118 + x = 140$; **b.** $x + 15 = 39$; **c.** $57 + x = 90$.

22 **a.** $x + 100 = 90$; **b.** $36 + x = 101$; **c.** $25 + x = 26$.

23 **a.** $28 + x = 180$; **b.** $x + 200 = 220$; **c.** $x + 39 = 40$.

24 Alcune delle seguenti addizioni sono errate. Sostituisci in queste un addendo in modo che risultino esatte:
a. $32 + 8 = 40$; **b.** $19 + 21 = 40$; **c.** $28 + 18 = 36$.

Nelle seguenti addizioni con numeri naturali inserisci al posto dei puntini un numero in modo che ciascuna uguaglianza risulti vera.

25 **a.** ..... + 5 = 20; **b.** 15 + ... = 31; **c.** ..... + 16 = 36.

26 **a.** 20 + ... + 5 = 33; **b.** ..... + 12 + 16 = 38; **c.** 13 + 16 + ... = 43.

27 **a.** 12 + 15 + ... + 6 = 42; **b.** ..... + 4 + 18 + 6 = 46; **c.** ..... + 10 + 15 + 8 + 9 = 55.

28 Stabilisci come sono state ottenute le seguenti serie numeriche:

a. 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14;
b. 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17;
c. 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21;
d. 0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35.

29 Osserva le seguenti serie numeriche e prova a sommare, per ognuna di esse, il primo termine con l'ultimo, il secondo col penultimo, e così via.......... Cosa noti?

a. 2, 5, 8, 11, 14, 17;
b. 5, 9, 13, 17, 21, 25;
c. 3, 5, 7, 9, 11, 13.

Completa i seguenti quadrati magici.
(Suggerimento: un quadrato magico è una tabella con 9 caselle in cui la somma dei numeri contenuti in ciascuna riga, in ciascuna colonna e nelle due diagonali deve sempre essere uguale).

30 **a.**

4	3	8
	5	

b.

2		6
9		
4		

c.

9		
4	6	
5		

31 **a.**

12	5	10
	9	

b.

31	73	7
		43

c.

		8
	20	28
		24

Esegui le seguenti addizioni disponendo gli addendi in colonna.

32 Esercizio guida

a. 25 + 6; **b.** 124 + 45; **c.** 12,9 + 189,6.

Svolgimento

Per eseguire il calcolo in colonna si posizionano una sotto l'altra le cifre degli addendi rispettando l'ordine (unità con unità, decine con decine e cosi via per tutte le cifre, comprese quelle decimali). Si sommano quindi le cifre relative allo stesso ordine partendo dalla cifra più a destra ed effettuando eventualmente il riporto nella colonna dell'ordine superiore. In questo modo otteniamo:

a. $\begin{array}{r} 25\ + \\ 6\ = \\ \hline 31 \end{array}$ **b.** $\begin{array}{r} 124\ + \\ 45\ = \\ \hline 169 \end{array}$ **c.** $\begin{array}{r} 12{,}9\ + \\ 189{,}6\ = \\ \hline 202{,}5 \end{array}$

33 **a.** 32 + 40; **b.** 28 + 36; **c.** 52 + 68.

34 **a.** 27 + 33; **b.** 62 + 88; **c.** 93 + 17.

35 **a.** 59 + 81; **b.** 27 + 43; **c.** 69 + 101.

36 **a.** 51 + 109; **b.** 201 + 79; **c.** 701 + 29.

37 a. 35 + 171; b. 2150 + 71; c. 1253 + 451.

38 a. 750 + 2153; b. 1245 + 79810; c. 4545 + 7289.

39 a. 36 + 28 + 46; b. 51 + 39 + 28; c. 101 + 12 + 9.

40 a. 67 + 33 + 25; b. 96 + 34 + 1; c. 89 + 201 + 13.

41 a. 39 + 17 + 14; b. 45 + 27 + 25; c. 39 + 41 + 100.

42 a. 89 + 201 + 5; b. 3 + 171 + 96; c. 103 + 2 + 151.

43 a. 408 + 12 + 22; b. 2 + 907 + 51; c. 25 + 0 + 193.

44 a. 36 + 508 + 32; b. 1010 + 2 + 31; c. 965 + 3 + 2705.

45 a. 1025 + 1 + 29; b. 5 + 2485 + 12; c. 29 + 136 + 5721.

46 a. 29 + 2710 + 11; b. 3487 + 270 + 13; c. 6940 + 12485.

47 a. 5715 + 9605 + 14; b. 125 + 17 + 8924 + 90; c. 13021 + 2895 + 135.

48 a. 9792 + 12820 + 8; b. 15965 + 12 + 9953 + 9; c. 16800 + 3 + 47 + 150.

49 a. 3257 + 13982 + 15; b. 26481 + 19689 + 237; c. 15601 + 13002 + 5671.

● 50 a. 1236 + 2572 + 543 + 99; b. 2870 + 43000 + 523 + 9679.

● 51 a. 13657 + 43887 + 194 + 4655; b. 66928 + 80 + 22434 + 1900.

● 52 a. 4878 + 169003 + 8 + 3763; b. 6 + 228600 + 58 + 1557.

●● 53 a. 4555 + 3822 + 657 + 1650 + 278; b. 4766 + 92 + 2559 + 400 + 1839.

●● 54 a. 128990 + 23 + 56438 + 1444 + 8; b. 77 + 549000 + 2 + 45871 + 948.

Esegui le seguenti addizioni disponendo gli addendi in colonna.

55 a. 0,5 + 12,7; b. 21,6 + 0,4; c. 9,45 + 8,351.

56 a. 315,71 + 21,1; b. 41,35 + 715,51; c. 215,3 + 72,137.

57 a. 8,5 + 11,6; b. 5,26 + 9,4; c. 1458,9 + 5,879.

58 a. 14,5 + 21,8; b. 0,458 + 98,557; c. 74,58 + 9,4589.

59 a. 2113,65 + 21,1365; b. 61,3 + 415,895; c. 61,25 + 36,121.

60 a. 195,27 + 0,33; b. 25 + 12,8; c. 36,2 + 47 + 1,5.

61 a. 5 + 17,4 + 2,6; b. 11 + 11,51; c. 28,66 + 33,24.

62 a. 65 + 12,8 + 0,2; b. 0,9 + 2,1 + 0,5; c. 0,028 + 5,432.

63 a. 15,2 + 0,37; b. 8,36 + 12,65 + 0,01; c. 45,67 + 181,25 + 480,364.

● 64 a. 145,42 + 379,051 + 2; b. 1469,01 + 0,1567 + 304,0721.

● 65 a. 641,3 + 15007,107 + 19481; b. 159741 + 0,12 + 138,4917.

●● 66 a. 23,87 + 128,387 + 9,2 + 0,999; b. 34,87 + 123,901 + 3,6 + 254.

●● 67 a. 47,9 + 0,857 + 279,024 + 1,725; b. 237,9 + 1238 + 74,82 + 16,935.

●● 68 a. 128 + 56,82 + 8,943 + 20,002 + 9,45; b. 34,6 + 80 + 3,0065 + 2453,9 + 387,902.

Nelle seguenti addizioni con numeri decimali inserisci al posto dei puntini un numero tale che ciascuna uguaglianza risulti vera.

●● 69 a. ..... + 1,4 = 2; b. 0,5 + ... = 1; c. ..... + 0,91 = 3.

●● 70 a. ..... + 1,5 + 0,3 = 2; b. 0,4 + 1,5 + ... = 3; c. 1,2 + ... + 2,4 = 6.

71 **a.** $2{,}4 + 0{,}1 + 1{,}2 + ... = 4$; **b.** $1{,}9 + 0{,}2 + ... = 5$; **c.** $2{,}15 + 3{,}29 + ... = 6$.

72 **a.** $3{,}05 + 7{,}05 + ... = 12$; **b.** $1{,}5 + 0{,}09 + ... = 5$; **c.** $12{,}5 + 9{,}5 + ... = 25$.

73 **a.** $1{,}45 + 2{,}45 + ... = 4$; **b.** $3{,}6 + 2{,}4 + ... = 7$; **c.** $4 + 1{,}02 + ... = 6$.

74 Disponi in ordine crescente le somme ottenute delle seguenti addizioni:
a. $0{,}75 + 3{,}004 + 15 + 0{,}2$; **b.** $4{,}06 + 5{,}72 + 7{,}008 + 0{,}345$;
c. $3{,}84 + 12 + 0{,}015 + 0{,}95$; **d.** $1{,}25 + 0{,}2 + 5{,}4 + 0{,}31$.

2 Le proprietà dell'addizione

teoria pag. 33

- **Proprietà commutativa:** la somma di due o più addendi non cambia se si cambia in un qualsiasi modo il loro ordine;
- **proprietà associativa:** la somma di due o più addendi non cambia se a due o più di essi sostituiamo la loro somma;
- **proprietà dissociativa:** la somma di due o più addendi non cambia se ad uno di essi ne sostituiamo altri due, o più, tali che sommati diano quell'addendo.

Comprensione della teoria

75 Osserva le seguenti uguaglianze e metti una crocetta sul SI se è stata applicata la proprietà commutativa, sul NO se non è stata applicata:
a. $15 + 12 + 13 = 15 + 13 + 12$ SI NO
b. $16 + 13 + 14 = 16 + 13 + 14$ SI NO
c. $28 + 21 + 32 = 32 + 28 + 21$ SI NO
d. $16 + 20 + 15 = 16 + 20 + 15$. SI NO

76 Osserva le seguenti uguaglianze e metti una crocetta sul SI se è stata applicata la proprietà associativa, e sul NO se non è stata applicata:
a. $10 + 12 + 4 + 15 = 10 + 16 + 15$ SI NO
b. $32 + 18 + 14 + 17 = 32 + 17 + 18 + 14$ SI NO
c. $21 + 9 + 10 + 22 + 5 = 21 + 19 + 22 + 5$ SI NO
d. $96 + 19 + 21 + 84 = 84 + 21 + 19 + 96$ SI NO
e. $120 + 19 + 37 + 10 = 130 + 19 + 37$. SI NO

77 Osserva le seguenti uguaglianze e metti una crocetta sul SI se è stata applicata la proprietà dissociativa, sul NO se non è stata applicata:
a. $28 + 12 + 17 = 28 + 5 + 7 + 17$ SI NO
b. $35 + 26 + 49 = 35 + 25 + 1 + 49$ SI NO
c. $128 + 32 + 14 + 7 = 160 + 14 + 7$ SI NO
d. $79 + 11 + 32 + 28 = 70 + 9 + 11 + 30 + 2 + 28$ SI NO
e. $36 + 17 + 3 + 44 + 6 = 36 + 20 + 50$. SI NO

78 Quale proprietà è stata applicata nell'addizione $147 + 25 = 140 + 7 + 20 + 5$?
a. dissociativa; **b.** invariantiva; **c.** distributiva; **d.** commutativa.

Applicazione

Calcola le seguenti somme; applica poi a ciascuna operazione la proprietà commutativa e verifica che il risultato non cambia.

79 **a.** $15 + 17 + 23$; **b.** $12 + 5 + 3$; **c.** $10 + 20 + 30$.

80 **a.** $100 + 105 + 14$; **b.** $14 + 16 + 20$; **c.** $15 + 30 + 15 + 10$.

81 **a.** $36 + 40 + 14$; **b.** $125 + 19 + 25 + 1$; **c.** $131 + 4 + 36$.

82 **a.** $25 + 16 + 15$; **b.** $19 + 30 + 21$; **c.** $69 + 12 + 11$.

83 **a.** $85 + 17 + 25 + 13$; **b.** $96 + 19 + 24 + 31$; **c.** $37 + 25 + 48$.

84 **a.** $280 + 340 + 120 + 160$; **b.** $6{,}25 + 5{,}18 + 2{,}75 + 0{,}22$; **c.** $3{,}2 + 4{,}6 + 5{,}2$.

Calcola le seguenti somme; applica poi a ciascuna di esse la proprietà associativa e verifica che il risultato non cambia.

85 **a.** $18 + 12 + 37 + 13$; **b.** $42 + 28 + 99 + 1$; **c.** $79 + 11 + 46 + 34$.

86 **a.** $119 + 111 + 72 + 88$; **b.** $0{,}86 + 7{,}14 + 2{,}85$; **c.** $165 + 25 + 137 + 23$.

87 Esegui le seguenti addizioni applicando opportunamente la proprietà associativa in modo da formare le decine:
a. $22 + 18 + 7 + 13$; **b.** $21 + 7 + 43 + 9$; **c.** $54 + 8 + 32 + 16$.

88 Esegui le seguenti addizioni applicando opportunamente la proprietà associativa in modo da formare le centinaia:
a. $48 + 52 + 20$; **b.** $23 + 77 + 30$; **c.** $93 + 7 + 24 + 76$.

Prima di eseguire le seguenti addizioni applica opportunamente la proprietà commutativa e associativa.

89 **a.** $12 + 17 + 8 + 3$; **b.** $21 + 33 + 9 + 7$; **c.** $34 + 19 + 6 + 1$.

90 **a.** $25 + 24 + 5 + 6$; **b.** $9 + 32 + 41 + 18$; **c.** $23 + 16 + 27 + 14$.

91 **a.** $75 + 54 + 25 + 6$; **b.** $16 + 46 + 34 + 44$; **c.** $98 + 18 + 2 + 22$.

92 **a.** $27 + 17 + 33 + 23$; **b.** $67 + 97 + 3 + 23$; **c.** $64 + 44 + 6 + 16$.

Esegui le seguenti addizioni; associa poi due o più addendi in modo tale che la loro somma sia 30 e verifica se il risultato è cambiato.

93 **a.** $9 + 21 + 5$; **b.** $27 + 3 + 8$; **c.** $28 + 2 + 10$; **d.** $26 + 4 + 10$.

94 **a.** $17 + 13 + 5 + 25$; **b.** $29 + 1 + 24 + 6$; **c.** $19 + 11 + 23 + 7$; **d.** $14 + 16 + 20 + 10$.

Dissocia i seguenti numeri in due o più addendi tali che la loro somma sia uguale al numero considerato.

95 **a.** 31; **b.** 53; **c.** 62; **d.** 38.

96 **a.** 74; **b.** 72; **c.** 95; **d.** 29.

97 **a.** 27; **b.** 25; **c.** 84; **d.** 30.

98 Esegui le seguenti addizioni, dissocia poi l'addendo 21 in $20 + 1$ e associa il numero 1 con l'altro addendo. Che cosa noti?
a. $21 + 19$; **b.** $21 + 49$; **c.** $21 + 29$; **d.** $21 + 139$.

Calcola le seguenti somme; applica poi a ciascuna di esse la proprietà dissociativa e verifica che il risultato non cambia.

99 **a.** $12 + 18 + 22$; **b.** $37 + 13 + 29 + 11$; **c.** $31 + 49 + 16$.

100 **a.** $86 + 174 + 212$; **b.** $9{,}21 + 5{,}29 + 8{,}2$; **c.** $29 + 11 + 39 + 21$.

Calcola le seguenti somme; applica poi a ciascuna operazione prima la proprietà associativa, poi quella dissociativa e verifica che in entrambi i casi il risultato non cambia.

101 **a.** $36 + 4 + 39 + 1$; **b.** $28 + 42 + 11 + 9$; **c.** $68 + 12 + 17 + 13$.

102 **a.** $142 + 18 + 14$; **b.** $133 + 427 + 21$; **c.** $585 + 75 + 310$.

Nelle seguenti addizioni, ogni passaggio si ottiene dal precedente applicando ad esso una proprietà. Stabilisci quale.

103 $16 + 21 + 4 + 9 = 16 + 4 + 21 + 9 = (16 + 4) + (21 + 9) = 50.$

104 $32 + 27 + 19 + 14 = 32 + 19 + 27 + 14 = 32 + 18 + 1 + 27 + 13 + 1 = (32 + 18) + 1 + (27 + 13) + 1 = 92.$

105 $26 + 29 + 39 = 25 + 1 + 29 + 30 + 9 = 30 + 1 + 29 + 25 + 9 = 30 + (1 + 29) + 25 + 9 = 94.$

106 $21 + 45 + 32 + 25 = 21 + 32 + 45 + 25 = 21 + 32 + (45 + 25) = 123.$

107 $28 + 17 + 32 + 23 = 28 + 32 + 17 + 23 = (28 + 32) + (17 + 23) = 60 + 40 = 100.$

Indica quali proprietà sono state applicate alle seguenti uguaglianze e calcola le somme relative.

108 $22 + 19 + 28 + 31 = 22 + 28 + 19 + 31.$

109 $17 + 24 + 16 + 13 = 17 + 13 + 24 + 16.$

110 $136 + 47 + 24 + 23 = 100 + 36 + 24 + 47 + 23.$

111 $155 + 36 + 45 + 124 = 100 + 55 + 45 + 36 + 24 + 100.$

112 $12{,}8 + 7{,}45 + 1{,}2 + 2{,}55 = 12{,}8 + 1{,}2 + 7{,}45 + 2{,}55.$

Calcola nel modo più rapido possibile il risultato delle seguenti addizioni con numeri naturali applicando opportunamente le proprietà relative.

113 Esercizio guida

$120 + 83 + 57 + 150.$

Svolgimento

$120 + 83 + 57 + 150 =$ (dissociando) $= 120 + 80 + 3 + 50 + 7 + 150 =$ (commutando)
$= 120 + 80 + 3 + 7 + 50 + 150 =$ (associando) $= (120 + 80) + (3 + 7) + (50 + 150) =$ (associando)
$= 200 + 10 + 200 =$ (associando) $= 210 + 200 = 410.$

114 **a.** $19 + 32 + 11 + 8$; **b.** $36 + 33 + 7 + 14$; **c.** $38 + 17 + 22 + 13$.

115 **a.** $42 + 9 + 21 + 8$; **b.** $175 + 423 + 25 + 77$; **c.** $17 + 18 + 3 + 2$.

116 **a.** $59 + 28 + 61 + 12$; **b.** $51 + 28 + 39 + 22$; **c.** $27 + 36 + 53 + 14$.

117 **a.** $21 + 17 + 9 + 13$; **b.** $26 + 19 + 34 + 11$; **c.** $28 + 37 + 13 + 22$.

118 **a.** $75 + 25 + 54 + 46$; **b.** $29 + 13 + 71 + 37$; **c.** $69 + 38 + 31 + 32$.

119 **a.** $73 + 27 + 58 + 42$; **b.** $108 + 42 + 57 + 23$; **c.** $68 + 25 + 12$.

120 **a.** $157 + 43 + 25$; **b.** $345 + 28 + 55 + 12$; **c.** $56 + 457 + 44 + 3$.

121 **a.** $45 + 455 + 160$; **b.** $195 + 205 + 165$; **c.** $934 + 81 + 66 + 19$.

122 **a.** $29 + 184 + 86 + 11$; **b.** $1320 + 980 + 15$; **c.** $691 + 9 + 140 + 160$.

123 **a.** $128 + 1000 + 72$; **b.** $952 + 5 + 48 + 95$; **c.** $199 + 801 + 361$.

124 **a.** $251 + 149 + 720 + 30$; **b.** $371 + 229 + 15 + 5$; **c.** $2485 + 515 + 28 + 12$.

125 **a.** $21 + 36 + 29 + 14$; **b.** $1491 + 9 + 128 + 32$; **c.** $29 + 37 + 31 + 43$.

126 **a.** $57 + 28 + 23 + 22$; **b.** $35 + 12 + 85 + 27$; **c.** $31 + 49 + 25 + 15$.

127 **a.** $181 + 99 + 128 + 32$; **b.** $149 + 85 + 151 + 35$; **c.** $2741 + 359 + 259 + 41$.

128 **a.** $244 + 108 + 102$; **b.** $3 + 7 + 17 + 117 + 290$; **c.** $837 + 13 + 1480 + 500 + 20$.

129 **a.** $279 + 69 + 96 + 11$; **b.** $127 + 293 + 1485 + 15$; **c.** $910 + 318 + 87$.

Calcola nel modo più rapido possibile il risultato delle seguenti addizioni con numeri decimali applicando opportunamente le proprietà relative.

- **130** **a.** $1{,}4 + 3{,}2 + 0{,}6$; **b.** $5{,}2 + 4{,}1 + 0{,}8$; **c.** $0{,}4 + 2{,}5 + 1{,}6$.
- **131** **a.** $1{,}5 + 3 + 0{,}5$; **b.** $0{,}6 + 2{,}1 + 0{,}4$; **c.** $0{,}1 + 1{,}6 + 0{,}9$.
- **132** **a.** $2{,}7 + 0{,}5 + 0{,}3 + 1{,}5$; **b.** $0{,}5 + 3{,}8 + 1{,}2$; **c.** $4{,}3 + 2{,}2 + 3{,}7$.
- **133** **a.** $0{,}1 + 4{,}4 + 0{,}9 + 0{,}6$; **b.** $0{,}4 + 1{,}8 + 2{,}8$; **c.** $3{,}5 + 0{,}5 + 1{,}6$.
- **134** **a.** $0{,}7 + 0{,}3 + 1{,}6 + 0{,}4$; **b.** $1{,}8 + 1{,}2 + 3{,}7 + 1{,}3$; **c.** $3{,}3 + 2{,}5 + 1{,}7$.
- **135** **a.** $1{,}2 + 1{,}8 + 2{,}2$; **b.** $3{,}7 + 1{,}3 + 2{,}0 + 1{,}1$; **c.** $5{,}4 + 1{,}7 + 4{,}6$.
- **136** **a.** $12{,}5 + 8{,}9 + 0{,}1 + 0{,}5$; **b.** $6{,}9 + 2{,}7 + 0{,}1 + 0{,}3$; **c.** $0{,}01 + 0{,}09 + 0{,}9$.
- **137** **a.** $56{,}4 + 16{,}6 + 8{,}2 + 11$; **b.** $25{,}36 + 0{,}74 + 28{,}6$; **c.** $1{,}5 + 0{,}6 + 0{,}5 + 2{,}4$.
- **138** **a.** $150{,}45 + 0{,}55 + 27$; **b.** $190{,}489 + 11 + 0{,}011$; **c.** $3{,}8 + 1{,}1 + 3{,}2 + 1{,}9$.
- **139** **a.** $0{,}48 + 3{,}11 + 1{,}245$; **b.** $119{,}61 + 5{,}29 + 8{,}217$; **c.** $1{,}5 + 3{,}7 + 2{,}5 + 1{,}3$.

3 La sottrazione

teoria pag. 35

- La **sottrazione** è quell'operazione che fa corrispondere a due numeri un terzo numero che addizionato al secondo dà come risultato il primo;
- i termini della sottrazione si chiamano **minuendo** e **sottraendo**; il risultato si chiama **differenza o resto**;
- la sottrazione non è un'operazione interna ad $\boldsymbol{N}$;
- la differenza di due numeri uguali è zero;
- se il sottraendo è zero la differenza è uguale al minuendo.

Comprensione della teoria

140 Nell'operazione $140 - 31 = 109$ il sottraendo è dato da:
a. $140 - 31$; **b.** 140; **c.** 31; **d.** 109.

141 Completa la seguente tabella:

Sottrazione	Minuendo	Sottraendo	Differenza
15 – 12	15	12	3
20 – 17			
120 – 20			
	100	80	
36 – 16			

142 Completa le seguenti tabelle lasciando lo spazio vuoto per le sottrazioni che non sono possibili con i numeri naturali.

a. Sottraendo (colonne), Minuendo (righe)

–	0	9	7	3	2	1
6						
9						
10						
5						

b. Sottraendo (colonne), Minuendo (righe)

–	2	8	5	0	11
12					
10					
8					
0					

c. Sottraendo (colonne), Minuendo (righe)

–	3	4	5	1	7
11					
10					
2					
0					

143 Stabilisci quali delle seguenti sottrazioni fra numeri naturali non danno origine ad un numero naturale:
a. 96 – 45; **b.** 125 – 89; **c.** 480 – 520; **d.** 55 – 57; **e.** 901 – 901.

144 Quando il sottraendo è maggiore del minuendo la differenza è:
a. il numero 0; **b.** un numero decimale; **c.** un numero naturale; **d.** un numero relativo.

145 Quale fra le seguenti sottrazioni è stata eseguita correttamente?

a.	b.	c.	d.
621,7 –	621,7000 –	621,70 –	621,7000 –
1,1071 =	1,1071 =	1,1071 =	1,1071 =
5,1099	620,6039	511,09	620,5929

Considera le seguenti sottrazioni in colonna, individua quelle disposte in modo sbagliato, correggi l'errore e calcola la relativa differenza.

146

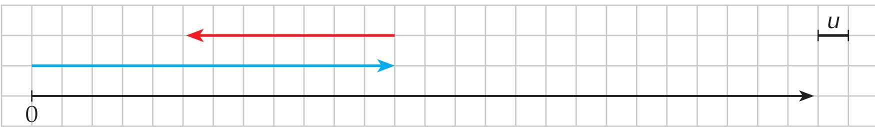
a.	b.	c.
215 –	4224 –	7410 –
18 =	395 =	83 =

147

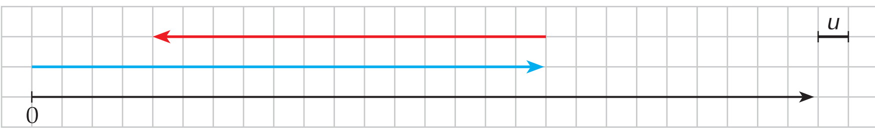
a.	b.	c.
15,7 –	715,04 –	81,53 –
3,52 =	38 =	31,4 =

Applicazione

Scrivi accanto a ciascuno dei seguenti grafici l'operazione che è rappresentata.

148


149


150


151


152


Completa le seguenti sottrazioni.

153 **a.** 15 – 2 = 13 perché 13 + 2 = 15; **b.** 21 – 12 = ... perché ....
154 **a.** 39 – 11 = ... perché ....; **b.** 122 – 48 = ... perché ....
155 **a.** 480 – 102 = ... perché ....; **b.** 198 – 98 = ... perché ....
156 **a.** 20 – 12 = ... perché ....; **b.** 25 – 0 = ... perché ....
157 **a.** 36 – 36 = ... perché ....; **b.** 149 – 53 = ... perché ....

Sostituisci al posto dei puntini i numeri corrispondenti.

158 $20 \underset{+\,5}{\overset{-\,5}{\rightleftarrows}} 15$ $16 \underset{+\,......}{\overset{-\,......}{\rightleftarrows}} 2$ $32 \underset{+\,......}{\overset{-\,......}{\rightleftarrows}} 7$ $...... \underset{+\,12}{\overset{-\,......}{\rightleftarrows}} 20$

159 $38 \underset{+\,30}{\overset{-\,30}{\rightleftarrows}} 8$ $27 \underset{+\,......}{\overset{-\,......}{\rightleftarrows}} 7$ $48 \underset{+\,......}{\overset{-\,......}{\rightleftarrows}} 43$ $26 \underset{+\,......}{\overset{-\,......}{\rightleftarrows}} 19$

160 $29 \underset{+\,11}{\overset{-\,11}{\rightleftarrows}} ......$ $...... \underset{+\,5}{\overset{-\,5}{\rightleftarrows}} 6$ $90 \underset{+\,8}{\overset{-\,8}{\rightleftarrows}} ......$ $90 \underset{+\,9}{\overset{-\,9}{\rightleftarrows}} ......$

161 Completa, dove possibile, la seguente tabella eseguendo le operazioni indicate:

a	b	$a - b$	$a + b$
12	8	$12 - 8 = 4$	$12 + 8 = 20$
20	17		
10	15		
195	325		
125	20		
28	36		
400	201		

Inserisci al posto dei puntini un numero naturale opportuno.

162 **a.** $16 - ...... = 2$; **b.** $...... - 58 = 1$; **c.** $75 - ...... = 0$.

163 **a.** $32 - ...... = 15$; **b.** $26 - ...... = 19$; **c.** $...... - 16 =$ impossibile in N.

164 **a.** $...... - 32 = 3$; **b.** $73 - ..... = 16$; **c.** $..... - 13 = 7$.

● **165** **a.** $40 - 20 - ...... = 3$; **b.** $25 - .... - 3 = 12$; **c.** $..... - 5 - 4 = 3$.

● **166** **a.** $50 - ...... - 10 - 5 = 25$; **b.** $..... - 12 - 10 - 3 = 5$; **c.** $..... - 6 - 4 - 1 = 0$.

Calcola il valore numerico della x nelle seguenti sottrazioni.

167 **a.** $x - 20 = 30$; **b.** $x - 28 = 48$; **c.** $x - 17 = 37$.

168 **a.** $x - 15 = 20$; **b.** $32 - x = 20$; **c.** $23 - x = 17$.

169 **a.** $28 - x = 13$; **b.** $x - 34 = 18$; **c.** $52 - x = 14$.

170 **a.** $28 - x = 18$; **b.** $36 - x = 21$; **c.** $x - 31 = 51$.

171 **a.** $46 - x = 10$; **b.** $51 - x = 28$; **c.** $18 - x = 18$.

Inserisci al posto dei puntini un numero tale che ciascuna uguaglianza risulti vera.

● **172** **a.** $1{,}6 - ..... = 1$; **b.** $..... - 0{,}5 = 0{,}5$; **c.** $2{,}4 - ..... = 1{,}2$.

● **173** **a.** $4{,}2 - ..... - 1{,}5 = 2$; **b.** $..... - 0{,}6 - 0{,}4 = 0$; **c.** $3{,}6 - ..... - 0{,}2 = 2$.

● **174** **a.** $3{,}4 - ..... - 1{,}2 = 0{,}4$; **b.** $..... - 1{,}6 - 0{,}4 = 1$; **c.** $2{,}8 - 1{,}4 - .... = 0$.

● **175** **a.** $4{,}2 - 0{,}1 - ..... = 3{,}2$; **b.** $..... - 1{,}1 - 0{,}2 = 0{,}2$; **c.** $2{,}1 - ..... - 0{,}7 = 0$.

●● **176** **a.** $0{,}1 - ..... - 0{,}001 = 0{,}089$; **b.** $0{,}9 - 0{,}09 - 0{,}009 = ...$; **c.** $..... - 1{,}7 - 0{,}7 - 0{,}07 = 1{,}23$.

Esegui le seguenti sottrazioni disponendo i termini in colonna.

177 **Esercizio guida**

a. 32 – 14; **b.** 185 – 63; **c.** 21,5 – 1,83.

Svolgimento

Analogamente all'addizione, per eseguire una sottrazione in colonna dobbiamo posizionare una sotto l'altra le cifre del minuendo e del sottraendo rispettando l'ordine (unità con unità, decine con decine e così via per tutte le cifre comprese quelle decimali). Si sottraggono quindi le cifre relative allo stesso ordine partendo da quella di ordine inferiore ed eventualmente chiedendo il prestito nella colonna dell'ordine superiore. In questo modo otteniamo:

a.	b.	c.
32 –	185 –	21,50 –
14 =	63 =	1,83 =
18	122	19,67

178 **a.** 125 – 89; **b.** 816 – 318; **c.** 161 – 87.
179 **a.** 1215 – 721; **b.** 1413 – 265; **c.** 3100 – 817.
180 **a.** 450 – 19; **b.** 600 – 32; **c.** 400 – 71.
181 **a.** 112 – 11; **b.** 291 – 17; **c.** 385 – 69.
182 **a.** 515 – 21; **b.** 675 – 207; **c.** 439 – 281.
183 **a.** 928 – 632; **b.** 851 – 603; **c.** 785 – 126.
184 **a.** 657 – 348; **b.** 954 – 819; **c.** 257 – 169.
185 **a.** 482 – 118; **b.** 328 – 319; **c.** 1110 – 91.
186 **a.** 698 – 129; **b.** 985 – 159; **c.** 2741 – 1799.
187 **a.** 2789 – 1766; **b.** 730 – 128; **c.** 566 – 489.
188 **a.** 1999 – 1526; **b.** 836 – 488; **c.** 373 – 129.
189 **a.** 13489 – 12799; **b.** 1256 – 939; **c.** 1287 – 999.
190 **a.** 15636 – 10020; **b.** 935 – 828; **c.** 753 – 357.
191 **a.** 5631 – 3747; **b.** 801 – 109; **c.** 5633 – 4285.
192 **a.** 12636 – 8329; **b.** 1248 – 1009; **c.** 636 – 307.
193 **a.** 9445 – 8309; **b.** 27485 – 12; **c.** 10008 – 921.
194 **a.** 736 – 48; **b.** 3645 – 125; **c.** 853 – 67.
195 **a.** 9356 – 3728; **b.** 9541 – 8139; **c.** 2500 – 1099.
196 **a.** 23890 – 4765; **b.** 12000 – 564; **c.** 9932 – 9698.
197 **a.** 123659 – 95673; **b.** 278009 – 69454; **c.** 10000 – 9856.
198 **a.** 56777 – 878; **b.** 11767 – 9800; **c.** 79903 – 53999.
199 **a.** 34675 – 86; **b.** 20000 – 9; **c.** 34562 – 7518.
200 **a.** 32655 – 8592; **b.** 45666 – 9328; **c.** 5112 – 903.
201 **a.** 565 – 147 – 181; **b.** 105 – 18 – 16 – 10; **c.** 144 – 10 – 20 – 3.
202 **a.** 745 – 150 – 322; **b.** 1250 – 152 – 360 – 550; **c.** 5674 – 158 – 90 – 82.

Esegui le seguenti sottrazioni disponendo i termini in colonna.

203 **a.** 215,3 – 71,61; **b.** 81,17 – 68,7; **c.** 217,31 – 41,347.

204 **a.** 717,41 – 87,5; **b.** 200,3 – 15,85; **c.** 417,16 – 325,375.

205 **a.** 56,28 – 12,3; **b.** 35,41 – 8,4; **c.** 28 – 0,25.

206 **a.** 19 – 6,36; **b.** 21,3 – 1,37; **c.** 1,45 – 0,021.

207 **a.** 35 – 19,25; **b.** 128,5 – 102,82; **c.** 595 – 0,25.

208 **a.** 155 – 12,28; **b.** 265,48 – 120; **c.** 267,41 – 12,80.

209 **a.** 2480 – 1720,25; **b.** 3965,41 – 1976,25; **c.** 19,465 – 8,075.

210 **a.** 351,6 – 2,73; **b.** 9,3 – 0,065; **c.** 8,41 – 1,36.

211 **a.** 1241 – 85,33; **b.** 855 – 0,621; **c.** 9,47 – 8.

212 **a.** 13,47 – 0,49; **b.** 151,3 – 150; **c.** 2,41 – 0,98.

● **213** **a.** 6475 – 188,2; **b.** 1764,128 – 12,01; **c.** 5724,401 – 1,005.

● **214** **a.** 1700 – 1695,13; **b.** 0,4548 – 0,0045; **c.** 1432,014 – 5,002.

● **215** **a.** 15648 – 1459,12; **b.** 79842,13 – 188,127; **c.** 1,0015 – 0,00047.

● **216** **a.** 169143 – 12,018; **b.** 549,00701 – 13,47; **c.** 0,00051 – 0,00000034.

● **217** **a.** 3 – 1,9997; **b.** 45,8 – 5,990032; **c.** 123,989 – 123,08792.

● **218** **a.** 23,00045 – 17,99867; **b.** 231,768 – 25,097023; **c.** 450 – 61,8709.

● **219** **a.** 564,9 – 87,76669; **b.** 23,9 – 22,81298; **c.** 444,32 – 68,82223.

● **220** **a.** 2000 – 2,880022; **b.** 100 – 89,00342; **c.** 1000,8 – 999,9999.

● **221** **a.** 4500 – 76,72234; **b.** 3600 – 3550,000003; **c.** 1100,9 – 1009,99988.

I numeri relativi

l'approfondimento è a pag. 36

222 Ordina i seguenti numeri interi relativi in ordine crescente: $-5 \quad -13 \quad -8 \quad 0 \quad +50 \quad -15 \quad +22$.

223 Ordina i seguenti numeri interi relativi in ordine decrescente: $-3 \quad -2 \quad +2 \quad +4 \quad -7 \quad -9 \quad 0 \quad -12$.

● **224** Inserisci al posto dei puntini il simbolo di $>$ (maggiore) o $<$ (minore):
a. +5 ..... – 5; **b.** –2 ..... – 6; **c.** 0 ..... – 1;
d. +4 ..... – 8; **e.** +6 ..... + 3; **f.** –4 ..... – 1.

● **225** Stabilisci quali delle seguenti uguaglianze sono corrette e correggi quelle sbagliate:
a. $5 - 6 = +1$; **b.** $4 - 2 = +2$; **c.** $4 - 8 = 4$;
d. $10 - 12 = -2$; **e.** $15 - 15 = 0$; **f.** $7 - 10 = 3$.

● **226** Esegui mentalmente le seguenti sottrazioni:
a. 5 – 14; **b.** 5 – 7; **c.** 9 – 10;
d. 9 – 19; **e.** 8 – 13; **f.** 16 – 16.

● **227** Completa le seguenti operazioni inserendo, al posto dei puntini, il numero che rende vera l'uguaglianza.
a. 35 – ..... = –25; **b.** 40 – ..... = –33; **c.** 62 – ..... = –50;
d. 6 – ..... = –5; **e.** 10 – ..... = –6; **f.** 6 – ..... = –12.

● **228** Completa la seguente tabella che riporta i movimenti relativi a un conto corrente bancario:

10/05	Saldo iniziale	€ 350
11/05	Prelievo bancomat € 200	....
12/05	Versamento contanti € 100	....
13/05	Prelievo bancomat € 130	....
20/05	Versamento contanti € 200	....
	Saldo finale	....

229 Completa la seguente tabella che riporta le temperature registrate in una certa località:

Ottobre		10°C
Novembre	Calano di 5°C	....
Dicembre	Calano di 8°C	....
Gennaio	Calano di 3°C	....
Febbraio	Aumentano di 10°C	....
	Temperatura finale	....

4 La proprietà dalla sottrazione

teoria pag. 38

✗ **Proprietà invariantiva della sottrazione:** la differenza di due numeri non cambia se a ciascuno di essi si addiziona o si sottrae, se ciò è possibile, uno stesso numero.

Comprensione della teoria

230 La proprietà invariantiva:
a. si applica sia alla sottrazione che all'addizione;
b. afferma che sottraendo o sommando lo stesso numero al sottraendo e al minuendo la differenza non cambia;
c. afferma che cambiando di posto il sottraendo con il minuendo la differenza non cambia.

231 Quali dei seguenti casi si possono ottenere applicando la proprietà invariantiva alla sottrazione 157 – 14?
a. 150 – 7; **b.** 14 – 157; **c.** 160 – 17; **d.** 160 – 10.

Applicazione

Applica la proprietà invariantiva, prima sommando e poi sottraendo il numero 12 alle seguenti sottrazioni e verifica che il risultato non cambia.

232 Esercizio guida

382 – 49 = 333.

Svolgimento

Aggiungiamo 12: (382 + 12) – (49 + 12) = 394 – 61 = 333.

Sottraiamo 12: (382 – 12) – (49 – 12) = 370 – 37 = 333.

233 **a.** 35 – 28; **b.** 78 – 41; **c.** 39 – 15.

234 **a.** 126 – 39; **b.** 245 – 115; **c.** 342 – 252.

235 **a.** 155 – 84; **b.** 426 – 83; **c.** 981 – 455.

Calcola il risultato delle seguenti sottrazioni; applica poi, in ciascuna di esse, la proprietà invariantiva con numeri a tua scelta e verifica che il risultato non cambia.

236 **a.** 400 – 120; **b.** 880 – 68; **c.** 295 – 270.

237 **a.** 136 – 45; **b.** 490 – 45; **c.** 136 – 41.

238 **a.** 990 – 149; **b.** 545 – 129; **c.** 91 – 39.

239 **a.** 35 – 28; **b.** 78 – 41; **c.** 39 – 15.

240 **a.** 128 – 39; **b.** 285 – 125; **c.** 380 – 91.

241 **a.** 1290 – 790; **b.** 4285 – 1396; **c.** 1440 – 1280.

242 **a.** 326 – 97; **b.** 145 – 48; **c.** 818 – 41.

243 **a.** 936 – 64; **b.** 612 – 98; **c.** 124 – 96.

244 **a.** 396 – 89; **b.** 157 – 77; **c.** 565 – 115.

5 La moltiplicazione

teoria pag. 38

- ✗ La **moltiplicazione** è quell'operazione che fa corrispondere a due numeri, un terzo numero ottenuto eseguendo l'addizione di tanti addendi uguali al primo, quanti ne indica il secondo;
- ✗ i termini della moltiplicazione si chiamano **fattori**, il risultato si chiama **prodotto**;
- ✗ la moltiplicazione è un'operazione interna ad N;
- ✗ il numero 1 è l'elemento **neutro** della moltiplicazione;
- ✗ se uno dei fattori di una moltiplicazione è zero, il prodotto è zero;
- ✗ per moltiplicare un numero per **10; 100; 1000** basta aggiungere uno, due, tre zeri alla sua destra oppure spostare la virgola **verso destra** di uno, due, tre posti;
- ✗ per moltiplicare un numero per **0,1; 0,01; 0,001** è necessario spostare la virgola **verso sinistra** di uno, due, tre posti.

Comprensione della teoria

245 Delle seguenti affermazioni indica quali sono vere e quali false:

a. la moltiplicazione è un'operazione che associa a due numeri un terzo numero ottenuto eseguendo la sottrazione di tanti addendi uguali al primo, quanti ne indica il secondo V F
b. la moltiplicazione è un'operazione sempre possibile in N
c. i termini della moltiplicazione si chiamano fattori V F
d. il moltiplicando è il secondo dei due termini della moltiplicazione V F
e. prodotto e moltiplicazione sono sinonimi V F
f. il risultato di una moltiplicazione si chiama prodotto V F
g. l'elemento neutro della moltiplicazione è il numero 1. V F

246 Completa le seguenti frasi:

a. i termini di una moltiplicazione si chiamano nell'ordine ...., ..., e ....;
b. la legge di annullamento del prodotto afferma che il prodotto di due o più fattori è ...., solo se .... è uguale a 0.

Nelle seguenti moltiplicazioni indica, cerchiandoli, i fattori.

247 **a.** $36 \cdot 2 = 72$; **b.** $40 \cdot 5 = 200$; **c.** $39 \cdot 0 = 0$.

248 **a.** $28 \cdot 2 = 56$; **b.** $15 \cdot 2 = 30$; **c.** $4 \cdot 3 \cdot 12 = 144$.

Nelle seguenti moltiplicazioni indica, cerchiandoli, i prodotti.

249 **a.** $2 \cdot 27 = 54$; **b.** $31 \cdot 9 = 279$; **c.** $61 \cdot 1 = 61$.

250 **a.** $16 \cdot 2 = 32$; **b.** $11 \cdot 0 = 0$; **c.** $29 \cdot 5 = 145$.

251 Completa la tabella a lato e rispondi alle seguenti domande:

a. Ci sono delle caselle vuote? SI NO
b. Esiste l'elemento neutro? SI NO
c. Se esiste, qual è?

Fattore

·	4	3	0	2	10
5					
0					
2					
1					

Fattore

Completa le seguenti tabelle.

252

Moltiplicazione	Moltiplicando	Moltiplicatore	Prodotto
$6 \cdot 9$	6	9	54
$20 \cdot 1$			
..... ·	10	5	
..... ·	25		100

253

Moltiplicazione	Moltiplicando	Moltiplicatore	Prodotto
..... ·		8	40
..... · 9			27
..... ·	7		63
16 ·			32

254 La moltiplicazione di due numeri naturali dà origine a un numero:
a. naturale; **b.** decimale; **c.** relativo; **d.** negativo.

255 Moltiplicando 0,517 per 1000 otteniamo un numero:
a. negativo; **b.** relativo; **c.** decimale; **d.** naturale.

256 Per moltiplicare un numero decimale per 0,01 basta:
a. spostare la virgola verso sinistra di un posto;
b. spostare la virgola verso destra di un posto;
c. spostare la virgola verso sinistra di due posti;
d. spostare la virgola verso destra di due posti.

Applicazione

Scrivi le seguenti addizioni sotto forma di prodotto e calcola poi il risultato.

257 **a.** $5 + 5$; **b.** $6 + 6 + 6$; **c.** $7 + 7 + 7 + 7$.

258 **a.** $12 + 12 + 12$; **b.** $11 + 11 + 11$; **c.** $10 + 10 + 10 + 10$.

259 **a.** $17 + 17 + 17$; **b.** $9 + 9 + 9 + 9 + 9$; **c.** $15 + 15 + 15$.

Scrivi i seguenti prodotti sotto forma di addizione e calcola poi il risultato.

260 **a.** $2 \cdot 3$; **b.** $3 \cdot 4$; **c.** $5 \cdot 2$.

261 **a.** $7 \cdot 9$; **b.** $11 \cdot 3$; **c.** $9 \cdot 7$.

262 **a.** $25 \cdot 4$; **b.** $12 \cdot 5$; **c.** $20 \cdot 7$.

Esegui mentalmente le seguenti moltiplicazioni.

263 **a.** $4 \cdot 15$; **b.** $9 \cdot 6$; **c.** $6 \cdot 6$.

264 **a.** $19 \cdot 0$; **b.** $28 \cdot 4$; **c.** $1 \cdot 17$.

265 **a.** $1{,}24 \cdot 5$; **b.** $2{,}5 \cdot 3$; **c.** $4 \cdot 0{,}021$.

Nelle seguenti moltiplicazioni inserisci al posto dei puntini un numero tale che ciascuna uguaglianza risulti vera.

266 **a.** 6 · ..... = 60; **b.** ..... · 8 = 40; **c.** 7 · 5 = ...

267 **a.** 11 · ..... = 99; **b.** 19 · 3 = ...; **c.** ..... · 21 = 63.

268 **a.** 25 · ..... = 50; **b.** 7 · 6 = ...; **c.** ..... · 11 = 33.

269 **a.** 9 · ..... = 54; **b.** 12 · ..... = 48; **c.** 27 · 4 · ..... = 0.

Esegui le seguenti moltiplicazioni disponendo i fattori in colonna.

270 **a.** 35 · 2; **b.** 14 · 6; **c.** 23 · 4.

271 **a.** 13 · 8; **b.** 27 · 12; **c.** 18 · 9.

272 **a.** 23 · 32; **b.** 39 · 51; **c.** 38 · 91.

273 **a.** 55 · 92; **b.** 12 · 86; **c.** 36 · 87.

274 **a.** 49 · 60; **b.** 47 · 29; **c.** 37 · 94.

275 **a.** 78 · 83; **b.** 22 · 76; **c.** 72 · 39.

276 **a.** 56 · 99; **b.** 48 · 17; **c.** 19 · 62.

277 **a.** 44 · 71; **b.** 48 · 58; **c.** 37 · 89.

278 **a.** 26 · 88; **b.** 29 · 77; **c.** 31 · 84.

279 **a.** 60 · 35; **b.** 91 · 83; **c.** 47 · 64.

280 **a.** 66 · 76; **b.** 23 · 82; **c.** 98 · 89.

281 **a.** 12 · 19; **b.** 34 · 33; **c.** 79 · 96.

● **282** **a.** 217 · 41; **b.** 71 · 73; **c.** 815 · 65.

● **283** **a.** 65 · 317; **b.** 217 · 1425; **c.** 610 · 125.

● **284** **a.** 235 · 79; **b.** 124 · 125; **c.** 800 · 227.

● **285** **a.** 107 · 701; **b.** 14 · 144; **c.** 162 · 528.

● **286** **a.** 112 · 402; **b.** 328 · 850; **c.** 336 · 903.

● **287** **a.** 377 · 591; **b.** 692 · 381; **c.** 239 · 876.

● **288** **a.** 102 · 558; **b.** 344 · 729; **c.** 722 · 789.

● **289** **a.** 610 · 507; **b.** 356 · 661; **c.** 988 · 443.

● **290** **a.** 406 · 228; **b.** 459 · 993; **c.** 702 · 438.

● **291** **a.** 306 · 509; **b.** 569 · 666; **c.** 448 · 337.

● **292** **a.** 999 · 345; **b.** 678 · 234; **c.** 765 · 321.

● **293** **a.** 908 · 381; **b.** 227 · 819; **c.** 548 · 224.

● **294** **a.** 417 · 804; **b.** 565 · 988; **c.** 482 · 591.

● **295** **a.** 529 · 803; **b.** 774 · 209; **c.** 725 · 618.

●● **296** **a.** 1048 · 71; **b.** 689 · 7445; **c.** 12 · 1002.

●● **297** **a.** 13469 · 12; **b.** 841 · 16444; **c.** 7013 · 942.

●● **298** **a.** 15 · 18742; **b.** 348 · 191; **c.** 1764 · 849.

●● **299** **a.** 1654 · 437; **b.** 45 · 3577; **c.** 7685 · 324.

●● **300** **a.** 6897 · 57; **b.** 3546 · 712; **c.** 944 · 5629.

●● **301** **a.** 564 · 1984; **b.** 4559 · 28; **c.** 874 · 3548.

●● **302** **a.** 1342 · 5677; **b.** 5609 · 5644; **c.** 7004 · 6772.

●● **303** **a.** 5123 · 9003; **b.** 4563 · 8050; **c.** 2798 · 3005.

●● **304** **a.** 4689 · 5772; **b.** 6899 · 2354; **c.** 7822 · 9343.

●● **305** **a.** 34457 · 548; **b.** 512 · 34008; **c.** 14998 · 562.

●● **306** **a.** 65772 · 681; **b.** 492 · 56993; **c.** 23456 · 927.

●● 307	**a.** 48 · 45618;	**b.** 34564 · 1678;	**c.** 20007 · 894.
●● 308	**a.** 70034 · 504;	**b.** 50006 · 4007;	**c.** 450008 · 4040.

309 Esercizio guida

0,19 · 0,018.

Svolgimento

Per eseguire la moltiplicazione tra due fattori, di cui almeno uno è un numero decimale, si procede come se entrambi i numeri fossero naturali e poi, nel risultato, si separano con una virgola, a partire da destra verso sinistra, tante cifre decimali quante sono complessivamente le cifre decimali dei fattori.

Possiamo dunque dire che: 0,19 · 0,018 = 0,00342.

```
  0,19  ·
 0,018  =
--------
   152
  019 -
--------
0,00342
```

310	**a.** 30,25 · 4;	**b.** 120 · 0,25;	**c.** 49,3 · 32.
311	**a.** 125 · 18,2;	**b.** 0,03 · 62,2;	**c.** 0,0051 · 3,7.
312	**a.** 5,2 · 2,4;	**b.** 13,8 · 5,2;	**c.** 0,01 · 2,8.
313	**a.** 10,8 · 5,6;	**b.** 0,2 · 17,4;	**c.** 110 · 1,68.
314	**a.** 3,9 · 5,34;	**b.** 6,85 · 0,5;	**c.** 3 · 0,7.
315	**a.** 725,2 · 54;	**b.** 849,89 · 7;	**c.** 1820 · 0,432.
316	**a.** 15,2 · 76;	**b.** 561,51 · 23;	**c.** 628,9 · 2,45.
317	**a.** 392 · 25,4;	**b.** 19,8 · 0,33;	**c.** 365,5 · 42,9.
318	**a.** 28,5 · 6,32;	**b.** 421 · 2,82;	**c.** 739 · 4,81.
319	**a.** 1280 · 2,5;	**b.** 273 · 1,05;	**c.** 169,1 · 1,15.
320	**a.** 0,45 · 0,25;	**b.** 9,45 · 0,21;	**c.** 8,3 · 0,029.
321	**a.** 1,25 · 2,85;	**b.** 8,51 · 7,1;	**c.** 2,45 · 3,15.
322	**a.** 9,6 · 0,05;	**b.** 0,09 · 0,25;	**c.** 2 · 0,008.
323	**a.** 10,05 · 2,25;	**b.** 9,51 · 3,85;	**c.** 2,41 · 8,9.
324	**a.** 6,35 · 8,49;	**b.** 2,25 · 0,025;	**c.** 8,75 · 0,21.
325	**a.** 9,80 · 0,45;	**b.** 7,15 · 1210;	**c.** 951 · 2,25.
326	**a.** 7,8 · 3,25;	**b.** 51,065 · 23;	**c.** 2,8 · 3,65.
327	**a.** 12,5 · 8,85;	**b.** 9 · 0,215;	**c.** 36,41 · 8,5.
328	**a.** 98,25 · 2,6;	**b.** 15,5 · 8,85;	**c.** 19 · 0,28.
329	**a.** 6,09 · 45;	**b.** 99,5 · 36,88;	**c.** 2304 · 0,8.
330	**a.** 15,6 · 7,5;	**b.** 3,58 · 8,7;	**c.** 7,3 · 8,128.
331	**a.** 12,5 · 16,715;	**b.** 3,5 · 18,73;	**c.** 21,37 · 6,29.
332	**a.** 12,5 · 7,3;	**b.** 8,07 · 807;	**c.** 13 · 0,143.
333	**a.** 35,2 · 12,8;	**b.** 17 · 0,25;	**c.** 88 · 0,39.
● 334	**a.** 254 · 6,35;	**b.** 8902,5 · 6,3;	**c.** 8,19 · 0,08.
● 335	**a.** 482,7 · 2,45;	**b.** 573 · 0,015;	**c.** 9,36 · 2,89.
● 336	**a.** 1952 · 2,47;	**b.** 656,02 · 1,45;	**c.** 195 · 2,90.
● 337	**a.** 51,35 · 2,14;	**b.** 95,365 · 2,8;	**c.** 921,5 · 72.

338 **a.** 2485 · 9,11; **b.** 6310 · 0,45; **c.** 8936 · 0,35.

339 **a.** 28,35 · 7,49; **b.** 9365,2 · 8,3; **c.** 753,1 · 0,47.

340 **a.** 9480 · 2, 45; **b.** 11815 · 0,5; **c.** 9472,8 · 2,5.

341 **a.** 3425 · 70,89; **b.** 935,15 · 8; **c.** 735,2 · 8,9.

342 **a.** 2,45 · 928,5; **b.** 16,851 · 1,4; **c.** 2801 · 0,25.

343 **a.** 70028 · 1,2; **b.** 2316 · 0,39; **c.** 8,47 · 0,27.

344 **a.** 145,85 · 1,6; **b.** 12,916 · 8,5; **c.** 545,15 · 2.

345 **a.** 28,471 · 2,8; **b.** 194,1 · 0,33; **c.** 1928 · 2,75.

346 **a.** 63,47 · 0,61; **b.** 0,192 · 8,4; **c.** 16195 · 0,75.

347 **a.** 28521,8 · 1,2; **b.** 6533,5 · 8,2; **c.** 1633 · 0,125.

348 **a.** 1647 · 0,35; **b.** 12705 · 0,88; **c.** 73,33 · 0,35.

349 **a.** 706,8 · 55; **b.** 564,1 · 78,99; **c.** 69,78 · 104,1.

350 **a.** 925,34 · 88,32; **b.** 192,51 · 2,3; **c.** 701 · 0,701.

351 **a.** 5432,01 · 8,9; **b.** 273,45 · 9,5; **c.** 28,31 · 0,03.

352 **a.** 136,40 · 231; **b.** 4570,25 · 0,25; **c.** 941,2 · 8,1.

353 **a.** 1089,89 · 7,03; **b.** 7041 · 3,33; **c.** 800 · 0,008.

354 **a.** 2143,56 · 12,485; **b.** 1449 · 21,32; **c.** 231,5 · 1637.

355 **a.** 13442,01 · 75,37; **b.** 896 · 8,96; **c.** 1047 · 7,43.

La moltiplicazione per 10; 100; 1000 e per 0,1; 0,01; 0,001

Esegui le seguenti moltiplicazioni.

356 Esercizio guida

a. Moltiplicazioni per 10; 100; 1000; ....

15 · 10 = 150; 0,045 · 100 = 4,5; 0,2 · 1000 = 200.

b. Moltiplicazioni per 0,1; 0,01; 0,001; ....

965 · 0,1 = 96,5; 17,5 · 0,01 = 0,175; 12,5 · 0,001 = 0,0125.

357 **a.** 215 · 10; **b.** 52 · 100; **c.** 32 · 1000.

358 **a.** 521 · 10; **b.** 75,25 · 100; **c.** 0,047 · 1 000.

359 **a.** 652 · 0,1; **b.** 84 · 0,01; **c.** 69,28 · 0,001.

360 **a.** 75 · 1000; **b.** 350 · 1000; **c.** 248 · 100.

361 **a.** 13 · 100; **b.** 12,5 · 10; **c.** 171,35 · 10.

362 **a.** 71,215 · 1000; **b.** 73,5 · 100; **c.** 210,5 · 1000.

363 **a.** 0,8 · 1000; **b.** 0,63 · 10; **c.** 4,2 · 100000.

364 **a.** 3,65 · 100000; **b.** 5,4 · 100000; **c.** 3 · 10000.

365 **a.** 32 · 0,1; **b.** 2 · 0,01; **c.** 22 · 0,001.

366 **a.** 96 · 0,0001; **b.** 61 · 0,1; **c.** 2,44 · 0,0001.

367 **a.** $610{,}3 \cdot 0{,}01$; **b.** $21{,}75 \cdot 0{,}001$; **c.** $31{,}51 \cdot 0{,}0001$.

368 **a.** $16 \cdot 0{,}1$; **b.** $217 \cdot 0{,}001$; **c.** $3{,}19 \cdot 0{,}0001$.

369 **a.** $0{,}22 \cdot 0{,}01$; **b.** $0{,}52 \cdot 0{,}1$; **c.** $35{,}2 \cdot 0{,}01$.

370 **a.** $18{,}56 \cdot 100$; **b.** $135 \cdot 0{,}01$; **c.** $120 \cdot 0{,}1$.

371 **a.** $636 \cdot 100$; **b.** $19{,}25 \cdot 10$; **c.** $365{,}25 \cdot 100$.

372 **a.** $6 \cdot 0{,}01$; **b.** $21 \cdot 1000$; **c.** $68 \cdot 0{,}1$.

373 **a.** $3{,}9 \cdot 10$; **b.** $61 \cdot 0{,}01$; **c.** $28 \cdot 0{,}001$.

374 **a.** $1{,}9 \cdot 100$; **b.** $200 \cdot 0{,}01$; **c.** $300 \cdot 0{,}001$.

375 **a.** $12{,}45 \cdot 100$; **b.** $7{,}55 \cdot 1000$; **c.** $21{,}48 \cdot 0{,}01$.

376 **a.** $3{,}21 \cdot 0{,}00001$; **b.** $7{,}63 \cdot 0{,}0001$; **c.** $7{,}6 \cdot 0{,}00001$.

● **377** **a.** $100 \cdot 0{,}1$; **b.** $0{,}1 \cdot 1000$; **c.** $10000 \cdot 0{,}1$.

● **378** **a.** $0{,}001 \cdot 10$; **b.** $100 \cdot 0{,}0001$; **c.** $0{,}1 \cdot 100000$.

● **379** **a.** $1000 \cdot 0{,}01$; **b.** $0{,}0001 \cdot 1000$; **c.** $0{,}0001 \cdot 100000$.

6 Le proprietà della moltiplicazione

teoria pag. 41

- ✗ **Proprietà commutativa:** il prodotto di due o più fattori non cambia se si cambia in qualsiasi modo il loro ordine;
- ✗ **proprietà associativa:** il prodotto di due o più fattori non cambia se a due (o più) di essi sostituiamo il loro prodotto;
- ✗ **proprietà dissociativa:** il prodotto di più fattori non cambia se ad uno di essi ne sostituiamo due o più tali che, moltiplicati, diano quel fattore;
- ✗ **proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione:** per moltiplicare un'addizione per un numero, si può moltiplicare ciascun termine dell'addizione per quel numero e poi addizionare i prodotti ottenuti;
- ✗ **proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto alla sottrazione:** per moltiplicare una sottrazione per un numero, si può moltiplicare ciascun termine della sottrazione per quel numero e poi sottrarre i prodotti ottenuti.

Comprensione della teoria

380 Osserva le seguenti uguaglianze e metti una crocetta sul SI se è stata applicata la proprietà commutativa, sul NO se non è stata applicata:

a. $5 \cdot 3 \cdot 2 = 5 \cdot 3 \cdot 2$ SI NO
b. $6 \cdot 4 \cdot 3 = 6 \cdot 3 \cdot 4$ SI NO
c. $9 \cdot 8 \cdot 1 = 1 \cdot 9 \cdot 8$ SI NO
d. $5 \cdot 0 \cdot 7 = 5 \cdot 0 \cdot 7$ SI NO
e. $10 \cdot 20 \cdot 100 = 10 \cdot 100 \cdot 20$ SI NO
f. $90 \cdot 50 = 90 \cdot 50$. SI NO

381 Osserva le seguenti uguaglianze e metti una crocetta sul SI se è stata applicata la proprietà associativa, sul NO se non è stata applicata:

a. $6 \cdot 5 \cdot 2 = 6 \cdot 5 \cdot 2$ SI NO
b. $9 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 = 18 \cdot 5 \cdot 2$ SI NO

c. $12 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 8 = 12 \cdot 30 \cdot 8$ SI NO
d. $20 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 20 \cdot 4 \cdot 6$ SI NO
e. $11 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 1 = 1 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 11$ SI NO
f. $17 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 1 = 17 \cdot 21 \cdot 1$. SI NO

382 Osserva le seguenti uguaglianze e metti una crocetta sul SI se è stata applicata la proprietà dissociativa, sul NO se non è stata applicata:
a. $6 \cdot 15 \cdot 7 \cdot 1 = 6 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 1$ SI NO
b. $9 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 4 = 4 \cdot 9 \cdot 3 \cdot 6$ SI NO
c. $20 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 0 = 4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 0$ SI NO
d. $6 \cdot 9 \cdot 10 = 2 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 2 \cdot 5$ SI NO
e. $16 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 2 = 16 \cdot 8 \cdot 2 \cdot 7$ SI NO
f. $15 \cdot 33 \cdot 28 = 15 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 28$. SI NO

383 Osserva le seguenti uguaglianze e metti una crocetta sul SI se è stata applicata la proprietà distributiva, sul NO se non è stata applicata:
a. $25 \cdot (2 + 1) = 25 \cdot 3$ SI NO
b. $12 \cdot (3 + 2) = 12 \cdot 3 + 12 \cdot 2$ SI NO
c. $(6 - 4) \cdot 15 = 2 \cdot 15$ SI NO
d. $(8 - 3) \cdot 7 = 8 \cdot 7 - 3 \cdot 7$ SI NO
e. $4 \cdot (3 + 2 + 1) = 4 \cdot 6$ SI NO
f. $8 \cdot (2 + 3 + 4) = 8 \cdot 2 + 8 \cdot 3 + 8 \cdot 4$ SI NO
g. $9 \cdot 4 - 9 \cdot 2 = 9 \cdot (4 - 2)$ SI NO
h. $6 \cdot 5 + 6 \cdot 4 + 6 \cdot 3 = 30 + 24 + 18$. SI NO

384 In base a quale proprietà è possibile svolgere la moltiplicazione $715{,}35 \cdot 17$ al posto di $17 \cdot 715{,}35$?
a. proprietà associativa; **b.** proprietà dissociativa;
c. proprietà distributiva; **d.** proprietà commutativa.

Applicazione

385 Esegui le seguenti moltiplicazioni, cambia poi l'ordine dei fattori 3 e 4 e verifica se il risultato è cambiato:
a. $15 \cdot 3 \cdot 4$; **b.** $8 \cdot 4 \cdot 3$; **c.** $4 \cdot 7 \cdot 3$; **d.** $4 \cdot 3 \cdot 2$.

386 Esegui le seguenti moltiplicazioni, cambia poi l'ordine dei fattori 6 e 2 e verifica se il risultato è cambiato:
a. $6 \cdot 5 \cdot 2$; **b.** $6 \cdot 2 \cdot 10$; **c.** $6 \cdot 7 \cdot 2$; **d.** $6 \cdot 2 \cdot 21$.

Calcola i seguenti prodotti; applica poi a ciascuna operazione la proprietà commutativa e verifica che il risultato non cambia.

387 **a.** $15 \cdot 4 \cdot 3$; **b.** $22 \cdot 7 \cdot 2$; **c.** $30 \cdot 8 \cdot 5 \cdot 4$.

388 **a.** $7 \cdot 12 \cdot 5 \cdot 30$; **b.** $8 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 9$; **c.** $21 \cdot 12 \cdot 2 \cdot 4$.

Calcola i seguenti prodotti; applica poi a ciascuna operazione la proprietà associativa e verifica che il risultato non cambia.

389 **a.** $28 \cdot 3 \cdot 10$; **b.** $16 \cdot 6 \cdot 1$; **c.** $10 \cdot 20 \cdot 5$; **d.** $19 \cdot 8 \cdot 10$.

390 **a.** $90 \cdot 5 \cdot 20$; **b.** $128 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 5$; **c.** $72 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 4$; **d.** $27 \cdot 9 \cdot 2$.

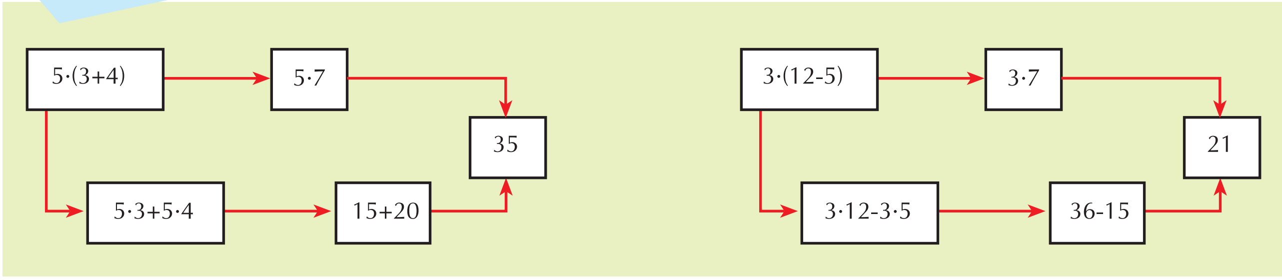
Calcola i seguenti prodotti; applica poi a ciascuna operazione la proprietà dissociativa e verifica che il risultato non cambia.

391 **a.** $28 \cdot 5$; **b.** $3 \cdot 33 \cdot 40$; **c.** $10 \cdot 27 \cdot 12$.

392 **a.** $22 \cdot 45$; **b.** $36 \cdot 72$; **c.** $120 \cdot 50 \cdot 44 \cdot 22$.

Completa i seguenti schemi applicando la proprietà distributiva.

393 Esercizio guida



394

395

Completa le seguenti moltiplicazioni in cui è stata applicata la proprietà distributiva.

396 $5 \cdot (6+2) =$ ..... $\cdot\, 6 +$ ..... $\cdot\, 2 =$ ..... $+$ ..... $=$ ......

397 $8 \cdot (5-4) =$ ..... $\cdot\, 5 -$ ..... $\cdot\, 4 =$ ..... $-$ ..... $=$ ......

398 $6 \cdot (4+9) =$ ..... $\cdot$ ..... $+$ ..... $\cdot$ ..... $= 24 +$ ..... $=$ ......

399 $3 \cdot (10+7) =$ .... $=$ .... $=$ ......

400 $8 \cdot (6-2) =$ .... $=$ .... $=$ ......

● **401** $5 \cdot (14+7) =$ .... $=$ .... $=$ ......

Calcola i seguenti prodotti; applica poi a ciascuno di essi la proprietà distributiva e verifica che il risultato non cambia.

402 **a.** $(5+3) \cdot 4$; **b.** $(5-2) \cdot 4$; **c.** $12 \cdot (6+4)$.

403 **a.** $(10+3) \cdot 7$; **b.** $(12-3) \cdot 6$; **c.** $(11+15) \cdot 3$.

404 **a.** $(12-6+8-3) \cdot 5$; **b.** $(21-15+18) \cdot 3$; **c.** $8 \cdot (15-9+50)$.

● **405** **a.** $6 \cdot (15-5+6-2+3)$; **b.** $10 \cdot (5+6-3-2+4-3)$; **c.** $8 \cdot (10-6+4-1+2-5)$.

Indica, apponendo una crocetta nella casella corrispondente, quale proprietà è stata applicata nelle seguenti moltiplicazioni.

		Commutativa	Associativa	Dissociativa	Distributiva
406	$21 \cdot 2 \cdot 4 = 3 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 4$.	☐	☐	☐	☐
407	$6 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 2 = 9 \cdot 10 \cdot 6 \cdot 2$.	☐	☐	☐	☐
408	$30 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 2 = 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 2$.	☐	☐	☐	☐
409	$(8-3) \cdot 5 = 8 \cdot 5 - 3 \cdot 5$.	☐	☐	☐	☐

		Commutativa	Associativa	Dissociativa	Distributiva
410	$15 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 21 = 15 \cdot 12 \cdot 21$.	☐	☐	☐	☐
411	$5 \cdot 6 \cdot 10 \cdot 1 = 5 \cdot 60 \cdot 1$.	☐	☐	☐	☐
412	$25 \cdot 3 \cdot 4 = 4 \cdot 25 \cdot 3$.	☐	☐	☐	☐
413	$15 \cdot (3 + 2) = 15 \cdot 3 + 15 \cdot 2$.	☐	☐	☐	☐
414	$9 \cdot (7 - 3) = 9 \cdot 7 - 9 \cdot 3$.	☐	☐	☐	☐
415	$15 \cdot 4 \cdot 2 = 15 \cdot (4 \cdot 2)$.	☐	☐	☐	☐
416	$28 \cdot 3 = (4 \cdot 7) \cdot 3$.	☐	☐	☐	☐
417	$39 \cdot 8 \cdot 5 = 39 \cdot 5 \cdot 8$.	☐	☐	☐	☐
418	$21 \cdot 3 \cdot 7 = 21 \cdot 21$.	☐	☐	☐	☐
419	$17 \cdot 6 \cdot 9 \cdot 1 = 17 \cdot 54 \cdot 1$.	☐	☐	☐	☐
420	$6 \cdot 24 \cdot 2 = 6 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 2$.	☐	☐	☐	☐
421	$28 \cdot 5 \cdot 13 = 13 \cdot 5 \cdot 28$.	☐	☐	☐	☐
422	$5 \cdot 27 \cdot 2 = 5 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 2$.	☐	☐	☐	☐
423	$16 \cdot 7 = 4 \cdot 4 \cdot 7$.	☐	☐	☐	☐
424	$18 \cdot 5 = 9 \cdot 2 \cdot 5$.	☐	☐	☐	☐
425	$3 \cdot 4 \cdot 6 = 3 \cdot 24$.	☐	☐	☐	☐
426	$16 \cdot 7 \cdot 3 = 16 \cdot 3 \cdot 7$.	☐	☐	☐	☐
427	$8 \cdot 5 \cdot 3 = 4 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 3$.	☐	☐	☐	☐
428	$12 \cdot 5 \cdot 7 = 60 \cdot 7$.	☐	☐	☐	☐
429	$(15 - 4) \cdot 2 = 15 \cdot 2 - 4 \cdot 2$.	☐	☐	☐	☐

Calcola i seguenti prodotti applicando prima la proprietà commutativa e poi quella associativa verificando che il risultato non cambia.

● **430** **a.** $12 \cdot 3 \cdot 6$; **b.** $16 \cdot 4 \cdot 2$; **c.** $15 \cdot 8 \cdot 4$.

● **431** **a.** $510 \cdot 15$; **b.** $6 \cdot 3 \cdot 10$; **c.** $21 \cdot 15 \cdot 3$.

● **432** **a.** $15 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 5$; **b.** $25 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 15$; **c.** $60 \cdot 9 \cdot 5 \cdot 9$.

Calcola i seguenti prodotti applicando prima la proprietà associativa e poi quella dissociativa verificando che il risultato non cambia.

● **433** **a.** $75 \cdot 6 \cdot 3$; **b.** $2 \cdot 8 \cdot 4 \cdot 23$; **c.** $40 \cdot 10 \cdot 20 \cdot 3$.

● **434** **a.** $25 \cdot 12 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 6$; **b.** $30 \cdot 8 \cdot 4 \cdot 15$; **c.** $120 \cdot 4 \cdot 15 \cdot 50 \cdot 8$.

● **435** **a.** $100 \cdot 12 \cdot 5 \cdot 6$; **b.** $45 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 7$; **c.** $150 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 18$.

Applica nel modo più opportuno le proprietà della moltiplicazione con l'obiettivo di rendere più rapido il calcolo.

● **436** **a.** $120 \cdot 16$; **b.** $36 \cdot 25$; **c.** $5 \cdot 81 \cdot 40$.

● **437** **a.** $65 \cdot 4$; **b.** $12 \cdot 36$; **c.** $21 \cdot 15 \cdot 2$.

● **438** **a.** $59 \cdot 21 \cdot 10$; **b.** $20 \cdot 8 \cdot 35$; **c.** $102 \cdot 176$.

● **439** **a.** $12 \cdot 10 \cdot 15$; **b.** $18 \cdot 9 \cdot 10$; **c.** $27 \cdot 4 \cdot 5$.

● **440** **a.** $97 \cdot 11$; **b.** $24 \cdot 9$; **c.** $37 \cdot 12$.

7 La divisione

teoria pag. 45

- ✗ La **divisione** è quell'operazione che fa corrispondere a due numeri, di cui il secondo diverso da zero, un terzo numero, se esiste, che moltiplicato per il secondo dà come risultato il primo;
- ✗ i termini della divisione si chiamano **dividendo** e **divisore**; il risultato si chiama **quoto** o **quoziente**;
- ✗ la divisione non è un operazione interna ad N;
- ✗ se il dividendo è zero e il divisore è diverso da zero, il quoto è uguale a zero;
- ✗ se il divisore è zero e il dividendo è diverso da zero il quoto non esiste;
- ✗ se il dividendo e il divisore sono uguali a zero, il quoto è indeterminato;
- ✗ se il divisore è uno, il quoto è uguale al dividendo.

Comprensione della teoria

441 Delle seguenti affermazioni indica quali sono vere e quali false:

a. la divisione è un'operazione che associa a due numeri un terzo numero che addizionato al secondo dà come risultato il primo V F

b. i termini della divisione si chiamano dividendo e quoziente V F

c. il divisore è il secondo dei due termini della divisione V F

d. il risultato di una divisione si chiama quoto V F

e. la divisione è l'operazione inversa della moltiplicazione. V F

442 Nella divisione 0,320 : 100 il quoto è rappresentato dal numero:

a. 0,320; **b.** 100; **c.** 0,32000; **d.** 0,0032.

Completa le seguenti divisioni.

443 **a.** 45 : ..... = 5 perché $5 \cdot 9 = 45$; **b.** 35 : ..... = 7 perché ....

444 **a.** 6 : ..... = 3 perché ....; **b.** ..... : 10 = 14 perché ....

445 **a.** ..... : 4 = 7 perché ....; **b.** 161 : ..... = 1 perché ....

446 **a.** ..... : 2 = 25 perché ....; **b.** ..... : 1 = 49 perché ....

447 Completa la seguente tabella:

Divisione	Dividendo	Divisore	Quoto
70 : 7	70	7	10
15 : 5			
38 :			19
	30	6	
..... : 7			7
28 : 4			

Applicazione

Sostituisci al posto dei puntini i numeri opportuni.

448 $66 \xrightarrow{:3} 22$, $22 \xrightarrow{\cdot 3} 66$; $28 \xrightarrow{:\ ......} 7$, $7 \xrightarrow{\cdot\ ......} 28$; $32 \xrightarrow{:\ ......} 4$, $4 \xrightarrow{\cdot\ ......} 32$; $80 \xrightarrow{:\ ......} 10$, $10 \xrightarrow{\cdot\ ......} 80$

449

$$\begin{tikzcd} 92 \arrow[r, bend left, ":2"] & 46 \arrow[l, bend left, "\cdot 2"] \end{tikzcd} \quad \begin{tikzcd} 20 \arrow[r, bend left, ":\ldots\ldots"] & 10 \arrow[l, bend left, "\cdot \ldots\ldots"] \end{tikzcd} \quad \begin{tikzcd} 16 \arrow[r, bend left, ":\ldots\ldots"] & 2 \arrow[l, bend left, "\cdot \ldots\ldots"] \end{tikzcd} \quad \begin{tikzcd} 36 \arrow[r, bend left, ":\ldots\ldots"] & 18 \arrow[l, bend left, "\cdot \ldots\ldots"] \end{tikzcd}$$

450

$$\begin{tikzcd} 25 \arrow[r, bend left, ":5"] & \ldots\ldots \arrow[l, bend left, "\cdot 5"] \end{tikzcd} \quad \begin{tikzcd} 16 \arrow[r, bend left, ":\ldots\ldots"] & 8 \arrow[l, bend left, "\cdot \ldots\ldots"] \end{tikzcd} \quad \begin{tikzcd} \ldots\ldots \arrow[r, bend left, ":5"] & 2 \arrow[l, bend left, "\cdot 5"] \end{tikzcd} \quad \begin{tikzcd} 27 \arrow[r, bend left, ":\ldots\ldots"] & 3 \arrow[l, bend left, "\cdot \ldots\ldots"] \end{tikzcd}$$

451

$$\begin{tikzcd} \ldots\ldots \arrow[r, bend left, ":5"] & 9 \arrow[l, bend left, "\cdot 5"] \end{tikzcd} \quad \begin{tikzcd} 100 \arrow[r, bend left, ":\ldots\ldots"] & 100 \arrow[l, bend left, "\cdot \ldots\ldots"] \end{tikzcd} \quad \begin{tikzcd} 48 \arrow[r, bend left, ":\ldots\ldots"] & 1 \arrow[l, bend left, "\cdot \ldots\ldots"] \end{tikzcd} \quad \begin{tikzcd} 39 \arrow[r, bend left, ":\ldots\ldots"] & 3 \arrow[l, bend left, "\cdot \ldots\ldots"] \end{tikzcd}$$

Calcola il valore numerico della x nelle seguenti divisioni.

452 **a.** $24 : x = 4$; **b.** $32 : x = 8$; **c.** $40 : x = 5$.

453 **a.** $49 : x = 7$; **b.** $120 : x = 6$; **c.** $85 : x = 17$.

454 **a.** $150 : x = 5$; **b.** $200 : x = 2$; **c.** $128 : x = 64$.

455 **a.** $x : 30 = 2$; **b.** $x : 40 = 2$; **c.** $x : 12 = 2$.

456 **a.** $x : 17 = 3$; **b.** $x : 7 = 7$; **c.** $x : 8 = 7$.

457 **a.** $x : 19 = 4$; **b.** $x : 21 = 5$; **c.** $x : 13 = 8$.

458 **a.** $45 : x = 5$; **b.** $180 : x = 1$; **c.** $x : 320 = 0$.

Inserisci al posto dei puntini dei numeri naturali opportuni, quando è possibile, in modo tale che ciascuna uguaglianza risulti vera.

459 **a.** 40 : .... = 10; **b.** 28 : .... = 4; **c.** .... : 30 = 2.

460 **a.** 17 : 2 = ...; **b.** 45 : .... = 45; **c.** 40 : 3 = ...

461 **a.** 500 : .... = 1; **b.** 80 : 7 = ...; **c.** 120 : .... = 60.

462 **a.** 36 : 10 = ...; **b.** 98 : .... = 49; **c.** 70 : .... = 7.

● **463** **a.** 7777 : .... = 11; **b.** 55555 : .... = 5; **c.** 666633 : .... = 11.

● **464** **a.** 8125 : .... = 13; **b.** 10710 : .... = 17; **c.** 17871 : .... = 21.

Calcola il resto nelle seguenti divisioni.

465 **a.** 36 : 18; **b.** 45 : 2; **c.** 16 : 5; **d.** 21 : 5.

466 **a.** 28 : 5; **b.** 30 : 6; **c.** 28 : 9; **d.** 510 : 21.

467 **a.** 130 : 6; **b.** 285 : 7; **c.** 486 : 3; **d.** 728 : 9.

468 **a.** 128 : 4; **b.** 630 : 9; **c.** 121 : 11; **d.** 7450 : 25.

469 **a.** 189 : 12; **b.** 459 : 78; **c.** 650 : 32; **d.** 472 : 13.

470 **a.** 148 : 13; **b.** 162 : 57; **c.** 175 : 13; **d.** 73 : 15.

471 **a.** 425 : 15; **b.** 892 : 8; **c.** 1470 : 12; **d.** 6480 : 36.

472 **a.** 345 : 8; **b.** 4592 : 11; **c.** 9650 : 10; **d.** 6324 : 16.

473 **a.** 427 : 3; **b.** 252 : 8; **c.** 851 : 12; **d.** 5648 : 13.

Seguendo l'esercizio guida esegui le seguenti divisioni.

474 Esercizio guida

145 : 4 = 36 con resto 1 → pertanto 36 · 4 + 1 = 144 + 1 = 145

475 **a.** 86 : 5; **b.** 138 : 4; **c.** 201 : 5.

476 **a.** 286 : 8; **b.** 6340 : 25; **c.** 247 : 2.

477 **a.** 2410 : 80; **b.** 7256 : 20; **c.** 9345 : 20.

Esegui, quando è possibile, le seguenti divisioni e nel caso di quoziente decimale fermati alla seconda cifra.

478 **a.** 529 : 3; **b.** 55 : 11; **c.** 0 : 3.

479 **a.** 19 : 6; **b.** 28 : 5; **c.** 32 : 7.

480 **a.** 45 : 14; **b.** 506 : 42; **c.** 399 : 2.

481 **a.** 939 : 2; **b.** 28 : 1; **c.** 0 : 0.

482 **a.** 569 : 6; **b.** 98 : 2; **c.** 92 : 3.

483 **a.** 555 : 20; **b.** 105 : 0; **c.** 98 : 4.

484 **a.** 268 : 11; **b.** 96 : 3; **c.** 108 : 4.

485 **a.** 733 : 2; **b.** 45 : 8; **c.** 99 : 11.

486 **a.** 5128 : 7; **b.** 19 : 3; **c.** 58 : 2.

487 **a.** 545 : 2; **b.** 160 : 3; **c.** 125 : 5.

488 **a.** 769 : 15; **b.** 850 : 15; **c.** 96 : 4.

489 **a.** 5120 : 40; **b.** 195 : 4; **c.** 198 : 3.

490 **a.** 592 : 21; **b.** 210 : 70; **c.** 85 : 40.

491 **a.** 5360 : 20; **b.** 80 : 25; **c.** 140 : 30.

492 **a.** 384 : 3; **b.** 75 : 20; **c.** 135 : 35.

493 **a.** 5169 : 32; **b.** 280 : 52; **c.** 520 : 4.

494 **a.** 6180 : 15; **b.** 4325 : 25; **c.** 830 : 15.

495 **a.** 5195 : 12; **b.** 489 : 3; **c.** 1240 : 51.

496 **a.** 9250 : 25; **b.** 868 : 28; **c.** 350 : 17.

497 **a.** 5289 : 28; **b.** 640 : 15; **c.** 845 : 20.

498 **a.** 6167 : 19; **b.** 235 : 81; **c.** 1652 : 22.

499 **a.** 52480 : 40; **b.** 7250 : 25; **c.** 2700 : 25.

500 **a.** 3430 : 38; **b.** 1822 : 28; **c.** 1925 : 25.

501 **a.** 82740 : 321; **b.** 5345 : 235; **c.** 7342 : 415.

Le divisioni per 10, 100, 1000

Esegui le seguenti divisioni.

502 **a.** 600 : 10; **b.** 1050 : 100; **c.** 780 : 1000.

503 a. 2564 : 10; b. 315 : 100; c. 156 : 10.

504 a. 1040 : 100; b. 14000 : 10; c. 7040020 : 1000.

505 a. 32,15 : 100; b. 315 : 100; c. 156 : 10.

506 a. 6 : 1000; b. 3,189 : 1000; c. 17,636 : 10.

507 a. 8,458 : 100; b. 85,9 : 100; c. 0,17 : 100.

508 a. 340 : 10; b. 467 : 100 c. 5670 : 100.

509 a. 448 : 100; b. 6540 : 100; c. 450 : 10.

510 a. 4198 : 100; b. 347 : 100; c. 37 : 100.

511 a. 4666 : 1000; b. 49 : 100; c. 8 : 10.

512 a. 9771 : 100; b. 53 : 1000; c. 7 : 100.

513 a. 690 : 100; b. 452 : 1000; c. 1200 : 1000.

514 a. 548 : 100; b. 5648 : 10; c. 3000 : 10000.

515 a. 40 : 1000; b. 5 : 1000; c. 500 : 1000.

516 a. 5,67 : 100; b. 5,8 : 1000; c. 4,9 : 10000.

517 a. 20,7 : 100; b. 5,76 : 1000; c. 2300 : 100.

518 a. 8,2 : 100; b. 5600 : 1000; c. 7 : 1000.

519 a. 5000 : 100000; b. 6700 : 100000; c. 8 : 100000.

520 a. 45,879 : 100; b. 54,9 : 1000; c. 4,7 : 10000.

521 a. 8,1 : 1000; b. 4,95 : 10000; c. 6,877 : 100.

● 522 a. 0,1 : 10; b. 0,01 : 100; c. 0,001 : 1000.

● 523 a. 0,001 : 100; b. 0,0001 : 10000; c. 0,0001 : 100000.

8 Le proprietà della divisione

teoria pag. 48

✗ **Proprietà invariantiva:** il quoziente di due numeri rimane invariato se si moltiplicano o si dividono il dividendo e il divisore di una divisione per uno stesso numero diverso da zero;

✗ **proprietà distributiva rispetto all'addizione (e alla sottrazione):** per dividere un'addizione (una sottrazione) per un numero, si può dividere, se è possibile, ciascun termine dell'addizione (della sottrazione) per quel numero e poi addizionare (sottrarre) i quoti ottenuti.

Comprensione della teoria

524 La proprietà invariantiva:

a. si applica sia alla moltiplicazione che alla divisione V F

b. afferma che moltiplicando o dividendo, se è possibile, per uno stesso numero diverso da zero, il dividendo e il divisore di una divisione, il quoto rimane invariato V F

c. afferma che cambiando dividendo e divisore con un numero qualsiasi, escluso lo zero, il quoto non cambia. V F

525 La proprietà che lega le operazioni di divisione e addizione si chiama:

a. distributiva; b. associativa; c. dissociativa; d. invariantiva.

Applicazione

526 Esercizio guida

Nella divisione 120 : 30 calcola prima il quoto; dividi poi dividendo e divisore per 2 e verifica che il quoto non cambia.

Svolgimento

$120 : 30 = 4$

$(120 : 2) : (30 : 2) = 60 : 15 = 4$ il quoto non cambia.

527 Procedi come nell'esercizio guida precedente dividendo i due termini della divisione per 2.
a. 28 : 4; **b.** 40 : 8; **c.** 16 : 4; **d.** 48 : 12.

528 Applica la proprietà invariantiva moltiplicando i due termini della divisione per 3.
a. 120 : 30; **b.** 45 : 15; **c.** 72 : 18; **d.** 126 : 6.

Considera le seguenti divisioni e indica per quali numeri è possibile dividere il dividendo e il divisore per poter applicare in modo corretto la proprietà invariantiva.

529 **a.** 60 : 12; **b.** 315 : 15; **c.** 72 : 8.

530 **a.** 144 : 36; **b.** 210 : 15; **c.** 656 : 8.

531 **a.** 945 : 9; **b.** 85 : 25; **c.** 324 : 12.

Esegui le seguenti divisioni applicando la proprietà invariantiva.

532 Esercizio guida

a. 3400 : 1700; **b.** 3,5 : 0,5.

Svolgimento

a. Dividiamo entrambi i termini della divisione per 100: $(3400 : 100) : (1700 : 100) = 34 : 17 = 2$;

b. Moltiplichiamo entrambi i termini della divisione per 10: $(3{,}5 \cdot 10) : (0{,}5 \cdot 10) = 35 : 5 = 7$.

533 **a.** 500 : 250; **b.** 1500 : 500; **c.** 1200 : 300.

534 **a.** 180 : 90; **b.** 2800 : 700; **c.** 5200 : 2600.

535 **a.** 160 : 20; **b.** 250 : 50; **c.** 280 : 140.

536 **a.** 58 : 0,5; **b.** 15 : 0,3; **c.** 16 : 0,4.

537 **a.** 585 : 0,5; **b.** 165 : 0,25; **c.** 2451 : 0,3.

538 **a.** 150 : 2,5; **b.** 28,5 : 0,05; **c.** 21,5 : 21,5.

● **539** **a.** 512,25 : 0,5; **b.** 8,45 : 0,05; **c.** 2,25 : 0,25.

● **540** **a.** 0,35 : 0,07; **b.** 1,8 : 0,9; **c.** 0,04 : 0,02.

● **541** **a.** 15,2 : 0,2; **b.** 0,72 : 0,12; **c.** 18,5 : 0,5.

● **542** **a.** 0,25 : 0,05; **b.** 8,4 : 1,2; **c.** 5,35 : 0,05.

● **543** **a.** 0,45 : 0,09; **b.** 13,2 : 0,6; **c.** 12,25 : 0,25.

● **544** **a.** 5165,51 : 2,5; **b.** 2410 : 0,2; **c.** 80 : 0,25.

● **545** **a.** 565,47 : 0,3; **b.** 98,40 : 1,5; **c.** 73,5 : 0,6.

● **546** **a.** 5895,42 : 0,3; **b.** 15,25 : 0,25; **c.** 2,895 : 0,24.

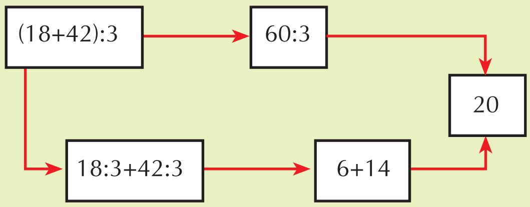
547 **a.** 2,896 : 0,24; **b.** 64,194 : 0,52; **c.** 410,96 : 0,16.

548 **a.** 1051,2 : 1,44; **b.** 955 : 19,1; **c.** 22 320 : 15,5.

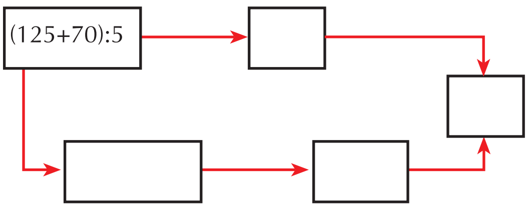
549 **a.** 0,3625 : 0,0025; **b.** 4500 : 0,15; **c.** 0,2525 : 0,0025.

Completa i seguenti schemi applicando la proprietà distributiva.

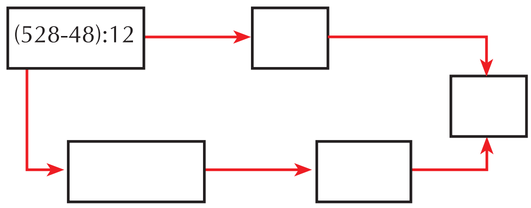
550 Esercizio guida



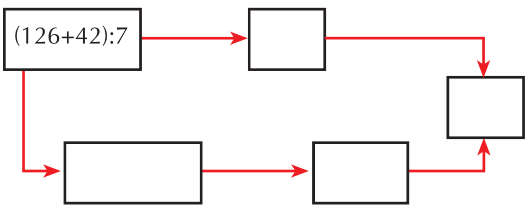
551 **a.**



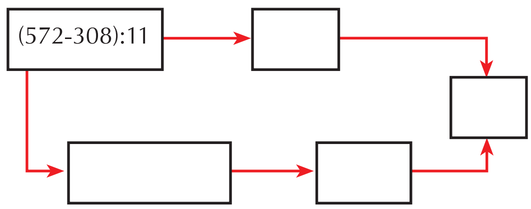
b.



552 **a.**



b.



Esegui le seguenti divisioni applicando la proprietà distributiva.

553 **a.** $(60 + 12) : 4$; **b.** $(66 + 12) : 6$; **c.** $(49 + 14) : 7$.

554 **a.** $(180 - 90) : 9$; **b.** $(360 - 120) : 12$; **c.** $(121 - 77) : 11$.

555 **a.** $(28 + 14) : 7$; **b.** $(100 + 40) : 20$; **c.** $(26 + 13) : 13$.

556 **a.** $(45 + 15) : 5$; **b.** $(52 - 39) : 13$; **c.** $(80 - 16) : 8$.

557 **a.** $(15 + 25) : 5$; **b.** $(50 + 70) : 10$; **c.** $(36 + 12) : 3$.

558 **a.** $(121 + 33) : 11$; **b.** $(34 + 68) : 17$; **c.** $(24 + 42) : 2$.

559 **a.** $(16 + 64) : 4$; **b.** $(60 - 30) : 15$; **c.** $(160 - 80) : 8$.

560 **a.** $(25 + 45 + 35) : 5$; **b.** $(88 + 64 - 16) : 8$; **c.** $(120 - 48 + 60) : 12$.

561 **a.** $(36 + 12 + 72) : 6$; **b.** $(45 + 81 - 36) : 9$; **c.** $(44 + 66) : 11$.

562 **a.** $(15 + 30 - 12) : 3$; **b.** $(21 - 14 + 42) : 7$; **c.** $(25 + 50 - 15) : 5$.

563 **a.** $(27 + 12 + 15) : 3$; **b.** $(35 + 45 + 15) : 5$; **c.** $(28 + 14 + 35) : 7$.

564 **a.** $(36 + 18 + 30) : 6$; **b.** $(14 + 21 + 28) : 7$; **c.** $(120 + 180 + 150) : 30$.

565 **a.** $(33 + 44 + 55) : 11$; **b.** $(12 + 24 + 36) : 12$; **c.** $(35 + 15 + 30) : 5$.

566 **a.** $(30 + 60 + 90) : 30$; **b.** $(50 + 70 - 20) : 10$; **c.** $(121 - 22 - 33) : 11$.

567 **a.** $(65 + 75 - 15) : 5$; **b.** $(120 - 60 + 80) : 4$; **c.** $(40 + 16 + 32) : 8$.

568 **a.** $(125 + 25 + 50) : 25$; **b.** $(160 - 40 + 16) : 8$; **c.** $(29 + 58 + 87) : 29$.

569 **a.** $(66 + 121 + 44) : 11$; **b.** $(34 + 51 - 85) : 17$; **c.** $(49 + 63 + 56) : 7$.

9 Le espressioni numeriche

teoria pag. 49

- ✗ Un'**espressione** è un insieme di numeri legati fra di loro dai simboli delle operazioni;
- ✗ le regole principali per risolvere un'espressione sono:
  - **a.** se l'espressione è priva di parentesi e contiene solo addizioni e sottrazioni, oppure solo moltiplicazioni e divisioni, si eseguono le operazioni secondo l'ordine in cui sono scritte;
  - **b.** se l'espressione è senza parentesi e contiene almeno un'addizione o una sottrazione e una moltiplicazione o una divisione, si eseguono prima moltiplicazioni e divisioni e poi addizioni e sottrazioni rispettando l'ordine in cui sono scritte;
  - **c.** se l'espressione contiene delle parentesi, esse stabiliscono l'ordine in cui compiere le operazioni. Si eseguono prima le operazioni racchiuse nelle parentesi più "interne", poi quelle nelle parentesi più esterne. Per convenzione sono stati stabiliti tre gradi di parentesi: ( ) → parentesi tonde; [ ] → parentesi quadre; { } → parentesi graffe.

Comprensione della teoria

570 Calcola i risultati delle seguenti espressioni che sono composte dalle stesse operazioni. Che cosa riscontri? Sei in grado di spiegare perché?
a. $5 + 7 \cdot 2$ e $(5 + 7) \cdot 2$; **b.** $3 + 2 \cdot 4$ e $(3 + 2) \cdot 4$.

571 Indica quale calcolo devi affrontare per primo nell'espressione $77 - 33 : (11 + 6 - 3 \cdot 2)$.
a. $77 - 33$; **b.** $11 + 6$; **c.** $33 : 11$; **d.** $3 \cdot 2$.

Sottolinea le parentesi inutili nelle seguenti espressioni.

572 **a.** $[3 + 5 - (2 \cdot 3) + 4] \cdot 5$; **b.** $\{[3 \cdot (7 - 5) \cdot 4] : 2\}$.

573 **a.** $6 + 2 - (4 \cdot 2) + [(5 + 4) - 2] + 5$; **b.** $\{[(6 + 4) \cdot 2 + (3 \cdot 4) - 6] + 5\}$.

574 Indica quale delle seguenti espressioni è sintatticamente corretta:
a. $4 + 2 \cdot (5 - 2) = 10$; **b.** $4 + 2 \cdot (5 - 2 = 10$; **c.** $4 + 2 \cdot 5 - 2) = 10$.

Applicazione

Calcola il valore delle seguenti espressioni con numeri naturali contenenti solo addizioni e sottrazioni.

439 $60 - (16 + 5) + 8 + (11 + 9) - (30 - 21)$. [58]

440 $80 - (15 - 13) + 17 + (6 - 1) + 5$. [105]

441 $(125 - 120) + (60 - 58) + (17 - 10) - (6 + 1)$. [7]

442 $20 + 22 - (4 + 28) + 28 - (16 - 8)$. [30]

443 $(20 + 9) - 7 + 2 - (8 + 6) + 12$. [22]

444 $32 - (7 + 2 - 6) + (13 - 6) - (8 - 5) + 20$. [53]

445 $72 + 4 - 3 - [17 + (5 - 4)]$. [55]

446 $(27 - 12) + 5 - [27 - (15 - 8 + 2) + 1]$. [1]

447 $(15 + 30) + 25 - [22 + (30 - 25)] - (24 - 5)$. [24]

448 $[(6+4)-(17-13)]+[(8+3+5)-(10-5)]$. [17]

449 $[10+(17-12)-4+(7+3)]-(2+7-5+4)-2$. [11]

450 $39-\{66-[(13-12)+50]-4\}$. [28]

451 $\{25+[(22-16)+4]-8\}+[24-(7+9+8)]$. [27]

452 $87-(20+4)-\{28+[13-(12-11)]\}$. [23]

453 $12-[13-(2+1)]+\{100-[49-(30-10)]\}$. [73]

454 $(34-3)+[(27-8-10)+10+(29-7+5)]-(34+17)$. [26]

● **455** $[17+(14+15-13)-20]+\{[(18+2)-(15-14)]+17\}-17$. [32]

● **456** $24+\{35-[35-(25-12+8)+1]+6+[44-(10-2-8)]\}$. [94]

● **457** $[60-9+(34-16)-24]-\{68-46-[(9-7)+18]+2\}-(10+24)$. [7]

● **458** $[1220-(145+129+840)-27]+\{30+[141-(37+29)]\}$. [184]

● **459** $\{40+[(66-60)+14]-18\}+[39-(12-4-3)-10]$. [66]

● **460** $(64-53)+\{19-[28-(90-80)]+[36-(12+24)]+1\}$. [13]

● **461** $\{165-[49-(57-37)]\}+\{18+(21+3)-[12+(36-16)]\}$. [146]

Calcola il valore delle seguenti espressioni con numeri naturali contenenti anche moltiplicazioni.

462 $10\cdot5+4\cdot7-5\cdot9$. [33]

463 $28\cdot2+17\cdot4-8+4$. [120]

464 $5+3\cdot4+7-2\cdot5+21-6$. [29]

465 $10\cdot2\cdot100-2\cdot5-7\cdot4\cdot16$. [1542]

466 $190-17\cdot2+28\cdot3-12\cdot4-6$. [186]

467 $18+2\cdot6\cdot1+17\cdot5\cdot0-3\cdot7+1$. [10]

468 $12+5\cdot1\cdot3-6\cdot0+15\cdot2-2\cdot27$. [3]

469 $(6+2)\cdot3-7+5\cdot4+7-2$. [42]

470 $12\cdot9-(40-4\cdot9)+3\cdot(18-2\cdot8)$. [110]

471 $5\cdot3+7-(12+1)-2\cdot(10-9)-1$. [6]

472 $6\cdot9-5\cdot2+5\cdot(27-18)-(15+25)$. [49]

473 $52-3\cdot(59-15\cdot3)+4\cdot5+17\cdot5-29\cdot3$. [28]

474 $(18-2\cdot7)\cdot4+7\cdot(5\cdot6-29)-8-15$. [0]

475 $(16+2\cdot5)\cdot(5\cdot8-17\cdot2)-5\cdot(6\cdot7-7\cdot5)-45+4$. [80]

476 $[84-23\cdot2-(7\cdot3+9)]\cdot5-4\cdot9$. [4]

477 $[(3+5\cdot4)\cdot7-25\cdot5]\cdot5-(90-5\cdot2)$. [100]

478 $49-[14+(37-13)\cdot5-(3+14)\cdot5]$. [0]

479 $55+3\cdot[3\cdot4\cdot7-18\cdot4-3\cdot(10-7\cdot1)]-3\cdot5\cdot3+7\cdot4$. [47]

480 $12-[13-(2+1)]+\{100-[49-(30-10)]\}$. [73]

481 $10+\{10+[5+5\cdot(5+6\cdot4+1)]\}-12+25\cdot4+13$. [276]

482 $\{[39+3+(3+9)]\cdot2+15+(6+2\cdot2)\}-2-14$. [117]

● **483** $[26-5\cdot3+(5\cdot2-3)+4\cdot3]\cdot(19-6\cdot3+2\cdot8)$. [510]

● **484** $24 \cdot 3 + [8 \cdot 9 + 2 \cdot 4 + (12 - 2 \cdot 5)] \cdot (21 - 3 \cdot 6 + 4 - 7)$. [72]

● **485** $\{(5 \cdot 5 - 21) \cdot [7 \cdot 6 - (8 \cdot 7 - 2 \cdot 10)]\} + 5 \cdot (24 \cdot 3 - 4 \cdot 17)$. [44]

● **486** $\{41 - [36 - (25 - 8) + 2 \cdot (12 - 10)] + 16 - 22\} - (25 - 3 \cdot 5)$. [2]

● **487** $\{[16 \cdot 2 + 8 \cdot 5 - (26 - 13) \cdot 5] + 3 \cdot 3 \cdot 8 - 70\} \cdot (121 - 12 \cdot 2 \cdot 5)$. [9]

● **488** $[2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 4 - (5 + 3 \cdot 5 \cdot 2 + 7 + 3 \cdot 2 - 21 \cdot 2)] \cdot (5 \cdot 4 - 19)$. [14]

● **489** $(34 - 17) \cdot 5 - \{[12 + 6 \cdot (5 \cdot 5 - 3 \cdot 7)] \cdot 2 - 15\} - 5 \cdot (3 \cdot 4 - 7)$. [3]

● **490** $\{[26 - 12 - (20 - 4 \cdot 4) \cdot 2] \cdot 2 - 5 \cdot 2\} \cdot 3 + 5 \cdot (6 \cdot 2 - 2 \cdot 5 + 7)$. [51]

● **491** $\{13 + [6 \cdot (85 - 80 + 1)] + 7 - (21 - 16 + 1)\} + 3 \cdot 4$. [62]

● **492** $25 \cdot 2 + \{[79 - 34 - (27 - 15) \cdot 2] \cdot (22 - 14)\} - 12$. [206]

● **493** $14 \cdot (15 + 55) - \{3 \cdot [1752 - 7 \cdot (700 + 20 - 6 \cdot 7 \cdot 13)] - 53 \cdot (10 + 2)\}$. [14]

Calcola il valore delle seguenti espressioni con numeri naturali contenenti le quattro operazioni.

494 $24 : 3 : 2 + 15 : 15 - 4 + 0 : 10 + 7 : 7$. [2]

495 $3 + 1 + 16 : 8 - 5 : 5 + 6 \cdot 3 : 18 - 0 : 9 + 8 \cdot 0$. [6]

496 $(25 + 4 \cdot 2) - (14 + 2 - 6) + 7$. [30]

497 $2 + 4 \cdot 2 + (5 \cdot 2 + 14 : 7) - (4 + 6 \cdot 3 : 9) + 10$. [26]

498 $(1 + 12 - 4 : 2) + (6 \cdot 3 + 4 : 1) - 5$. [28]

499 $49 : [14 + (37 - 13) \cdot 5 - (3 + 14) \cdot 5]$. [1]

500 $(20 \cdot 5 + 2) : (11 \cdot 3 - 6 \cdot 5) - (12 \cdot 2 + 6)$. [4]

501 $18 + (6 \cdot 3 + 5 \cdot 4 - 65 : 5) - (54 : 3 - 50 : 10)$. [30]

502 $[27 : 9 + 16 : 8 \cdot (5 + 24 : 6) : 18] \cdot 5$. [20]

503 $[(2 + 1 + 8 \cdot 5 - 36 : 3) - (7 - 3 : 3) \cdot 4] : 7$. [1]

504 $2 + 3 : \{5 + 1 - 4 : [7 - 2 - 6 : (3 + 4 \cdot 3 - 13)] - 2 + 1\}$. [3]

505 $[(5 + 4 \cdot 3 - 2) + 8 \cdot (2 \cdot 5 - 4 + 3) + 6] : 3$. [31]

506 $(5 + 7) : [12 - (4 \cdot 7 - 10 - 9)] - 15 : 5 : 3$. [3]

507 $[26 - 12 \cdot 2 + (150 : 5 - 48 : 6) : 2] \cdot 12 : 4$. [39]

508 $3 \cdot \{16 - 3 \cdot [12 - (27 : 3 + 1)]\} : (8 - 81 : 27) - 6$. [0]

509 $36 : \{[(5 + 3 \cdot 7 - 16) : 5] + 2\} + 8$. [17]

510 $12 \cdot [2 \cdot 7 - (2 \cdot 5 + 10 - 8)] + (5 + 20 + 7 - 2)$. [54]

511 $[7 \cdot 4 - 5 \cdot 8 : 4 + (16 - 7 \cdot 2)] : (20 \cdot 1) + 2$. [3]

512 $[12 - (5 + 14 : 7) + 2] : (30 - 5 \cdot 4 - 9) + 2$. [9]

513 $45 - 6 \cdot \{15 - 2 \cdot [8 + 15 : (10 + 12 - 17) - 5]\}$. [27]

514 $\{60 - 50 : [12 + 7 \cdot (28 + 2 - 26) - 15] \cdot 15\} : 6$. [5]

515 $12 - 3 \cdot \{2 \cdot [(30 + 3 \cdot 5 - 2 \cdot 17) \cdot 2 - 2 \cdot 6 - 8]\}$. [0]

516 $(12 + 2 \cdot 6 + 1) + [125 - 4 \cdot (33 - 2 \cdot 4)] : 25 + 2$. [28]

517 $[22 + 8 + 5 \cdot (18 : 2)] : 3 - (2 \cdot 4) \cdot (2 \cdot 6 - 9)$. [1]

518 $[33 : 11 + (2 + 2 \cdot 5) : 6 + 2] + 2 \cdot (12 - 3 \cdot 4)$. [7]

519 $(24 : 4 + 2) \cdot [(25 \cdot 2 - 7 + 2) : 9] + (10 - 2 \cdot 3)$. [44]

520 $(81 - 21) : 6 + 2 \cdot [5 + 2 \cdot (12 - 2 \cdot 6) + 4] + 2.$ [30]

521 $[(16 - 2 \cdot 5) + 3] : 3 + 2 \cdot (5 + 2 \cdot 3) - 25.$ [0]

522 $(27 : 3 + 1) : 5 + [18 - (10 - 2 \cdot 4)] : 4 + 4.$ [10]

523 $(21 : 7 + 1) : 2 + [25 - 3 \cdot (10 - 3)] : 4 + 3.$ [6]

524 $2 \cdot [(5 + 2 \cdot 8) : (16 : 4 + 3)] - (5 \cdot 2 - 8).$ [4]

525 $[16 : (24 : 4 + 2)] + (15 - 5 \cdot 2) - (15 - 3 \cdot 3).$ [1]

526 $(10 + 9 - 12) \cdot 9 + 12 : (18 - 3 \cdot 5) - 5 \cdot [19 - (2 \cdot 7)].$ [42]

527 $25 : [12 + (5 + 2 \cdot 10) - 5 \cdot 6 + 2 \cdot (12 - 2 \cdot 3) + 6].$ [1]

528 $(24 : 4 + 2) \cdot [(50 - 7 + 2) : 9] - [12 + (15 - 2 \cdot 7 + 6) + 8].$ [13]

529 $3 \cdot [5 \cdot 4 - 5 \cdot 3 + (8 - 3 \cdot 2)] : (12 - 2 \cdot 3 + 1).$ [3]

530 $[31 - (18 \cdot 2 - 17 - 2 \cdot 10 : 5) + 8 \cdot 2 - 44 : 2] - 5.$ [5]

531 $2 \cdot [(12 + 15 \cdot 2) : (12 + 3 - 2 \cdot 4)] - (5 \cdot 2 + 10 - 8).$ [0]

532 $50 : \{12 + 5 \cdot [21 - (15 - 10) \cdot 2] - 17\} - 1.$ [0]

533 $27 \cdot 3 : \{22 \cdot 2 - 5 \cdot [10 + 3 - 2 \cdot (15 - 27 : 3) + 6]\}.$ [9]

534 $(24 : 6) : \{30 : 5 - [15 - (31 - 10) : 3 - 4] : 2\}.$ [1]

535 $20 - \{[(21 - 3 \cdot 7 + 2) \cdot 10] : 5\} \cdot 3 + 5.$ [13]

536 $52 : 4 - \{7 \cdot 6 - [45 - (18 : 3 + 1)]\} - (49 : 7 + 1).$ [1]

537 $\{[(51 - 15 \cdot 3) : 2 + 4 \cdot (28 - 28 : 4 - 5 \cdot 4)] : 7\} : 1.$ [1]

538 $\{[66 : 11 + (2 + 6) : 2] : 5 + 10\} : 3 + (10 - 30 : 3).$ [4]

539 $\{18 + [48 : (8 + 4) + 7] \cdot 3 + 4\} : 11 + (3 + 2 \cdot 4).$ [16]

540 $\{50 - [30 : (4 + 1) + 8] : (2 + 5)\} : 12 + 2 \cdot 7.$ [18]

541 $\{[(21 \cdot 4 : 2 - 36 : 12) : 3 + 17] : 10 + 2 + 4\} - 6.$ [3]

542 $\{8 + [4 \cdot 11 - (25 \cdot 4 - 67)] : 11\} : (5 \cdot 9 - 6 \cdot 7).$ [3]

543 $\{[(25 \cdot 3 - 50) : 5 + 9] : 7 + 9 : 3\} : 5 + 1.$ [2]

544 $\{92 : [(38 + 2 \cdot 4) - (8 + 2 \cdot 5) \cdot (16 : 4 - 4)]\} + (9 - 3 \cdot 2).$ [5]

545 $\{18 : 2 - [40 : 5 - (35 - 8 - 20)]\} : (24 : 6).$ [2]

546 $49 : (12 - 5) + \{3 + 2 \cdot [2 + 1 + 2 \cdot (19 - 3 \cdot 6)]\}.$ [20]

547 $\{16 : 2 - (12 - 9) \cdot 6 : [3 \cdot (2 + 10) - 30]\} + (2 + 5 \cdot 3).$ [22]

548 $\{120 : [15 + (21 - 7 \cdot 2) - 2] + 2\} : 4 + (5 \cdot 7 - 5).$ [32]

549 $2 \cdot \{21 + [16 + (20 - 12 - 3 \cdot 2) \cdot 8] : 16\} - (23 \cdot 2).$ [0]

550 $7 + [(45 - 5 \cdot 7) + 2] : 4 \cdot \{5 \cdot [(5 + 7) - 10] - 25 : 5\}.$ [22]

551 $65 - \{26 + [15 - 50 : (25 - 5 \cdot 4)]\} \cdot 2 + (40 - 2 \cdot 10).$ [23]

552 $3 \cdot \{2 \cdot 8 - 3 \cdot [24 - 12 - (18 : 2 + 1)]\} : (8 - 18 : 6) - 6.$ [0]

553 $(28 : 7) : \{30 : 5 - [3 \cdot 5 - (37 - 10) : 3 - 8 : 2]\} : 1.$ [1]

554 $\{[(21 \cdot 2 + 45 : 9 - 17) + (12 \cdot 3 - 10) - 6] + 5\} : 11.$ [5]

555 $18 : 9 \cdot 2 + [(100 : 25 - 3 \cdot 1 + 32 : 8) + 56 : 8 - 21 : 7] - 12.$ [1]

556 $[25 : 5 + 3 \cdot (6 \cdot 4 - 4) - 13 \cdot 5] : [2 + 3 \cdot (28 - 2)].$ [0]

557 $[(28 \cdot 3 + 6 \cdot 2 \cdot 9) : (10 - 2) + 8 \cdot 5 \cdot 3] : (14 - 2) + (58 + 2) : 6.$ [22]

558 $(16 : 4 - 2) + 3 : \{7 - 4 : [(5 - 6 : 2) - (21 - 19) + 5 - 4]\}.$ [3]

559 $3 \cdot (25 : 5 - 3) - \{5 - [10 - (20 : 2 + 2 \cdot 7 - 14)]\} + 2 \cdot 3 \cdot 4.$ [25]

560 $(52 - 2 \cdot 13) + \{5 + [4 - 2 \cdot (21 - 3 \cdot 7)] \cdot (2 + 1) \cdot 2\}.$ [55]

561 $2 + 0 : (16 + 2 \cdot 3 + 7) - [19 + 1 + (11 \cdot 0 \cdot 3 \cdot 1) - 2 \cdot 9].$ [0]

562 $\{8 + 27 - [5 \cdot 4 + (6 \cdot 3 + 2 \cdot 4 - 14 : 2) - 36 : 3] + 8 \cdot 4\} : 5.$ [8]

563 $10 \cdot 2 + \{5 \cdot 18 - [(16 + 4 \cdot 6 - 60 : 5) + 3 \cdot 4] - 5 \cdot 2 + 4\}.$ [64]

564 $(32 - 16) : \{(3 \cdot 7 + 3) - [85 - 5 \cdot 5 - (26 + 58) : 3 - (18 - 2)] : 2\}.$ [1]

565 $\{9 \cdot 8 : [(40 + 2 \cdot 4) - (8 + 2 \cdot 6) \cdot (8 : 2 - 2)] - 1\} \cdot 2 - 3 \cdot 7 : (5 + 2).$ [13]

566 $(7 + 2 \cdot 25) + 3 \cdot \{71 - [(15 \cdot 4 + 8) - 3 \cdot (48 - 6 \cdot 7)] : 5 - 49\} - 23.$ [70]

567 $4 + \{[(2 \cdot 6 + 2) \cdot 2 - 6 \cdot 2 + (12 + 1 \cdot 7)] : 5 + 7\} : 14 + 4.$ [9]

568 $(2 + 36 : 4) \cdot [(50 - 28 : 7 + 2) : 12] - \{5 + [(14 : 2 + 1) + 3]\} : 2.$ [36]

569 $\{(3 \cdot 5 + 6 \cdot 0) - (25 : 5 + 2) \cdot 2 + 6 \cdot 4 + 4 \cdot [25 \cdot 5 - (18 + 2 \cdot 6)]\} : 15.$ [27]

570 $\{[(15 \cdot 5 - 50) : 5 + 7] \cdot 12 + 12 : 2\} : \{5 \cdot [5 \cdot 7 - 3 \cdot (22 - 11)]\}.$ [15]

571 $\{(2 \cdot 5 - 7) + [56 : 8 + 3 \cdot (32 - 5 \cdot 6)] : (40 - 3 \cdot 13)\} : 4 + 6.$ [10]

572 $\{41 - [36 - 68 : 4 - 2 \cdot (360 : 180)] + 16 - 22\} - (15 - 10).$ [15]

573 $\{45 : 15 \cdot 2 + [120 - (5 \cdot 8 - 4 \cdot 10) : (2 \cdot 13 - 2 \cdot 10 - 6 : 6)]\} + 21 - 3 \cdot 5.$ [132]

574 $\{[(4 + 24 : 2 - 9 \cdot 0) \cdot 3 - 12 \cdot 2] : 8 + 4 \cdot 27\} : (5 + 2 \cdot 9 - 10 \cdot 2).$ [37]

575 $\{50 \cdot 6 + [7 \cdot (27 - 4 \cdot 5) + (44 + 22 \cdot 2) : 11 - 27]\} : 6.$ [55]

576 $(12 \cdot 4 + 11 \cdot 3 \cdot 4) - [10 \cdot (15 - 52 : 4) + (108 : 4 - 1 \cdot 4) \cdot 2 - 6].$ [120]

577 $(80 - 2 \cdot 4) : \{7 \cdot 8 + 3 \cdot [80 - 3 \cdot 25 + 6 \cdot (10 : 2 - 3) - 17] - 4 \cdot 5\}.$ [2]

578 $(140 : 2) \cdot 5 - 4 \cdot \{(3 \cdot 11 - 11) : 11 + 3 \cdot [4 \cdot (28 - 4 \cdot 5) - 2] - 3 \cdot 4\}.$ [30]

579 $(125 - 15 \cdot 7) : \{[(16 - 3 \cdot 5) + (12 - 9 : 3)] + (36 - 13 \cdot 2)\}.$ [1]

580 $(78 + 15 : 3 + 2) : \{[121 - 100 : 50 - (12 + 37)] \cdot 3 : 21 - 5\}.$ [17]

581 $\{(12 - 6 \cdot 1 + 3 \cdot 4) + [22 - 20 : (18 + 22 - 5 \cdot 4)] : 7\} : 7.$ [3]

582 $18 + 12 : \{116 - 19 \cdot [51 + 9 \cdot (12 + 7 - 9) - (8 \cdot 9 + 8) - 55]\}.$ [24]

583 $\{(130 - 15 \cdot 8) : 2 + [26 - 4 \cdot 5 + (17 - 8 \cdot 2)] \cdot (12 - 5 \cdot 2)\} : 19.$ [1]

584 $(4 \cdot 25 + 58) - \{56 - [235 - (99 \cdot 3 - 3 \cdot 72) \cdot 2 - 66] \cdot 4 - 3 \cdot 4\} \cdot 9 - 5.$ [9]

585 $(9 \cdot 3 + 5 \cdot 4) - (2 \cdot 5 - 2 \cdot 4) \cdot \{17 - 3 \cdot [5 - (2 \cdot 11 - 20) + 2]\}.$ [43]

586 $\{5 \cdot [2 \cdot (3 + 4 \cdot 5) - 9 \cdot 5] + (5 \cdot 9 + 45) \cdot 2 - 2 \cdot 52\} : 9 + 2.$ [11]

587 $2 \cdot [(2 \cdot 5 \cdot 5 + 10) + 5 \cdot 8 - (5 \cdot 8 - 5) - (32 - 2 \cdot 5) - 15] - 3.$ [53]

588 $[2 + 5 + (10 + 14 \cdot 2 + 2 \cdot 8 + 33 \cdot 2) : 10 + (2 + 5 \cdot 4 - 2 \cdot 5 + 1) - 5] : 9.$ [3]

589 $\{130 - 12 \cdot 9 - [13 + 8 \cdot 2 \cdot (28 - 19 + 2 \cdot 15) : 3] : 13\} \cdot 2.$ [10]

590 $10 - 2 + 3 \cdot \{27 : 9 + [21 : 7 - 3 \cdot (2 \cdot 6 - 20 : 2 - 2) + 16 : 2] : 11 + 3\}.$ [29]

591 $(2 \cdot 10 + 2) + 18 : \{2 \cdot 18 : [4 \cdot 6 : (3 + 12 : 4 + 2) + 3] - 4 \cdot (10 - 3 \cdot 3)\}.$ [31]

592 $(23 + 10 \cdot 2) - 8 \cdot \{21 + 5 \cdot [88 - (60 - 2 \cdot 20) \cdot 4 - 6] - 15 \cdot 2\}.$ [35]

593 $\{[(21 - 10 \cdot 2 + 9) + 5 \cdot 2 + (95 - 25 \cdot 3 - 2 \cdot 7)] \cdot 3 - 35 \cdot 2\} \cdot 3.$ [24]

●594 $\{25 + 2 \cdot [16 - 5 \cdot (21 - 3 \cdot 6) + 2 \cdot 6] - 15 + (7 + 7 \cdot 2)\} - 51.$ [6]

●595 $\{155 - 25 : 5 + [12 - 30 : (18 - 7 + 4)]\} : 4 + [25 + 5 \cdot (12 + 16 - 23)] - 81.$ [9]

●596 $[(29 + 69 + 25 \cdot 12 + 2) - 25 \cdot (4 \cdot 27 - 4 \cdot 25)] : \{[(5 \cdot 12 - 2) - 18] - 30\}.$ [20]

●●597 $(2 \cdot 15 + 16 \cdot 3) - \{2 + 3 + [2 + 3 \cdot (5 + 2 \cdot 5) + (8 + 2 \cdot 4) - (3 + 3 \cdot 4) + 2] \cdot 2\} : 5.$ [57]

●●598 $\{[17 + (20 \cdot 25 + 3 + 5 \cdot 14)] - [(12 + 13) \cdot 28 - (5 + 3) \cdot 25]\} : (15 \cdot 9 - 6 \cdot 21 + 9).$ [5]

●●599 $[(136 + 4 \cdot 12 + 16 + 25 \cdot 4) + 12] : (67 - 2 \cdot 32) + (7 + 25 \cdot 4) - [(185 + 15 + 25 \cdot 28) - 25 \cdot 28].$ [11]

●●600 $[(138 + 5 \cdot 26 + 132) + (36 \cdot 9 - 24)] : \{(191 + 17 \cdot 2) : [36 - (4 \cdot 5 + 7)]\} - 16.$ [12]

●●601 $\{[118 - 119 \cdot (25 - 5 \cdot 2 - 3 \cdot 5)] : 2 + 1\} : \{27 - 27 \cdot [35 - (3 \cdot 10 + 4)] + 15 \cdot 2\}.$ [2]

●●602 $\{[(1 + 2 \cdot 59) - 19] + [137 - (3 \cdot 40 + 9)]\} : \{[26 + (25 \cdot 28 - 24 \cdot 25)] - (17 + 5 \cdot 5 \cdot 4)\}.$ [12]

●●603 $\{[(165 + 2 \cdot 21 - 7) : 2 + 40 \cdot 2] - (36 \cdot 4 - 2 \cdot 32) + 4\} : [(25 \cdot 8 + 2 \cdot 8) : (7 + 5 \cdot 8 - 5 \cdot 4)].$ [13]

●●604 $(154 : 77 \cdot 49 - 49 \cdot 2) \cdot \{[79 + (5 \cdot 12 + 4 \cdot 3) - 36] : [19 + (15 \cdot 4 - 2 \cdot 28)]\} + (48 \cdot 2 - 41 \cdot 2).$ [14]

●●605 $\{[161 + (27 \cdot 3 + 7 \cdot 3 + 63 : 9)] : [180 - (5 \cdot 13 + 156 : 2 + 280 : 7 - 95 : 19)]\} : 9.$ [15]

●●606 $[(121 : 11 + 120 : 5) \cdot (78 - 5 \cdot 15)] : \{[(65 \cdot 3 - 13 \cdot 3) : 3 + 5 \cdot 19] : [19 + (3 \cdot 19 - 5 \cdot 11)]\}.$ [15]

●●607 $(312 + 96 \cdot 5 - 8 \cdot 83) : \{[(400 - 25 \cdot 8 + 28 \cdot 2) : (35 \cdot 3 + 112 : 4 - 5)] \cdot 4\}.$ [16]

●●608 $\{[(25 \cdot 28 + 192 \cdot 13 - 79 \cdot 4) : (178 - 8 \cdot 11)] : [(283 - 8 \cdot 25 - 19) : 16]\} \cdot (20 : 4 - 3).$ [16]

●●609 $\{[36 + (25 \cdot 8 - 25 \cdot 4)] : [(25 \cdot 24 + 2 \cdot 24) : 81]\} \cdot \{[182 + (34 \cdot 6 + 42 : 3)] : [25 \cdot 12 + 100]\}.$ [17]

●●610 $\{[190 + (318 : 6 - 5 \cdot 8 - 9) - 2] : [(5 \cdot 8 + 5 \cdot 8 + 5 \cdot 2) + 6]\} \cdot [(40 \cdot 3 - 117) \cdot (30 \cdot 6 - 3 \cdot 59)].$ [18]

●●611 $\{[(5 \cdot 28 \cdot 5 + 5 \cdot 8) - 11] : [1 + (5 \cdot 16 + 5) - 5]\} \cdot [(5 \cdot 8 + 5 \cdot 10 + 6) : (80 : 4 - 4)] : 3.$ [18]

●●612 $(28 + 17 \cdot 12 : 51 + 12 \cdot 4) : \{[92 + (8 \cdot 25 + 8 \cdot 1)] : [101 - 15 - (12 \cdot 25 + 7 \cdot 9) : 33]\}.$ [20]

●●613 $\{21 + [(141 - 4 \cdot 25 + 5 \cdot 8 - 5 \cdot 11) \cdot (120 - 7 \cdot 8) : 8 - 19]\} : \{39 - [138 - (25 \cdot 12 + 3 \cdot 9) : 3]\}.$ [21]

Calcola il valore delle seguenti espressioni con numeri decimali.

●614 $(5{,}2 + 6{,}2) - (3{,}1 + 3{,}5 - 4{,}1) - 5{,}6.$ [3,3]

●615 $35{,}6 - (18{,}3 + 12{,}4) + [12{,}7 + 11{,}5 - (13{,}2 - 11{,}8)] - 11{,}7.$ [16]

●616 $[(2{,}7 + 7{,}8) + (18{,}8 + 12{,}2 - 6{,}5)] : 7 + 12{,}5 - (2{,}8 + 0{,}7).$ [14]

●617 $[(80 - 12{,}5) + (2 + 3{,}2 + 4{,}8)] : 2{,}5 - (30 - 7{,}5) - 0{,}5.$ [8]

●618 $\{38{,}8 : 2 - [40 : 2{,}5 - (37 + 3{,}5 - 32{,}5)]\} + 0{,}6 : 2 - 5{,}7.$ [6]

●619 $\{[(2{,}5 \cdot 0{,}3 + 5) : 0{,}5 + 0{,}9] - 0{,}4 : (0{,}6 + 2{,}8 + 2{,}6 - 2)\} - 12{,}3.$ [0]

●620 $6{,}5 - \{2{,}6 + [12 - 30 : (0{,}2 + 1{,}8 + 4)] : 7 + 2{,}9\}.$ [0]

●621 $\{5{,}5 - [28 : (3{,}4 + 3{,}6) + 8] : (12{,}5 - 6{,}5)\} \cdot 10 - 5.$ [30]

●622 $36 : \{1{,}2 + 5 \cdot [12 - (1{,}5 + 0{,}5) \cdot 4] - 2 \cdot 5{,}6 - 1\}.$ [4]

●623 $\{[2{,}5 + 3{,}5 : 5 + (2 + 2{,}6) \cdot 3{,}2 : 8] - (12{,}5 + 3{,}5) : 8 + 4\} + 2{,}96.$ [10]

●624 $\{0{,}6 + [2{,}6 \cdot 1{,}9 - (2{,}4 + 1{,}8 - 0{,}6 \cdot 1{,}9)] \cdot 1{,}5 - 0{,}5 \cdot 0{,}1\} \cdot 2.$ [6,74]

●625 $\{13{,}6 + 2{,}4 \cdot 3 - (8{,}5 - 2{,}4 \cdot 0{,}5) \cdot [8{,}2 - (2{,}5 \cdot 3 - 0{,}5)]\}.$ [12,04]

●626 $96{,}6 - (21{,}7 \cdot 0{,}5 - 10{,}8 \cdot 0{,}2) \cdot \{5{,}2 + [6 - (21{,}6 - 19{,}4)]\}.$ [18,39]

●627 $\{[8{,}34 - 2{,}25 \cdot 2 - (0{,}7 \cdot 3 + 0{,}9)] \cdot (4 + 1) - 0{,}6 \cdot 7\} + 2{,}2.$ [2,2]

●628 $26 + \{31{,}3 - [16 - 10{,}3 + (9 - 3{,}9)] + 7\} - 14{,}2.$ [39,3]

●629 $35 + \{26 + [22 - (14{,}4 - 10{,}4) + 3] - 12{,}6\} - 10{,}6 - (13{,}3 + 11{,}3).$ [34,2]

Verifica la tua preparazione eseguendo i seguenti esercizi relativi agli obiettivi di **conoscenza**. Controlla quindi l'esattezza delle soluzioni alla fine del volume ed assegnati un punto per ciascun esercizio svolto correttamente.

✗ Il concetto e le proprietà delle quattro operazioni fondamentali

1 Come si chiamano i termini e il risultato dell'operazione di addizione?
a. Fattori e somma; **b.** addendi e somma; **c.** addendi e differenza; **d.** addendi e quoziente.

2 Nella seguente addizione metti al posto del puntino il termine corretto ..... $+ 1 = 1$:
a. 6; **b.** 4; **c.** 0; **d.** 1.

3 Quale proprietà è stata applicata alla seguente addizione $1 + 5 + 9 = 9 + 1 + 5 = 15$?
a. Associativa; **b.** dissociativa; **c.** commutativa; **d.** nessuna proprietà.

4 Come si chiamano i termini e il risultato dell'operazione di sottrazione?
a. Minuendo, sottraendo e somma; **b.** minuendo, sottraendo e prodotto;
c. dividendo, divisore e quoziente; **d.** minuendo, sottraendo e differenza.

5 Nella seguente sottrazione metti al posto del puntino il termine corretto ..... $- 1 = 0$:
a. 6; **b.** 7; **c.** 0; **d.** 1.

6 Quale proprietà è stata applicata alla seguente sottrazione $78 - 28 = (78 + 2) - (28 + 2) = 50$?
a. Invariantiva; **b.** associativa; **c.** dissociativa; **d.** distributiva.

7 Come si chiamano i termini e il risultato dell'operazione di moltiplicazione?
a. Fattori e prodotto; **b.** addendi e somma; **c.** addendi e differenza; **d.** fattori e differenza.

8 Nella seguente moltiplicazione metti al posto del puntino il termine corretto ..... $\cdot 1 = 0$:
a. 2; **b.** 0; **c.** 1; **d.** 2.

9 Quale proprietà è stata applicata alla seguente moltiplicazione $(4 + 5) \cdot 2 = (4 \cdot 2) + (5 \cdot 2) = 18$?
a. Associativa; **b.** dissociativa; **c.** distributiva; **d.** commutativa.

10 Come si chiamano i termini e il risultato dell'operazione di divisione?
a. Dividendo, divisore e somma; **b.** dividendo, divisore e quoziente;
c. minuendo, sottraendo e quoziente; **d.** dividendo, sottraendo e prodotto.

11 Nella seguente divisione metti al posto del puntino il termine corretto ..... $: 5 = 0$:
a. 5; **b.** 1; **c.** 0; **d.** non esiste.

12 Quale proprietà è stata applicata alla seguente divisione $(100 : 4) = (100 : 2) : (4 : 2) = 25$?
a. Distributiva; **b.** invariantiva; **c.** associativa; **d.** nessuna proprietà.

✗ L'ordine delle operazioni da svolgere in un'espressione numerica

13 Indica quale operazione devi eseguire per prima nella seguente espressione: $25 - 10 + (4 - 3 + 2 \cdot 2)$:
a. $25 - 10$; **b.** $4 - 3$; **c.** $2 \cdot 2$; **d.** $3 + 2$.

14 Indica quale delle seguenti espressioni è impossibile.
a. $(4 - 4) : (3 : 3)$; **b.** $3 \cdot 3 : (4 - 4)$; **c.** $6 : 3 - 10 : 5$; **d.** $8 + 4 : 2 - 10$.

Autovalutazione — Punteggio conseguito ..... / 14

Da 0 a 5: Non conosci gli argomenti trattati nel capitolo. **Devi ristudiarlo**.
Da 6 a 9: Conosci solo superficialmente i contenuti del capitolo. **Devi ripassare** gli argomenti corrispondenti alle conoscenze non acquisite.
Da 10 a 14: Conosci in modo sufficientemente approfondito i contenuti del capitolo. **Puoi affrontare il prossimo capitolo**.

Verifica la tua preparazione eseguendo i seguenti esercizi relativi agli obiettivi di **abilità**. Controlla quindi l'esattezza delle soluzioni alla fine del volume ed assegnati un punto per ciascun esercizio svolto correttamente.

✗ Eseguire il calcolo delle quattro operazioni fondamentali

Esegui le seguenti operazioni.

1 **a.** $714 + 8976$; **b.** $687 + 14396$; **c.** $12{,}7 + 158{,}63$.

2 **a.** $831 - 77$; **b.** $1406 - 789$; **c.** $114{,}32 - 67{,}8$.

3 **a.** $715 \cdot 86$; **b.** $12536 \cdot 708$; **c.** $413{,}5 \cdot 71{,}32$.

4 **a.** $1674 : 36$; **b.** $154929 : 4{,}3$; **c.** $7153{,}2 : 4{,}8$.

✗ Applicare le proprietà delle operazioni

5 Applicando la proprietà dissociativa all'addizione $16 + 5 + 3 + 5$ ottieni:
a. $19 + 10 = 29$; **b.** $10 + 6 + 5 + 3 + 5 = 29$; **c.** $21 + 8 = 29$; **d.** $16 + 3 + 5 + 5 = 29$.

6 Applicando la proprietà associativa all'addizione $5 + 21 + 38 + 1$ ottieni:
a. $26 + 39$; **b.** $5 + 38 + 20 + 1 + 1$; **c.** $1 + 21 + 38 + 5$; **d.** $30 + 21 + 8 + 5 + 1$.

7 Applicando la proprietà invariantiva alla sottrazione $216 - 21$ ottieni:
a. $215 - 20$; **b.** 195; **c.** $210 + 6 - 20 + 1$; **d.** $200 + 16 - 20 + 1$.

8 Applicando la proprietà commutativa al prodotto $50 \cdot 35$ ottieni?
a. $10 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$; **b.** $(40 + 10) \cdot (30 + 5)$; **c.** $35 \cdot 50$; **d.** $(50 \cdot 2) \cdot (35 \cdot 2)$.

9 Per eseguire la divisione $12 : 3{,}5$ devi:
a. aggiungere 0,5 a divisore e dividendo; **b.** togliere 0,5 a divisore e dividendo;
c. moltiplicare dividendo e divisore per 10; **d.** moltiplicare divisore e dividendo per 0,1.

✗ Risolvere un'espressione numerica

Calcola il valore delle seguenti espressioni.

10 $380 : \{[80 + 10 \cdot (3 \cdot 4 + 2 \cdot 9 - 3 \cdot 5 - 5)] : [120 - (27 \cdot 3 + 5 \cdot 6)]\}$.

11 $180 : \{[(9 + 5 \cdot 18) \cdot (7 \cdot 20 - 5 \cdot 24)] : [(7 \cdot 11 + 120 - 7) + (4 \cdot 22 - 4 \cdot 20)]\} + 1$.

12 $\{(30 \cdot 9 - 25 \cdot 4 - 3 \cdot 3) - [(23 + 14 \cdot 7 + 2) \cdot (47 - 2 \cdot 20 - 7)] : 79\} - (1 + 60 \cdot 3 - 174 : 6)$.

..... / 12

Da 0 a 4: Non hai sviluppato adeguate abilità. Devi studiare nuovamente il capitolo ed eseguire tutti gli **esercizi del recupero**.

Da 5 a 8: Non possiedi le abilità richieste. Prima di affrontare gli **esercizi di consolidamento** devi svolgere gli **esercizi del recupero** relativi alle abilità non ancora acquisite.

Da 9 a 12: Hai raggiunto pienamente le abilità specifiche del capitolo. Puoi affrontare gli **esercizi per il potenziamento** e le **gare della matematica**.

✗ Eseguire il calcolo delle quattro operazioni fondamentali

1 **Vero o Falso?**

Stabilisci quali delle seguenti affermazioni sono errate e correggi gli errori.

a. Addizione è sinonimo di somma. V F

b. Mettendo in colonna $1{,}52 + 3{,}8$ la cifra 5 del primo addendo è posizionata immediatamente sopra la cifra 3. V F

c. In una sottrazione il minuendo è il primo dei due numeri. V F

d. Il numero 0 è l'elemento neutro della sottrazione. V F

e. La moltiplicazione è un'operazione che fa corrispondere a due numeri un terzo numero ottenuto eseguendo l'addizione di tanti addendi uguali al primo quanti ne indica il secondo. V F

f. Il numero 1 è l'elemento neutro della moltiplicazione. V F

g. Per moltiplicare un numero naturale per 100 basta aggiungere tanti zeri quante sono le cifre del numero 100. V F

h. Quoto e quoziente sono sinonimi. V F

i. In una divisione il dividendo è il primo dei due numeri. V F

l. $0 : 15 = 0$. V F

m. $15 : 0 = 0$. V F

Esegui le seguenti operazioni.

2 **a.** $12 + 8 + 10$; **b.** $12 + 8 + 8 + 10$; **c.** $1 + 11 + 12$.

3 **a.** $21 + 2 + 33$; **b.** $18 + 0 + 2 + 22$; **c.** $23 + 7 + 3 + 4$.

4 **a.** $33 + 1 + 121$; **b.** $34 + 45 + 1$; **c.** $29 + 11 + 6 + 22$.

5 **a.** $12 + 55 + 2$; **b.** $44 + 8 + 12$; **c.** $22 + 100 + 5$.

6 **a.** $12{,}47 + 5{,}147$; **b.** $1458{,}23 + 0{,}425$; **c.** $54{,}895 + 7887{,}774$.

7 **a.** $2{,}52 + 741{,}785$; **b.** $5874{,}86 + 56{,}462$; **c.** $75{,}657 + 1298{,}749$.

8 **a.** $12{,}863 + 0{,}412$; **b.** $74{,}41 + 7456{,}92$; **c.** $126{,}67 + 4158{,}885$.

9 **a.** $0{,}715 + 71{,}86$; **b.** $75{,}6 + 365{,}55$; **c.** $77{,}85 + 758{,}749$.

10 **a.** $16{,}212 + 7{,}986$; **b.** $474{,}26 + 257{,}9$; **c.** $744{,}7 + 1298$.

11 **a.** $120 - 32$; **b.** $150 - 42$; **c.** $150 - 43$.

12 **a.** $185 - 61$; **b.** $3163 - 145$; **c.** $2181 - 715$.

13 **a.** $4258 - 19$; **b.** $240 - 116$; **c.** $1430 - 125$.

14 **a.** $7324 - 199$; **b.** $3480 - 267$; **c.** $1770 - 423$.

15 **a.** $456{,}23 - 58{,}53$; **b.** $75{,}825 - 0{,}058$; **c.** $12{,}446 - 6{,}582$.

16 **a.** $32{,}213 - 9{,}443$; **b.** $245{,}582 - 16{,}764$; **c.** $133{,}22 - 25{,}84$.

17 **a.** $678{,}53 - 435{,}33$; **b.** $758 - 144{,}688$; **c.** $368{,}6 - 329$.

18 **a.** $12 \cdot 22$; **b.** $15 \cdot 12$; **c.** $20 \cdot 18$.

19 **a.** $32 \cdot 15$; **b.** $40 \cdot 21$; **c.** $120 \cdot 21$.

20 **a.** $42 \cdot 23$; **b.** $5 \cdot 150$; **c.** $14 \cdot 14$.

21 **a.** $31{,}4 \cdot 18{,}5$; **b.** $0{,}471 \cdot 6{,}71$; **c.** $4{,}87 \cdot 35$.

22 **a.** $16{,}4 \cdot 3{,}1$; **b.** $8{,}56 \cdot 16{,}1$; **c.** $21{,}3 \cdot 57{,}4$.

23 **a.** $540 : 6$; **b.** $120 : 6$; **c.** $990 : 3$.

24 **a.** $288 : 24$; **b.** $576 : 48$; **c.** $324 : 36$.

✗ Applicare le proprietà delle operazioni

25 **Vero o Falso?**

Stabilisci quali delle seguenti affermazioni sono errate e correggi gli errori.

a. L'addizione gode delle proprietà invariantiva. V F

b. La proprietà associativa dell'addizione stabilisce che la somma di tre o più addendi non cambia se a due (o più) di essi sostituiamo la loro somma. V F

c. $127 - 13$ ha lo stesso risultato di $(127 + 15) - (13 + 15)$. V F

d. La moltiplicazione non gode della proprietà commutativa. V F

e. $18 \cdot (14 + 35) = 18 \cdot 14 + 18 \cdot 35$ in base alla proprietà dissociativa. V F

f. Per eseguire la divisione $178 : 4{,}2$ si deve applicare la proprietà invariantiva. V F

Esegui le seguenti addizioni, cambia poi l'ordine del 2° e 3° addendo e verifica che il risultato non cambia.

26 **a.** $18 + 3 + 2 + 7$; **b.** $2 + 17 + 8 + 3$; **c.** $48 + 3 + 2 + 27$.

27 **a.** $16 + 6 + 4 + 14$; **b.** $26 + 6 + 4 + 24$; **c.** $4 + 34 + 36 + 6$.

Esegui le seguenti addizioni applicando opportunamente la proprietà commutativa e quella associativa.

28 **a.** $12 + 17 + 8 + 3$; **b.** $21 + 33 + 9 + 7$; **c.** $34 + 19 + 6 + 1$.

29 **a.** $25 + 24 + 5 + 6$; **b.** $9 + 32 + 41 + 18$; **c.** $23 + 16 + 27 + 14$.

30 **a.** $75 + 54 + 25 + 6$; **b.** $16 + 46 + 34 + 44$; **c.** $98 + 18 + 2 + 22$.

31 **a.** $27 + 17 + 33 + 23$; **b.** $67 + 97 + 3 + 23$; **c.** $64 + 44 + 6 + 16$.

Esegui le seguenti addizioni, associa poi due o più addendi in modo tale che la loro somma sia 20 e verifica che il risultato non cambia.

32 **a.** $8 + 12 + 5$; **b.** $16 + 4 + 8$; **c.** $8 + 2 + 10$.

33 **a.** $15 + 5 + 10$; **b.** $9 + 11 + 5 + 15$; **c.** $17 + 3 + 14 + 6$.

34 **a.** $19 + 1 + 13 + 7$; **b.** $14 + 6 + 10 + 10$; **c.** $12 + 15 + 6 + 8$.

Esegui le seguenti addizioni, associa poi due o più addendi in modo tale che la loro somma sia 100 e verifica che il risultato non cambia.

35 **a.** $59 + 41 + 20$; **b.** $63 + 37 + 30$; **c.** $75 + 25 + 58 + 42$.

36 **a.** $98 + 2 + 44 + 56$; **b.** $62 + 28 + 46 + 72$; **c.** $90 + 83 + 1 + 17 + 9$.

Dissocia i seguenti numeri in due o più addendi tali che la loro somma sia uguale al numero considerato.

37 **a.** 19; **b.** 23; **c.** 31; **d.** 38.

38 **a.** 43; **b.** 59; **c.** 64; **d.** 103.

39 **a.** 9; **b.** 78; **c.** 120; **d.** 300.

Esegui le seguenti addizioni, dissocia poi l'addendo 13 in $10 + 3$ e associa il 3 con l'altro addendo. Che cosa noti?

40 **a.** $17 + 13$; **b.** $27 + 13$; **c.** $37 + 13$; **d.** $47 + 13$.

41 **a.** $57 + 13$; **b.** $67 + 13$; **c.** $77 + 13$; **d.** $87 + 13$.

Applica la proprietà invariantiva, prima sommando e poi sottraendo il numero 12 alle seguenti sottrazioni.

42 **a.** $35 - 28$; **b.** $78 - 41$; **c.** $39 - 15$.

43 **a.** $126 - 39$; **b.** $245 - 115$; **c.** $342 - 252$.

44 **a.** $155 - 84$; **b.** $426 - 83$; **c.** $981 - 455$.

Esegui le seguenti moltiplicazioni, cambia poi l'ordine dei fattori 5 e 4 e verifica che il risultato non cambia.

45 **a.** $10 \cdot 5 \cdot 4$; **b.** $7 \cdot 4 \cdot 5$; **c.** $4 \cdot 0 \cdot 5$.

46 **a.** $4 \cdot 5 \cdot 3$; **b.** $5 \cdot 4 \cdot 2$; **c.** $8 \cdot 4 \cdot 5$.

47 **a.** $6 \cdot 5 \cdot 4$; **b.** $5 \cdot 4 \cdot 11$; **c.** $4 \cdot 9 \cdot 5$.

48 **a.** $12 \cdot 5 \cdot 4$; **b.** $20 \cdot 5 \cdot 4$; **c.** $4 \cdot 16 \cdot 5$.

Applica la proprietà associativa alle seguenti moltiplicazioni.

49 **a.** $2 \cdot 3 \cdot 4$; **b.** $6 \cdot 7 \cdot 10 \cdot 12$; **c.** $5 \cdot 6 \cdot 10 \cdot 20 \cdot 30$.

50 **a.** $2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 5$; **b.** $4 \cdot 9 \cdot 5 \cdot 21$; **c.** $9 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 56$.

Applica la proprietà dissociativa alle seguenti moltiplicazioni.

51 **a.** $6 \cdot 9$; **b.** $12 \cdot 14 \cdot 15$; **c.** $4 \cdot 9 \cdot 21 \cdot 28$.

52 **a.** $3 \cdot 6 \cdot 15 \cdot 35 \cdot 42$; **b.** $24 \cdot 13 \cdot 21$; **c.** $8 \cdot 14 \cdot 33$.

Applica la proprietà distributiva alle seguenti moltiplicazioni.

53 **a.** $3 \cdot (7 + 4)$; **b.** $(9 + 3) \cdot 5$; **c.** $4 \cdot (10 - 6)$.

54 **a.** $(15 - 9) \cdot 5$; **b.** $(4 + 33) \cdot 7$; **c.** $(8 - 3) \cdot 5$.

Risolvi le seguenti divisioni applicando la proprietà invariantiva.

55 **a.** $952 : 5{,}6$; **b.** $1012 : 2{,}3$; **c.** $4650 : 0{,}75$.

56 **a.** $1296 : 1{,}8$; **b.** $729 : 0{,}27$; **c.** $4{,}096 : 2{,}56$.

Applica la proprietà distributiva alle seguenti divisioni.

57 **a.** $(18 + 6) : 3$; **b.** $(50 - 5) : 5$; **c.** $(30 + 10) : 2$.

58 **a.** $(450 + 735) : 15$; **b.** $(864 - 228) : 4$; **c.** $(112 + 208 - 240) : 16$.

✗ Risolvere un'espressione numerica

59 **Vero o Falso?**

Stabilisci quali delle seguenti affermazioni sono errate e correggi gli errori.

a. In una espressione senza parentesi si eseguono per prime tutte le sottrazioni. V F

b. In una espressione con le parentesi si eseguono per primi i calcoli nelle parentesi quadre. V F

c. Le parentesi più interne sono quelle tonde. V F

Risolvi le seguenti espressioni.

60 Esercizio guida

$3 \cdot 144 : [20 + (8 \cdot 6 - 124 : 4) - 1] : (7 \cdot 14 - 16 \cdot 6) + 21 + 5 =$
$= 3 \cdot 144 : [20 + (\ldots\ldots - 31) - 1] : (\ldots\ldots - 96) + 21 + 5 =$
$= 3 \cdot 144 : [20 + \ldots\ldots - 1] : \ldots\ldots + 21 + 5 =$
$= 3 \cdot 144 : \ldots\ldots : 2 + 21 + 5 =$
$= 432 : 36 : \ldots\ldots + 21 + 5 =$
$= \ldots\ldots : 2 + 21 + 5 =$
$= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = 32.$

61 $2 + 6 - 3 \cdot 1 + 5 \cdot 4 - 10.$ [15]

62 $6 \cdot 5 + 10 : 2 - 4 + 8 \cdot 3.$ [55]

63 $18 : 3 \cdot 2 + 15 : 3 - 4 + 0 \cdot 2 + 6 : 6.$ [14]

64 $5 \cdot 2 + (10 \cdot 4 - 5 : 5 + 6) - 4 \cdot 10.$ [15]

65 $[(3 \cdot 3 + 4 \cdot 2 - 18 : 3) + 6 - 3] : (2 \cdot 7).$ [1]

66 $[16 : (30 : 6 + 5 - 2)] \cdot [(8 + 2 \cdot 0 - 50 : 10) - 3].$ [0]

67 $[5 \cdot (15 - 2 \cdot 5) - 3 \cdot (9 - 2 \cdot 3)] \cdot 6 - 5 \cdot 5.$ [71]

68 $[(6 + 4 \cdot 2) : 7 - 1] + [(3 + 5 : 5) \cdot (8 - 2 \cdot 3)].$ [9]

69 $4 \cdot [2 \cdot 8 - 5 + 3 \cdot 5 - (10 - 5) \cdot 2 - 5 \cdot (27 - 3 \cdot 8)].$ [4]

70 $29 - [5 \cdot 29 - (12 \cdot 3 \cdot 3 - 3 \cdot 8 - 8 \cdot 9) - 5 \cdot 3 \cdot 7].$ [1]

71 $(15 + 3 - 6 : 2) + [(4 + 8) : 3 - 4 + 5 \cdot 2] - (4 \cdot 2 + 7).$ [10]

72 $[(26 - 5 \cdot 4) \cdot 5 - 24] \cdot 2 + 5 \cdot [24 - (3 \cdot 4 + 7) - 2] - 7.$ [20]

73 $28 - \{15 + [16 - (8 + 2) + (20 - 16)]\} - 3.$ [0]

74 $51 - \{28 + [81 - (12 + 8 + 13) - (17 + 5 + 6)] + 3\}.$ [0]

75 $61 + \{99 - [60 - (15 + 12 + 18) + (17 + 5 + 6)] + 3\}.$ [120]

76 $\{81 : 9 - [120 : 15 - (35 - 8 - 20)]\} : (28 : 7).$ [2]

77 $\{[(34 : 17 - 6 \cdot 4 \cdot 0) + 6 \cdot 3 - 7] - (6 : 3 : 2 + 1)\} : 11.$ [1]

78 $\{[(16 + 4 \cdot 2) : 6 - 2] : 2\} \cdot [(12 + 5 \cdot 1 \cdot 3 - 6 \cdot 0) : 3].$ [9]

79 $\{63 \cdot (36 : 9) : [76 - (4 + 15 \cdot 4)]\} - [45 - (75 - 50)].$ [1]

80 $\{[(24 \cdot 2 + 2) : 5 + (17 - 10)] \cdot 12 + 6\} : [5 \cdot (35 - 33)].$ [21]

81 $\{[(3 \cdot 8 - 18) + 5 \cdot (10 - 7)] : (1 \cdot 14 - 11) - 3 + 10\} : 7.$ [2]

82 $2 \cdot \{6 + 12 \cdot 2 - [3 \cdot 2 - (2 + 4) + 1 + 7]\} + 6 \cdot 2 \cdot 4 - 8 \cdot 5.$ [52]

83 $\{[(6 \cdot 3 - 3 \cdot 4) + 5 \cdot (14 - 11)] : (1 \cdot 14 - 11) - 3 + 10\} : 7.$ [2]

84 $36 : 12 - \{[(4 \cdot 8 - 3 \cdot 4) : (16 : 4 + 1)] - 7 : 7\} + 0 \cdot 6 + 8 \cdot 7 : 56.$ [1]

85 $\{[(20 \cdot 5 - 75 \cdot 1) : 5 + 9] : 7 + 30 : 10\} + 20 - (2 \cdot 10 : 5 \cdot 3 + 5).$ [8]

Scheda di Valutazione del Recupero

Dopo aver rivisto la teoria e svolto l'attività di recupero, metti alla prova la tua preparazione rispondendo ai seguenti quesiti (scegli tra le soluzioni proposte), controlla l'esattezza delle risposte a pag. 416 e calcola il punteggio ottenuto in base alla griglia. Se hai totalizzato **almeno 14 punti** puoi ritenere colmato il debito, altrimenti riguarda gli argomenti sui quali hai commesso errori.

1 Esegui le seguenti operazioni con i numeri naturali:
a. $345 + 226 = ...$; **b.** $745 - 389 = ...$; **c.** $34 \cdot 20 = ...$; **d.** $375 : 15 = ...$

2 Quali fra le seguenti operazioni sono errate?
a. $315 + 98 = 313$; **b.** $713 - 65 = 648$; **c.** $16 \cdot 37 = 598$; **d.** $1323 : 21 = 63$.

3 $6 + 2 + 3 = 2 + 6 + 3$. Quale proprietà è stata applicata?
a. Associativa; **b.** invariantiva; **c.** commutativa.

4 $9 - 5 = (9 - 3) - (5 - 3)$. Quale proprietà è stata applicata?
a. Associativa; **b.** nessuna; **c.** invariantiva.

5 $(8 + 2) \cdot 3 = 8 \cdot 3 + 2 \cdot 3$. Quale proprietà è stata applicata?
a. Commutativa; **b.** distributiva; **c.** nessuna.

6 $27 : 9 = (27 : 3) : (9 : 3)$. Quale proprietà è stata applicata?
a. Distributiva; **b.** invariantiva; **c.** dissociativa.

7 Il numero 1 è l'elemento neutro dell'operazione di:
a. divisione; **b.** sottrazione; **c.** moltiplicazione.

8 Il numero 0 è l'elemento neutro dell'operazione di:
a. divisione; **b.** moltiplicazione; **c.** addizione.

9 I termini di una moltiplicazione si chiamano:
a. addendi; **b.** fattori; **c.** sottraendi.

10 Qual è il risultato del prodotto $0 \cdot 19$?
a. 19; **b.** 0; **c.** non è possibile.

11 Qual è il risultato del quoziente $0 : 5$?
a. 0; **b.** non è possibile; **c.** 15.

12 Qual è il risultato del quoziente $0 : 0$?
a. 0; **b.** non è possibile; **c.** indeterminato.

13 Indica il risultato dell'espressione $[(5 + 4 - 1) \cdot 2] : (10 - 24 : 6 - 2)$.
a. 0; **b.** 4; **c.** 2.

1 Calcola il valore delle seguenti addizioni disponendo gli addendi in colonna:

a. $35 + 712$; **b.** $437 + 1296$; **c.** $18{,}52 + 318{,}791$.

2 Scrivi le cifre mancanti nelle seguenti addizioni:

a.
$$\begin{array}{r} \dots 61 \; + \\ \dots 8 \; = \\ \hline 939 \end{array}$$

b.
$$\begin{array}{r} \dots 60 \; + \\ \dots 5 \; + \\ 9 \dots \; = \\ \hline 641 \end{array}$$

c.
$$\begin{array}{r} 5 \dots 18 \; + \\ 4 \dots \;\; 6 \; + \\ 91 \; + \\ \dots \; = \\ \hline 6371 \end{array}$$

3 Inserisci al posto dei puntini il numero opportuno per verificare le seguenti uguaglianze:

a. $42 + \dots\dots = 60$; **b.** $\dots\dots + 18 = 37$; **c.** $2{,}3 + \dots\dots = 5{,}2$.

4 Calcola il valore delle seguenti sottrazioni disponendo i termini in colonna:

a. $59 - 27$; **b.** $836 - 4{,}71$; **c.** $25{,}8 - 7{,}9$.

5 Scrivi le cifre mancanti nelle seguenti sottrazioni:

a.
$$\begin{array}{r} 6 \dots 7 \; - \\ \dots 5 \dots \; = \\ \hline 9\ 3\ 9 \end{array}$$

b.
$$\begin{array}{r} 3 \dots 1 \; - \\ \dots 5 \dots \; = \\ \hline 5\ 2 \end{array}$$

c.
$$\begin{array}{r} 6 \dots \dots \; - \\ \dots 8\ 9 \; = \\ \hline 1\ 5\ 6 \end{array}$$

6 Inserisci al posto dei puntini il numero opportuno per verificare le seguenti uguaglianze:

a. $36 - \dots\dots = 10$; **b.** $125 - \dots\dots = 18$; **c.** $\dots\dots - 2{,}6 = 7{,}4$.

7 Calcola il valore delle seguenti moltiplicazioni disponendo i fattori in colonna:

a. $3 \cdot 25$; **b.** $28 \cdot 3{,}1$; **c.** $3{,}5 \cdot 4{,}7$.

8 Inserisci al posto dei puntini il numero opportuno per verificare le seguenti uguaglianze:

a. $4 \cdot \dots\dots = 120$; **b.** $\dots\dots \cdot 10 = 320$; **c.** $12{,}6 \cdot \dots\dots = 1{,}26$.

9 Calcola il valore delle seguenti divisioni:

a. $150 : 25$; **b.** $492 : 0{,}6$; **c.** $2637{,}6 : 84$.

10 Inserisci al posto dei puntini il numero opportuno per verificare le seguenti uguaglianze:

a. $72 : \dots\dots = 8$; **b.** $\dots\dots : 25 = 5$; **c.** $18 : \dots\dots = 180$.

11 Inserisci al posto dei puntini il simbolo di $>$ (maggiore) o $<$ (minore):

a. $-1 \dots\dots + 4$; **b.** $-5 \dots\dots - 6$; **c.** $+2 \dots\dots 0$;

d. $0 \dots\dots - 3$; **e.** $-8 \dots\dots - 2$; **f.** $+6 \dots\dots - 6$.

12 Calcola il valore del termine incognito nelle seguenti operazioni con i numeri decimali:

a. $16{,}5 + 25{,}8 = \dots\dots$; **b.** $5{,}4 + \dots\dots = 7{,}9$; **c.** $1{,}42 - 0{,}26 = \dots\dots$; **d.** $3{,}01 - \dots\dots = 1{,}26$;

e. $4{,}2 \cdot 1{,}5 = \dots\dots$; **f.** $2{,}5 \cdot \dots\dots = 3$; **g.** $12{,}6 : 0{,}2 = \dots\dots$; **h.** $4{,}08 : \dots\dots = 4$.

● **13** Calcola, quando è possibile, il valore delle seguenti operazioni in cui entrano in gioco lo zero e l'uno:

a. $50 + 0 = \dots\dots$; **b.** $31 - 0 = \dots\dots$; **c.** $45 \cdot 1 = \dots\dots$;

d. $32 \cdot 0 = \dots\dots$; **e.** $18 : 0 = \dots\dots$; **f.** $0 : 18 = \dots\dots$;

g. $0 : 0 = \dots\dots$; **h.** $31 : 1 = \dots\dots$; **i.** $1 : 1 = \dots\dots$

● **14** Calcola il valore delle seguenti addizioni applicando la proprietà commutativa:

a. $5 + 12 + 15 + 8$; **b.** $45 + 6 + 5 + 4$; **c.** $66 + 38 + 2 + 4$.

● **15** Calcola il valore delle seguenti addizioni applicando la proprietà associativa:

a. $44 + 6 + 50$; **b.** $39 + 11 + 3 + 7$; **c.** $54 + 16 + 8 + 22$.

16 Calcola il valore delle seguenti addizioni applicando la proprietà dissociativa:
a. $24 + 16 + 2$; **b.** $6 + 42 + 18$; **c.** $526 + 74 + 110 + 90$.

17 Calcola il valore delle seguenti addizioni applicando le opportune proprietà e cercando di ottenere 100:
a. $25 + 40 + 75 + 60$; **b.** $30 + 15 + 70 + 85$; **c.** $18 + 28 + 52 + 64 + 30 + 8$.

18 Esegui le seguenti sottrazioni applicando la proprietà invariantiva:
a. $48 - 32 = (48 + ...) - (32 + ...) = ...$;
b. $125 - 50 = (125 - .....) - (50 - .....) = ...$;
c. $180 - 36 = (180 + ...) - (36 + ...) = ...$

19 Calcola il valore delle seguenti moltiplicazioni applicando la proprietà commutativa:
a. $3 \cdot 7 \cdot 10$; **b.** $15 \cdot 8 \cdot 2$; **c.** $13 \cdot 5 \cdot 10$.

20 Calcola il valore delle seguenti moltiplicazioni applicando la proprietà associativa:
a. $5 \cdot 6 \cdot 2$; **b.** $10 \cdot 8 \cdot 4$; **c.** $2 \cdot 10 \cdot 5$.

21 Calcola il valore delle seguenti moltiplicazioni applicando la proprietà dissociativa:
a. $15 \cdot 20 \cdot 4$; **b.** $36 \cdot 2 \cdot 5$; **c.** $5 \cdot 4 \cdot 16$.

22 Calcola il valore delle seguenti moltiplicazioni applicando la proprietà distributiva:
a. $5 \cdot (4 + 2)$; **b.** $5 \cdot (15 + 5)$; **c.** $2 \cdot (30 - 6)$.

23 Calcola il valore delle seguenti divisioni applicando la proprietà invariantiva:
a. $108 : 12$; **b.** $48 : 6$; **c.** $50 : 25$.

24 Calcola il valore delle seguenti divisioni applicando la proprietà distributiva:
a. $(18 + 6) : 2$; **b.** $(45 - 15) : 3$; **c.** $16 : 4 + 4 : 4$.

Calcola il valore delle seguenti espressioni.

25 $[(6 + 2) \cdot 3 - 7 + 10 \cdot 2 + 7 - 2] : [(6 \cdot 9 - 5 \cdot 2 + 9 \cdot 5 - 40) : 7]$. [6]

26 $12 - \{48 + [12 + (21 + 10 + 7) - 17] - [78 - (133 + 12 - 77) - 9] - 75\} - 6$. [1]

27 $33 + [(68 + 42 + 33 - 11) - 32] - \{[27 + (31 + 27 + 33)] - 18\} - 31$. [2]

28 $89 - \{67 + [131 - (21 + 18 + 32 + 90 - 100) + 5] - [116 - (73 + 85 - 97)]\}$. [2]

29 $[8 + (11 + 2 + 7) - (108 - 53 - 47)] : [7 - (51 + 46 + 3) : 50 + 61 - 46]$. [1]

30 $[(78 + 13 \cdot 6 + 33 + 2 \cdot 4) - (139 - 21 \cdot 2)] : [(130 : 13 + 70 + 35 \cdot 2) - (5 + 30 \cdot 4)]$. [4]

31 $(21 \cdot 2 - 14) : 7 + \{(2 + 16) \cdot 5 - [25 - (30 - 15)] \cdot 3 + 21\} : 9$. [13]

32 $\{[(140 - 27 \cdot 5) \cdot (32 + 4)] - [20 + (65 - 140 : 4) \cdot (13 - 54 : 6)]\} \cdot 3 - 56 \cdot 2$. [8]

33 $[(19 + 5 \cdot 8) - (7 + 2 \cdot 25)] \cdot \{[18 + (37 + 6 \cdot 7 - 61) + (3 + 5 \cdot 2)] : 7\} : 2$. [7]

34 $12 + \{[(37 + 6 \cdot 5 \cdot 2 - 1) : (48 - 11 \cdot 4)] : [(65 + 11 \cdot 5) : (19 \cdot 4 - 4 \cdot 9)]\} - 3 \cdot 4$. [8]

35 $[45 + (49 - 7 \cdot 6) \cdot 5] : \{121 - [19 + (51 - 8 \cdot 5 + 37 \cdot 3) - (7 \cdot 5 - 5)]\}$. [8]

36 $\{[280 - (57 + 2 \cdot 67) + 11] + [(3 + 5 \cdot 30) : 9]\} : [4 + (3 + 14 \cdot 5 + 7 \cdot 5) : 12]$. [9]

37 $\{24 : 3 - 3 \cdot 6 : [6 \cdot (1 + 5) - 30]\} \cdot [8 \cdot (25 : 5 - 10 \cdot 0) : 4] : (100 : 4)$. [2]

38 $56 : \{[89 + (56 - 3 \cdot 7) - (12 + 6 \cdot 8)] : [107 - (2 \cdot 25 + 2 \cdot 3) - (3 + 17 \cdot 4 - 28)]\}$. [7]

39 $[(39 + 57 \cdot 7 + 23 \cdot 5 \cdot 5) - 13] : \{[(201 + 11 \cdot 9) \cdot (207 - 199) + (39 \cdot 3 - 17)] : 25\}$. [10]

40 $\{[8 + 9 + 3 \cdot (12 + 5 \cdot 6 + 1) - (10 + 2 \cdot 48 + 1)] : [(6 + 1 \cdot 5) + (21 - 5 \cdot 4 + 1)]\} + 3$. [6]

41 $\{[17 - (3 \cdot 5 - 4)] \cdot 2\} : (50 : 10 - 1) + \{[(4 \cdot 5 + 5) - 22] + [(6 : 2 + 3) - 4]\}$. [8]

42 $\{5 \cdot 4 + 3 \cdot 4 \cdot [3 \cdot 7 \cdot 2 - (3 \cdot 5 + 4 \cdot 5 - 1)] - 50\} : (2 \cdot 3 \cdot 9 + 2 - 5 \cdot 9) \cdot (1 \cdot 3 + 9 : 3)$. [36]

43 $180 - \{[135 - (92 - 7 - 5 \cdot 10) - (4 \cdot 5 + 15 + 7)] \cdot [(51 + 2 \cdot 15) : (127 - 25 \cdot 4)]\}$. [6]

1 Completa le seguenti tabelle triangolari inserendo al posto dei puntini un numero in modo tale che ciascun numero della seconda e della terza riga sia la somma dei due numeri della riga sopra.

a.

10	....	....
16	....	
40		

b.

....	6	....
....	15	
40		

c.

18	4	....
....	....	
40		

2 Completa le seguenti tabelle triangolari inserendo al posto dei puntini un numero in modo tale che ciascun numero della seconda e della terza riga sia la differenza dei due numeri della riga sopra.

a.

82	26	....
....	....	
40		

b.

....	30	....
68	....	
40		

c.

....	....	25
....	40	
40		

3 Completa le seguenti tabelle triangolari inserendo al posto dei puntini un numero in modo tale che ciascun numero della seconda e della terza riga sia il prodotto dei due numeri della riga sopra.

a.

10	....	....
....	12	
240		

b.

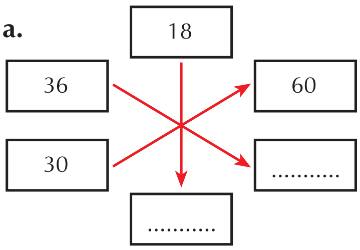
....	2	....
30	....	
240		

c.

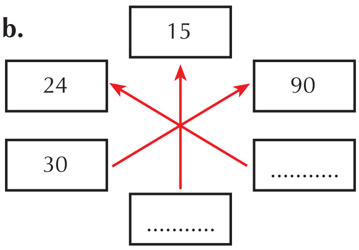
....	....	15
....	60	
240		

4 Dopo aver individuato l'operatore che lega i numeri dati nelle seguenti moltiplicazioni inserisci al posto dei puntini il numero mancante.

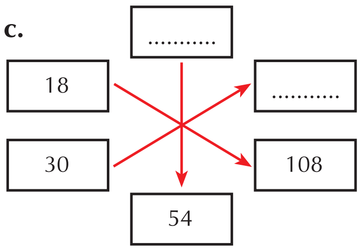
a.



b.



c.



5 Completa le seguenti tabelle triangolari inserendo al posto dei puntini un numero in modo tale che ciascun numero della seconda e della terza riga sia il quoziente dei due numeri della riga sopra.

a.

....	5	....
30	....	
30		

b.

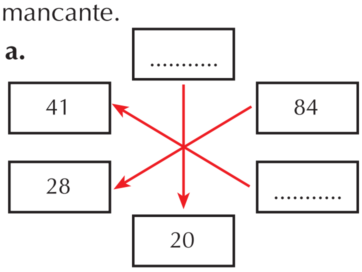
....	10	....
....	5	
6		

c.

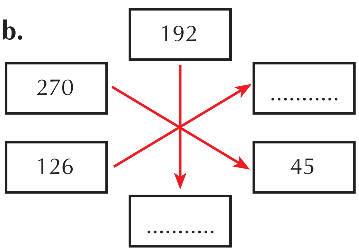
32	....	....
4	....	
2		

6 Dopo aver individuato l'operatore che lega i numeri delle seguenti divisioni, inserisci al posto dei puntini il numero mancante.

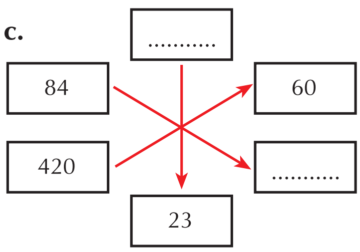
a.



b.



c.



Risolvi le seguenti espressioni.

7 $\{[(167 + 8 \cdot 25 + 3 \cdot 11) : (37 + 81 : 27 - 2 \cdot 19)] + (47 + 2 - 8 \cdot 5)\} : \{[(182 + 2 \cdot 9) + (7 + 5 \cdot 8)] : (103 - 90)\}$. [11]

8 $\{[(79 + 31 \cdot 2) : 3] : [188 : (12 \cdot 25 + 12 \cdot 2 - 64 \cdot 5)]\} \cdot \{[(13 \cdot 2 - 26) \cdot (57 \cdot 2 - 3) + 91] : (25 - 2 \cdot 9)\}$. [13]

9 $\{[39 + (120 \cdot 4 - 31 \cdot 2) : (27 \cdot 3 - 14 \cdot 5 - 9)] - 52\} - \{[(27 \cdot 4 - 12 \cdot 4) + 4] \cdot (73 - 5 \cdot 14)\}+$
$+(411 - 291 - 100 - 10)$. [14]

10 $\{[(37 + 5 \cdot 41 - 2 \cdot 121) \cdot (49 \cdot 8 + 31 \cdot 7 - 15) + 17] \cdot [(325 : 13 + 5) : 6]\} : [15 : (5 \cdot 56 - 25 \cdot 8 - 7 \cdot 11)]$. [17]

11 $[(40 \cdot 5 + 25 \cdot 4 + 5 \cdot 3) : 3 : (183 \cdot 5 - 25 \cdot 36)] \cdot \{[30 + (29 + 25 \cdot 28) : 81] : [10 + (101 \cdot 3 - 50 \cdot 6)]\}$. [21]

12 $(1{,}02 + 3{,}48) \cdot [6{,}28 \cdot 7{,}3 - (12 - 3 \cdot 2{,}27)] - [64 \cdot 0{,}5 \cdot 1{,}5 + (12 - 10{,}7) \cdot 3]$. [131,043]

13 $\{[(10{,}848 + 4{,}27 \cdot 9{,}6) : 2{,}88 - 5{,}76] \cdot 2{,}5\} + [(7{,}26 \cdot 6{,}9 + 6) : 6]$. [39,949]

14 $[3{,}227 + 2 \cdot (7{,}4 - 0{,}46) : 4] + \{[(6{,}3 + 0{,}4) \cdot 12 : 2] \cdot 0{,}3 + 1\}$. [19,757]

Risolvi i seguenti problemi impostando delle semplici espressioni.

15 Esercizio guida

Dal numero 195 togli il triplo della somma di 13 e 41 e dal risultato ottenuto togli il prodotto di 4 e 5.

Svolgimento

Impostiamo l'espressione:

$$\begin{aligned} & [195 - 3 \cdot (13 + 41)] - 4 \cdot 5 = \\ &= [195 - 3 \cdot 54] - 4 \cdot 5 = \\ &= [195 - 162] - 4 \cdot 5 = \\ &= 33 - 20 = \\ &= 13. \end{aligned}$$

16 Moltiplica per 5 la differenza dei numeri 12 e 8; aggiungi infine 10 al risultato. [30]

17 Moltiplica la somma dei numeri 9 e 10 per 2 e togli 8 al risultato. [30]

18 Moltiplica la differenza di 16 e 5 per la somma di 3 e 4. [77]

19 Al quoziente di 156 e 3 sottrai il prodotto di 3, 4 e 2. [28]

20 Al doppio di 30 sottrai il triplo di 12 e quindi moltiplica il risultato per 2. [48]

21 Togli dal triplo del numero ottenuto dalla differenza di 10 e 2, la differenza di 50 e 30. [4]

22 Moltiplica la somma di 3 e 2 con la differenza di 6 e 3; moltiplica il risultato per la differenza di 21 e 17. [60]

23 Moltiplica la differenza di 10 e 2 col risultato ottenuto dalla differenza tra le somme di 5 con 11 e 10 con 1. [40]

24 Moltiplica per 6 la somma di 3 e 2 e dividi per la somma di 2 e 8. [3]

25 Sottrai dal prodotto di 10 e 6 la somma di 21 e 9 e dividi il risultato per 5. [6]

26 Dividi il numero 180 con la somma tra il prodotto di 45 e 2 e il prodotto di 9 e 10. [1]

27 Moltiplica per la differenza tra 27 e 12 la divisione per 13 della somma tra 27 e 12. [45]

28 Dividi il numero 180 con la somma del doppio della differenza di 65 e 15 e la somma di 30 e 50. [1]

1 Rettangolo magico (2002, Giochi di primavera)

Completa il seguente «rettangolo magico» $2 \cdot 4$ usando una sola volta tutti i numeri da 1 a 8.
(Un rettangolo è detto magico se la somma dei numeri scritti in ogni riga e quella dei numeri scritti in ogni colonna sono costanti. Le due costanti, orizzontale e verticale, possono essere diverse).

2 Buon appetito! (2002, Giochi di primavera)

Ciascuno dei dodici salamini, sul tavolo, viene affettato con dodici tagli. Dodici amici ricevono lo stesso numero di fette. Quante fette riceverà ognuno?

3 Un grande prodotto (2002, Giochi d'autunno)

Carla ha scritto il numero 12 come una somma di più numeri interi naturali. Poi ha moltiplicato tra di loro tutti i termini della somma. Qual è il valore massimo del risultato del suo prodotto?

4 Le tabelline (2002, Giochi d'autunno)

Guido conosce molto bene le tabelline. Ieri ha impostato una tabella come questa ed oggi vuole completarla, per calcolare poi la somma di tutti i numeri compresi nella riga e nella colonna del «8». Quanto vale tale somma?

1	2	3	4	5	6	7	8
2	4	6	8	.....	.....	.....	.....
3	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
4	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
5	10	15	20	.....	.....	.....	.....
6	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
7	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
8	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....

5 Ragazze e ragazzi (2003, Giochi di primavera)

In una classe di 27 allievi, le ragazze sono cinque più dei maschi. Quante sono le ragazze?

6 La gara di pesca (2003, Semifinali locali)

Alla gara di pesca di Borgio Verezzi, il punteggio viene attribuito assegnando ai concorrenti 50 punti per ogni pesce, più 1 punto per ogni grammo di pesce pescato. Jacob ha preso 19 pesci per un peso totale di 2430 grammi. Mirko, invece, aveva preso 14 pesci per un peso totale di 1860 grammi ma, proprio un attimo prima del fischio di fine gara, riesce a prendere 2 pesci dello stesso peso e si ritrova con lo stesso punteggio di Jacob. Qual è il peso in grammi di uno dei due ultimi pesci presi da Mirko?

7 Il regolo calcolatore (2003, Semifinali locali)

Questo regolo contiene 10 numeri, non necessariamente distinti, scritti uno per casella (due numeri sono già scritti).

.....	6	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	4

La somma dei tre numeri scritti nelle tre caselle di sinistra è uguale a 11. Ogni volta che si sposta la finestrella verso destra di una casella, la somma dei tre numeri scritti all'interno aumenta di una unità. Completa le caselle vuote.

8 Quanti otto! (2004, Finale nazionale)

8 ..... 8 = ... 8 × 8 + 8 .....

Nel calcolo, tre cifre - rappresentate con dei punti - risultano illeggibili. Sai ricostruire il calcolo, scrivendo le tre cifre mancanti?

9 Tre alla volta, fino a 63 (2004, Giochi a squadre)

Disponi 9 numeri naturali, diversi tra di loro e dispari, nelle caselle di un quadrato 3×3, in modo che la somma di ogni riga, di ogni colonna e di ognuna delle due diagonali sia uguale a 63.
(Rispondi invece IMPOSSIBILE se pensi che non vi siano soluzioni).

10 Le tavolette di cioccolato (2005, Semifinali locali)

Sette alunni hanno ricevuto dodici tavolette di cioccolato, identiche, dal peso ciascuna di 91 grammi. Hanno poi deciso di dividerle tra loro in modo equo, facendo il numero minimo di pezzi. Quanti pezzi di cioccolato ci sono (comprese le tavolette intere) al momento della sua equa suddivisione tra i sette alunni?

11 Una moltiplicazione misteriosa (2005, Giochi di Primavera)

Completa il prodotto:

$$\begin{array}{cccc} & 6 & a & 3 \quad \cdot \\ & & & 5 \quad = \\ \hline 3 & 4 & 6 & b \end{array}$$

12 Un prodotto grande grande (2005, Giochi di Primavera)

Prendi tutti i numeri dispari minori di 2005 e moltiplicali tra di loro. Con che cifra termina il risultato di questo prodotto?

13 Una lettura difficile (2005, Giochi di primavera)

Se al numero della pagina che sto leggendo, aggiungo quello della pagina di destra, trovo il numero 521. Quale pagina sto leggendo?

14 La sottrazione dell'anno prossimo (2005, Giochi d'Autunno)

La sottrazione $3779 - 1589 = 2006$ è sbagliata. Cambia allora la posizione di tre cifre, in modo da rendere esatto il risultato (che deve rimanere 2006).

15 Al posto giusto (2006, Semifinali locali)

5 6 2 1 0 1 0 1 2

Inserisci tra le precedenti cifre i segni $+$; $-$; $\cdot$ ed eventualmente anche delle parentesi, in modo che il risultato delle operazioni indicate sia uguale a 120. I segni delle operazioni possono essere ripetuti e possono non essere usati tutti.

16 Se la moltiplicazione è difficile, la somma... (2006, Giochi a squadre)

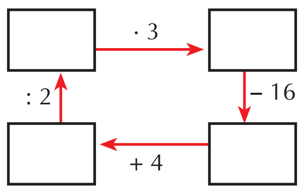
Moltiplica 2002 per 111 ..... 111 (in questo secondo fattore, la cifra "1" è ripetuta 2000 volte!). Quanto vale la somma delle cifre del risultato della moltiplicazione?

17 Da 1 a 9 (2007, Finale nazionale)

Scrivi tutti i numeri da 1 a 9 nelle caselle della tabella a lato, in modo che:
- la somma dei numeri di ogni riga sia sempre la stessa;
- i numeri di ogni riga siano sistemati in ordine crescente da sinistra a destra;
- i numeri della colonna di sinistra siano sistemati in ordine crescente dall'alto verso il basso.

18 Un quadrato di operazioni (2007, Giochi d'autunno)

Quale numero devi scrivere nella casella in alto a sinistra perché le quattro operazioni indicate (eseguite nell'ordine, a partire dalla freccia orizzontale in alto) siano giuste?



19 Che macchie strane! (2007, Giochi d'autunno)

Sara, che non sa usare ancora bene la sua nuova stilografica, ha purtroppo macchiato il quaderno di aritmetica. Le macchie sono però strane: anche se di forma diversa, nascondono sempre la stessa cifra. Quale?

20 Sempre 6! (2007, Giochi di allenamento)

Usando tre volte lo stesso numero e due delle quattro operazioni fondamentali (da mettere al posto dei puntini) devi avere sempre come risultato il numero 6. Esempio (che non puoi utilizzare nelle tue soluzioni): $2 + 2 + 2 = 6$.

2.....2.....2 = 6 3.....3.....3 = 6 5.....5.....5 = 6 7.....7.....7 = 6.

Completa le quattro serie di operazioni.

I problemi matematici

Capitolo 4
ESERCIZI

1 Che cosa è un problema matematico

teoria pag. 54

✗ In un problema i dati sono gli elementi noti, le incognite sono gli elementi che si devono calcolare.

Comprensione della teoria

1 I dati di un problema sono:
a. gli elementi da calcolare;
b. i passaggi che si devono svolgere per giungere alla soluzione;
c. gli elementi noti.

2 Stabilisci se le seguenti affermazioni sono vere o false:
a. un problema indeterminato ammette più soluzioni V F
b. i dati di un problema permettono il calcolo delle incognite V F
c. un problema molto difficile si dice impossibile. V F

3 Possiamo risolvere un problema se:
a. i dati si presentano senza relazioni;
b. abbiamo la soluzione numerica;
c. vi sono dati inutili;
d. i dati e le incognite sono legati fra loro da relazioni.

4 Un problema si dice impossibile quando:
a. è molto difficile;
b. ammette infinite soluzioni;
c. non ha soluzione;
d. presenta alcuni dati inutili.

Applicazione

Individua nei seguenti problemi i dati indispensabili e quelli superflui.

5 Un aranceto è composto da 64 file di 48 aranci ciascuna. Sapendo che in media ogni pianta è alta 2,5 metri e produce 80 kg di arance, calcola quanto si ricava vendendole a € 0,50 il kg.

6 Un cartolaio ha venduto 168 quaderni guadagnando € 201,60. Sapendo che ha pagato € 0,60 per l'acquisto di ogni quaderno e che per il riscaldamento ha speso € 1500, quanto ha ricavato dalla vendita?

7 Un commerciante ha acquistato 92 scatole di pennarelli del costo di € 0,90 l'una, contenenti ciascuna 48 pennarelli. Sapendo che il peso di ogni pennarello è di 150 g calcola quanto ha speso; calcola inoltre quanto ricava e quanto guadagna se rivende ogni scatola di pennarelli a € 1,40.

Individua nei seguenti problemi il dato mancante necessario per la soluzione.

8 Un fruttivendolo acquista 10 casse di pere ognuna delle quali ha una tara di 30 g. Se ogni cassa ha un peso lordo di 10 kg, quanto ha pagato la merce al kg? Quanto guadagnerà nel rivenderla?

9 Ad una gita scolastica partecipano 50 alunni. Quanto costa la gita di ogni alunno se si spendono € 450 per il pranzo, e per il noleggio dell'autobus 90 volte il costo dei biglietti del museo?

10 Un commerciante ha acquistato 6 dozzine di scarpe spendendo complessivamente € 3960. Quanto guadagna dalla vendita di tutte le scarpe?

2 Il metodo delle operazioni aritmetiche

teoria pag. 55

✗ Il **metodo delle operazioni aritmetiche** consiste nella trasformazione dei dati mediante semplici operazioni che permettono di risolvere il problema; tali operazioni possono anche essere sintetizzate in un'unica espressione aritmetica.

Applicazione

Risolvi i seguenti problemi.

11 Esercizio guida

Giovanni compera 5 ghiaccioli da € 0,50 l'uno e una bibita che costa € 1,25. Quanto spende in tutto?

Risoluzione

Dati	Incognita
Numero ghiaccioli = 5 Costo ghiacciolo = € 0,50 Costo bibita = € 1,25	Costo totale

Dall'enunciato del problema ricaviamo che: 5 · € 0,50 = € 2,50 (costo dei ghiaccioli);
€ 2,50 + € 1,25 = € 3,75 spesa complessiva.

Risposta: il costo complessivo è di € 3,75.

12 Una ditta vende in un mese 125 autovetture, 180 motociclette e 85 biciclette. Nello stesso periodo acquista dai relativi concessionari 80 autovetture, 120 motociclette e 10 biciclette. Sapendo che all'inizio del mese aveva in garage 200 autovetture, 200 motociclette e 200 biciclette, quanti sono in tutto, a fine mese, i veicoli presenti in ditta? [autovetture = 155; motociclette = 140; biciclette = 125]

13 Nella famiglia di Barbara si leggono due quotidiani al giorno, un giornalino settimanale per ragazzi, una rivista settimanale femminile, un settimanale di cultura e informazione, una rivista mensile. Considerando l'anno composto di 365 giorni (52 settimane), calcola la spesa complessiva in un anno, sapendo che il costo di un quotidiano è di € 1, di un settimanale è di € 2,50 e di una rivista mensile è di € 5. [€ 1180]

14 Un autocarro trasporta 35 sacchi di frumento che pesano ognuno 65 kg. Durante il viaggio verso il mulino 8 sacchi cadono dall'autocarro. Quanti sacchi di frumento giungono al mulino? Quanti kg si sono purtroppo persi? [27; 520 kg]

15 Per partecipare ad una gita scolastica ogni alunno versa una quota di € 18. I partecipanti, che sono 36, devono inoltre dividere fra di loro una spesa extra di € 144. Quanto spende in totale ciascun alunno? [€ 22]

16 Una ditta per preparare una confezione da 20 foulard di seta utilizza 10 m di stoffa del costo di € 80 il m. Il lavoro per ogni foulard è costato € 12. Quanto costa un solo foulard? Quanto costa ogni confezione? [€ 52; € 1040]

17 In un frutteto ci sono 32 file di 24 meli ciascuna. Sapendo che in media ogni pianta produce 80 kg di mele, calcola quanto si ricava vendendole a € 1 il kg. [€ 61 440]

18 Un fioraio deve confezionare alcuni mazzi di fiori, ciascuno composto da 5 rose e 6 gladioli. Ha a disposizione 48 rose e 65 gladioli. Quanti mazzi può confezionare? Quante rose e quanti gladioli gli rimangono dopo aver completato le confezioni? [9; 3; 11]

19 Un signore si reca in posta per pagare 6 bollette tutte della stessa cifra. Se paga con un biglietto da € 100 e riceve di resto € 22, quale somma avrà pagato per ogni bolletta se si devono aggiungere € 0,50 di commissione per ogni bolletta? [€ 12,50]

20 Due casse di frutta hanno lo stesso peso lordo: 162 kg ciascuna. La prima ha una tara di 8 kg e la seconda di 5 kg. Qual è la cassa che ha il peso netto maggiore? A quanto ammonta la differenza di peso? [la seconda; 3 kg]

21 Un commerciante compra una certa quantità di legna da ardere e spende in tutto € 740. Paga inoltre € 120 per il trasporto. Quanto spende in tutto? Se rivende la legna a € 1700 quanto guadagna? [€ 860; € 840]

22 Un negoziante acquista 42 ceste di uva che pesano in tutto 12 q, 85 sacchi di patate che pesano in tutto 9 q e 28 cassette di mele che pesano in tutto 3 q. Quanti pezzi complessivamente ha caricato sul furgone? Se quest'ultimo può trasportare al massimo 30 q, il peso totale della merce è maggiore o minore di tale limite? [155; minore]

23 Un famoso pilota di Formula Uno si accorda con il proprietario della sua scuderia per ottenere i seguenti premi; € 500 000 per ogni vittoria, € 120 000 per ogni piazzamento da podio (2° e 3° posto), € 50 000 per ogni piazzamento dal 4° al 6° posto e € 20 000 per ogni gran premio completato (con piazzamento oltre il 6° posto). Quanto riceve a fine anno il pilota se i risultati nei gran premi dell'anno sono stati i seguenti?

GP	Australia	Malesia	Bahrein	Spagna	Turchia	Monaco	Canada	Francia	Gran Bretagna	Germania	Ungheria	Europa	Belgio	Italia	Singapore	Giappone	Cina	Brasile
Piaz.	3	2	rit.	10	1	8	6	4	1	rit.	11	2	1	rit.	4	3	rit.	rit.

[€ 2 190 000]

24 Un padre e un figlio lavorano nello stesso stabilimento che produce giocattoli. Il padre completa giornalmente 36 giocattoli e il figlio 32. A fine settimana il padre percepisce € 96 più del figlio. Quanto guadagnano per ogni giocattolo, se lavorano 6 giorni alla settimana? [€ 4]

25 Due automobili partono contemporaneamente dallo stesso punto ma in direzioni opposte. La prima viaggia alla velocità media di 116 km/h e la seconda alla velocità media di 126 km/h. Calcola a che distanza si ritroveranno le due auto dopo tre ore e mezza? [847 km]

● **26** Quest'anno per andare al cinema il signor Neri ha speso in tutto € 108, cioè € 18 più dello scorso anno. Sapendo che il costo del biglietto dell'anno scorso era di € 4,50, calcola quante volte il signor Neri l'anno scorso è andato al cinema. [20]

● **27** Un falegname lavora 6 ore per riparare un mobile e presenta un conto di € 344. Se, per il materiale necessario alla riparazione ha speso € 74, qual è la sua retribuzione per ogni ora di lavoro? [€ 45]

● **28** In una cantina sociale nel corso dell'ultima vendemmia si sono riempite 20 botti da 5 ettolitri l'una, 26 damigiane da 54 litri e una cisterna della capacità di 40 ettolitri. Quanto vino è stato prodotto complessivamente da quell'azienda? [15 404 ℓ]

● **29** Un allevatore vende 670 polli a € 3 l'uno e 510 galline ad una cifra pari alla metà del costo di un pollo più € 1. Quanto ricava in tutto dalla vendita? [€ 3 285]

● **30** Due imbianchini per 10 giorni di lavoro ricevono una paga di € 1 730. Sapendo che la paga giornaliera di uno dei due è di € 82, calcola la paga giornaliera dell'altro. [€ 91]

● **31** La nonna compra al supermercato 4 kg di mele a € 2 il kg e 3 kg di uva. Se spende in tutto € 17 quanto è costato 1 kg di uva? [€ 3]

● **32** L'abbonamento annuale ad un settimanale il cui prezzo di copertina è di € 3 costa € 104 e l'abbonamento ad un mensile il cui prezzo di copertina è di € 4 costa € 36. Quanto si risparmia in totale con gli abbonamenti? (Suggerimento: considera l'anno formato da 52 settimane) [€ 64]

● **33** In una caserma, per il rancio quotidiano si acquistano 100 kg di pane, un quantitativo di pasta pari alla metà del pane più 15 kg, 6 kg di riso e 10 confezioni di merendine da 60 g ciascuna. Calcola quanti sono i militari se il consumo medio complessivo dei vari prodotti è stato calcolato in 6 hg per militare? [286]

● **34** Una botte contiene 997 ℓ di vino e per il suo imbottigliamento vengono usati fiaschi da 2 ℓ e bottiglie da 0,750 ℓ. Quante bottiglie saranno necessarie per finire di imbottigliare il vino se sono stati utilizzati 350 fiaschi? [396]

● **35** In un serbatoio avente una capacità di 1800 m^3 versano acqua due rubinetti. Il primo versa 5000 litri ogni minuto, mentre il secondo 7400 litri ogni minuto. Calcola in quanto tempo si riempie il serbatoio se contemporaneamente dallo scarico fuoriescono 2400 dm^3 di acqua ogni minuto. [3 ore]

● **36** Un operaio lavora 35 ore settimanali e percepisce una paga oraria di € 11,50. In seguito ad una promozione viene cambiato di reparto e la sua paga settimanale aumenta di € 28,40. Calcola la nuova paga oraria dell'operaio sapendo che il suo orario è stato ridotto di 4 ore. [€ 13,90]

● **37** Un droghiere acquista 12 scatole di detersivo liquido contenenti ciascuna 8 confezioni da 1 litro al prezzo di

€ 2,50 la confezione. Quante confezioni deve vendere per coprire le spese, se rivende ogni scatola a € 32? [60 confezioni]

● **38** Un oste travasa da una botte piena di vino una prima volta 15 litri, poi 7 litri più di prima e infine una quantità pari alla somma dei due precedenti prelievi, più 6 litri. Calcola quanto vino è rimasto nella botte se la capacità della stessa era di 180 litri e in ogni travaso si perdono 0,4 litri di vino. [98,8 ℓ]

● **39** Marco e Luca possiedono complessivamente € 57,47. Dopo che Luca spende € 2,25 mentre Marco riceve in regalo la somma di € 5 i due amici si ritrovano con la stessa cifra in tasca. Calcola quanto avevano i due amici inizialmente. [€ 25,11; € 32,36]

●● **40** Una vasca per l'allevamento delle trote ha una capacità di 1800 litri, e può essere riempita da un primo rubinetto in 30 minuti e da un secondo rubinetto in 45 minuti. Sapendo che può essere svuotata, aprendo lo scarico, in 20 minuti, calcola in quanto tempo si può riempire la vasca a scarico aperto, con entrambi i rubinetti aperti. [180 minuti]

●● **41** Nel corso delle ultime vacanze estive la famiglia di Massimo, che ha 7 anni, ha trascorso 15 giorni di vacanza in albergo al mare ed ha avuto le seguenti spese:
- pensione completa adulti € 80 al giorno a persona;
- pensione completa bambini € 60 al giorno a persona;
- gelati, bibite, pizze, panini ecc. € 180;
- regali, giochi e divertimenti vari € 360;
- cartoline, telefonate e spese varie € 135.

Calcola quanto è costata una giornata di vacanza di tutta la famiglia sapendo che Massimo ha un fratello di 5 anni. [€ 325]

●● **42** Monica e Silvia escono per fare compere. Monica possiede € 126 e Silvia € 108. Spendono la stessa cifra per comperare due profumi. Dopo tale spesa Monica ha una somma doppia rispetto a quella di Silvia. Quanto costa ciascun profumo? [€ 90]

●● **43** I 25 alunni della 1 B per partecipare ad una gita scolastica hanno versato una quota individuale di € 40. Il giorno della partenza però, alcuni ragazzi restano a casa perché malati. Calcola quanti sono gli alunni malati sapendo che la nuova quota individuale da pagare è stata di € 50. [5 alunni]

●● **44** In una vasca della capacità di 640 litri versano acqua due rubinetti ognuno dei quali ha una portata di 40 litri al minuto. La vasca è provvista di due scarichi da ciascuno dei quali possono fuoriuscire 48 litri di acqua al minuto. In quanto tempo la vasca sarà completamente piena a scarico chiuso? Se quando la vasca è completamente piena si aprono contemporaneamente i due rubinetti e i due scarichi, in quanti minuti la vasca si svuota? [8 m; 40 m]

●● **45** La frutta contiene in media 90 g di acqua ogni 100 g di prodotto. Calcola quanti kg di acqua contiene la seguente frutta: 10 arance del peso medio di 210 g ciascuna, 8 pere del peso medio di 240 g ciascuna, 6 mele del peso medio di 220 g ciascuna e un'anguria del peso di 4,66 kg. [9 kg]

●● **46** Un'impresa edile impiega per alcuni lavori 25 operai, una gru e due martelli pneumatici per nove ore giornaliere. I costi sono i seguenti: € 20 per ogni ora di ogni operaio, € 50 orarie per l'affitto della gru. Calcola il costo orario dell'affitto di un martello pneumatico, sapendo che i lavori sono durati 5 giorni e sono costati € 26 370. [€ 18]

●● **47** In un palazzetto dello sport vi sono 8000 posti, suddivisi in tre settori. Il costo di un biglietto del settore "popolari" è di € 12; il costo di un biglietto del settore "distinti" è di € 20; il costo di un biglietto del settore "tribuna" è di € 32. In occasione di una partita di basket si incassano € 127 200. Calcola quanti sono i posti del settore tribuna che restano vuoti, sapendo che i posti "popolari" sono 4 000, i "distinti" sono 3 000, e che entrambi i settori sono stati esauriti. [400]

●● **48** Un'impresa edilizia ha in dotazione 18 autocarri di due marche. Questi, lavorando contemporaneamente, possono trasportare 1060 q di terriccio. Sapendo che gli autocarri della marca *A* hanno una capacità di carico di 70 q e quelli della marca *B* di 50 q, calcola quanti autocarri delle due marche possiede l'impresa. [8 *A*; 10 *B*]

●● **49** In un prato vi sono tacchini e mucche: il numero delle teste è 108 e il numero delle zampe è 236. Calcola il numero di tacchini e di mucche. [98; 10]

●● **50** La mamma di Massimo ha acquistato, in offerta speciale, barattoli di cioccolato da spalmare a € 6,80 cadauno e barattoli di gelato a € 5 cadauno. Sapendo che i barattoli acquistati complessivamente sono 14 e che si è speso € 84,40, calcola il numero dei barattoli di ogni tipo. [8; 6]

●● **51** Trova i numeri naturali che sommati ad un numero pari diano un numero che termini con la cifra 0. [infinite soluzioni]

●● **52** Tre bambini hanno quantità diverse di caramelle, per l'esattezza 6 caramelle il primo, 10 il secondo e 15 il terzo. Quante caramelle si deve togliere al terzo, e come devono essere distribuite agli altri due perché ne abbiano in numero uguale? [problema impossibile]

●● **53** Durante la festa del patrono di un paese è stato organizzato un albero della cuccagna a squadre. Come saprai l'albero è spalmato di grasso per cui è molto scivoloso. Dato che la squadra spinge verso l'alto di 3 metri alla volta e ogni volta il concorrente scivola indietro di 2 metri, quante spinte saranno necessarie per raggiungere la cima se l'albero è alto 9 metri? [7 spinte]

Risolvi i seguenti problemi sintetizzando i calcoli in un'unica espressione aritmetica.

54 La nonna Mirella, in prossimità delle feste di Natale, distribuisce ai suoi quattro nipoti le seguenti mance: € 100 a Paolo, € 80 a Luca, € 120 a Silvia e € 150 a Valeria. Quanti soldi ha regalato in tutto la nonna? [€ 450]

55 Un vinaio per acquistare una partita di vino Barbera spende € 870. Quanto deve incassare dalla vendita del vino se vuole guadagnare € 230. [€ 1 100]

56 Una spesa di € 1 350 sarà pagata in tre rate mensili. La prima e la seconda rata saranno rispettivamente di € 730 e di € 420, quale sarà l'importo della terza rata? [€ 200]

57 Francesco aveva 28 anni quando è nato suo figlio e quest'ultimo ha oggi 17 anni. Quanti anni ha oggi Francesco? [45]

58 La mamma vuol comprare un televisore che costa € 950. Se pagherà in contanti avrà uno sconto di € 95. Se pagherà a rate, il costo del televisore sarà di € 985. Qual è la differenza di costo tra le due forme di pagamento? [€ 130]

59 Elena ha effettuato degli acquisti ai seguenti prezzi: un compasso € 8, una scatola di pastelli € 7 e una gomma € 1. Nel ritornare a casa acquista tre focacce spendendo € 2 ciascuna. Quanto ha speso in tutto? [€ 22]

60 Valeria per il suo compleanno ha ricevuto una mancia di € 50 dal suo papà. Con questi soldi la ragazza compra un disco, un gelato a € 2 e un libro a € 22; le restano € 7. Quanto è costato il disco? [€ 19]

61 Sonia esce di casa per fare delle spese con una cifra pari a € 220. Spende € 38 per una camicetta, € 65 per un paio di scarpe e compra inoltre una cravatta per suo marito. Al ritorno a casa ha ancora nel portamonete € 95. Quanto è costata la cravatta? [€ 22]

62 Ilaria compra un libro di fiabe che costa € 8, due quaderni che costano € 2 ciascuno e una gomma che costa € 1. Quanto deve avere di resto se paga con una banconota da € 10 e una da € 5? [€ 2]

● **63** Un Ipermercato, reparto frutta e verdura, ha acquistato: una partita di mele spendendo € 6245; 400 casse di pere spendendo € 2 836; 8000 kg di uva con una spesa di € 12 130. Quanto deve incassare se ha intenzione di guadagnare € 10 000? [€ 31 211]

● **64** Un vivaista spende € 95 per comprare delle piantine, € 18 per il concime necessario e € 45 per pagare un operaio per la loro messa a dimora. Dopo qualche tempo le piantine crescono e il vivaista vuol realizzare, dalla vendita delle piantine, un guadagno di € 320. Quale deve essere l'incasso? [€ 478]

● **65** Un cartolaio acquista 120 evidenziatori e spende € 66. Se dalla vendita incassa € 108, quanto guadagna per ogni evidenziatore venduto? [€ 0,35]

● **66** Per l'acquisto di un'autovettura il padre di Andrea versa un acconto di € 4 000 e la sua vecchia auto in permuta, che viene valutata € 1 750. Sapendo che deve anche pagare 24 rate da € 175 l'una, quanto è costata l'autovettura? [€ 9 950]

● **67** In un allevamento si contano 50 galline e 35 tacchini. Si vendono 15 galline ad un prezzo di € 3 e 16 tacchini al prezzo di € 5. Calcola quanto si ricava dalla vendita degli animali. Calcola inoltre il numero di galline rimaste sapendo che, a seguito di una malattia, muoiono 3 galline e 2 tacchini. [€ 125; 32]

● **68** Bruno riceve dai propri genitori una paga settimanale di € 7. Calcola quanto denaro ha raccolto dopo un anno (52 settimane) e quanto ancora ne deve aggiungere per acquistare una play station il cui costo è di € 442. [€ 364; € 78]

● **69** Un negoziante spende € 850 per comprare della merce, € 120 per trasportarla e € 65 per il lavoro del magazziniere. Quale deve essere il ricavo della vendita della merce se desidera guadagnare € 320? [€ 1355]

● **70** Un pasticciere per preparare alcune crostate alla frutta spende € 12 per la farina, € 80 per lo zucchero, € 30 per le uova, € 15 per il burro e € 80 per la frutta utilizzata. Quanto deve ricavare se dalla vendita delle crostate desidera guadagnare € 350? [€ 567]

● **71** Un'azienda florovivaistica vende in una giornata una partita di fiori incassando € 1 400. Qual è il suo guadagno se paga € 60 e € 45 rispettivamente la commessa e il fattorino per il loro lavoro giornaliero e se inoltre aveva speso € 420 per acquistare i fiori venduti? [€ 875]

● **72** Venti operai lavorando 48 giorni, 8 ore al giorno, ricevono una paga di € 172 800. Quanto guadagnano l'ora? [€ 22,50]

●● **73** In una giornata di lavoro un fornaio ha venduto 120 kg di pane al burro a € 1,90 al kg, 60 kg di pane integrale a € 1,75 al kg e 45 kg di pane all'olio. Se ha incassato complessivamente € 414, quanto è costato 1 kg di pane all'olio? [€ 1,80]

●● **74** La mamma di Giuseppe effettua i seguenti acquisti settimanali al supermercato: 2 kg di zucchero a € 1,45 al kg, 3 hg di prosciutto crudo a € 41 al kg, 1500 g di pasta a € 1,20 al kg, 2 kg di riso a € 2,50 al kg e 4 scatole di pelati a € 0,90 l'una. Se alla cassa ottiene il resto di € 74,40, con quanti soldi ha pagato? [€ 100]

●● **75** Il sig. Ferrari riceve il 4 giugno dalla sua banca il seguente estratto conto, in Euro, relativo alle operazioni effettuate nel mese di maggio:

Data	Importo dare	Importo avere	Descrizione operazione
30/04/09		7365,603	Saldo iniziale
6/05/09	500		Assegno 1
6/05/09	248,410		Finanziamento
10/05/09	700		Assegno 2
10/05/09	147		Carta SI
10/05/09	353,9		Pagamento ENEL
15/05/09	125,751		Carta SI
22/05/09		2 125,310	Stipendio
24/05/09	200		Bancomat
28/05/09		451	Assegno circ.
30/05/09	451		Assegno 3
30/05/09		?	Assegno 4
31/05/09	200		Carta SI
31/05/09	183		Pagamento gas
31/05/09		7 009,352	Saldo finale

Per un errore nella lettura dei dati del computer manca la cifra corrispondente all'assegno 4. Calcola a quanto ammonta. [€ 176,50]

●● **76** Paola per il suo compleanno riceve un mazzo di fiori da dieci suoi compagni di classe. Il mazzo è composto da 3 rose dal costo di € 5 l'una, 4 gerbere da € 4 l'una, 4 gladioli da € 2,50 l'uno e da 5 garofani da € 1,50 l'uno. Quanto spende ogni ragazzo se si devono aggiungere € 5,50 per la confezione? [€ 5,40]

●● **77** Quattro classi di una scuola si recano a visitare un museo e spendono per i biglietti complessivamente € 506. Sapendo che gli alunni di ogni classe sono rispettivamente 20, 21, 22 e 25 e che ogni alunno ha speso € 18 per le spese di viaggio, calcola quanto è costata complessivamente la visita e quanta è stata la quota pagata da ciascun alunno. [€ 2 090; € 23,75]

●● **78** Un meccanico ha riparato un'autovettura effettuando vari interventi: cambio delle gomme, delle candele, dell'olio, del filtro dell'aria e del liquido di raffreddamento. Per il suo lavoro vuole guadagnare € 145. Quanto dovrà ricevere dal proprietario dell'auto se i pezzi di ricambio gli sono costati: € 80 ogni gomma, € 55 l'olio, € 9,50

ogni candela, € 18 il filtro dell'aria e € 5,80 il liquido dell'impianto di raffreddamento.
(Suggerimento: considera che la vettura ha 4 candele e non viene sostituita la gomma di scorta) [€ 581,80]

●● **79** Dallo scontrino di un supermercato risulta un totale di € 69 per le seguenti spese:

- pasta € 2;
- olio extravergine € 6;
- gelato € 5;
- pomodori in scatola € 4;
- carne € 20;
- caffè € 8.

Sullo scontrino c'è anche la voce birra ma non si riesce a leggerne l'importo; sapendo che le birre sono 12, quanto è costata ognuna di esse? [€ 2]

3 Il metodo grafico

teoria pag. 57

✗ Il **metodo grafico** consiste nella rappresentazione degli elementi noti per mezzo di disegni di grandezza opportuna volti a favorire la lettura e l'interpretazione delle relazioni esistenti tra i dati. Occorre in altre parole procedere secondo uno schema logico che può essere sintetizzato in tre passaggi:

1. disegno;
2. corrispondenza tra un dato e il numero delle parti dello stesso;
3. calcolo delle singole parti mediante divisione.

Applicazione

Risolvi i seguenti problemi.

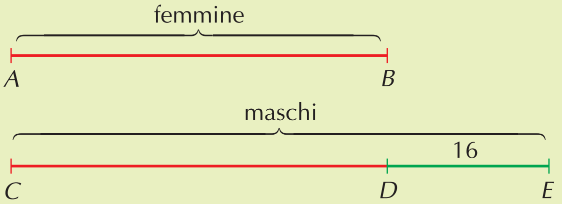
80 Esercizio guida

In una scuola gli alunni sono 180; sapendo che le femmine sono 16 meno dei maschi, calcola il numero dei maschi e delle femmine.

Risoluzione

1. Indichiamo per comodità con "m" il numero dei maschi e con "f" il numero delle femmine.
2. Rappresentiamo i dati per mezzo di segmenti. La misura del segmento DE rappresenta il numero dei maschi in più rispetto alle femmine.

Dati	Incognite
$m + f = 180$	m
$f = m - 16$	f



$AB + CE = 180 =$ Totale alunni

Dalla figura vediamo che 180 corrisponde a due volte il segmento AB (in rosso) più una volta il segmento DE che è lungo 16 (in verde) cioè $180 = AB + CD + 16 = 2 \cdot AB + 16$.
Se dunque togliamo da 180 il numero 16 otteniamo il doppio del segmento AB.

3. Quindi $180 - 16 = 164 =$ doppio delle femmine $= 2 \cdot AB$.
$AB = 164 : 2 = 82$ (numero femmine)
$CE = 82 + 16 = 98$ (numero maschi).

Risposta: il numero delle femmine è 82 e quello dei maschi 98.

81 La somma di due numeri è 60 ed il maggiore supera il minore di 30. Calcola i due numeri. [45; 15]

82 Calcola il valore di due numeri sapendo che la loro differenza è 8 e che uno è il triplo dell'altro. [12; 4]

83 Ad una gita scolastica partecipano 54 alunni. Le femmine sono 6 più dei maschi; quanti maschi hanno partecipato alla gita? [24]

84 Stefano e suo padre hanno complessivamente 53 anni. Sapendo che l'età del padre è maggiore dell'età di Stefano di 35 anni, calcola quanti anni ha Stefano e quanti suo padre. [9; 44]

85 Ad una festa di paese Andrea e Marco spendono complessivamente € 35. Quanto ha speso Andrea, sapendo che Marco ha speso € 7 in meno rispetto ad Andrea? [€ 21]

86 Un commerciante ha acquistato due pezze di stoffa lunghe complessivamente 20 m. Se la seconda pezza di stoffa è lunga 4 m più della prima, quanto misurano rispettivamente le due pezze? [8 m; 12 m]

87 Calcola il valore di due numeri sapendo che la loro somma è 60, mentre la loro differenza è 24. [42; 18]

88 Ad uno spettacolo teatrale sono presenti 420 persone. Calcola il numero dei maschi e delle femmine presenti, sapendo che i maschi sono 46 più delle femmine. [233; 187]

89 Paolo ha completato il suo album di figurine di calciatori e gliene sono avanzate 108. Decide allora di regalarle ai suoi due amici Luca e Nicola. Se al primo dà 16 figurine in meno, quante ne toccano al secondo? [62]

90 Andrea e Luigi si recano al luna-park e spendono complessivamente € 24,50. Calcola la somma spesa singolarmente dai due ragazzi sapendo che Andrea è salito sugli stessi giochi di Luigi, ma in più ha fatto due giri sull'autoscontro con un costo aggiuntivo di € 2,50. [€ 13,50; € 11]

91 Paolo e Luca hanno complessivamente 1350 figurine di calciatori. Sapendo che Luca ha 50 figurine in meno rispetto a Paolo, calcola il numero di figurine possedute da ognuno dei due. [700; 650]

92 Due amici vincono al totocalcio. Al primo tocca una somma pari al triplo del secondo più € 500 e al secondo € 2750. A quanto ammonta la somma complessivamente vinta? [€ 11 500]

● **93** Tre fratelli si devono suddividere un'eredità di € 44 000. Calcola quanto spetta a ciascuno sapendo che il primo ha ottenuto il quadruplo del secondo e il secondo il doppio del terzo. [€ 32 000; € 8 000; € 4 000]

● **94** In un allevamento di cani vi sono 140 cuccioli di varie razze. I cuccioli di pastore tedesco sono 10 più dei cuccioli di dobermann, questi sono 20 meno dei cocker mentre i cuccioli di barboncino sono la metà dei pastori tedeschi. Calcola il numero di cuccioli di ogni razza nel canile. [40; 30; 50; 20]

● **95** La somma di due numeri consecutivi è 125. Calcola i due numeri.
(Suggerimento: la differenza di due numeri consecutivi è .....) [62; 63]

● **96** La somma di due numeri pari consecutivi è 82. Calcola i due numeri.
(Suggerimento: la differenza di due numeri pari consecutivi è .....) [40; 42]

● **97** Un signore ha acquistato tre cravatte spendendo in tutto € 67. Sapendo che la seconda cravatta costa € 2,50 più della prima e la terza € 3,50 più della seconda, calcola il prezzo di ogni cravatta. [€ 19,50; € 22; € 25,50]

● **98** Tre ragazzi Luca, Matteo e Daniele fanno la raccolta di francobolli e ne hanno in tutto 11 400. Matteo ha il doppio e Daniele ha il triplo dei francobolli di Luca. Quanti francobolli possiede ogni ragazzo? [1900; 3800; 5700]

● **99** Per acquistare 4 quaderni e 5 biro la mamma di Stefano spende € 8,75. La mamma di Chiara nello stesso negozio acquista 4 quaderni e 8 biro spendendo € 11. Quanto costano una biro e un quaderno? [€ 0,75; € 1,25]

● **100** In una azienda agricola vengono allevati conigli e polli. Sapendo che il numero dei polli è il quadruplo di quello dei conigli, calcola quanti animali possiede in totale quell'azienda, visto che il numero delle zampe dei conigli è 1 228. [1 535]

● **101** In un bosco vi sono pini, abeti e larici per un totale di 275 alberi. Sapendo che gli alberi di pino sono 15 più di quelli di abete e che gli alberi di abete sono 10 più di quelli di larice, calcola quanti alberi di pino, abete e larice vi sono nel bosco. [105; 90; 80]

● **102** In una biblioteca di classe vi sono libri di avventura, di fantascienza e di narrativa per un totale di 105 testi. Sapendo che i libri di narrativa sono 15 in meno rispetto ai libri di fantascienza e che i libri di fantascienza sono 15 in meno dei libri di avventura, calcola quanti sono i libri di ogni tipo. [50; 35; 20]

● **103** Ad un torneo di calcio partecipano ragazzi di 11, 12 e 13 anni. Calcola quanti ragazzi ci sono per età se gli undicenni sono 3 meno dei dodicenni, mentre questi ultimi sono 4 più dei tredicenni e in tutto i ragazzi sono 35. [11; 14; 10]

● **104** In uno stabile di quattro piani vivono 16 famiglie (quattro per piano) e in un anno pagano € 34 400 di spese condominiali, di cui € 25 600 per il riscaldamento. Sapendo che la spesa per il riscaldamento è uguale per ogni famiglia e che le famiglie dei primi due piani pagano complessivamente € 1 600 meno delle famiglie del terzo e quarto piano, calcola quanto spende ogni famiglia del primo e secondo piano e quanto quelle del terzo e quarto piano. [€ 2 050; € 2 250]

● **105** I tre figli del sig. Bianchi ricevono, alla morte del padre, € 130 000 in eredità, che vengono suddivisi in questo modo: al maggiore € 15 000 più del secondogenito e a questo € 5 000 più del terzo figlio. Calcola quanto spetta a ciascun figlio. [€ 55 000; € 40 000; € 35 000]

●● **106** La signora Rossi acquista al supermercato 3 hg di prosciutto crudo, 2 hg di parmigiano e 5 hg di pane. Se la spesa complessiva è stata di € 11,10, calcola quanto ha speso per un ettogrammo di ogni prodotto sapendo che il pane è costato € 5 meno del prosciutto e il parmigiano è costato € 3,10 più del pane. [€ 2 al hg; € 2,05 al hg; € 0,20 al hg]

●● **107** I genitori di Sonia partecipano ad una crociera con destinazione Marocco. I partecipanti risultano così divisi per nazionalità: 825 fra italiani e francesi, 945 fra italiani e tedeschi e 560 fra tedeschi e francesi. Calcola quanti italiani, francesi e tedeschi hanno partecipato a quella crociera. [605; 220; 340]

●● **108** Un padre ed un figlio hanno complessivamente 50 anni. Sapendo che fra cinque anni l'età del padre sarà il triplo di quella del figlio, calcola le due età attuali. [40; 10]

●● **109** Tre amici, in base alla cifra scommessa da ciascuno di essi, si dividono la somma di € 8 200 vinta al totocalcio. Il primo e il secondo assieme si dividono € 6 300, il primo e il terzo si spartiscono € 4 700, mentre al terzo e al secondo toccano € 5 400. Calcola la somma spettante a ciascuno dei tre amici. [€ 2 800; € 3 500; € 1 900]

●● **110** In una scuola gli alunni delle prime e delle terze sono 95, quelli delle seconde e delle terze 99 mentre quelli delle prime e delle seconde sono 96. Quanti sono gli alunni delle prime, delle seconde e delle terze, nonché il totale degli alunni di quella scuola? [46; 50; 49; 145]

●● **111** In una scuola si decide di acquistare 3 CD e 4 videocassette per una spesa complessiva di € 166. Successivamente vengono acquistate altri 5 CD e altre 2 videocassette e si spendono in tutto € 146. Quanto costa un CD e quanto una videocassetta? [€ 18; € 28]

●● **112** Per acquistare 5 bustine di figurine e 2 pacchetti di caramelle Giuseppe spende in tutto € 11,10; due giorni dopo acquista invece 3 bustine di figurine e 3 pacchetti di caramelle dello stesso tipo spendendo in tutto € 9,90. Quanto costano una bustina di figurine e un pacchetto di caramelle? [€ 1,50; € 1,80]

●● **113** Due classi di una scuola, rispettivamente di 20 e 22 alunni, effettuano una gita scolastica. La quota individuale è di € 25. Prima della partenza, 6 genitori chiedono di partecipare e, per questo motivo, si riesce ad avere uno sconto totale di € 138. Qual è l'importo della nuova quota? [€ 19]

●● **114** Tre fratelli si devono dividere in parti uguali un'eredità consistente in un appartamento e in un terreno. Il maggiore si prende l'appartamento e si impegna a dare al fratello minore € 48 000. Il fratello di mezzo si prende il terreno e si impegna a versare al fratello minore € 60 000. A quanto ammonta l'eredità? [€ 324 000]

Verifica la tua preparazione eseguendo i seguenti esercizi relativi agli obiettivi di **conoscenza**. Controlla quindi l'esattezza delle soluzioni alla fine del volume ed assegnati un punto per ciascun esercizio svolto correttamente.

✗ Gli elementi di un problema

1 Le incognite di un problema sono gli elementi:
a. necessari alla soluzione; **b.** da calcolare; **c.** superflui; **d.** noti.

2 Un problema è impossibile quando:
a. non ha soluzione; **b.** ha infinite soluzioni;
c. ha una sola soluzione; **d.** ha una o più soluzione.

3 Ordina i passi che bisogna seguire per risolvere un problema:
a. definire i dati e le incognite; **b.** scegliere il metodo di risoluzione; **c.** comprendere il testo.

✗ Le caratteristiche dei vari metodi di risoluzione

4 Completa la seguente affermazione:
il metodo delle operazioni aritmetiche consiste nella trasformazione dei .... in semplici .... aritmetiche che, una volta ...., forniscono la .... richiesta.

5 Completa la seguente affermazione:
il metodo delle espressioni aritmetiche consiste nella trasformazione dei .... in una serie di .... che formano un'unica .... risolutiva.

6 Completa la seguente affermazione:
il metodo grafico consiste nella rappresentazione degli elementi noti per mezzo di .... di grandezza opportuna per favorire la .... e l'interpretazione delle relazioni esistenti fra i .... per arrivare facilmente a calcolare la ....

7 Quale delle seguenti espressioni aritmetiche rappresenta il problema:
Giovanni acquista 4 biro da € 2 l'una e 1 matita che costa € 1,50. Quanto riceverà di resto se paga con una banconota da € 20?
a. € $[20 - (4 \cdot 2 + 1{,}5)]$; **b.** € $[20 + (4 \cdot 2 + 1{,}5)]$;
c. € $[20 - (4 \cdot 2 - 1{,}5)]$; **d.** € $[(20 - 4 \cdot (2 + 1{,}5)]$.

..... / 7

Da 0 a 2: Non conosci gli argomenti trattati nel capitolo. **Devi ristudiarlo**.
Da 3 a 5: Conosci solo superficialmente i contenuti del capitolo. **Devi ripassare** gli argomenti corrispondenti alle conoscenze non acquisite.
Da 6 a 7: Conosci in modo sufficientemente approfondito i contenuti del capitolo. **Puoi affrontare il prossimo capitolo**.

Verifica la tua preparazione eseguendo i seguenti esercizi relativi agli obiettivi di **abilità**. Controlla quindi l'esattezza delle soluzioni alla fine del volume ed assegnati un punto per ciascun esercizio svolto correttamente.

✗ Riconoscere i dati e le incognite di un problema

1 Individua il dato superfluo del seguente problema:
il papà di Elena ha acquistato un'autovettura al prezzo di € 21 500. Ha pagato € 10 000 alla consegna ed il resto in 20 rate uguali. Sapendo che, compresi nel prezzo, erano previsti vari accessori per un importo di € 2 500, a quanto ammonta ogni rata?

2 Individua il dato mancante del seguente problema:
tre amici vincono al totocalcio € 15 000. In base al denaro speso per giocare la schedina al primo tocca una quota doppia rispetto al secondo. Calcola quanto spetta a ciascun amico.

✗ Risolvere un problema con la tecnica più adatta

3 Un commerciante ha acquistato 90 camicie. Quanto ha guadagnato complessivamente se per ogni camicia ha guadagnato € 7?

4 Giuseppe ha due corde che sono lunghe una il doppio dell'altra. La lunghezza complessiva delle due corde è di 15 m. Quanto è lunga ogni corda?

5 Un ciclista compie un tragitto di 140 km in tre tappe. Sapendo che la seconda tappa è il doppio della prima e la terza misura 10 km meno della seconda, calcola quanti km percorre il ciclista in ogni tappa.

6 Un negoziante vende a tre suoi clienti 8 kg, 7 kg e 11 kg di una certa merce. Se la merce costa € 95 il kg, scrivi e risolvi l'espressione che permette di calcolare l'incasso complessivo del negoziante.

7 Calcola il valore di due numeri sapendo che la loro somma e la loro differenza sono rispettivamente 40 e 8.

8 In un teatro i posti della galleria sono il doppio di quelli del loggione e quelli della platea sono il doppio di quelli della galleria; sapendo che il teatro ha una capienza di 700 posti, calcola quanti sono i posti della platea, quelli del loggione e quelli della galleria.

9 Un'industria di torrefazione di caffè acquista 960 t di caffè crudo, spendendo € 3 360 000. Durante le operazioni di tostatura il peso cala di 150 g ogni kg di caffè crudo. Quanto guadagna l'azienda se rivende ogni kg di caffè tostato a € 7,50?

Autovalutazione Punteggio conseguito ..... / 9

Da 0 a 3:	Non hai sviluppato adeguate abilità. Devi studiare nuovamente il capitolo ed eseguire tutti gli **esercizi del recupero**.
Da 4 a 6:	Non possiedi le abilità richieste. Prima di affrontare gli **esercizi di consolidamento** devi svolgere gli **esercizi del recupero** relativi alle abilità non ancora acquisite.
Da 7 a 9:	Hai raggiunto pienamente le abilità specifiche del capitolo. Puoi affrontare gli **esercizi per il potenziamento** e le **gare della matematica**.

✗ Riconoscere i dati e le incognite di un problema

1 **Vero o Falso?**

Dopo aver letto attentamente il seguente problema stabilisci quali delle seguenti affermazioni sono errate e correggi gli errori: un salumiere ha 52 anni e due figli gemelli di 21 anni. Un giorno nel suo negozio si reca una signora di 30 anni con in braccio un bambino di 6 mesi ed acquista 1,5 hg di prosciutto e 2 hg di salame. Quanto ha speso la signora se il prezzo del prosciutto e del salame sono rispettivamente € 23 e € 18 al chilogrammo?

a. L'età del salumiere è un dato superfluo. V F

b. I dati per risolvere il problema sono l'acquisto del prosciutto e del salame e il loro prezzo al chilogrammo. V F

c. L'età della signora e del suo bambino sono dati necessari. V F

d. La spesa della signora rappresenta l'incognita del problema. V F

Dopo aver letto il testo dei seguenti problemi individua i dati superflui.

2 Un oste imbottiglia 1 994 litri di vino contenuti in una botte usando fiaschi da 2 litri e bottiglie da 750 ml. Quante bottiglie saranno necessarie per finire di imbottigliare il vino, se è stato pagato € 1,10 al litro e sono stati usati 700 fiaschi alti 30 centimetri?

3 Un cartolaio ha venduto 50 diari di 300 pagine ciascuno. Sapendo che ha pagato € 10 per l'acquisto di ogni diario e che lo rivende a € 15, calcola quanto ha ricavato dalla vendita?

Dopo aver letto il testo dei seguenti problemi individua i dati mancanti.

4 Una madre e il proprio figlio hanno complessivamente un'età di 46 anni. Calcola l'età del figlio.

5 Un signore ha acquistato un'autovettura al prezzo di € 32 000. Ha pagato subito € 12 000 e il resto a rate. A quanto ammonta ogni rata?

✗ Risolvere un problema con la tecnica più adatta

6 **Esercizio guida**

Un rappresentante vuole calcolare l'importo del rimborso per le spese sostenute settimanalmente. Per i pasti ha tre ricevute del valore di € 11,25 ciascuna e due ricevute di € 12,50 ciascuna. Per le spese del chilometraggio ha segnato il numero di km indicati dal contachilometri della propria autovettura al lunedì mattina, 125 365, e quelli del venerdì sera, 128 467. Sapendo che l'autovettura percorre mediamente 11 km con un litro di benzina e che il costo del carburante è di € 1,42 al litro, calcola l'entità del rimborso.

Dati: 3 = numero di ricevute del valore di € 11,25
€ .... = valore di tre ricevute per il pasto
2 = numero di ricevute del valore di € 12,50
€ 12,50 = valore di due ricevute per il pasto
.... = km presenti sul contachilometri al lunedì mattina
128467 = km presenti sul contachilometri al venerdì sera
...... = km percorsi dall'autovettura con un litro di benzina
€ 1,42 = costo di 1 litro di carburante.

Svolgimento

Impostiamo le varie operazioni:

€ 11,25 · ..... = €	→	somma di tre ricevute per i pasti
€ 12,50 · 2 = € 25	→	somma di due ricevute per i pasti
€ (.......... + 25) = €	→	spesa sostenuta per i pasti
(128 467 – ....) km = 3102 km	→	km percorsi nella settimana
3102 : ..... = ...	→	litri di benzina utilizzati nella settimana
€ 1,42 · .... = €	→	spesa sostenuta per il carburante
€ (400,44 + ...) = €	→	entità del rimborso

Risposta: Il rimborso complessivo per le spese sostenute dal rappresentante è di € 459,19.

7 La coppa del mondo di ciclismo si svolge nell'arco di una stagione, da Marzo a Novembre, in 12 gare e il punteggio viene così ripartito per ogni gara:

- 25 punti al 1° classificato;
- 20 punti al 2° classificato;
- 15 punti al 3° classificato;
- 14 punti al 4° classificato;

e così via fino ad attribuire 1 punto al concorrente classificato al 17° posto.
Calcola quanti punti ha ottenuto un ciclista se si è piazzato nelle varie gare come segue:
2 vittorie; 1 terzo posto; 2 quarti posti; 1 decimo posto; 1 quattordicesimo posto; 1 quindicesimo posto; 2 piazzamenti oltre il diciassettesimo posto; 1 ritiro. [108 punti]

8 In una azienda agricola si devono insaccare 5 565 kg di farina in due tipi di sacchi contenenti rispettivamente 85 kg e 45 kg. Compiuta l'operazione si contano 48 sacchi da 85 kg. Il resto è stato insaccato in sacchi da 45 kg. Quanti sacchi vengono riempiti in tutto? [81]

9 Una ditta per la produzione di plastica ha 25 operai e 6 impiegati ai quali corrisponde un salario rispettivamente di € 830 e di € 905 in media al mese. Una ditta per la produzione di bottoni ha 22 operai e 8 impiegati a cui corrisponde un salario rispettivamente di € 810 e € 910 in media al mese. Quale ditta spende di più in un mese? [la ditta che produce plastica per € 1 080]

10 Una vasca riceve acqua da due condutture che versano rispettivamente 70 e 50 litri al minuto. In quante ore si riempirà la vasca sapendo che la sua capacità è di 216 ettolitri? [3 ore]

11 Un impiegato riceve uno stipendio mensile di € 1 650. A fine anno ottiene un premio di € 800. Se le sue spese annuali per vitto-alloggio e tutto il resto ammontano a € 18 700, quanto sarà il suo risparmio annuale? [€ 1 900]

12 Uno studente universitario guadagna € 18 all'ora dando lezioni private. Quanto guadagna in una settimana se è impegnato 2 ore il lunedì e il martedì, 3 ore il mercoledì e il venerdì e 4 ore il giovedì? [€ 252]

13 Marco ha acquistato uno stereo versando alla consegna € 70, dopo una settimana € 30 e pagando il rimanente in 12 rate. Qual è l'importo di ogni rata se il prezzo dello stereo è di € 1 000? [€ 75]

14 La popolazione di una cittadina al 31 dicembre 2004 era di 24 156 abitanti. Calcola il totale della popolazione al 31 dicembre 2008 sapendo che l'anagrafe ha registrato le seguenti variazioni di abitanti:

Anno	Nati	Morti	Emigrati	Immigrati
2005	246	184	35	26
2006	234	191	21	12
2007	216	199	16	27
2008	224	201	15	29

[24 308]

15 Alle ultime vacanze invernali la famiglia Bianchi, composta da padre, madre e due figli, ha speso € 90 al giorno a persona per il vitto e l'alloggio, € 18 al giorno a persona per gli impianti di risalita e € 250 per le spese di viaggio. Calcola il costo complessivo della vacanza la cui durata è stata di 10 giorni. [€ 4570]

16 Il signor Rossi percorre 30 km al giorno, tra andata e ritorno per raggiungere il posto di lavoro. Sapendo che lavora mediamente 20 giorni al mese e che la sua autovettura consuma 1 litro di benzina ogni 12 km, calcola quanto spende in un anno per il carburante, il cui prezzo medio è di € 1,25 al litro. [€ 750]

17 Il carico di un camion viene consegnato a 4 clienti. Al primo vengono lasciati 280 kg di merce, al secondo 320 kg, al terzo 360 kg e al quarto 110 kg. Alla fine il camion è vuoto. Quanti kg di merce trasportava il camion? [1 070 kg]

18 Nel riordinare la biblioteca della scuola alcuni ragazzi sistemano nel primo scaffale 65 libri, nel secondo 122 e nel terzo 210. Quanti libri hanno sistemato in tutto i ragazzi? [397]

19 Una lavatrice costa di listino € 920. Se pagherò in contanti avrò uno sconto di € 50, ma le spese di trasporto e installazione saranno di € 85. Quanto spenderò in tutto se acquisterò la lavatrice in contanti? [€ 955]

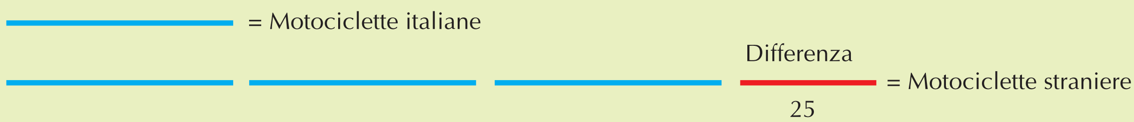
20 **Esercizio guida**

In un raduno motociclistico possiamo suddividere i veicoli a seconda della nazionalità del modello. Sapendo che in un determinato istante possiamo contare 241 veicoli e che il numero delle motociclette straniere supera il triplo di quelle italiane di 25 unità, calcola il numero di motociclette straniere.

Dati: 241 = totale motociclette
25 = differenza fra il triplo delle motociclette italiane e le straniere

Incognite: motociclette straniere

Anche in questo caso formalizziamo in un disegno i dati a disposizione:



In questo problema il numero totale di motociclette è formato da quattro parti incognite uguali (segmento azzurro) e da una parte nota. Se sottraiamo al totale la parte nota, otteniamo il quadruplo delle motociclette italiane. I calcoli da svolgere sono:

1° passaggio: ..... − 25 = 216 (quadruplo delle motociclette italiane = 4 volte segmento azzurro)
2° passaggio: 216 : ..... = ... (motociclette italiane = un segmento azzurro)
3° passaggio: ..... · 3 = 162 (triplo motociclette italiane = 3 segmenti azzurro)
4° passaggio: 162 + ... = 187 (motociclette straniere = 3 segmenti azzurro + segmento rosso).

Risposta: le motociclette straniere sono 187.

21 Calcola il valore di due numeri sapendo che la loro somma è 50 e che la loro differenza è 22. [36; 14]

22 Nel 2008 il porto di Genova sono state scaricate complessivamente 595 milioni di tonnellate di merce. Sapendo che la quantità di petrolio scaricato ha superato le altre merci di 55 milioni di tonnellate, quale è stata la quantità di petrolio scaricato? [325 milioni di t]

23 Matteo possiede il doppio di libri posseduti da Paolo. Se i libri posseduti dai due ragazzi sono complessivamente 102, quanti libri ha Paolo? [34]

24 Tre botti di vino contengono complessivamente 278 litri. La seconda botte contiene 16 litri più della prima, e la terza 6 litri più della seconda. Quanti litri contiene ogni botte? [80 ℓ; 96 ℓ; 102 ℓ]

25 Tre amici devono dividersi una vincita al lotto di € 60 000 in modo tale che al secondo e al terzo vadano rispettivamente il doppio e il triplo della somma spettante al primo; quanto deve ricevere ciascuno dei tre amici? [€ 10 000; € 20 000; € 30 000]

26 Una somma di € 12 800 viene suddivisa tra due persone. Se la seconda riceve la metà della prima più € 800, calcola la somma spettante ad ogni persona. [€ 8 000; € 4 800]

27 Una massaia acquista 10 bottiglie di vino e 8 lattine di the spendendo in tutto € 28. Quanto costa una bottiglia di vino e quanto una lattina di the se una bottiglia di vino costa quanto due lattine di the. [€ 2; € 1]

28 Ad una gita scolastica partecipano 80 alunni. Calcola quanti sono i maschi e le femmine sapendo che i maschi sono 8 più delle femmine. [44; 36]

29 Un signore ha acquistato tre cravatte spendendo in tutto € 65. Sapendo che la cravatta a fiori costa € 5 più di quella a pois e quella a righe € 6 più di quella a pois, calcola il prezzo di ogni cravatta. [€ 23; € 18; € 24]

Scheda di Valutazione del Recupero

Dopo aver rivisto la teoria e svolto l'attività di recupero, metti alla prova la tua preparazione rispondendo ai seguenti quesiti (scegli tra le soluzioni proposte), controlla l'esattezza delle risposte a pag. 416 e calcola il punteggio ottenuto in base alla griglia. Se hai totalizzato **almeno 11 punti** puoi ritenere colmato il debito, altrimenti riguarda gli argomenti sui quali hai commesso errori.

1 I dati di un problema sono:
a. gli elementi da calcolare; **b.** gli elementi noti; **c.** le diverse soluzioni del problema.

2 Le incognite di un problema sono:
a. gli elementi da calcolare; **b.** gli elementi noti; **c.** le diverse soluzioni del problema.

3 Individua l'incognita del seguente problema.
Mario ha 80 figurine, ne presta 15 ad Alberto, quante figurine gli restano?
a. Le figurine prestate; **b.** le figurine restanti; **c.** le figurine di Mario.

4 Qual è il dato mancante nel seguente problema?
Quanto devo avere di resto se spendo € 5?
a. Quanti soldi ho in tasca; **b.** quanto è costato il tutto; **c.** con quanti soldi ho pagato.

5 Quale operazione bisogna eseguire per risolvere il seguente problema?
Un calciatore ha segnato due goal in ogni partita giocata. Sapendo che ha giocato finora 5 partite, calcola quanti goal ha segnato in tutto.
a. Una sottrazione; **b.** una divisione; **c.** una moltiplicazione.

6 Sai che un gelato costa € 2 ed hai in tasca € 5, a quante tue amiche puoi offrire un gelato?
a. Due; **b.** tre; **c.** una.

7 Se compri 3 gameboy, ognuno dei quali costa € 15, e paghi con € 50, quanto devi avere di resto?
a. € 5; **b.** € 6; **c.** € 7.

8 In un palazzetto dello sport, durante una partita di basket, vi sono 500 spettatori; sapendo che l'incasso è stato di € 5000, calcola quanto è costato il biglietto di ingresso.
a. € 20; **b.** € 5; **c.** € 10.

9 In una industria lavorano 140 persone suddivise fra operai, impiegati e dirigenti. Sapendo che gli operai sono 30 in più degli impiegati e i dirigenti 40 in meno degli impiegati, calcola quanti operai, impiegati e dirigenti lavorano rispettivamente in quella industria.

10 Paolo e Marco sono due fratelli e possiedono complessivamente € 90. Sapendo che Paolo ha € 18 in più di Marco, calcola qual è la cifra posseduta da ciascun fratello.

1 La mamma di Sara acquista 14 m di nastro e spende € 49. Quanto costa il nastro al metro? Quanto avrebbe speso se ne avesse acquistato 24 m? [€ 3,50; € 84]

2 Una casalinga compra dal fruttivendolo 3 kg di mele a € 1,80 il chilogrammo, 2 kg di pere a € 1,50 il chilogrammo e 2,5 kg di pesche a € 2,50 il chilogrammo. Se paga con due biglietti da € 10 quanto riceve di resto? [€ 5,35]

3 L'abbonamento annuale allo stadio per un ragazzo costa € 192 e permette di assistere a 16 gare comprese le coppe. Sapendo che il costo di un biglietto ad una singola partita è di € 15,50 quanto risparmia il ragazzo per ogni partita? [€ 3,50]

4 Un signore ha acquistato un'autovettura al prezzo di € 26 000. Sapendo che ha versato un anticipo di € 12 000 quante rate mensili da € 500 deve pagare? [28]

5 Un cartolaio ha venduto 50 quaderni e 30 diari. Sapendo che ha incassato per ogni quaderno e ogni diario rispettivamente € 1,20 e € 8,50 quanto ha ricavato dalla vendita? [€ 315]

6 Un frutteto è costituito da 36 file di 20 piante di arance ciascuna. Sapendo che in media ogni pianta produce 120 kg di arance e che dalla vendita si ricavano € 41 472, calcola il prezzo di vendita al chilogrammo. [€ 0,48]

7 Un idraulico guadagna € 20 all'ora. Quanto ha guadagnato in un mese di lavoro se è stato impegnato la prima e la seconda settimana per 5 giorni e per 9 ore al giorno; la terza e la quarta settimana per 4 giorni e per 8 ore al giorno. [€ 3080]

8 Un commerciante ha acquistato due rotoli di rete metallica lunghi complessivamente 45 m. Se il secondo rotolo è lungo 5 m più del primo, quanto misurano rispettivamente i due rotoli? [20 m; 25 m]

9 Un negoziante deve sistemare 420 tazzine in scatole di cartone ognuna delle quali ne deve contenere 36. Quante scatole occorrono al negoziante? Quante tazzine dovrà aggiungere all'ultima scatola per completare la confezione? [12; 12]

10 In uno stabilimento si fabbricano al giorno 6 480 m di rete metallica che viene poi tagliata e avvolta in rotoli da 30 m ciascuno. Calcola quanti giorni sono necessari per produrre 1944 rotoli di rete. [9]

11 Trova tre numeri sapendo che la loro somma è 186, che il secondo supera il primo di 24 e il terzo supera il secondo di 42. [32; 56; 98]

12 Due tagli di stoffa sono lunghi complessivamente 20 m. Sapendo che la lunghezza di una stoffa supera di 2 metri il doppio dell'altra, calcola la lunghezza di ogni taglio di stoffa. [6 m; 14 m]

13 Alessia decide di acquistare 2 CD il cui costo è rispettivamente di € 22,50 e € 20,80. Pagando con una banconota da € 50 quanto riceverà di resto? Può con i soldi ricevuti in resto comprare un cono gelato da € 2,50 e una bibita da € 2,75? In caso di risposta affermativa quanto le resta? [€ 6,70; € 1,45]

14 Nell'ultimo mese Marta ha inviato 32 messaggi suddivisi in 24 sms e 8 mms spendendo in tutto € 6,56. Calcola quanto ha speso in media per ogni sms sapendo che gli mms sono costati in media € 0,34 ciascuno. [€ 0,16]

15 Per piastrellare un appartamento di 120 m^2 vengono utilizzate piastrelle da 400 cm^2 al costo di € 2 ciascuna. Sapendo che per la posa in opera due piastrellisti lavorano ciascuno 8 ore al giorno per 5 giorni e guadagnano € 24 l'ora per ognuno, calcola il costo per pavimentare l'appartamento. [€ 7 920]

16 Tre amici possiedono insieme una somma di € 135. Sapendo che i primi due hanno insieme € 80 e il terzo ha € 20 più del primo, calcola la somma posseduta da ciacun amico. [€ 35; € 45; € 55]

17 Nel cortile di una scuola sono parcheggiate automobili, scooter e biciclette per un totale di 50 mezzi. Le automobili sono 12 in più degli scooter e questi ultimi sono 10 in più delle biciclette. Calcola il numero di automobili, scooter e biciclette. [28; 16; 6]

18 Un allevatore vende 1200 polli a € 4 l'uno e 700 galline ad una cifra pari alla metà del costo di un pollo più € 1. Quanto ricava in tutto dalla vendita? [€ 6900]

● **19** Nel garage di un'autorimessa sono parcheggiati complessivamente 90 tra autovetture e motocicli. Sapendo che le autovetture sono il doppio dei motocicli, calcola il numero di autovetture e di motocicli. [60; 30]

● **20** Tre ragazze Francesca, Elena e Paola hanno inviato in una giornata complessivamente 35 sms. Sapendo che Francesca ha inviato il doppio ed Elena la metà dei messaggi inviati da Paola, calcola quanti sms ha inviato ogni ragazza. [20; 5; 10]

● **21** Un oste ha acquistato allo stesso prezzo al litro una certa quantità di vino bianco e di vino rosso spendendo rispettivamente € 1 320 e € 1 680. Calcola la quantità dei due tipi di vino sapendo che il rosso era 3 000 litri più del bianco. [140 hl; 110 hl]

● **22** La somma di tre numeri è 55. Calcola il valore di tre numeri sapendo che il primo è il triplo del terzo e il secondo è la metà del primo. [30; 15; 10]

● **23** Nella biblioteca di Matteo sono presenti libri di narrativa, fantascienza e gialli. Sapendo che i libri di narrativa sono il doppio dei libri gialli, che quest'ultimi superano quelli di fantascienza di 48 e che in tutto si contano 432 libri, calcola il numero di libri di ogni tipologia. [240; 72; 120]

● **24** Se tagliamo una corda lunga 114 cm in tre parti in modo che ogni parte sia 18 cm più lunga della successiva, quanto misurano le tre parti? [20 cm; 38 cm; 56 cm]

● **25** Tre damigiane contengono complessivamente 210 litri di vino. Sapendo che la seconda contiene la metà della prima e la terza il triplo della seconda, calcola quanti litri di vino contiene ciascuna damigiana. [35 ℓ; 70 ℓ; 105 ℓ]

● **26** Tre cugini, Matteo, Giulio e Federico hanno complessivamente 54 anni. Se Matteo ha 13 anni e Giulio il doppio diminuito di 3 dell'età di Matteo, calcola quanti anni ha Federico. [18 anni]

●● **27** Determina il valore di tre numeri sapendo che la somma del primo e del secondo è 77, la somma del secondo e del terzo è 80 e la somma del primo e del terzo è 73. [35; 42; 38]

●● **28** Per l'affitto annuale di un appartamento una famiglia spende € 4200. A questo importo bisogna aggiungere: € 60 ogni due mesi per l'energia elettrica; € 240 ogni tre mesi per il riscaldamento; €180 annuali per il consumo di acqua. Calcola la spesa mensile sostenuta dalla famiglia. [€ 475]

●● **29** Nella collezione di dischi di Sonia ci sono dischi di musica leggera, musica classica e jazz. I dischi di musica leggera più quelli di musica classica sono 630, quelli di musica leggera più quelli di jazz sono 535, quelli di musica classica più quelli di jazz sono 465. Quanti dischi dei tre generi musicali ci sono nella collezione di Sonia? [350; 280; 185]

●● **30** Un signore ha acquistato tre camicie spendendo in tutto € 100. Calcola il costo di ogni camicia sapendo che quella azzurra è costata € 4 più di quella bianca e quest'ultima € 12 meno di quella a righe. [bianca = € 28; azzurra = € 32; a righe = € 40]

●● **31** Un cartolaio ha acquistato 36 diari e 54 astucci spendendo in tutto € 756. Calcola il costo di ciascun diario e di ciascun astuccio sapendo che ogni diario è costato il doppio di ogni astuccio. [€ 12; € 6]

●● **32** Stefano nel corso di un anno scolastico ha riempito un salvadanaio; alla sua apertura, si contano 184 monete, alcune da € 0,50 e altre da € 1. Calcola quante sono le monete da € 1 sapendo che il totale della cifra risparmiata è di € 132. [80]

●● **33** In una sala cinematografica sono presenti 230 spettatori. Sapendo che 90 persone hanno pagato il biglietto a prezzo pieno da € 14, calcola il prezzo del biglietto ridotto se, nel complesso, è stato ottenuto lo stesso incasso per i due tipi di biglietti. [€ 9]

●● **34** In un ristorante sono sedute 80 persone, tra bambini e adulti. I bambini sono 20 meno degli adulti maschi e questi ultimi sono 4 meno degli adulti femmine. Quanti erano i bambini e gli adulti maschi e femmine? [12; 32; 36]

Risolvi i seguenti problemi.

1 Due treni partono contemporaneamente dalle stazioni di Milano e di Napoli, distanti 840 km. Il primo viaggia alla media di 108 km all'ora e il secondo a 102 km all'ora. Dopo quanto tempo i due treni si incontrano? [4 h]

2 In un garage vi sono 27 veicoli e 84 ruote appartenenti ad automobili e motociclette. Determina il numero delle prime e delle seconde. [15; 12]

3 Per un concerto di musica leggera sono stati venduti in prevendita 400 biglietti di platea e 250 di galleria per un incasso di € 11 500. Il giorno del concerto sono stati venduti altri 150 biglietti di platea e 60 di galleria per un incasso di € 3 570. Quanto costa un biglietto di platea e quanto uno di galleria? [€ 15; € 22]

4 Un'automobile può essere acquistata secondo due modalità: versando una quota minima in contanti di € 3 000 e il resto a rate, oppure in un'unica soluzione in contanti. Se il costo dell'autovettura pagata in contanti è di € 15 000, calcola quanto viene a costare in più, scegliendo la formula rateale con 30 rate mensili da € 435 cadauna. [€ 1 050]

5 In uno stabilimento lavorano 40 persone tra impiegati e operai. Gli impiegati percepiscono una paga oraria di € 18 e gli operai di € 16. Calcola il numero degli operai e degli impiegati sapendo che la paga oraria complessiva è di € 700. [30 impiegati; 10 operai]

6 Le Ferrovie dello Stato per permettere a 2 000 passeggeri di attraversare lo stretto di Messina hanno messo a disposizione, nell'arco di una giornata, 7 traghetti: alcuni da 200 posti e altri da 400 posti. Calcola quanti traghetti del primo tipo e quanti del secondo tipo sono stati impiegati, tenendo conto che in ogni corsa erano stati utilizzati tutti i posti disponibili. [4 da 200 posti e 3 da 400 posti]

7 Si vuole preparare una miscela di caffè ed orzo mescolando 60 parti in peso di caffè e 40 parti di orzo. Quanto costano 5,5 kg di miscela se il caffè costa € 16 al kg e l'orzo € 6,50 al kg? [€ 67,10]

8 Due falegnami per costruire una libreria percepiscono una paga oraria rispettivamente di € 18 e di € 21. Sapendo che mediamente hanno lavorato per 9 ore al giorno e che alla consegna della libreria il secondo falegname riceve € 297 più del primo, calcola quanti giorni hanno lavorato. [11 giorni]

9 Giulia acquista 2 matite, 3 biro e 4 quaderni pagando in tutto € 12. Sapendo che ogni biro costa quanto due matite e che ogni quaderno costa quanto due biro, calcola il prezzo rispettivo di una matita, una biro e un quaderno. [€ 0,50; € 1; € 2]

10 In un parcheggio sono presenti 232 auto. Le Fiat sono 112 più delle Lancia e le Alfa Romeo sono 12 meno delle Lancia. Calcola quante auto di ciascuna marca sono presenti nel parcheggio. [156 Fiat; 44 Lancia; 32 Alfa Romeo]

11 Un libraio acquista 250 libri di testo di inglese e 100 libri di grammatica spendendo complessivamente € 7 050. Esaurita questa scorta, acquista 150 libri dello stesso tipo di inglese e 50 di grammatica, spendendo € 4 050. Quanto costa un libro di inglese e quanto uno di grammatica? [€ 21; € 18]

I seguenti problemi di logica si risolvono applicando un procedimento che dovrai talvolta "inventare" in quanto non sempre è possibile utilizzare i metodi proposti precedentemente; svolgili quindi con l'aiuto dell'insegnante.

12 In un laghetto le ninfee crescono raddoppiando ogni giorno la loro superficie. Se il laghetto viene interamente ricoperto in 30 giorni, in quanti giorni se ne copre la metà? [29 giorni]

13 Sulla sponda di un fiume ci sono due barcaioli che pesano 80 kg ciascuno. La loro barca ha la portata massima di 160 kg. Arriva un signore di 90 kg che chiede di poter traghettare. Tutti sanno remare, e la barca alla fine deve trovarsi sulla sponda di partenza con i due barcaioli. Come possono fare?

14 Tre ragazzi possiedono rispettivamente 120, 115, 95 figurine. Quante figurine devono cedere rispettivamente il primo ed il secondo al terzo ragazzo per averne lo stesso numero? [10; 5]

15 Fai la somma di sette numeri consecutivi scelti a caso e confrontala con un valore uguale a 7 volte il valore intermedio. Che cosa osservi?

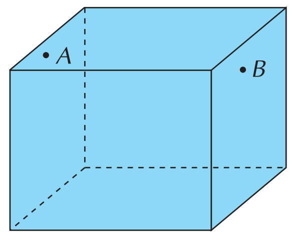
16 Somma tra loro 6 numeri consecutivi. Ora triplica la somma tra il primo e l'ultimo. Che cosa osservi? Che rapporto esiste fra le due somme se i numeri consecutivi sono 8?

17 Paolo chiede a Stefano quante figurine possiede e Stefano risponde: «Non lo so esattamente, ma so che se le conto a due a due me ne avanza una, e così anche se le conto a tre, a quattro, a cinque o a sei. Contandole a sette alla volta sono giuste». Paolo riflette un attimo e risponde esattamente. Sai fare lo stesso?

18 Su uno scaffale è collocata una enciclopedia di 14 volumi di 250 pagine ciascuno. Un tarlo inizia a mangiare dalla prima pagina del primo volume e va fino all'ultima pagina dell'ultimo volume. Quante pagine e quante copertine buca? [3 500 pagine; 26 copertine]

19 Ci sono nove monete, identiche in tutto tranne per il fatto che una pesa leggermente di più. Con due pesate di una bilancia a piatti, devi identificarla. Come fai?

20 Immagina una formichina ed una mollica di pane sulle pareti opposte di una stanza. Disegna il cammino più breve che la formica che si trova nel punto A deve seguire per raggiungere la mollica nel punto B (figura a lato).



21 Scrivi un numero di tre cifre diverse, come ad esempio 548. Scrivi il numero che si ottiene invertendo la prima e la terza cifra: 845. Calcola la differenza tra il numero maggiore ed il minore: 297. Scrivi il numero che si ottiene invertendo la prima e la terza cifra: 792. Somma questi ultimi due numeri: 1 089. Prova a ripetere lo stesso procedimento con altri numeri scelti da te. Che numero ottieni?

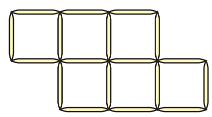
22 Ci sono quattro monete tutte uguali tranne una che ha un peso leggermente diverso. Con una bilancia a piatti devi identificare la moneta diversa con due pesate. Come fai?
(Attenzione: la moneta che devi trovare è diversa .....)

23 Scrivi un numero di 4 cifre consecutive decrescenti (dal più grande al più piccolo), per esempio 6 543. Scrivi il numero che si ottiene invertendo le cifre: 3 456. Calcola la differenza tra i due numeri: 3 087. Adesso prova tu con altri numeri di quattro cifre decrescenti. Che numero ottieni? Perché?

24 Tre coppie di giovani sposi devono raggiungere un'isola su una barca che può portare al massimo 2 persone. Tutti sanno remare, ma nessun marito lascerebbe mai la moglie su una riva con un uomo, anche se in presenza della moglie di quest'ultimo. Come faranno a compiere la traversata?

25 Calcola la somma dei primi 100 numeri interi. Ti consigliamo di considerare la somma tra il primo e l'ultimo termine della successione ($1 + 100 = 101$), poi tra il secondo e il penultimo ($2 + 99 = 101$) e così via fino ad esaurire i numeri. Questo accade dopo aver considerato il cinquantesimo termine con il cinquantunesimo. Pertanto si deve moltiplicare la somma che si ottiene (101) per 50 volte per ottenere il numero desiderato ($101 \cdot 50 = 5050$). Prova a fare la somma dei primi 150 numeri interi.

26 Disposti in questo modo, gli stecchini formano 6 quadrati. Spostandone soltanto due si devono ottenere 5 quadrati.



1 Anna Maria e l'omogeneità (1999, Finale italiana)

Anna Maria possiede 3 scatole che contengono rispettivamente 576, 212 e 211 biglie. La sola operazione autorizzata, per modificare questi numeri, è di prendere una biglia da ciascuna delle due scatole per metterle nella terza. Anna Maria vuole rendere la sua ripartizione la più omogenea possibile. In quante operazioni, al minimo, può raggiungere questo risultato?

Nota: Per ripartizione più omogenea possibile si intende quella per cui la somma delle differenze (positive) dei contenuti delle scatole, prese a due a due, è la più piccola possibile.

2 I computer (1999, Finale italiana)

Una classe di prima media è composta da 25 alunni. L'aula di informatica della scuola ha 16 postazioni, ciascuna utilizzabile da due persone. Quanti alunni, al massimo, avranno a disposizione un computer tutto per loro?

3 La famiglia Settimi (1999, Semifinali locali)

La signora e il signor Settimi hanno 7 figli nati tutti, stranamente, il 7 luglio. Ogni anno, per il loro compleanno la signora Settimi offre ad ogni figlio una torta con tante candeline quanti sono i suoi anni. Giovanni Settimi, il più giovane, si ricorda che 5 anni fa le candeline erano, in totale, la metà di quelle di quest'anno. Quante candeline saranno accese quest'anno?

4 Il peso degli anni (1999, Semifinali locali)

Il villaggio di Centanime conta 100 abitanti. Il più vecchio è nato nel 1900 e tutti gli abitanti sono nati in un anno diverso, ma tutti il 1º gennaio. Nel 1999 la somma delle quattro cifre dell'anno di nascita di Giulio - uno degli abitanti di Centanime - è uguale alla sua età. Quanti anni ha Giulio?

5 Il distributore di merendine (1999, Semifinali locali)

Matilde vuole comperare una merendina da 1 franco al distributore della scuola. La macchinetta accetta solo le monete da 5 centesimi, 10 centesimi, 20 centesimi, 50 centesimi e 1 franco e non dà il resto. Matilde non ha nessun pezzo di valore inferiore a 5 centesimi e nessuna moneta o banconota di valore superiore a 1 franco. Pur avendo nel suo portamonete una somma superiore a 1 franco, Matilde non può comperarsi la merendina poiché è nell'impossibilità di pagare esattamente 1 franco e.... il resto alla macchina non si lascia mai! Quale somma al massimo Matilde può avere nel suo portamonete?

6 Mia figlia ed io (2000, Finali internazionali)

La mia età è il doppio di quella di mia figlia. Siamo nel 2000. Nel 2011 le nostre età insieme faranno in tutto un secolo. Quali sono, oggi, le nostre età rispettive?

7 Le liane di Tarzan (2000, Finale internazionale)

Nella foresta Tarzan si sposta in linea retta di liana in liana. Ci sono due tipi di liane: quelle corte che permettono di fare dei salti di 4 m e quelle lunghe che permettono di fare salti di 7 m. Tarzan vuole arrivare su un masso situato a 41 metri dal bordo di uno stagno. Quante liane deve utilizzare?

8 L'idea di Dedè (2000, Finale internazionale)

Mentre giocavo con tre dadi normali (le cui facce sono numerate da 1 a 6) è arrivato Dedè e mi ha detto: "Lancia i tre dadi senza farmeli vedere. Moltiplica per 30 il numero uscito sul dado 1, aggiungi 5 al risultato. Aggiungi il numero uscito sul dado 2, moltiplica per 10 il risultato ottenuto. Aggiungi infine il numero uscito sul dado numero 3. Che risultato ottieni?". Ho risposto 374 e Dedè ha indovinato i tre numeri usciti sui miei dadi. Quali sono i tre numeri in ciascun dado.

9 Salita e discesa (2002, Giochi di primavera)

La nostra bidonvia è costituita complessivamente da 110 bidoncini. Tutti quelli che stanno salendo sono occupati: se su un bidoncino sono salite due persone, su quello successivo ne è salita una sola (e viceversa). Qual è il numero massimo di persone che stanno contemporaneamente nei bidoncini in salita?

10 I quattro dadi (2002, Giochi di primavera)
Marco dispone su un tavolo, a stretto contatto tra loro, quattro normali dadi, in modo che le facce superiori formino un quadrato e che i numeri delle quattro facce superiori siano tutti diversi. Calcola poi la somma di tutti i numeri scritti sulle facce visibili dei dadi. Quanto vale al minimo la somma ottenuta da Marco?

11 Quanti zeri! (2002, Giochi d'autunno)
Si moltiplicano tra loro tutti i numeri interi tra 50 e 100 compresi. Con quanti zeri termina il numero che esprime questo prodotto?

12 Vecchi e nuovi amici (2003, Semifinali locali)
È la prima riunione del Club dei Cinque. Dei cinque ragazzi che lo compongono, alcuni sono già amici, altri no. Ognuno ha due o tre amici nel gruppo e, quando due ragazzi sono amici, non hanno mai lo stesso numero di amici nel gruppo. Angelo e Renato sono amici di Pietro; Settimo ha tre amici. Quanti sono gli amici di Desiderio?

13 Il concorso (2003, Semifinali locali)
Ad un concorso di matematica le ragazze erano il doppio dei maschi. Ognuno dei partecipanti ha ottenuto 8, 9 o 10 punti e tutti insieme hanno totalizzato 156 punti. Quanti ragazzi (maschi) hanno partecipato al concorso?

14 Palindromo senza ripetizione (2003, Semifinali locali)
Il numero 145 541 è un numero palindromo perchè lo si può leggere allo stesso modo da sinistra a destra e viceversa. Inoltre, i numeri di due cifre consecutive che si possono leggere in questo numero; 14, 45, 55, 54, 41 sono tutti diversi. Trova il numero palindromo più grande che abbia la stessa proprietà e nel quale si possano leggere solo i numeri 1, 2 e 3.

15 Ma guarda cosa fa il Pristem! (2004, Giochi di primavera)
L'anno scorso la famiglia Pristem ha inaugurato una nuova attività e si è messa ad allevare struzzi ed elefanti. La signora Pristem dice: "Sono proprio contenta perché, con le nascite di quest'anno, nel nostro allevamento posso contare 35 teste e 116 zampe!". Quanti sono gli struzzi e gli elefanti allevati dalla famiglia Pristem?

16 I conti giusti (2004, Giochi d'Autunno)
Rosi e Angelo dividono le loro spese sempre in parti uguali. Ieri Rosi è andata al supermercato e ha speso 35 Euro. Oggi Angelo ha fatto altre spese per 17 Euro. Quanti soldi Angelo deve dare a Rosi per pareggiare i conti?

17 In pasticceria (2005, Giochi di primavera)
Se compro 2 brioches e 1 pasticcino, spendo 2 Euro; se invece compro 1 brioche e 2 pasticcini, spendo 2,20 Euro. Quanto spendo se compro 1 brioche e 1 pasticcino?

18 Succede nel deserto (2005, Giochi di primavera)
I miei 7 cammelli bevono tutti, ogni giorno, una stessa quantità d'acqua e in 7 giorni bevono 7 damigiane. Ugualmente i miei 5 dromedari, in 5 giorni, bevono 5 damigiane. Chi beve la maggiore quantità d'acqua, in un giorno, un cammello o un dromedario?

19 Il resto (2005, Giochi d'Autunno)
Devo pagare € 1,82 ma non ho la cifra esatta. Pazienza! Darò qualcosa in più e avrò un resto. In questa operazione di "dare e avere", solo tre "pezzi" cambiano di mano. Quanto avrò di resto?
(N.B.: le monete sono di € 0,01; € 0,02; € 0,05; € 0,10; € 0,20; € 0,50; € 1; € 2)

20 "Vedere le stelle" (2007, Finale nazionale)
Mentre provava i suoi nuovi pattini a rotelle, Luca è caduto e ha preso una bella botta! Per il male, ha visto davvero le stelle! I francesi, in questi casi, dicono di vederne sempre 36. Luca, invece, massaggiandosi il ginocchio, pensa: "se sottraessi dal numero delle stelle che ho visto la metà di quelle che mancano per arrivare a 36, otterrei 24". Quante stelle ha visto Luca?

21 Famiglia numerosa (2008, Finale internazionale)
Guglielmo ha due volte più fratelli che sorelle. Sua sorella Fiorenza ha tre volte più fratelli che sorelle. Da quanti figli è composta la loro famiglia, compresi Guglielmo e Fiorenza?

Dalle potenze ai numeri binari

Capitolo 5
ESERCIZI

1 La potenza di un numero

teoria pag. 62

- ✗ La **potenza** di un numero è il prodotto di tanti fattori uguali a quel numero detto base, quanti ne indica l'esponente;
- ✗ i termini della potenza si chiamano **base** ed ***esponente***; il risultato si chiama **valore della potenza**.

Comprensione della teoria

1 Nell'operazione di elevamento a potenza la base indica:
a. il fattore che si deve moltiplicare per l'esponente;
b. il numero dei fattori che occorre moltiplicare fra loro;
c. i fattori (tutti uguali) che occorre moltiplicare fra loro.

2 Nell'operazione di elevamento a potenza l'esponente indica:
a. il numero dei fattori da moltiplicare fra loro;
b. il numero di volte che occorre moltiplicare la base per se stessa;
c. il fattore che si deve moltiplicare per la base.

3 Quali fra le seguenti affermazioni a proposito di potenza quinta di un numero naturale sono corrette?
a. È il risultato della moltiplicazione del numero per se stesso 5 volte;
b. è il prodotto di 5 fattori tutti uguali a quel numero;
c. è il numero naturale che si ottiene moltiplicando il numero stesso per 5.

4 Indica come si chiamano i termini della potenza $6^3 = 216$.

5 Completa la seguente tabella:

Potenza	3^2	6^4	5^3	2^7	.....	$8^{....}$	$.....^3$	.....
Base	3	.....	.....	.....	10	.....	2	8
Esponente	2	.....	.....	.....	3	2	.....	7

6 Indica quale delle seguenti scritture indica la potenza "cinque alla quarta":
a. $5 \cdot 4$; **b.** 5^4; **c.** 4^5; **d.** 5^2.

7 Indica quale delle seguenti scritture indica la potenza "sei alla terza":
a. 6^6; **b.** 3^6; **c.** $3 \cdot 6$; **d.** 6^3.

8 Indica quale delle seguenti scritture indica la potenza "tre al quadrato":
a. 3^2; **b.** 2^3; **c.** $2 \cdot 3$; **d.** 3^4.

9 Indica quale delle seguenti scritture indica la potenza "due al cubo":
a. 3^2; **b.** $3 \cdot 2$; **c.** 2^2; **d.** 2^3.

10 La potenza 8^5 si esprime con la seguente scrittura:
a. "otto quinti"; **b.** "cinque all'ottava"; **c.** "otto alla quinta"; **d.** "otto alla cinque".

11 Indica quale delle seguenti scritture esprime correttamente la potenza 3^5?
a. $3 \cdot 5$; **b.** $3 + 3 + 3 + 3 + 3$; **c.** $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$; **d.** $5 \cdot 5 \cdot 5$.

Applicazione

Scrivi sotto forma di potenze i seguenti prodotti.

12 Esercizio guida

a. $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$; **b.** $3 \cdot 3 \cdot 3$.

Svolgimento

a. I fattori da moltiplicare fra loro sono cinque, l'esponente è dunque 5; la base è 2.
Pertanto $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5$.

b. I fattori da moltiplicare fra loro sono tre, l'esponente è dunque 3. Pertanto $3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^3$.

13 **a.** $2 \cdot 2 \cdot 2$; **b.** $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$; **c.** $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$.

14 **a.** $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$; **b.** $8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8$; **c.** $14 \cdot 14 \cdot 14 \cdot 14 \cdot 14$.

15 **a.** $123 \cdot 123 \cdot 123 \cdot 123 \cdot 123 \cdot 123 \cdot 123$; **b.** $1870 \cdot 1870 \cdot 1870 \cdot 1870$; **c.** $352 \cdot 352 \cdot 352 \cdot 352$.

Trasforma in prodotti le seguenti potenze.

16 **a.** 12^2; **b.** 9^4; **c.** 3^6; **d.** 4^6.

17 **a.** 5^2; **b.** 3^4; **c.** 10^4; **d.** 7^3.

18 **a.** 15^3; **b.** 2^4; **c.** 5^4; **d.** 13^5.

19 **a.** 7^4; **b.** 10^5; **c.** 8^4; **d.** 16^6.

20 **a.** 9^5; **b.** 16^3; **c.** 20^2; **d.** 30^5.

Stabilisci fra le scritture proposte quella che esprime correttamente l'affermazione corrispondente.

21 Il quadrato di 8 è: **a.** $2 \cdot 8$; **b.** 2^8; **c.** 8^2.

22 Il quadrato di 13 è: **a.** $2 \cdot 13$; **b.** $13 \cdot 4$; **c.** 13^2.

● **23** Il prodotto tra il quadrato di 6 e il quadrato di 8 è: **a.** $6^2 \cdot 8$; **b.** $6^2 \cdot 8^2$; **c.** $6 \cdot 8^2$.

● **24** Il quadrato della somma fra 4 e 5 è: **a.** $(4+5)^2$; **b.** 4^2+5^2; **c.** $4+5^2$.

● **25** La differenza fra il quadrato di 4 e il quadrato di 3 è: **a.** $(4-3)^2$; **b.** 4^2-3; **c.** 4^2-3^2.

● **26** Il quadrato della differenza tra 13 e 7 è: **a.** $(13-7)^2$; **b.** 13^2-7^2; **c.** 13^2-7.

Scrivi in lettere le seguenti potenze scritte in cifre e poi calcola il valore delle relative potenze.

27 Esercizio guida

a. 3^2; **b.** 2^4; **c.** 5^3.

Svolgimento

a. 3^2 = tre alla seconda → $3 \cdot 3 = 9$;

b. 2^4 = due alla .... → $2 \cdot ..... \cdot ..... \cdot ..... = 16$;

c. 5^3 = cinque alla .... → $..... \cdot ..... \cdot ..... = ...$

28 **a.** 4^3; **b.** 2^5; **c.** 3^3; **d.** 7^3.

29 **a.** 5^3; **b.** 12^2; **c.** 2^6; **d.** 8^3.

30 **a.** 9^2; **b.** 6^2; **c.** 10^4; **d.** 13^3.

31 **a.** 7^4; **b.** 5^2; **c.** 2^9; **d.** 3^8.

Scrivi in cifre le seguenti potenze scritte in lettere e poi calcola il relativo valore.

32 **a.** Sette alla terza; **b.** tre alla sesta; **c.** sei alla quinta.

33 **a.** Tre alla terza; **b.** sette alla seconda; **c.** dieci alla quarta.

34 **a.** Due alla sesta; **b.** sei alla terza; **c.** undici alla seconda.

Calcola il valore delle seguenti potenze.

35 **a.** 2^4; **b.** 4^2; **c.** 15^2; **d.** 5^2.

36 **a.** 3^5; **b.** 6^3; **c.** 11^2; **d.** 10^3.

37 **a.** 20^2; **b.** 25^2; **c.** 4^5; **d.** 3^3.

38 **a.** 2^6; **b.** 5^4; **c.** 7^2; **d.** 5^5.

39 **a.** 11^3; **b.** 10^6; **c.** 17^2; **d.** 14^2.

40 **a.** 4^4; **b.** 13^2; **c.** 10^5; **d.** 8^2.

41 **a.** 3^4; **b.** 9^3; **c.** 6^4; **d.** 11^4.

Alcune delle seguenti potenze non sono state svolte in modo corretto, individua gli errori e correggili.

● **42** **a.** $3^2 = 9$; **b.** $5^2 = 25$; **c.** $7^3 = 21$; **d.** $5^3 = 25$.

● **43** **a.** $10^3 = 30$; **b.** $4^2 = 64$; **c.** $2^3 = 8$; **d.** $3^4 = 81$.

● **44** **a.** $6^6 = 216$; **b.** $9^3 = 27$; **c.** $8^2 = 64$; **d.** $10^4 = 1\,000$.

2 Le espressioni con le potenze

teoria pag. 63

✗ Le espressioni con le potenze mantengono le stesse regole studiate nelle espressioni con le quattro operazioni; l'unica avvertenza è che le potenze, essendo delle moltiplicazioni ripetute, si risolvono appena possibile.

Applicazione

Calcola il valore delle seguenti espressioni con le potenze.

45 Esercizio guida

$[(6 \cdot 2 - 3^2) : (12 + 5 - 2^2 \cdot 4)]^2 + 5.$

Svolgimento

$[(6 \cdot 2 - 9) : (12 + 5 - 4 \cdot 4)]^2 + 5 =$

$= [(12 - 9) : (12 + 5 - 16)]^2 + 5 = [3 : 1]^2 + 5 = [3]^2 + 5 = 9 + 5 = 14.$

46 $[(3^2 + 2^2 - 3) + (12 : 3 - 2^2 + 1) - 2]^2 : 3.$ [27]

47 $(3^2 + 2^2 - 1) : (2^3 + 3 \cdot 2^2 - 4^2).$ [3]

48 $\{[(5 + 3^3 - 3) + (3 + 5^2)] - 17\}^2 : 2^4 - 100.$ [0]

49 $(2^3 \cdot 3 : 6) : 30 : 5 - [15 - (31 - 2 \cdot 5) : 3 - 4] : 2\}.$ [1]

50 $3^2 \cdot 2 + 2 \cdot 6 + 5^2 \cdot 6 \cdot 0 - 7 \cdot 3 + 1.$ [10]

51 $2^2 \cdot 3 \cdot 3^2 - (5 \cdot 2^3 - 2^2 \cdot 3^2) + 3 \cdot (2 \cdot 3^2 - 2^4)$. [110]

52 $(2^4 + 3^3 - 5^2) + (3^2 + 6^2 \cdot 2^2 - 3^2) : (9^2 + 3 - 2^2 \cdot 3^2)$. [21]

53 $(3^2 + 1) : 5 + [2 \cdot 3^2 - (2 \cdot 5 - 2^3)] : 2^2 + 2^2$. [10]

• **54** $\{[(3 \cdot 4^2 + 1 - 9 \cdot 5)^3 + 2 \cdot 3^2] - 2 - 10\} + 20$. [90]

• **55** $\{[(1 + 3 \cdot 2 - 5) + (3^2 + 3^3 - 1) + 2^4 + 3] - 17\} : 13$. [3]

• **56** $[226 - 15 \cdot (2^3 \cdot 5 - 3^3 + 2)] \cdot 3 - 2 \cdot (5 - 15 : 3)$. [3]

• **57** $(5 \cdot 2^3 + 2^2 \cdot 5 - 3^2 \cdot 2) + [39 - (2^2 \cdot 3 - 2^2 - 3) - 10]$. [66]

• **58** $2^2 \cdot 3 \cdot [2 \cdot 7 - (3^2 \cdot 2 - 2^3)] + (5 + 2^2 \cdot 5 + 7 - 2)$. [78]

• **59** $2^2 \cdot 5^2 - \{2^2 \cdot 3 + 5 \cdot [21 - (5^2 - 5 \cdot 2^2) : 5] - 3^3\} - 1$. [14]

• **60** $\{[(5^2 \cdot 3 - 2 \cdot 5^2) : 5 + 3^2] : 7 + 9 : 3\}^2 : 5 + 1$. [6]

• **61** $2 + 0 : (2^4 + 3 \cdot 5 - 3^2) - [2^2 \cdot 5 + (2^3 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 0) - 2 \cdot 3^2]$. [0]

• **62** $(2^2 \cdot 5 + 2) + 3^2 \cdot 2 : \{6^2 : [2^2 \cdot 6 : (4 + 10^2 : 5^2) + 3] - 5 \cdot 1\}$. [40]

• **63** $(2^2 \cdot 5^2 + 10^2 - 6 \cdot 7) - [7 \cdot 2^3 - (4^3 : 8 - 1) \cdot 2^2 - 3 \cdot 4] \cdot 3^2 - 5$. [9]

•• **64** $2 + 3 : \{5 + 1 - 2^2 : [12 - 7 - 6 : (3^2 - 8 + 1)] - 2 + 1\} + (3^2 - 2^3 + 1)^2$. [7]

•• **65** $(3^2 \cdot 2^2 : 4 + 7)^2 : [(2 \cdot 5^2 - 2^2 + 2) : 12]^2 - \{5 + [(56 : 2^3 + 1) + 3]\}^2 : 2^4$. [0]

•• **66** $\{[4 \cdot 3^2 + (5^2 \cdot 2^3 - 25 \cdot 2^2)] : [(2^4 \cdot 3 + 5^2 \cdot 3 \cdot 2^3) : 3^4]\} - \{[(6 + 2^2) - (20 : 5)] + [(2^3 + 3 + 5) - 5]\}$. [0]

•• **67** $\{(3^4 - 21) : 6 + 2 \cdot [5 + 2 \cdot (2^2 \cdot 3 - 2 \cdot 6) + 2^2] + 2\} : \{[(5^2 \cdot 3 - 50) : 5 + 3^2] : 7 + 3\}$. [6]

•• **68** $\{[(2^4 - 5 \cdot 2) + 3] : 3 + 2 \cdot (2^2 \cdot 5 - 3^2) - 5^2\} + \{2 \cdot [(6 \cdot 5 - 3^2) : (2^4 : 4 + 3)] - (12^2 : 6 : 12)\}^2$. [16]

•• **69** $[(5^2 - 3 \cdot 7) \cdot (6 \cdot 7 - 3^2 \cdot 2^2) + 5 \cdot (3^2 \cdot 2^3 - 17 \cdot 2^2)]^2 : \{[(2^2 \cdot 3 \cdot 7 + 12 \cdot 9) : 2^3 + 3 \cdot 5 \cdot 2^3] : 12 + 10\}^2$. [4]

3 Le proprietà delle potenze

teoria pag. 64

- ✗ Il **prodotto di due o più potenze aventi la stessa base** è uguale ad una potenza che ha per base la stessa base e per esponente la somma degli esponenti;
- ✗ il **quoziente di due o più potenze aventi la stessa base** è uguale ad una potenza che ha per base la stessa base e per esponente la differenza degli esponenti;
- ✗ la **potenza di una potenza** è uguale ad una potenza che ha per base la stessa base e per esponente il prodotto degli esponenti;
- ✗ il **prodotto di due o più potenze aventi lo stesso esponente** è uguale ad una potenza che ha per base il prodotto delle basi e per esponente lo stesso esponente;
- ✗ il **quoziente di due potenze aventi lo stesso esponente** è uguale ad una potenza che ha per base il quoziente delle basi e per esponente lo stesso esponente.

Comprensione della teoria

70 Quanto vale il prodotto $3^4 \cdot 3^2$?
a. 3^6; **b.** 3^8; **c.** 3^7; **d.** 3^2.

71 Quanto vale il quoziente $5^5 : 5^3$?
a. 5^8; **b.** 5^{15}; **c.** 5; **d.** 5^2.

72 Quanto vale la potenza $(4^3)^3$?
a. 4^5; **b.** 4^0; **c.** 4^6; **d.** 4^9.

73 Quanto vale l'espressione $3^3 \cdot 2^3$?
a. 6^9; **b.** 6^3; **c.** $27 \cdot 6$; **d.** $9 \cdot 8$.

74 Quanto vale l'espressione $10^2 : 2^2$?
a. 5; **b.** 5^2; **c.** $100 : 2$; **d.** $10 : 2^2$.

Applicazione

Scrivi sotto forma di potenza il prodotto delle seguenti potenze aventi la stessa base.

75 Esercizio guida

a. $5^2 \cdot 5^3$; **b.** $2^4 \cdot 2^2$.

Svolgimento

a. $5^2 \cdot 5^3 = 5^{2+\dots\dots} = 5^{\dots\dots}$; **b.** $2^4 \cdot 2^2 = 2^{\dots\dots+\dots\dots} = 2^{\dots\dots}$.

76 **a.** $3^2 \cdot 3^3$; **b.** $10^2 \cdot 10^2$; **c.** $6^2 \cdot 6^4$.

77 **a.** $3^3 \cdot 3^2 \cdot 3^4$; **b.** $4^4 \cdot 4^2 \cdot 4^3$; **c.** $7^2 \cdot 7^2 \cdot 7^3$.

78 **a.** $2^2 \cdot 2^3 \cdot 2^4$; **b.** $5^3 \cdot 5^2 \cdot 5^2$; **c.** $4^3 \cdot 4^2 \cdot 4^4$.

79 **a.** $13^3 \cdot 13^2 \cdot 13^4$; **b.** $7^4 \cdot 7^2 \cdot 7^3$; **c.** $3^2 \cdot 3^2 \cdot 3^3 \cdot 3^4$.

80 **a.** $5^2 \cdot 5^2 \cdot 5^3 \cdot 5^4$; **b.** $10^3 \cdot 10^2 \cdot 10^3$; **c.** $2^2 \cdot 2^3 \cdot 2^4 \cdot 2^5 \cdot 2^3$.

Scrivi sotto forma di potenza il quoziente delle seguenti potenze aventi la stessa base.

81 Esercizio guida

a. $9^4 : 9^2$; **b.** $2^6 : 2^3$; **c.** $13^8 : 13^3 : 13^2$.

Svolgimento

a. $9^4 : 9^2 = 9^{4-2} = 9^{\dots}$;

b. $2^6 : 2^3 = 2^{\dots\dots-\dots\dots} = 2^{\dots}$;

c. $13^8 : 13^3 : 13^2 = 13^{8-3} : 13^2 = 13^{\dots\dots-\dots\dots} = 13^{\dots}$.

82 **a.** $10^8 : 10^5$; **b.** $7^8 : 7^2 : 7^3$; **c.** $5^9 : 5^3 : 5^2$.

83 **a.** $3^5 : 3^2$; **b.** $4^7 : 4^5$; **c.** $9^8 : 9^6$.

84 **a.** $4^5 : 4^3$; **b.** $7^6 : 7^4$; **c.** $9^{12} : 9^{10}$.

85 **a.** $9^8 : 9^6$; **b.** $3^8 : 3^2 : 3$; **c.** $8^9 : 8^3 : 8^2$.

86 **a.** $4^{10} : 4^2 : 4^2 : 4^2$; **b.** $3^8 : 3^3 : 3^2$; **c.** $6^{11} : 6^2 : 6^3 : 6^2$.

Scrivi sotto forma di potenza le seguenti potenze di potenze.

87 Esercizio guida

a. $(3^2)^3$; **b.** $\left[(5^2)^2\right]^2$; **c.** $\left\{\left[(2^2)^2\right]^2\right\}^2$.

Svolgimento

a. $(3^2)^3 = 3^{2\cdot 3} = 3^{\dots}$; **b.** $\left[(5^2)^2\right]^2 = 5^{\dots}$; **c.** $\left\{\left[(2^2)^2\right]^2\right\}^2 = \dots\dots^{16}$.

88 **a.** $(10^2)^3$; **b.** $(4^2)^2$; **c.** $(6^2)^3$.

89 **a.** $(2^3)^4$; **b.** $(7^4)^3$; **c.** $(10^2)^2$.

90 **a.** $(2^2)^3$; **b.** $\left\{\left[(2^2)^3\right]^2\right\}^2$; **c.** $(7^2)^2$.

91 **a.** $\left[(2^3)^3\right]^2$; **b.** $\left\{\left[(3^5)^4\right]^3\right\}^6$; **c.** $\left\{\left[(5^2)^3\right]^4\right\}^2$.

Inserisci nei seguenti esercizi gli esponenti mancanti.

92 **a.** $2^{\dots} \cdot 2^4 = 2^6$; **b.** $5^4 \cdot 5^{\dots} = 5^{12}$; **c.** $8^{\dots} \cdot 8^3 = 8^9$.

93 **a.** $4^2 \cdot 4^{\dots} = 4^7$; **b.** $3^{\dots} \cdot 3^5 = 3^6$; **c.** $2^3 \cdot 2^{\dots} = 2^5$.

94 **a.** $2^{\dots} : 2^3 = 2^6$; **b.** $4^8 : 4^{\dots} = 4^4$; **c.** $5^{\dots} : 5^4 = 5^8$.

95 **a.** $4^{10} : 4^{\dots} = 4^4$; **b.** $9^{\dots} : 9^2 = 9^9$; **c.** $6^5 : 6^{\dots} = 6^2$.

96 **a.** $(2^4)^{\dots} = 2^{12}$; **b.** $(6^{\dots})^3 = 6^9$; **c.** $(3^3)^{\dots} = 3^{12}$.

97 **a.** $(4^{\dots})^5 = 4^{10}$; **b.** $(8^2)^{\dots} = 8^6$; **c.** $(6^{\dots})^3 = 6^{21}$.

● **98** **a.** $4^{\dots} \cdot 4^4 \cdot 4^2 = 4^8$; **b.** $8^2 \cdot 8^{\dots} : 8^3 = 8^9$; **c.** $10^{\dots} \cdot 10^3 \cdot 10^2 = 10^{10}$.

● **99** **a.** $2^4 \cdot 2^6 : 2^{\dots} = 2^2$; **b.** $3^{18} : 3^{\dots} : 3^9 = 3^3$; **c.** $5^{\dots} \cdot 5^4 \cdot 5^3 : 5^7 = 5^2$.

● **100** **a.** $10^{\dots} : 10^2 : 10^2 = 10^2$; **b.** $\left\{\left[(2)^3\right]^2\right\}^{\dots} = 2^{24}$; **c.** $(2^2)^5 : (2^4)^{\dots} = 2^2$.

● **101** **a.** $\left[(7^2)^3\right]^{\dots} = 7^{18}$; **b.** $\left[(5^{\dots})^4\right]^2 = 5^{24}$; **c.** $6^3 \cdot 6^{\dots} \cdot 6^4 = 6^{24}$.

● **102** **a.** $18^{\dots} : 18^2 : 18^3 = 18^8$; **b.** $\left[(5^2)^2\right]^2 : 5^{\dots} = 5^6$; **c.** $\left[6 \cdot 6^3\right]^2 : 6^4 : 6^{\dots} = 6^2$.

●● **103** **a.** $(4^{\dots} \cdot 4^2)^2 : (2^3 \cdot 2^3)^4 = 2^4$; **b.** $\left\{\left[(2^3)^2\right]^{\dots} : (2^4)^5 \cdot 2^3\right\}^2 = 2^{14}$; **c.** $\left[(3^4 \cdot 3^2 \cdot 3^2)^{\dots} : (3^3)^6\right] = 3^6$.

Scrivi sotto forma di potenza i seguenti prodotti di potenze con esponenti uguali.

104 **Esercizio guida**

a. $3^3 \cdot 5^3$; **b.** $3^3 \cdot 4^3 \cdot 5^3$.

Svolgimento

a. $3^3 \cdot 5^3 = (\dots\dots \cdot \dots\dots)^3 = \dots\dots^3$; **b.** $3^3 \cdot 4^3 \cdot 5^3 = \dots\dots\dots\dots\dots\dots^3 = \dots\dots$

105 **a.** $2^5 \cdot 3^5$; **b.** $4^3 \cdot 6^3$; **c.** $2^2 \cdot 3^2 \cdot 4^2$.

106 **a.** $2^4 \cdot 3^4$; **b.** $2^2 \cdot 5^2 \cdot 8^2$; **c.** $2^2 \cdot 3^2 \cdot 4^2 \cdot 5^2 \cdot 6^2$.

107 **a.** $3^3 \cdot 8^3$; **b.** $2^5 \cdot 7^5 \cdot 9^5$; **c.** $9^4 \cdot 6^4 \cdot 2^4 \cdot 3^4$.

108 **a.** $2^7 \cdot 3^7$; **b.** $2^4 \cdot 5^4 \cdot 8^4$; **c.** $2^3 \cdot 3^3 \cdot 4^3 \cdot 5^3 \cdot 6^3$.

109 **a.** $5^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 \cdot 3^2 \cdot 4^2$; **b.** $3^3 \cdot 2^3 \cdot 3^3 \cdot 2^3 \cdot 3^3 \cdot 2^3 \cdot 3^3$; **c.** $6^2 \cdot 5^2 \cdot 4^2 \cdot 3^2 \cdot 2^2$.

Scrivi sotto forma di potenza i seguenti quozienti di potenze aventi lo stesso esponente.

110 **Esercizio guida**

a. $6^4 : 3^4$; **b.** $60^2 : 2^2 : 3^2$.

Svolgimento

a. $6^4 : 3^4 = (6 : \dots)^{\dots} = 2^4$; **b.** $60^2 : 2^2 : 3^2 = (60 : \dots : \dots)^{\dots} = 10^{\dots}$.

111 **a.** $4^4 : 2^4$; **b.** $25^3 : 5^3$; **c.** $100^2 : 10^2 : 2^2$.

112 **a.** $8^5 : 2^5$; **b.** $121^2 : 11^2$; **c.** $28^4 : 7^4 : 2^4$.

113 a. $16^3 : 8^3$; b. $15^4 : 5^4$; c. $50^2 : 10^2$.

114 a. $24^4 : 3^4$; b. $20^4 : 2^4 : 5^4$; c. $243^3 : 9^3 : 3^3$.

115 a. $240^4 : (10^4 \cdot 2^4) : (30^4 : 5^4)$; b. $\{[72^5 : (12^5 : 4^5) : 3^5] \cdot 8^3\}^2$; c. $\{[54^4 : (144 : 8 : 2)^4] : 6^2\}^3$.

4 Le potenze con 0 e 1

teoria pag. 66

- ✗ La potenza di un qualunque numero, diverso da zero, con **esponente 0** è sempre uguale a 1;
- ✗ una potenza con **esponente 1** è sempre uguale alla base;
- ✗ una potenza con **base 1** è sempre uguale a 1 qualunque sia l'esponente;
- ✗ una potenza con **base 0** è sempre uguale a 0 qualunque sia l'esponente purché diverso da 0;
- ✗ una potenza con **base 0 ed esponente 0** non ha significato.

Comprensione della teoria

116 Qual è il valore della potenza 5^0?
a. 5; b. non si può fare; c. 1; d. 0.

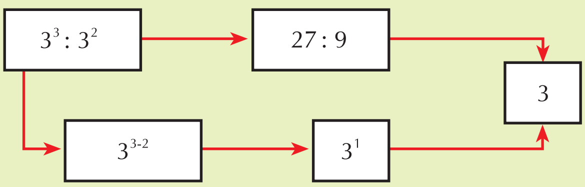
117 Qual è il valore della potenza 0^3?
a. non ha significato; b. 1; c. 3; d. 0.

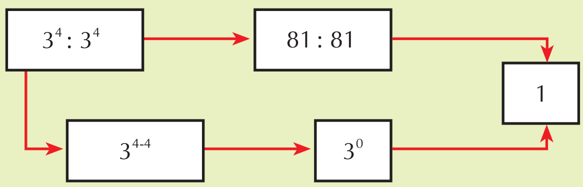
118 La potenza 0^0
a. non si può fare; b. dà come risultato 0; c. non ha significato; d. dà come risultato 1.

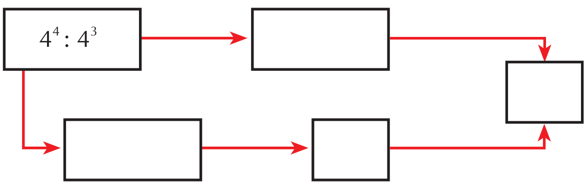
Applicazione

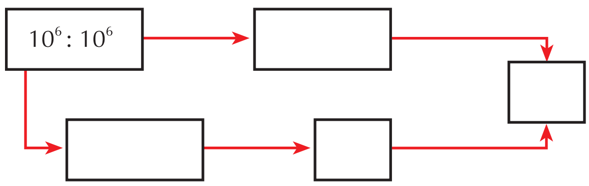
Completa i seguenti schemi applicando opportunamente le proprietà delle potenze.

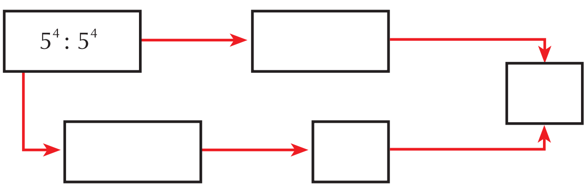
119 Esercizio guida

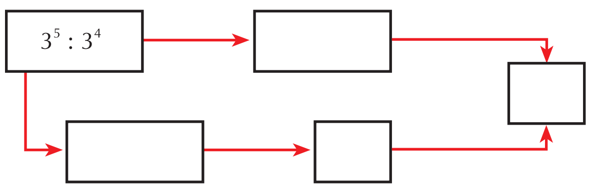
a.


b.


120 a.


b.


121 a.


b.


122 Scrivi sotto forma di potenza e calcola il valore dei seguenti prodotti:
a. $1 \cdot 1$; b. $0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0$; c. $1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$.

Calcola il valore delle seguenti potenze con 0 e 1.

123 **a.** 6^0; **b.** 7^0; **c.** 10^0; **d.** 1^0.

124 **a.** 7^1; **b.** 5^1; **c.** 12^1; **d.** 0^5.

125 **a.** 0^3; **b.** 0^4; **c.** 0^{10}; **d.** 11^0.

126 **a.** 1^7; **b.** 1^{10}; **c.** 1^{100}; **d.** 13^1.

127 **a.** 0^0; **b.** 8^0; **c.** 1^1; **d.** 58^0.

Alcune delle seguenti potenze non sono state svolte in modo corretto, individua gli errori e correggili.

128 **a.** $1^0 = 0$; **b.** $0^0 = 1$; **c.** $0^1 = 0$.

129 **a.** $1^6 = 6$; **b.** $0^0 = 0$; **c.** $1^0 = 1$.

Risolvi le seguenti espressioni applicando le proprietà delle potenze.

130 **Esercizio guida**

$$(15^8 : 5^8)^3 : \left\{(2^3 \cdot 3^3)^8 \cdot (2^3 \cdot 2^4 \cdot 2^5)^2 : (4^{12} : 4^4)^3\right\} =$$

↑ quoziente di potenze con esponente uguale; ↑ prodotto di potenze con esponente uguale; ↑ prodotto di potenze con base uguale; ↑ quoziente di potenze con base uguale

$$(3^8)^3 : \left\{(6^3)^8 \cdot (2^{12})^2 : (4^8)^3\right\} =$$

↑ potenza di potenza; ↑ potenza di potenza; ↑ potenza di potenza; ↑ potenza di potenza

$$3^{24} : \{6^{24} \cdot 2^{24} : 4^{24}\} =$$

↑ prodotto di potenze con esponente uguale

$$3^{24} : \{12^{24} : 4^{24}\} =$$

↑ quoziente di potenze con esponente uguale

$$3^{24} : 3^{24} = 1$$

↑ quoziente di potenze con esponente e base uguale

131 $(3^3 \cdot 3^4) : (3^5 : 3^2)$. [81]

132 $(10^{10} : 10^5) : (10^2 \cdot 10)$. [100]

133 $\left[(15 : 5)^3 : (9 : 3)^3\right]^4$. [1]

134 $\left[(2^4 \cdot 2^2)^3 : 2^9\right] : (2^3 : 2)^2$. [32]

135 $[(3^5 : 3^4 \cdot 3) : 3^2] \cdot (5 \cdot 2)^2$. [100]

136 $\left[(2^3 \cdot 2^3 \cdot 2^3) : (4^3 : 4^2)^3\right]^2$. [64]

137 $\left[(2^5 \cdot 2^2)^3 : (2^{12} \cdot 2^8)\right]^5 : 2^4.$ $[2]$

138 $\left\{\left[(3^3 : 3 \cdot 3)^2 : (3^4 : 3)^2\right] : 3^0\right\}^4.$ $[1]$

139 $\left[(3^4 \cdot 3^7 \cdot 3^5)^2 : 3^{30}\right]^2 : (3^4 : 3^2)^2.$ $[1]$

140 $(2^2 \cdot 5^2) \cdot (3^2 \cdot 2^2) : (3^2 \cdot 5^2).$ $[16]$

141 $(2^4 \cdot 3^4 \cdot 5^4)^5 : (5^2)^{10} : (2^3 \cdot 3^3)^5.$ $[6^5 = 7776]$

142 $\left\{\left[(3^2 \cdot 3 : 3)^2 \cdot (2^4 \cdot 2^3 : 2^3) : 6\right]^0 \cdot 1^5\right\}^3.$ $[1]$

143 $\left\{(7^2)^3 \cdot \left[(7^4)^1\right]^6 : (7^5)^4\right\}^2 : \left[(7^3)^2\right]^3.$ $[7^2]$

144 $(8^5 \cdot 5^5 \cdot 10^5)^2 : (20^2 \cdot 2^2 \cdot 5^2)^5 : (2^2 \cdot 2^3).$ $[32]$

145 $\left\{\left[(2^6)^7\right]^2 \cdot \left[(2^3)^4\right]^3 : \left[(2^2 \cdot 2)^4\right]^9\right\} : 2^8 : 2^4.$ $[1]$

146 $\left[(8^3 \cdot 8^2 : 8^2) \cdot (2^3 \cdot 3^3) : (144 : 12 : 4)^3 : 2^3\right] : (2^5 : 2^4)^3.$ $[64]$

147 $\left\{(18^2)^3 \cdot (18^3)^7 : \left[(18^2)^3\right]^4\right\}^2 : \left[(6^3)^4 : (6^3)^3 \cdot 6 \cdot 6^2\right] \cdot 3^4 : (3^3)^3.$ $[3]$

Inserisci al posto dei puntini i numeri che rendono vere le seguenti uguaglianze.

148 **a.** $8^3 \cdot 8^{\cdots} = 8^5;$ **b.** $7^{15} : 7^{\cdots} = 7^5;$ **c.** $(3^2)^{\cdots} = 3^8.$

149 **a.** $\left[(2^3)^2\right]^2 = \ldots^{12};$ **b.** $8^5 : 2^{\cdots} = \ldots^5;$ **c.** $12^{\cdots} : 4^3 = 3^3.$

150 **a.** $\left[(2^{\cdots})^4\right]^2 = 2^{24};$ **b.** $(9^3 : 3^{\cdots})^2 = 3^6;$ **c.** $12^{\cdots} = (2^2 \cdot 3)^{\cdots}.$

151 **a.** $(\ldots^6)^2 = (4^3)^{\cdots};$ **b.** $(5^3 \cdot 5^3)^{\cdots} = \ldots^6;$ **c.** $(2^{\cdots} \cdot 3^{\cdots})^3 = 6^6.$

152 **a.** $\left\{\left[(3^{\cdots})^{\cdots}\right]^0\right\}^3 = \ldots;$ **b.** $(625 : 5)^4 = \ldots^{12};$ **c.** $121^4 : 11^2 = 11^{\cdots}.$

153 **a.** $(10^5 : 2^{\cdots} : 5^{\cdots})^2 = 1;$ **b.** $(16^2 : 8^2 \cdot 2^2)^{\cdots} = 2^{12};$ **c.** $(2^{\cdots} \cdot 3^{\cdots} \cdot 5^{\cdots})^{\cdots} = 1.$

154 **a.** $\left[(12^3 \cdot 5^3 : 6^3)^{\cdots}\right]^{\cdots} = \ldots^{18};$ **b.** $(8^4 \cdot 25^3 : 10^2)^{\cdots} = (2^7 \cdot 5^{\cdots} : 10^{\cdots})^0.$

155 $(18^3 : 2^3 : 3^3)^{\cdots} : (12^4 : 4^4 \cdot 5^0)^{\cdots} = 9.$

Tutte le seguenti espressioni sono sbagliate, individua l'errore e correggile.

156 $2^4 : 2^4 \cdot 2 = 2^0 \cdot 2 = 0 \cdot 2 = 0.$

157 $(2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2)^0 = (8 \cdot 9 \cdot 25)^0 = (1800)^0 = 1800.$

158 $\left[(3^8 : 3^4)^2 : (3^2 \cdot 3^3)^0\right]^0 = \left[(3^4)^2 : (3^5)^0\right]^0 = [3^8 : 3^5]^0 = (3^3)^0 = 27.$

159 $(10^6 : 10^6)^4 : (2^2 : 2^2)^2 = (10^0)^4 : (2^4 : 2^4) = 10^4 : 2^4 = 5^4.$

160 $\left[(3^2 \cdot 4^2 : 6^2)^2 \cdot (2^2 \cdot 5^2)^2\right]^0 = \left[(3^4 \cdot 4^4 : 6^4) \cdot (10^2)^2\right]^0 = [(12^4 : 6^4) \cdot 10^4]^0 = [2^4 \cdot 10^4]^0 = 20^4.$

161 $\left[(2 \cdot 3 \cdot 4)^{10} : (6^2 \cdot 4^2)^5\right]^0 = [24^{10} : 24^{10}]^0 = [24^{10}]^0 = 1.$

Risolvi le seguenti espressioni applicando opportunamente le proprietà delle potenze.

162 **Esercizio guida**

$[3^3 - (8^2 - 5^2 \cdot 2) + 40^2 : 8^2] : (3^2 + 5 \cdot 2).$

Svolgimento

Prosegui lo svolgimento inserendo al posto dei puntini i numeri corrispondenti:

$\left[\ldots\ldots - (\ldots\ldots - \ldots\ldots \cdot 2) + (40 : 8)^{\cdots}\right] : (\ldots\ldots + 10) = \left[\ldots\ldots - (\ldots\ldots - \ldots\ldots) + 5^2\right] : \ldots\ldots =$

$= [\ldots\ldots - \ldots\ldots + \ldots\ldots] : \ldots\ldots = \ldots\ldots : \ldots\ldots = 2.$

163 $\{[(5^2 : 5^2 + 3^5 : 3^3) + 2^3 - 4] : 7\}^2.$ [4]

164 $(6^3 \cdot 6^2 : 6^4)^2 : (3 \cdot 2)^2 + (1^5 : 1^4).$ [2]

165 $(50 - 7^3 : 7) \cdot (9^2 - 80)^5 \cdot 2^8 : 2^4.$ [16]

166 $[(12 + 3^3 \cdot 5 - 4 \cdot 6^2)^3 \cdot 2^3 - 2^3] : 2^4.$ [13]

167 $[2 + 3^7 : 3^5 - (5^2 \cdot 2 - 7^2) - 10] + 5^6 : 5^4.$ [25]

168 $\{(3^3 \cdot 3^2 : 3^3 - 2^2) + [(10^5 \cdot 10 : 10^4) - (6^2 + 4)] - 15\} : 10.$ [5]

169 $5 \cdot 6 + \{[(2^3 : 2^2 - 1^4) + (5^4 : 5^3 \cdot 5) + 2 \cdot 4] - 2^4\} : 2 \cdot 3.$ [57]

170 $\{[(2^3 \cdot 2^2 + 5^4 : 5^2) : (3^4 : 3^2 : 3) + 6] - 2 \cdot 3\} - 10.$ [9]

171 $\{5 \cdot 3 + [2^2 \cdot 2^2 - 6 + (5^4 : 5^2 - 15) + 3^2 - 4] + 2\} : 3 \cdot 2.$ [28]

172 $6^2 : \{[(5^8 : 5^7 + 3 \cdot 7 - 2^2 \cdot 2^2) : 5] + 2^4 : 2^3\} + 2^3.$ [17]

173 $2 \cdot 18 - \left\{5 \cdot 2 + [(3^2 \cdot 5^2 - 2^3 \cdot 3^3) : (3 \cdot 7 - 5 - 7)]^2 - 5\right\}.$ [30]

174 $\{[(8^3)^2 \cdot (8^2)^4 : (8^3)^4] \cdot 9^2 : 6^2\}^2 : [3^4 \cdot (5 \cdot 3 - 48 : 2^3 - 7)^4].$ [16]

175 $3 \cdot \{2 \cdot 2^3 - 3 \cdot [2^2 \cdot 6 - 3 \cdot 2^2 - (3^2 \cdot 2 : 2 + 1)]\} : (3^5 : 3^3 - 6).$ [10]

176 $[(0 : 5^3) \cdot (13^4 : 13^2)] \cdot [2 \cdot (2 + 5) \cdot 3 - 5^2 : 1^2] + 2 : 2.$ [1]

177 $2^2 \cdot 7 : [5 \cdot 6 : 5 - (3^5 : 3^4 \cdot 5 - 3^3 : 3 - 2^3 : 2)] : 7.$ [1]

178 $5^2 - [7 \cdot 5 + 4^2 \cdot 3 - (3^3 \cdot 2 + 7^0 \cdot 12^0)] : 7 + 2^2.$ [25]

179 $\left\{\left[(3 \cdot 2^3 - 4^2 - 2 + 12) \cdot (6^2 - 3^3 - 2^3)^4\right] : 3^2\right\}^3 : 2^3.$ [1]

● **180** $[(132^2 : 22^2 \cdot 2^2) : (10^2 : 5^2)] : 2^2 - (5^3 \cdot 5^2) : 5^4.$ [4]

● **181** $[5^3 \cdot 2 : (3^4 - 7 \cdot 5 - 6^2)] : \{[2 + 7^2 \cdot (5^0 + 3^0)] : 4\}.$ [1]

● **182** $\left\{3^3 + 2^4 \cdot 5 - 4^3 : (7 \cdot 8 + 5 \cdot 4)^0 - [3^3 \cdot (3^2)^2 : 3^5]\right\} : 17.$ [2]

● **183** $[2^{50} : 2^{47} + 3^3 - 4^8 : 4^6 + (2^6 - 3^2 \cdot 2^2 - 3^3) + 9 + 5^2] : 3^3 + 4.$ [6]

● **184** $(2^5 - 2^4) : (3 \cdot 7 - 13) - [85 - 5^2 - (3^5 : 3^3 \cdot 2^2 + 2^3) - 0^4] : 8.$ [0]

● **185** $\{[(1 + 9^2) : 2 - 6^2]^3 : 5^2\}^4 : (5^2)^2 + 2^7 : (2^2)^3.$ [3]

● **186** $(6 + 2^3 \cdot 3) : [2^2 \cdot 3 - (4 \cdot 7 - 10 - 3^2) - (9^2 \cdot 4^2 : 12^2 : 3^2)].$ [15]

● **187** $\left\{[3^2 + 4^2 - (5^4 \cdot 5^5 : 5^7)]^4 : [(3^2)^4]^5 + 7^0 \cdot [(2^3)^4]^0\right\}^5.$ [1]

● **188** $\left\{\left[(9 + 5^2 - 3^3) \cdot (3^2 - 2^3)^5\right]^2 : (8^2 - 7 \cdot 2^3 - 9^0) + 3^1\right\}^2 : (3^2 + 1).$ [10]

● **189** $\left\{(8^5)^5 : [(8^3)^4]^2 \cdot [(8^2)^3]^0\right\}^0 + \left\{[(2^6)^6]^2 \cdot [(2^2)^5]^3 : [(2^8)^6]^2\right\}^3 : (4^3)^3.$ [2]

● **190** $(2^6 : 2^4 - 2) + 4 : \{6 - 4 : [(5 - 3^3 : 3^2) : 2]\} + 2^2 \cdot 5^2 : 10.$ [14]

● **191** $[(5^2 + 4 - 2^3) + 2^4 : 2^3 - 3] - (3 + 2^3 - 3^2) + 2^3 \cdot 3^3 : 6^2.$ [24]

● **192** $[2 + 3^6 : 3^4 - (5^2 \cdot 2 - 7^2)] : 10 + [(3 \cdot 3 - 1 - 2^2) + (2^3 \cdot 1^3)].$ [13]

● **193** $\{[(4^3 + 2^2 \cdot 2^3) : (2 \cdot 10 - 8) - (2^3 \cdot 2^3 - 2^2 \cdot 15)] + 3\}^2 - 5 \cdot 2^2.$ [29]

● **194** $\{[(5^2 - 2^4 : 2^2) \cdot (3^2 \cdot 3^3 : 3^4) - (2^2)^2] + 3\} : (25^2 : 5^2).$ [2]

● **195** $\left\{\left[(4 : 2)^2 \cdot (15 : 5)^2 + (12^4 : 6^4)^2\right] - (4^2)^2\right\} : [(2^5 : 2^5) \cdot (3^2 \cdot 2)].$ [2]

● **196** $(16^2 : 4^2)^2 : (8^2 : 4^2)^2 + \{[(6^6 : 6^6)^5 \cdot (3^2)^2 - 9^2] : (4^5 : 4^4)\}.$ [16]

● **197** $\{5 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^2 \cdot [42 - (3 \cdot 5 + 4 \cdot 5 - 3^0)] - (2^2 \cdot 5^2)\}^2 : (2^2)^4.$ [1]

198 $[5^2 : 5 + 3 \cdot (2^2 \cdot 5) - 5 \cdot 13]^2 : [2 + 3 \cdot (7 \cdot 2^2 - 2)]^2.$ [0]

199 $4^3 \cdot (4^2)^4 : (4^3)^3 + [(3^3)^2 : (3^2)^2 \cdot (3^4)^0]^2 - (5^4)^5 : (5^3)^4 : (5^2)^3.$ [72]

200 $3 \cdot (5^2 : 5 - 3) - \{5 - [10 - (2^2 : 2 \cdot 5 + 2 \cdot 7 - 14)]\} + 2^3 \cdot 3.$ [25]

201 $7^2 : (2^2 \cdot 3 - 5) + \{3 + 2 \cdot [(3^4 \cdot 3^3 : 3^6) + 2 \cdot (19 - 3 \cdot 6)]\}.$ [20]

202 $\{2^3 \cdot 3^2 : [(5 \cdot 2^3 + 2^3) - (8 + 3 \cdot 2^2) \cdot (2^5 : 2^3 - 2)] - 1\} \cdot 2 - 3 \cdot 7 : 7.$ [13]

203 $2^4 : 2^2 + \{[(3 \cdot 2^2 + 2) \cdot 2 - 6 \cdot 2 + (2 \cdot 6 + 1^5 \cdot 7)] : 5 + 7\} : 14 + 4.$ [9]

204 $2 + 0^3 : (2^4 + 2 \cdot 3 + 7) + [5 \cdot 2^2 + (2^5 \cdot 7^3 \cdot 1^0 \cdot 0) - 2 \cdot 9].$ [4]

205 $(7 + 2 \cdot 5^2) + 3 \cdot \{71 - [(2^3 \cdot 3^3 : 6 \cdot 2 - 4) - 3^0] + 5^3 : 5^2\} : 9.$ [60]

206 $[(2 \cdot 3^2 + 4 - 12)^2 : (5 \cdot 4 - 2 \cdot 8 + 2^2 + 2) : (20 : 2 - 3^2) + 1]^2 : 11.$ [11]

207 $\{[(3^2 \cdot 3^2)^2 : 3^3] : 3^2 - 3 \cdot 6\} : (3^{10} : 3^6 : 3^2) + \{[(5^2 \cdot 2 - 5 \cdot 4) : 10]^2 + 1\} : 5.$ [3]

208 $3^2 \cdot [7 + 4^2 + 3^4 + 2^3 - 2 \cdot 5^2 - (13 + 3 \cdot 4 + 4^2)]^2 : [3 + 2 \cdot (5^2 - 2^4)]^2.$ [9]

209 $[(5^2 + 2^3 - 1^3) : 2^4 + (3^3 + 3^2 + 2)] : [(3^4 \cdot 3^3 : 3^3) - (2^2 + 3^2 \cdot 2^2) - 1].$ [1]

210 $10 - 2 + 3 - \{3^3 : 3^2 + [3 \cdot 7 : 7 - 3 \cdot (2 \cdot 6 - 2^2 \cdot 5 : 2 - 2) + 2^4 : 2]\} : 7 + 3.$ [12]

211 $(5 \cdot 2^2 + 2) + 3^2 \cdot 2 : \{2^2 \cdot 3^2 : [2^3 \cdot 3 : (3 + 12 : 4 + 2) + 3] - 4 \cdot (10 - 3^2)\}.$ [31]

212 $\{(3 \cdot 5 + 6 \cdot 0^4) - (5^3 : 5^2 + 2) \cdot 2 + 2^3 \cdot 3 + 4 \cdot [5^2 \cdot 5 - (3^2 \cdot 2 + 2^2 \cdot 3)]\} : 15.$ [27]

213 $\{2^0 + 1^5 + 2^3 - [(2^2)^3 : (2^6 : 2 : 2^3)]^0\} : [(3^4)^4 : (3^5)^3] + (5^2 + 2^5 + 3) : (3 \cdot 5) - 1^{10}.$ [6]

214 $\{[(3^3 + 1^3 + 2^3) : (3 \cdot 2^2)]^2 + 3 - 2^5 : 2^4 + 5^6 : 5^3 : 5\} : (7^4 : 7^3) + (3^2 - 1^4) : 2^2.$ [7]

215 $[(2 \cdot 5 + 5 - 3^2) : 2 + 3^2 \cdot 5 - (6^2 - 5^2) : (5^0 \cdot 11) + 27 : 3^3] : [3 \cdot (2^2)^2] + (11^3)^0.$ [2]

216 $\{[2^3 + (3^2 \cdot 5 + 4)^0 - (8 + 2^2 \cdot 3^2 - 5 \cdot 2^3)] \cdot 5^3 : [(3^2)^2 - 3 \cdot 5^2 - 9^0]^3\}^3.$ [125]

217 $[(3^2 \cdot 7 + 2 \cdot 3^4 - 5^3) : 5^2]^4 \cdot 4^3 : [7^2 + 3^2 \cdot 2 - (3 \cdot 8^2 - 2^3 - 11^2)]^6.$ [4]

218 $\{3^7 : 3^4 \cdot [2^3 - (7^2 - 2^2 \cdot 11)]^5 : [9^2 : 3^2 - (2^2 \cdot 3 - 6)]^7\}^2 : (13 \cdot 4 - 7^2)^0.$ [9]

219 $\{[(3^3 : 3 + 15^3 : 5^3) + 2 \cdot 2^4 - 3^3 : 3^2] - 3^2 \cdot 5\}^2 : [(5^2 : 5 + 6) - (2^3 \cdot 2^2 - 5^2 - 2^2) + 3 \cdot 2^2].$ [20]

220 $\{[(25^3 : 5^3) + (10 : 2)^3] : (10^3 : 10^2)\} + \{[(6^2 : 4^0) + (15 : 5)^2 - (7^2 \cdot 6^2)^0] : (11^5 : 11^4)\}.$ [29]

221 $[(11^2 + 2^3 + 17^0) : (9^2 \cdot 2^2 \cdot 4^0 - 6^3 + 11 \cdot 2)]^3 + (7^2 \cdot 2 + 5^4 : 5^2 - 11^2)^3 \cdot (7^7 : 7^5 + 8^9 : 8^7 - 2^6) : 7.$ [57]

5 La notazione scientifica

teoria pag. 67

✗ È possibile scrivere un numero con molti zeri trasformandolo in un prodotto tra due fattori: di questi uno è la potenza di 10 con esponente corrispondente al numero di zeri e l'altro è formato dalla cifra o dalle cifre che non sono zero.

Comprensione della teoria

222 La notazione scientifica è un metodo per semplificare la scrittura dei numeri e consiste:

a. nello scrivere i numeri sottoforma di potenze di base dieci precedute dalle sole cifre significative;

b. nell'approssimazione dei numeri molto grandi, fino alla potenza di dieci più vicina alla cifra considerata;

c. nella scrittura dei numeri con molti zeri secondo la potenza di 10 con esponente corrispondente al numero di cifre del numero stesso.

Sottolinea quali delle seguenti uguaglianze sono sbagliate e correggi gli errori.

223 **a.** $10^2 = 20$; **b.** $10^1 = 10$; **c.** $10^0 = 0$.

224 **a.** $10^3 = 1\,000$; **b.** $10^3 = 10\,000$; **c.** $10^3 = 300$.

225 **a.** $10^2 = 10$; **b.** $10^5 = 100\,000$; **c.** $10^7 = 1\,000\,000$.

Individua quali delle seguenti scritture polinomiali sono errate e correggile.

226 **a.** $357 = 3 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1$; **b.** $4\,320 = 4 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1$.

227 **a.** $53\,203 = 5 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1$; **b.** $1 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^0 = 1307$.

228 **a.** $5 \cdot 10^6 + 6 \cdot 10^0 = 5\,000\,006$; **b.** $6\,300\,100 = 6 \cdot 10^6 + 3 \cdot 10^5 + 1 \cdot 10^3$.

Applicazione

Scrivi in notazione scientifica i seguenti numeri.

229 Esercizio guida

a. 32 000 000; **b.** 41 000.

Svolgimento

a. $3\,\underbrace{2\,000\,000}_{\text{sette cifre}} \rightarrow 3{,}2 \cdot \underbrace{10^7}_{\text{dieci alla settima}}$ **b.** $4\,\underbrace{1000}_{\text{4 cifre}} \rightarrow 4{,}1 \cdot \underbrace{10^4}_{\text{dieci alla quattro}}$.

230 **a.** 718 000; **b.** 3 100; **c.** 52 000.

231 **a.** 5 345 000; **b.** 4 897 000; **c.** 49 000 000.

232 **a.** 8 300 000; **b.** 57 321 000 000; **c.** 23 400 500 000.

233 **a.** 123 000 000 000; **b.** 52 000 000 000; **c.** 135 000 000 000.

Trasforma i seguenti numeri dalla notazione scientifica alla forma normale.

234 Esercizio guida

a. $8 \cdot 10^4$; **b.** $3{,}6 \cdot 10^7$.

Svolgimento

a. $8 \cdot 10^4$ → esponente ..... → 80 000

b. $3{,}6 \cdot 10^7$ → esponente 7 → ....

235 **a.** $5 \cdot 10^2$; **b.** $3{,}42 \cdot 10^3$; **c.** $4{,}8 \cdot 10^4$.

236 **a.** $2{,}99 \cdot 10^4$; **b.** $9{,}17 \cdot 10^3$; **c.** $6 \cdot 10^9$.

237 **a.** $2{,}4 \cdot 10^7$; **b.** $9 \cdot 10^{10}$; **c.** $6{,}9 \cdot 10^8$.

238 **a.** $7{,}3 \cdot 10^6$; **b.** $5{,}72 \cdot 10^4$; **c.** $8{,}1 \cdot 10^5$.

Individua quali delle seguenti uguaglianze sono sbagliate e correggi gli errori.

239 **a.** $56\,000\,000 = 5{,}6 \cdot 10^7$; **b.** $73\,000\,000 = 73 \cdot 10^8$; **c.** $5\,000\,000\,000 = 5 \cdot 10^8$.

240 **a.** $301 \cdot 10^5 = 30100$; **b.** $7{,}5 \cdot 10^8 = 750\,000\,000$; **c.** $3 \cdot 10^9 = 300\,000\,000$.

241 **a.** $86 \cdot 10^6 = 8\,600\,000$; **b.** $6{,}4 \cdot 10^5 = 64\,000$; **c.** $42 \cdot 10^8 = 4\,200\,000\,000$.

242 **a.** $35 \cdot 10^7 = 3\,500\,000\,000$; **b.** $1{,}4 \cdot 10^4 = 14\,000$; **c.** $2\,000 = 0{,}02 \cdot 10^6$.

Trasforma i seguenti numeri nella forma polinomiale utilizzando le potenze di 10.

243 Esercizio guida

34215.

Svolgimento

Scriviamo la scrittura polinomiale per esteso: $34215 = 5 \cdot 1 + 1 \cdot 10 + 2 \cdot 100 + 4 \cdot 1000 + 3 \cdot 10000$.

Possiamo ora sostituire le potenze di 10: $34215 = 5 \cdot 10^0 + 1 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^4$.

244 **a.** 131; **b.** 210; **c.** 7138.

245 **a.** 1470; **b.** 3710; **c.** 1141.

246 **a.** 5632; **b.** 1487; **c.** 54467.

247 **a.** 45467; **b.** 56777; **c.** 159753.

248 **a.** 31571; **b.** 432418; **c.** 9457438.

249 **a.** 980245; **b.** 95451374; **c.** 15439278.

Scrivi in forma estesa i seguenti numeri scritti in forma polinomiale.

250 Esercizio guida

a. $3 \cdot 10^0 + 5 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^3$; **b.** $5 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^4$

Svolgimento

a. $3 \cdot 10^0 + 5 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^3 = 3 + 5 \cdot 100 + 4 \cdot 1000 = 3 + 500 + 4000 = 4503$;

b. $5 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^4 = 5 \cdot 10 + 4 \cdot 100 + 3 \cdot 1000 + 2 \cdot 10000 = 23450$.

251 **a.** $5 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^0$; **b.** $7 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2$.

252 **a.** $4 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10$; **b.** $3 \cdot 10^4 + 1 \cdot 10^2$.

253 **a.** $8 \cdot 10^5 + 7 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2$; **b.** $2 \cdot 10 + 2 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^3$.

254 **a.** $6 \cdot 10^0 + 5 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^4$; **b.** $4 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10$.

255 **a.** $10^0 + 7 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^3$; **b.** $5 \cdot 10 + 8 \cdot 10^0$.

256 **a.** $5 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^4 + 6 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10$; **b.** $3 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^1 + 9 \cdot 10^0$.

257 **a.** $2 \cdot 10^6 + 1 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10$; **b.** $1 \cdot 10^4 + 1 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^1$.

●**258** **a.** $3 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^5 + 5 \cdot 10^2$; **b.** $8 \cdot 10 + 7 \cdot 10^4 + 6 \cdot 10^3$.

●**259** **a.** $2 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^0$; **b.** $9 \cdot 10^8 + 1 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^4$.

●**260** **a.** $6 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^4 + 9 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10$; **b.** $7 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^2$.

Dopo aver eseguito le relative operazioni, scrivi i risultati in notazione scientifica.

261 Esercizio guida

a. $(5 \cdot 5^2) \cdot (10^2 \cdot 10)$; **b.** $(2 \cdot 10^3) \cdot (5 \cdot 10^2)$.

Svolgimento

a. $(5 \cdot 25) \cdot (10^2 \cdot 10) = 125 \cdot 10^3 = 1{,}25 \cdot 10^5$;

b. $(2 \cdot 5) \cdot (10^3 \cdot 10^2) = 10 \cdot 10^{\cdots} = \ldots\ldots$

262 **a.** $(0{,}5 \cdot 10^2)^2$; **b.** $(4{,}8 \cdot 10^9) : 2$; **c.** $(6 \cdot 10^4)^2 : (3 \cdot 10^3)$.

263 **a.** $(2{,}1 \cdot 10^3) \cdot 0{,}5$; **b.** $(3{,}8 \cdot 10^8) : 10$; **c.** $(10^7 \cdot 0{,}6)^2 \cdot 10^3$.

Calcola i seguenti quozienti e prodotti mediante la notazione scientifica.

264 **Esercizio guida**

a. $81\,000 : 900$; **b.** $3600 \cdot 400$.

Svolgimento

a. $81\,000 : 900$ → trasformiamo il dividendo e il divisore in notazione scientifica:

$$(81 \cdot 1000) : (9 \cdot 100) = (9^2 \cdot 10^3) : (3^2 \cdot 10^2) = (9 : 3)^2 \cdot (10^3 : 10^2) = 3^2 \cdot 10^{3-2} = 9 \cdot 10 = 90;$$

b. $3600 \cdot 400$ → trasformiamo i due fattori in notazione scientifica:

$$(36 \cdot 100) \cdot (4 \cdot 100) = (6^2 \cdot 10^2) \cdot (2^2 \cdot 10^2) = (6^2 \cdot 2^2) \cdot (10^2 \cdot 10^2) = 12^2 \cdot 10^{2+2} = 144 \cdot 10^4 = 1\,440\,000.$$

265 **a.** $36\,000 : 800$; **b.** $27\,000 : 300$; **c.** $81\,000 : 9000$.

266 **a.** $4900 \cdot 2500$; **b.** $90\,000 \cdot 1600$; **c.** $270\,000 \cdot 64\,000$.

6 L'ordine di grandezza

teoria pag. 69

✗ L'ordine di grandezza di un numero è la potenza di 10 più vicina al numero stesso.

✗ Per stabilire l'ordine di grandezza di un numero si deve:
- scrivere il numero in notazione scientifica facendo in modo di avere la parte interna compresa fra 1 e 9;
- stabilire le potenze di 10 fra le quali il numero è compreso;
- considerare la parte intera del numero e, se è minore di 5 si assume come ordine di grandezze la potenza di 10 con esponente minore, se è maggiore o uguale di 5 si considera la potenza di 10 con esponente maggiore.

Applicazione

Stabilisci l'ordine di grandezza dei seguenti numeri.

267 **Esercizio guida**

74123.

Svolgimento

$74123 \rightarrow 7{,}4 \cdot 10000 \rightarrow 7{,}4 \cdot 10^4 \rightarrow 10^4 < 7{,}4 \cdot 10^4 < 10^5$

- $10^5 - 74123 = 100000 - 74123 = 25\,877$
- $74123 - 10^4 = 74123 - 10000 = 64123$

La potenza di 10 più vicina al numero dato è quindi 10^5.

268 **a.** 871; **b.** 23; **c.** 349.

269 **a.** 417; **b.** 1 215; **c.** 3 500.

270 **a.** 74910; **b.** 7210; **c.** 5 340.

271 **a.** 14 215; **b.** 480; **c.** 3 200.

272 **a.** 3492; **b.** 682310; **c.** 76000.

273 **a.** 2500; **b.** 524000; **c.** 129000000.

274 **a.** 85712; **b.** 436700; **c.** 3423000.

275 **a.** 310000; **b.** 5210000; **c.** 76100000.

276 **a.** 4400000; **b.** 32100000; **c.** 6500000.

277 **a.** 581000000; **b.** 6200000000; **c.** 9100000000000.

278 **a.** 8980000; **b.** 9870000000; **c.** 510000000000.

279 **a.** 1754310; **b.** 1245689; **c.** 710310215.

7 La numerazione binaria

teoria pag. 70

✗ La **numerazione binaria** è un sistema di numerazione con due soli simboli, 0 e 1;

✗ per trasformare un numero dalla base 2 alla base 10 si deve scrivere il numero in forma polinomiale e calcolare le somme relative ai prodotti delle potenze crescenti di due;

✗ per trasformare un numero dalla base 10 alla base 2 si deve dividere il numero per 2 e raccogliere i resti della divisione in ordine inverso, dall'ultimo al primo.

Comprensione della teoria

280 Completa la seguente tabella relativa ai vari ordini del sistema binario e delle corrispondenti potenze di due:

7° ordine	6° ordine	5° ordine	4° ordine	3° ordine	2° ordine	1° ordine
....	trentadue	....	....	quattro	....	....
$2^{\cdots} = 64$	$\ldots^5 = 32$	$2^{\cdots} = \ldots$	$\ldots = \ldots$	$\ldots^{\cdots} = \ldots$	$2^{\cdots} = \ldots$	$\ldots^{\cdots} = \ldots$

281 Delle seguenti frasi indica quali sono vere e quali false. Nel sistema di numerazione binario:

a. i simboli sono due V F

b. una unità del primo ordine forma due unità del secondo ordine V F

c. due unità del secondo ordine formano una unità del primo ordine V F

d. al terzo ordine corrispondono insiemi di quattro unità (quaterne) V F

e. il numero 111 corrisponde a 8 scritto in base 10 V F

f. i numeri di tre cifre sono quelli che corrispondono nel sistema decimale ai numeri maggiori di 4 e minori di 7 V F

g. i numeri di quattro cifre sono quelli che corrispondono nel sistema decimale ai numeri minori di 16 e maggiori di 7 V F

h. quattro coppie formano una quaterna. V F

Applicazione

Scrivi i seguenti numeri binari in forma polinomiale.

282 **a.** 110; **b.** 11010; **c.** 1100101.

283 **a.** 1101; **b.** 10010; **c.** 1101011.

284 **a.** 1110101; **b.** 11000001; **c.** 1100001000.

285 **a.** 10100111; **b.** 100101001; **c.** 10100101010.

Trasforma i seguenti numeri binari nei corrispondenti numeri in base dieci.

286 Esercizio guida

a. $(10001)_2$; **b.** $(100111)_2$.

Svolgimento

Trasformiamo i numeri nelle rispettive forme polinomiali ed eseguiamo l'addizione dei prodotti:

a. $10001 = 1 \cdot ..... + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot ..... + 0 \cdot 2^3 + ... \cdot 2^4 = 1 + ... = 17$;

b. $100111 = 1 \cdot ..... + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot ..... + 1 \cdot ..... = 1 + 2 + ... + ... = 39$.

287 **a.** 10; **b.** 111; **c.** 1001. [2; 7; 9]

288 **a.** 1011; **b.** 1110; **c.** 10010. [11; 14; 18]

289 **a.** 1111; **b.** 11001; **c.** 11111. [15; 25; 31]

290 **a.** 10110; **b.** 111001; **c.** 101010. [22; 57; 42]

291 **a.** 111100; **b.** 1001101; **c.** 11100001. [60; 77; 225]

292 **a.** 110011; **b.** 1001111; **c.** 1111111. [51; 79; 127]

293 **a.** 10011011; **b.** 10111011; **c.** 1010011101. [155; 187; 669]

294 **a.** 11111000; **b.** 1000000000; **c.** 1100011111. [248; 512; 799]

Trasforma i seguenti numeri scritti in base dieci nei corrispondenti numeri in base due.

295 Esercizio guida

239.

Svolgimento

Per trasformare un numero dalla base dieci alla base due, basta eseguire la divisione per due del numero stesso e considerare la serie dei resti nell'ordine inverso rispetto alla sequenza delle divisioni:

Dividendi		Divisori		Quozienti	Resti
239	:	2	=	119	1
.....	:	2	=	59	1
59	:	2	=	29	1
.....	:	2	=	.....	1
14	:	2	=	.....	0
.....	:	2	=	.....	1
3	:	2	=	.....	1
1	:	2	=	0	1

pertanto $239 = (11101111)_2$.

296 **a.** 7; **b.** 12; **c.** 18. [111; 1100; 10010]

297 **a.** 15; **b.** 34; **c.** 63. [1111; 100010; 111111]

298 **a.** 123; **b.** 321; **c.** 409. [1111011; 101000001; 110011001]

299 **a.** 54; **b.** 91; **c.** 135. [110110; 1011011; 10000111]

300 **a.** 161; **b.** 154; **c.** 290. [10100001; 10011010; 100100010]

301 **a.** 750; **b.** 1024; **c.** 1365. [1011101110; 10000000000; 10101010101]

302 **a.** 3670; **b.** 4111; **c.** 8433. [111001010110; 1000000001111; 10000011110001]

Alcune delle seguenti uguaglianze sono errate individuale e correggile.

303 **a.** $(10110)_2 = 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2$; **b.** $(11010110)_2 = 1 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1$.

304 **a.** $75 = (101011)_2$; **b.** $100 = (1100100)_2$.

305 **a.** $384 = (11000000)_2$; **b.** $594 = (1001010001)_2$.

306 **a.** $1024 = (10000000001)_2$; **b.** $2047 = (11111111111)_2$.

307 **a.** $(111)_2 = 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$; **b.** $(1000111)_2 = 1 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1$.

8 Le quattro operazioni nel sistema binario

teoria pag. 73

Applicazione

Calcola il risultato delle seguenti operazioni con i numeri binari e verificalo nel sistema decimale.

308 Esercizio guida

111010 + 10111 + 100.

Svolgimento

$$\begin{array}{r} {}^{11111}\\ 111010+ \\ 10111+ \\ 100= \\ \hline 1010101 \end{array}$$

Procedendo da sinistra a destra dobbiamo eseguire le seguenti addizioni:

0 + 1 + 0 = 1	
1 + 1 + 0 = 0	(con riporto di 1)
1 + 0 + 1 + 1 = 1	(con riporto di 1)
1 + 1 + 0 = 0	(con riporto di 1)
1 + 1 + 1 = 1	(con riporto di 1)
1 + 1 = 0	(con riporto di 1)
1	(ultimo riporto)

309 **a.** 10 + 101; **b.** 110 + 11; **c.** 111 + 11. [7; 9; 10]

310 **a.** 1101 + 101; **b.** 11001 + 1111; **c.** 1111101 + 110001. [18; 40; 174]

311 **a.** 11110001 + 100001; **b.** 100011 + 100011; **c.** 1000111 + 110010. [274; 70; 121]

312 **a.** 1101 + 111; **b.** 1011 + 101 + 111; **c.** 11011 + 1101 + 10111. [20; 23; 63]

313 **a.** 1011 + 111 + 101; **b.** 101100 + 1000; **c.** 10000 + 111110. [23; 52; 78]

314 **a.** 1111 + 111 + 1110; **b.** 101 + 1001 + 1101; **c.** 10101 + 111 + 110011. [36; 27; 79]

315 **a.** 100 + 11110 + 1101; **b.** 110 + 110011 + 10001; **c.** 100011 + 1101 + 111000. [47; 74; 104]

316 **a.** 1100 + 10001 + 110; **b.** 100 + 111011 + 101; **c.** 11010 + 1111 + 1101110. [35; 68; 151]

317 Esercizio guida

10001 − 1110.

Svolgimento

$$\begin{array}{r} {}^{1\,1\,10}\\ 10001- \\ 1110= \\ \hline 00011 \end{array}$$

Procedendo da sinistra a destra dobbiamo eseguire le seguenti differenze:
1 − 0 = 1
0 − 1 = non si può eseguire; allora si chiede in prestito una unità di ordine superiore; dobbiamo quindi eseguire la sottrazione **10** − 1 = 1
avendo ricevuto in prestito una unità di ordine superiore (ma avendone già ceduta una) risulta **1** − 1 = 0
avendo ricevuto in prestito una unità di ordine superiore (ma avendone già ceduta una) risulta **1** − 1 = 0

318 **a.** 110 – 100; **b.** 1100 – 100; **c.** 110 – 110. [2; 8; 0]

319 **a.** 1111 – 101; **b.** 1100 – 101; **c.** 11001 – 11000. [10; 7; 1]

320 **a.** 11110 – 111; **b.** 110001 – 10001; **c.** 111111 – 110011. [23; 32; 12]

321 **a.** 1111 – 1000; **b.** 110111 – 11 – 10; **c.** 1011101 – 10100 – 111. [7; 50; 66]

322 **a.** 11100 – 1011; **b.** 1000000 – 11111; **c.** 11001100 – 100001. [17; 33; 171]

323 **a.** 11000001 – 100011; **b.** 11001111 – 111111; **c.** 10000000 – 111111. [158; 144; 65]

324 **a.** 11110 – 11 – 101; **b.** 1100111 – 1011 – 111001; **c.** 1111101 – 1111 – 1010. [22; 35; 100]

325 **a.** 11011 – 11 – 10 – 10; **b.** 100000 – 101 – 10 – 11; **c.** 101111 – 111 – 10 – 11. [20; 22; 35]

326 **Esercizio guida**

10111 · 1110

Svolgimento

```
      10111  ·
       1110 =
     ------
      00000
     10111-
    10111--
   10111---
  ---------
  101000010
```

327 **a.** 11 · 10; **b.** 111 · 100; **c.** 111 · 111. [6; 28; 49]

328 **a.** 100 · 11; **b.** 1110 · 10; **c.** 11 · 110. [12; 28; 18]

329 **a.** 1111 · 1001; **b.** 1001 · 1000; **c.** 1000 · 10001. [135; 72; 136]

330 **a.** 1010 · 111; **b.** 1100 · 111 · 10; **c.** 11 · 10 · 11 · 110. [70; 168; 108]

331 **a.** 1100 · 101; **b.** 111 · 101; **c.** 11 · 110. [60; 35; 18]

332 **a.** 1001 · 11; **b.** 1110 · 100; **c.** 11001 · 1100. [27; 56; 300]

333 **a.** 111 · 10 · 10; **b.** 1011 · 11 · 11; **c.** 10 · 111 · 101. [28; 99; 70]

334 **Esercizio guida**

10100 : 1010.

Svolgimento

```
10100 : 1010 = 10    ←  Quoziente
1010
----
---00                ←  Resto
```

335 **a.** 1000 : 10; **b.** 1010 : 101; **c.** 10000 : 10. [4; 2; 8]

336 **a.** 11110 : 101; **b.** 110010 : 1010; **c.** 1001000 : 1001. [6; 5; 8]

337 **a.** 11010 : 1101; **b.** 1111110 : 10; **c.** 110101011 : 111. [2; 63; 61]

338 **a.** 1100000 : 10000; **b.** 10101000 : 111000; **c.** 10111010 : 11111. [6; 3; 6]

339 **a.** 110010 : 1010; **b.** 11100 : 111; **c.** 111111 : 1001. [5; 4; 7]

340 **a.** 1000001 : 101; **b.** 1001000 : 1000; **c.** 10100000 : 101. [13; 9; 32]

341 **a.** 111100 : 1100 : 101; **b.** 100101100 : 110010 : 11; **c.** 10101000 : 1000 : 10101. [1; 2; 1]

Calcola il valore delle seguenti espressioni con i numeri binari e trasforma il risultato ottenuto nel sistema decimale.

342 Esercizio guida

$(101 + 11 - 10) : 11 \cdot 10 + 1.$

Svolgimento

Per risolvere l'espressione, basta applicare, nel sistema binario, le regole studiate a proposito del calcolo delle espressioni:

$(101 + 11 - 10) : 11 \cdot 10 + 1 =$

$= 110 : 11 \cdot 10 + 1 =$

$= 10 \cdot 10 + 1 =$

$= 100 + 1 = 101$

che, nel sistema di numerazione decimale, corrisponde a 5.

343 $10010 + 11 + 110.$ [27]

344 $101 \cdot 100 + 11 - 1000.$ [15]

345 $100 + 11 \cdot 10 - 111 + 10.$ [5]

346 $(110 - 11 + 10 \cdot 11) : 11.$ [3]

347 $11 \cdot 100 \cdot 110 - 101 + 10.$ [69]

348 $[(100 + 11 - 10) : (10 + 11) \cdot 11] : 11.$ [1]

349 $(1001 + 1100 : 11) \cdot 100 - 10000.$ [36]

● **350** $100000 : 1000 + 1010 \cdot 101 - 10001 \cdot 11.$ [3]

● **351** $[(10 + 10) \cdot 11 - 10] + (111 + 10) - 111.$ [12]

● **352** $(1011 + 11 + 101 \cdot 11) - (11 + 11 \cdot 101).$ [11]

● **353** $[(100100 : 1100 + 100) \cdot 101 - 1010] : 101.$ [5]

● **354** $[(101 + 11) \cdot 10 - 110] : [(110 + 100 \cdot 10) - 100].$ [1]

● **355** $[(10100 + 10 - 10000) : 10] \cdot [(10 + 1001 - 1) : 1010].$ [3]

● **356** $\{[(11 + 11) : 10] + 101 \cdot 11\} : (101 + 100).$ [2]

● **357** $\{[(11 + 1010 : 10) - 11 \cdot 1] : 101\} \cdot 100 - 1000 : 100 - 1.$ [1]

●● **358** $\{[(1100 : 100 + 10) + 101 \cdot 10] : 11 - 10\} + 1110 \cdot 10 : 100.$ [10]

●● **359** $\{10000 : 10 - (1100 - 1001) \cdot 110 : [11 \cdot (10 + 1010) - 11110]\} + (10 + 101 \cdot 11).$ [22]

●● **360** $10 \cdot \{10101 + [10000 + (10100 - 1100 - 11 \cdot 10) \cdot 1000] : 10000\} - 10111 \cdot 10.$ [0]

●● **361** $1100 + [100010 - (111 - 10 \cdot 10) + 111 \cdot 110 - 110] \cdot 10 - (10 \cdot 1000 - 111).$ [137]

●● **362** $10000 - 111 \cdot \{10111010 - 10 \cdot [111000 + 1100 - (10111 - 110 \cdot 11) + 101 \cdot 110 - 100 \cdot 10]\} : 1000 - 10.$ [0]

Verifica la tua preparazione eseguendo i seguenti esercizi relativi agli obiettivi di **conoscenza**. Controlla quindi l'esattezza delle soluzioni alla fine del volume ed assegnati un punto per ciascun esercizio svolto correttamente.

✗ Il concetto di potenza

1 Completa la seguente definizione:
la potenza di un numero è il .... di tanti .... uguali a quel numero detto .... quanti ne indica ....

2 I termini della potenza si chiamano:
a. base, quoziente; **b.** base, esponente; **c.** fattore, esponente; **d.** addendi, esponente.

3 Scrivi sotto forma di potenza il seguente prodotto $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$:
a. 3^5; **b.** 3^6; **c.** 3^7; **d.** 3^8.

4 Scrivi nel linguaggio simbolico la scrittura "tre alla quinta":
a. 5^3; **b.** $3 \cdot 5$; **c.** 3^5; **d.** $5 \cdot 3$.

✗ Le proprietà delle potenze

5 Scrivi sotto forma di potenza il risultato del seguente prodotto di potenze $3^5 \cdot 3^3$.
a. 3^{15}; **b.** 3; **c.** 3^2; **d.** 3^8.

6 Scrivi sotto forma di potenza il risultato del seguente quoziente di potenze: $4^6 : 4^2$.
a. 4^{10}; **b.** 4^4; **c.** 4^8; **d.** 4^{12}.

7 Scrivi sotto forma di potenza il risultato della seguente potenza di potenza: $(5^3)^3$.
a. 5^4; **b.** 5^9; **c.** 5^0; **d.** 5^6.

8 Scrivi sotto forma di potenza il risultato del seguente quoziente di potenze: $10^4 : 2^4$.
a. 5^4; **b.** 8^4; **c.** 5^0; **d.** 20^4.

9 Scrivi sotto forma di potenza il seguente prodotto di potenze: $6^3 \cdot 3^3$.
a. 9^3; **b.** 18^3; **c.** 2^3; **d.** 3^3.

✗ Le potenze con 0 e 1 alla base e/o all'esponente

10 Qual è il risultato della seguente potenza: 7^0?
a. 7; **b.** 0; **c.** 1; **d.** non esiste.

11 Qual è il risultato della seguente potenza: 1^9?
a. 9; **b.** 1; **c.** 0; **d.** non esiste.

✗ La notazione scientifica dei numeri

12 Scrivi in notazione scientifica il numero 7 200 000 000.
a. $72 \cdot 10^9$; **b.** $7{,}2 \cdot 10^8$; **c.** $7{,}2 \cdot 10^9$; **d.** $7 \cdot 10^9$.

13 Scrivi in forma estesa il seguente numero scritto in notazione scientifica: $3{,}7 \cdot 10^5$.
a. 370000; **b.** 3 700 000; **c.** 37000000; **d.** 400000.

Autovalutazione

..... / 13

Da 0 a 4: Non conosci gli argomenti trattati nel capitolo. **Devi ristudiarlo**.
Da 5 a 9: Conosci solo superficialmente i contenuti del capitolo. **Devi ripassare** gli argomenti corrispondenti alle conoscenze non acquisite.
Da 10 a 13: Conosci in modo sufficientemente approfondito i contenuti del capitolo. **Puoi affrontare il prossimo capitolo**.

Verifica la tua preparazione eseguendo i seguenti esercizi relativi agli obiettivi di **abilità**. Controlla quindi l'esattezza delle soluzioni alla fine del volume ed assegnati un punto per ciascun esercizio svolto correttamente.

✗ Calcolare una potenza

1 Calcola il valore delle seguenti potenze:
a. 8^2; **b.** 5^3; **c.** 10^4.

✗ Applicare le proprietà delle potenze

2 Calcola il valore dei seguenti prodotti di potenze lasciando il risultato sotto forma di potenza:
a. $3^2 \cdot 3^3$; **b.** $3^2 \cdot 3 \cdot 3$; **c.** $3^3 \cdot 3^2 \cdot 3^0$.

3 Calcola il valore dei seguenti quozienti di potenze lasciando il risultato sotto forma di potenza:
a. $5^{10} : 5^3$; **b.** $25^8 : 25^3$; **c.** $100^6 : 100^3$.

4 Calcola il valore delle seguenti potenze di potenza lasciando il risultato sotto forma di potenza:
a. $(3^2)^5$; **b.** $(10^2)^3$; **c.** $\left[(2^2)^2\right]^3$.

5 Calcola il valore dei seguenti prodotti di potenze lasciando il risultato sotto forma di potenza:
a. $3^2 \cdot 4^2$; **b.** $10^3 \cdot 3^3$; **c.** $4^4 \cdot 6^4$.

6 Calcola il valore dei seguenti quozienti di potenze lasciando il risultato sotto forma di potenza:
a. $50^2 : 10^2$; **b.** $64^3 : 32^3$; **c.** $500^3 : 100^3 : 5^3$.

✗ Svolgere espressioni con le potenze

Risolvi le seguenti espressioni applicando, dove possibile, le proprietà delle potenze.

7 $[2^{10} : 2^7 + 3^3 - 4^5 : 4^3 + (2^6 - 3^2 \cdot 2^2 - 3^3) + 3^2 + 5^2] : 3^3 + 2^2$.

8 $\left\{6^0 + 1^4 + 2^3 - \left[(2^2)^3 : (2^6 : 2^2 : 2^4)\right]^0\right\} : \left[3^{13} : (3^3)^4\right] + \left\{\left[(5^2 \cdot 2 - 5 \cdot 2^2) : 10\right]^2 + 1\right\} : 5$.

✗ Scrivere i numeri nella notazione scientifica

9 Scrivi nella notazione scientifica il numero 752 000 000.

10 Qual è l'ordine di grandezza del numero 440 000 000 000?

✗ Operare con i numeri in base binaria

11 Individua quali delle seguenti scritture sono corrette:
a. $(101)_2 = 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1$; **b.** $(11001)_2 = 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^5$;
c. $(10000)_2 = 1 \cdot 2^4$; **d.** $(101011)_2 = 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 2^0$.

12 Esegui le seguenti operazione nel sistema binario:
a. $101011 + 10100$; **b.** $1000 - 11$; **c.** $10011 \cdot 110$; **d.** $110010 : 101$.

13 Calcola il valore della seguente espressione nel sistema binario: $\{[(11 + 11) \cdot 10] : 110\} + [(101 - 11) \cdot 11]$.

..... / 13

Da 0 a 4: Non hai sviluppato adeguate abilità. Devi studiare nuovamente il capitolo ed eseguire tutti gli **esercizi del recupero**.

Da 5 a 9: Non possiedi le abilità richieste. Prima di affrontare gli **esercizi di consolidamento** devi svolgere gli **esercizi del recupero** relativi alle abilità non ancora acquisite.

Da 10 a 13: Hai raggiunto pienamente le abilità specifiche del capitolo. Puoi affrontare gli **esercizi per il potenziamento** e le **gare della matematica**.

✗ Calcolare una potenza

1 **Vero o Falso?**

Stabilisci quali delle seguenti affermazioni sono errate e correggi gli errori.

a. La potenza di un numero è il prodotto di tanti fattori uguali quanti ne indica l'esponente. V F

b. Nella potenza 6^4 la base è il numero 4. V F

c. Nella potenza 3^7 la base è il numero 7. V F

d. Il valore di 4^4 è 16. V F

2 Indica come si chiamano i termini delle seguenti potenze:
a. $3^4 = 81$; **b.** $10^3 = 1\,000$; **c.** $2^5 = 32$.

Riscrivi, utilizzando le potenze, le seguenti scritture.

3 **a.** il quadrato di 6; **b.** il cubo di 5.

4 **a.** il prodotto tra il quadrato di 2 e di 3; **b.** il quadrato della somma fra 6 e 7.

5 **a.** il quadrato della differenza tra 10 e 3; **b.** il prodotto tra il cubo di 9 e il quadrato di 5.

Calcola il valore delle seguenti potenze.

6 **a.** 7^2; **b.** 4^3; **c.** 2^7.

7 **a.** 2^6; **b.** 4^2; **c.** 6^2.

8 **a.** 3^5; **b.** 4^4; **c.** 5^3.

9 **a.** 5^2; **b.** 6^3; **c.** 2^5.

10 **a.** 3^3; **b.** 8^3; **c.** 7^3.

11 **a.** 10^4; **b.** 11^2; **c.** 13^2.

12 **a.** 12^2; **b.** 14^3; **c.** 10^5.

13 **a.** 25^2; **b.** 16^2; **c.** 21^2.

Inserisci al posto dei puntini il numero corretto.

14 **a.** $3^{\cdots} = 27$; **b.** $\ldots^4 = 16$; **c.** $10^{\cdots} = 1\,000$.

15 **a.** $2^{\cdots} = 16$; **b.** $\ldots^3 = 216$; **c.** $4^{\cdots} = 256$.

16 Correggi le seguenti potenze calcolate in modo errato.

Forma sbagliata	Procedimento corretto	Forma esatta
$2^3 = 6$	$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2$	$2^3 = 8$
$4^2 = 8$		
$5^3 = 15$		
$10^5 = 500$		
$6^3 = 18$		
$8^3 = 24$		

✗ Applicare le proprietà delle potenze

17 Vero o Falso?

Stabilisci quali delle seguenti affermazioni sono errate e correggi gli errori.

a. Il prodotto di due potenze aventi la stessa base è uguale ad una potenza che ha per base la stessa base e per esponente il prodotto degli esponenti. V F

b. $7^{18} : 7^4 = 7^{14}$. V F

c. $(3^3)^2 = 3^5$. V F

d. Il prodotto di due potenze aventi lo stesso esponente è uguale ad una potenza che ha per base il prodotto delle basi e per esponente lo stesso esponente. V F

Utilizzando le proprietà delle potenze esegui le seguenti operazioni.

18 **a.** $2^2 \cdot 2^4$; **b.** $10^3 \cdot 10^2$; **c.** $6^7 : 6^7$.

19 **a.** $9^6 : 9^4$; **b.** $10^6 : 10^3$; **c.** $5^8 : 5^5$.

20 **a.** $(3^2)^3$; **b.** $(10^2)^2$; **c.** $(4^2)^5$.

21 **a.** $5^2 \cdot 3^2$; **b.** $10^2 \cdot 3^2$; **c.** $2^3 \cdot 4^3$.

22 **a.** $18^3 : 6^3$; **b.** $32^2 : 8^2$; **c.** $100^5 : 10^5$.

23 **a.** $[(2^2)^2]^2$; **b.** $18^5 : 9^5$; **c.** $50^2 : 5^2 : 2^2$.

24 **a.** $2^3 \cdot 6^3 : 4^3$; **b.** $(3^2 \cdot 3^6 : 3^6)^2$; **c.** $(10^6 : 10^4 \cdot 10^3 : 10^2)^2$.

Tutte le seguenti espressioni sono volutamente sbagliate; individua l'errore e correggilo.

25 **a.** $2^5 + 2^3 = 2^8$; **b.** $2^5 \cdot 2^3 = 2^{15}$; **c.** $3^6 : 3^2 = 3^8$.

26 **a.** $5^5 - 5^3 = 5^2$; **b.** $(5^6)^2 = 5^8$; **c.** $(3^2)^3 = 3^5$.

27 **a.** $5^3 \cdot 2^3 = 10^9$; **b.** $(10^5 : 5^2) = 2$; **c.** $2^5 : 2^3 = 2^{15}$.

28 **a.** $(3 \cdot 3^2)^3 = 3 \cdot 3^6 = 3^7$; **b.** $(2^4 : 2^3)^2 = 2^3$; **c.** $10^5 : 10^2 \cdot 10^2 = 10^9$.

29 **a.** $(3^3 \cdot 3^3)^3 = 3^9$; **b.** $(5^4 : 5^2)^3 = 5^{18}$; **c.** $36^3 : 9^3 : 2^3 = 3^2$.

30 **a.** $4^2 \cdot 4^2 : 4^2 \cdot (2^2)^2 = 4^2$; **b.** $(5^4)^3 : (5^2)^3 : 5^2 = 5^2$; **c.** $(16^3 : 4^3 \cdot 2^3)^2 : (2^3)^2 = 4^2$.

31 Vero o Falso?

Stabilisci quali delle seguenti affermazioni sono errate e correggi gli errori.

a. Una potenza con base diversa da 0 ed esponente 0 è sempre uguale a 0. V F

b. Una potenza con base 0 ed esponente 0 non ha alcun significato. V F

c. Una potenza con base uguale a 1 ed esponente qualsiasi è uguale a 1. V F

d. Una potenza con base qualsiasi ed esponente 1 è uguale al valore della base. V F

Calcola il valore delle seguenti potenze.

32 **a.** $1^2 \cdot 1^0 \cdot 1^3$; **b.** $3^2 \cdot (3 \cdot 3^3)$; **c.** $3 \cdot 3 \cdot 3^3$.

33 **a.** $3^3 \cdot (3^2 \cdot 3^4)$; **b.** $3^2 \cdot 3 \cdot 3$; **c.** $3^2 \cdot 3 \cdot 3^3$.

34 **a.** $(5^6)^0 \cdot (5^3)^1$; **b.** $(5^0)^6 \cdot (5^1)^3$; **c.** $(5^3)^1 \cdot (5^2)^1$.

35 **a.** $(4^3)^0$; **b.** $[(4^0)^2]^5$; **c.** $\{[(4^5)^3]^0\}^2$.

36 **a.** $[(3^2)^3]^0$; **b.** $[(2^0 \cdot 2^2)^2]^2$; **c.** $[(5^0 \cdot 5^2)^3 : (5^4 \cdot 5^0)]^0$.

37 **a.** $\{[(5^0)^5]^2\}^2 \cdot \{[(5^2)^3]^0\}^5$; **b.** $\{[(5^2)^3]^4 : [(5^3)^2]^3\}^2$; **c.** $\{[(5^5)^4]^2 \cdot [(5^3)^4]^2\}^0$.

✗ Svolgere espressioni con le potenze

38 **Vero o Falso?**

Stabilisci quali delle seguenti affermazioni sono errate e correggi gli errori.

a. Se un'espressione contiene delle potenze queste vanno eseguite subito dopo aver svolto i calcoli delle parentesi tonde. V F

b. Nelle espressioni le potenze si eseguono dopo aver svolto tutte le divisioni e moltiplicazioni possibili. V F

Calcola il valore delle seguenti espressioni applicando, quando necessario, le proprietà delle potenze.

39 **Esercizio guida**

$$5^3 : 5^2 \cdot 5^2 - (3^2)^3 : 3^3 + 2^0 - 0^1 + 1^5 =$$

$5^3 : 5^2$ ↑ quoziente di potenze aventi la stessa base; $(3^2)^3$ ↑ potenza di potenza; 2^0 ↑ potenza con esponente zero; 0^1 ↑ potenza con base zero; 1^5 ↑ potenza con base uno

$$5^{3-\dots} \cdot 5^2 - 3^{2\cdot 3} : 3^3 + \dots\dots - 0 + \dots\dots =$$

$5^{3-\dots} \cdot 5^2$ ↑ prodotto di potenze aventi la stessa base; $3^{2\cdot 3} : 3^3$ ↑ quoziente di potenze aventi la stessa base

$= 5^{\dots} - 3^3 + 1 - \dots\dots + 1 =$

$= \dots\dots - 27 + 1 - 0 + 1 =$

$= 98 + \dots\dots - 0 + \dots\dots = 100.$

40 $2^3 : 2^2 \cdot 2^2 + 3^0 \cdot 3 - 3.$ [8]

41 $4^3 : 4^2 : 4 - 3^4 \cdot 3^2 : (3^3)^2 + 5^0 - 1^6.$ [0]

42 $5^3 \cdot 5^4 : (5^2 \cdot 5^3) - 2^8 : 2^5 : 2 - 2^2 \cdot 5.$ [1]

43 $1^5 + 1^4 + 1^3 + 1^3 : 1^2 - 1^7 : 1^5.$ [3]

44 $(5^2)^3 : 5^4 \cdot 5 + 5^3 \cdot 5 : 5^2 - 5^3 + 5^0.$ [26]

45 $10^3 : 10 \cdot 10 : 10^3 + 10^3 - 10^3.$ [1]

46 $(7^3)^2 - (7^2)^3 + 7^6 : 7^2 - 7^2 \cdot 7^2.$ [0]

47 $(50 - 7^5 : 7^3)^5 \cdot (9^2 - 80)^3 \cdot 2^6 : 2^2.$ [16]

48 $10 + 10^6 : 10^4 - 10^2 \cdot 10^3 : 10^3 - 10^0.$ [9]

49 $1^5 \cdot 1^7 : 1^4 : 1 + 1^8 : 1^4 + 1^9 - 1^3 \cdot 1^3 + 1^0.$ [3]

50 $(3^8 \cdot 3^2 : 3^9)^2 + (7^2 - 5^2) : 2^2.$ [15]

51 $10 + 10^8 : 10^6 - (10 \cdot 10^5 : 10^4 - 10^0).$ [11]

52 $[2 + (2 \cdot 2^2)^2 : (2^3)^2]^2 : [(3^2)^2 : 9^2]^3.$ [9]

53 $3^2 + [(15^3 : 5^3) \cdot 3^2] : 3^4 + [(3^3 + 3^4 + 3^5) : 3^2]^0.$ [13]

54 $[(6^3 \cdot 2^3 : 4^3) : (10^4 : 5^4 - 7) \cdot 3^4]^2 : (3^3 \cdot 3^2)^2.$ [1]

55 $[2 + 3^6 : 3^4 - (5^2 \cdot 2 - 7^2) - 10] + 5^5 : 5^3.$ [25]

56 $\{[(5^{10} : 5^6 : 5^3)^2 + (5^3 \cdot 5^2 \cdot 5)^0] : (13^2 \cdot 13^3 : 13^4) + 1\}^2.$ [9]

✗ Scrivere i numeri nella notazione scientifica

57 Vero o Falso?

Stabilisci quali delle seguenti affermazioni sono errate e correggi gli errori.

a. La scrittura in notazione scientifica del numero 415 è $4 \cdot 10^0 + 1 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^2$. V F

b. L'ordine di grandezza del numero $4 \cdot 10^3$ è 10^4. V F

Scrivi i seguenti numeri come prodotto di un numero per la potenza di 10 corrispondente.

58 **a.** 410; **b.** 2400; **c.** 13000.

59 **a.** 127000; **b.** 1270000; **c.** 8100000.

60 **a.** 36000; **b.** 5200000; **c.** 7500000.

Trasforma i seguenti numeri dalla notazione scientifica alla forma normale.

61 **a.** $3{,}5 \cdot 10^2$; **b.** $5{,}81 \cdot 10^4$; **c.** $7 \cdot 10^3$.

62 **a.** $8{,}7 \cdot 10^5$; **b.** $3{,}21 \cdot 10^5$; **c.** $3{,}5 \cdot 10^7$.

Stabilisci l'ordine di grandezza dei seguenti numeri.

63 **a.** 3400; **b.** 7510; **c.** 81310.

64 **a.** 815000; **b.** 31500; **c.** 9140000.

✗ Operare con i numeri in base binaria

65 Vero o Falso?

Stabilisci quali delle seguenti affermazioni sono errate e correggi gli errori.

a. Nel sistema di numerazione binaria si usano i simboli 0, 1, 2. V F

b. Nel sistema di numerazione binaria il numero 4 si scrive 100. V F

c. $101 + 1011 = 10000$. V F

d. $111 \cdot 101 = 100011$. V F

Trasforma in base dieci i seguenti numeri binari.

66 **a.** 101; **b.** 100; **c.** 1101. [5; 4; 13]

67 **a.** 11010; **b.** 11100; **c.** 111010. [26; 28; 58]

68 **a.** 100010; **b.** 101010; **c.** 11110. [34; 42; 30]

Trasforma in base due i seguenti numeri in base dieci.

69 **a.** 64; **b.** 35; **c.** 120. [1000000; 100011; 1111000]

70 **a.** 100; **b.** 162; **c.** 150. [1100100; 10100010; 10010110]

71 **a.** 48; **b.** 256; **c.** 198. [110000; 100000000; 11000110]

Calcola il valore delle seguenti operazioni fra numeri in base due e trasforma il risultato in base dieci.

72 **a.** $11101 + 1100$; **b.** $11011 + 11 + 1100$; **c.** $11 + 111 + 1111 + 11111$. [41; 42; 56]

73 **a.** $1110 - 1001$; **b.** $111001 - 10 - 11$; **c.** $1111011 - 101 - 10 - 11$. [5; 52; 113]

74 **a.** $110 \cdot 1101$; **b.** $10 \cdot 10 \cdot 10$; **c.** $11 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 10$. [78; 8; 54]

75 **a.** $10000 : 100$; **b.** $101100 : 1011 : 10$; **c.** $100000 : 1000 : 10 : 10$. [4; 2; 1]

76 **a.** $1111 \cdot 10 + 11 - 101$; **b.** $(11101 - 101) : 1100 + 101$; **c.** $(101010 + 11 - 1001) \cdot 11 - 11010$. [28; 7; 82]

Scheda di Valutazione del Recupero

Dopo aver rivisto la teoria e svolto l'attività di recupero, metti alla prova la tua preparazione rispondendo ai seguenti quesiti (scegli tra le soluzioni proposte), controlla l'esattezza delle risposte a pag. 416 e calcola il punteggio ottenuto in base alla griglia. Se hai totalizzato **almeno 12 punti** puoi ritenere colmato il debito, altrimenti riguarda gli argomenti sui quali hai commesso errori.

1 Indica il risultato della seguente potenza: 2^5.
a. $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$; **b.** $2 \cdot 5 = 10$; **c.** $5 \cdot 5 = 25$.

2 Indica il risultato della seguente potenza: 6^0.
a. 0; **b.** 1; **c.** 6.

3 Indica il risultato della seguente potenza: 0^4.
a. 0; **b.** 4; **c.** 1.

4 Indica il risultato della seguente potenza: 7^1.
a. 0; **b.** 1; **c.** 7.

5 Indica il risultato della seguente potenza: 1^6.
a. 6; **b.** 1; **c.** 0.

6 Indica il risultato del seguente prodotto di potenze: $2^3 \cdot 2^2$.
a. 2; **b.** 2^5; **c.** 2^6.

7 Indica il risultato del seguente quoziente di potenze: $5^6 : 5^4$.
a. 5^2; **b.** 5^{10}; **c.** 5^{24}.

8 Indica il risultato della seguente potenza di potenza: $(5^2)^4$.
a. 5^4; **b.** 5^8; **c.** 5^6.

9 Indica il risultato del seguente quoziente di potenze: $24^3 : 8^3$.
a. $(24 : 8)^3 = 3^3 = 27$; **b.** $24 : 8 = 3$; **c.** $(24 : 8)^0 = 3^0 = 1$.

10 Indica il risultato della seguente espressione: $(2^2 \cdot 2^0)^2 - 3^5 : 3^3$.
a. 25; **b.** 7; **c.** 55.

11 Scrivi il numero 4 200 000 in notazione scientifica:
a. $4 \cdot 10^7$; **b.** $4{,}2 \cdot 10^6$; **c.** $4{,}2 \cdot 10^7$.

Calcola il valore delle seguenti potenze.

1 **a.** 1^8; **b.** 0^0; **c.** 0^7; **d.** 1^0.

2 **a.** 5^2; **b.** 3^3; **c.** 6^0; **d.** 7^1.

Scrivi in lettere le seguenti potenze scritte in cifre e poi calcola il relativo valore.

3 **a.** 3^2; **b.** 5^3; **c.** 4^0; **d.** 0^5.

4 **a.** 7^3; **b.** 10^3; **c.** 11^2; **d.** 18^3.

5 Scrivi sotto forma di potenza le seguenti scritture e poi calcola il relativo valore:
a. tre alla quarta; **b.** quattro alla seconda; **c.** sei alla terza; **d.** sette alla prima.

Calcola il valore delle seguenti potenze applicando le relative proprietà.

6 **a.** $2^3 \cdot 2^2 : 2^4$; **b.** $7^6 : 7^3 : 7$; **c.** $4^3 \cdot 4^5 : 4^6$.

7 **a.** $4^3 \cdot 2^3$; **b.** $8^4 : 2^4$; **c.** $10^6 : 2^6 : 5^6$.

8 **a.** $(5^2)^3 : (5^2)^2$; **b.** $(6^3)^4 \cdot (6^2)^3 : (6^4)^4$; **c.** $\left\{\left[(7)^3\right]^2\right\}^2 : \left[(7)^2\right]^4 : 7^2$.

9 **a.** $\left[(4^0)^2\right]^5$; **b.** $\left\{\left[(4^2)^0\right]^2\right\}^2$; **c.** $\left\{\left[(4^5)^2\right]^0\right\}^4$.

Semplifica le seguenti espressioni applicando le proprietà delle potenze (lascia il risultato sotto forma di potenza).

10 $\left[(2^5 \cdot 2^4 : 2^3)^0 \cdot 2^5 \cdot 2^7 : (2^3)^2\right]^2 : (2^3)^4 \cdot 2^2$. [$2^2$]

11 $\left\{\left[(7^4)^3\right]^2 : (7^4)^5 \cdot 7^3\right\}^2 : \left\{\left[(7^2)^3\right]\right\}^0$. [$7^{14}$]

12 Scrivi in notazione scientifica i seguenti numeri:
a. 5 200 000; **b.** 56 000 000 000; **c.** 0,000005.

13 Trasforma i seguenti numeri dalla notazione scientifica alla forma normale:
a. $6 \cdot 10^5$; **b.** $1{,}15 \cdot 10^6$; **c.** $0{,}6 \cdot 10^7$.

14 Trasforma nella scrittura polinomiale i seguenti numeri:
a. 5261; **b.** 415,26; **c.** 3421,83.

15 Scrivi in forma estesa i seguenti numeri scritti in forma polinomiale:
a. $3 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2$; **b.** $6 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10$; **c.** $4 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 + 1$.

16 Scrivi l'ordine di grandezza dei seguenti numeri:
a. 634 000; **b.** 51 000 000; **c.** 77 100 000 000.

Calcola il valore delle seguenti espressioni applicando, quando necessario, le relative proprietà delle potenze.

17 $\left[1^3 + (2^5 - 3^3)^2 - (4^3 : 4^2) \cdot 3\right] : 7$. [2]

18 $\left[(3^8 : 3^6) - 2^3\right] \cdot \left[(5^2 \cdot 5^5) : (5^4 \cdot 5)\right] : (2^2 + 1)$. [5]

19 $(2^2)^5 \cdot (2^2)^3 \cdot (2^0)^2 : \left[(2^3)^2 \cdot (2^5)^0 \cdot (2^2)^5\right]$. [1]

20 $\left[(6^3 \cdot 2^3 : 4^3) : (10^4 : 5^4 - 7) \cdot 3^4\right]^2 : (3^3 \cdot 3^2)^2$. [1]

21 $\left\{\left[(3^8 : 3^4)^2 \cdot (3^7 : 3^2)\right] : 3^{12}\right\} + 1^9 + (2^2 \cdot 3) - 11$. [5]

●● **22** $\left\{\left[(5^2+3\cdot 2^3-6\cdot 2^3)^5\cdot(2^3-7)^3+3^2\cdot 5-(7^7:7^6)\cdot 2\right]:2+3\right\}.$ [19]

●● **23** $\{[(3^2\cdot 3^3)^2:3^2]:3^5-3\cdot 6\}:(3^7:3^4:3^2)+\{[(5^2\cdot 2-20):10]^2+1\}:5.$ [5]

●● **24** $\left\{[(3^3+2^3+1^4):(2^2\cdot 3)]^2+3-2^5:2^4+5^6:5^3:5\right\}:(7^4:7^3)+(3^2-1^2):2^2.$ [7]

●● **25** $\left\{3^0+1^4+2^3-[(2^2)^3:(2^6:2^2:4^2)]^0\right\}:[3^{17}:(3^4)^4]+(25+2^5+3):15-1^{12}.$ [6]

●● **26** $\{[(2^3:2)\cdot(3^4:3^3)\cdot 25\cdot 1]\}^0:\left\{[3\cdot(9^4:9^3):(2^8:2^4-7)\cdot 3^4]^2:(3\cdot 3^4)^2\right\}.$ [1]

Calcola il valore delle seguenti operazioni nel sistema binario.

27 **a.** $1001+1000$; **b.** $1101+11$; **c.** $111+10011$. [17; 16; 26]

28 **a.** $10010-1001$; **b.** $11001-10011$; **c.** $11111-10001$. [9; 6; 14]

29 **a.** $10\cdot 11$; **b.** $101\cdot 111$ **c.** $100\cdot 11$. [6; 35; 12]

30 **a.** $1010:101$; **b.** $11011:11$; **c.** $10110:10$. [2; 9; 11]

Esegui le seguenti espressioni con i numeri binari.

31 $101+11-10+11.$ [1001]

32 $11+10+111-101.$ [111]

33 $111+11-101+1110\cdot 10.$ [100001]

34 $(110+11)\cdot(11-10).$ [1001]

35 $(100\cdot 11)+(1001:11).$ [1111]

Calcola il valore delle seguenti espressioni nel sistema binario e trasforma il risultato nel sistema decimale.

36 $[(11\cdot 11+100\cdot 10-10010:11)+110-11]:(10\cdot 111).$ [1]

37 $11100-[1111-(1000+10)+(10100-10000)]\cdot 11.$ [1]

38 $[10000:(100100:110+101\cdot 10)]\cdot[(1000+100-110010:1010)-11].$ [4]

39 $1000+1001+11\cdot(1+101\cdot 110+1)-(1010+10\cdot 110000+1).$ [6]

● **40** $[(1101+101\cdot 11-101):10111+101-11]\cdot 11+10-11.$ [8]

●● **41** $\{[(111+101-11)\cdot 11+101]:10000\}+(101-11+101)\cdot 11.$ [23]

●● **42** $\{[(11\cdot 11+101\cdot 11)+(101-11+10)]:11100+1\}\cdot 111-101+111.$ [16]

Calcola il valore delle seguenti espressioni applicando, dove è possibile, le proprietà delle potenze.

1 $(3^2 \cdot 2^3 : 3 : 2^3)^2 + (24 : 6)^2 - (2^5 + 2^2 \cdot 3 \cdot 5 - 2^5 : 2^4 - 3^4)$. [16]

2 $\left[12 + (2 \cdot 2^2 - 5^4 : 5^3)^3 : (3^3 : 3^2)^2\right] : (2^2 + 1)$. [3]

3 $\left[(55^2 : 11^2 + 3^2) : (2^0 \cdot 2)\right] : 1^7 + (5^3 + 5^2) : (3 \cdot 5^2) + 5^0$. [20]

4 $1 + \left\{1 + [1 + (1 + 2^6 : 2^2 : 2^4) + 3^2 : 3^2] - (2^2)^0 - (2^0)^3\right\}^2$. [10]

5 $\left[(2 \cdot 5 + 5 - 3^2) : 2 + 5 \cdot 3^2 - (6^2 - 5^2) : (7^0 \cdot 11) + 2^5 : 2^5\right] : \left[3 \cdot (2^2)^2\right] + (17^2)^0$. [2]

6 $(3 \cdot 2^2 - 5) \cdot 2^3 : 2^2 + 6^0 + \left[(3^4 : 3^3)^2 - (2^5 : 2^4)^2 + (1^3)^4 \cdot (4^3)^0\right] - \left[(4 \cdot 5)^2 : (5^3 : 5^2)^2\right]$. [5]

7 $25 \cdot 2^2 : \left\{(2^4 + 3 \cdot 2^3) : 5 + \left[2^2 \cdot 3 \cdot 5 + (3 \cdot 2^2)^2 - (2^3 \cdot 3^2 \cdot 5) : 6 : 3 - 12^2 : 3^2\right] : 4\right\}$. [2]

8 $\left\{\left[100^3 : (5 \cdot 4)^3\right]^3 : \left[(5^2)^4 : (5^2)^2\right]^2\right\}^2 \cdot \left[(11^8 \cdot 3^8 \cdot 2^8) : (66^2)^4\right]^2$. [25]

9 $\left[(3^2 - 2^2) \cdot (2^2 + 3^2) + 2^4 - 3^4\right] : \left[(14^3 : 2^3 \cdot 7^2)^3 : (77^2 : 11^2)^6\right]$. [0]

10 $\left\{\left[8 \cdot 2^5 : 2^3 + (4 - 3^4 : 3^3)^2 - 1^5\right] + (16^4 : 4^6) - (25^4 : 5^7)\right\} : (18^4 : 36^2 : 3^4)$. [43]

Scrivi in notazione scientifica i seguenti numeri.

11 Distanza del Sole dal centro della nostra galassia: 330 miliardi di miliardi di metri.

12 Massa della terra: 5 980 000 000 000 000 000 000 t.

Scrivi in forma estesa i seguenti numeri scritti in notazione scientifica.

13 Distanza Terra-Sole: $15 \cdot 10^7$ km.

14 Distanza Terra-Alfa Centauri $\rightarrow$ $4 \cdot 10^{13}$ km.

15 Spazio percorso dalla luce in un anno $\rightarrow$ $9{,}45 \cdot 10^{15}$ m.

16 Calcola l'ordine di grandezza dei seguenti numeri:
a. 63 000 000 000; **b.** 75 510 000 000; **c.** 6 400 000 000 000.

Calcola il valore delle seguenti espressioni con i numeri binari e trasforma il risultato ottenuto nel sistema decimale.

17 $10 + 0 : (10000 + 10 \cdot 11 + 111) - [10011 - 1 + (11 \cdot 0 \cdot 11) - 10 \cdot 1000]$. [0]

18 $1100 - [1101 - (10 + 1)] + \{1100100 - [110001 - (11110 - 1010)]\}$. [73]

19 $100 + \{[(10 \cdot 110 + 10) \cdot 10 - 110 \cdot 10 + (1100 + 1 \cdot 111)] : 101 + 111\} : 1110 + 100$. [9]

20 $\{(11 \cdot 101 + 111 \cdot 0) - (11001 : 101 + 10) \cdot 10 + 110 \cdot 100 + 100 \cdot [11001 \cdot 101 - (10010 + 10 \cdot 110)]\} : 1111$. [27]

1 Una grossa vincita (1998, Semifinali locali)
In Boldavia esiste un gioco d'azzardo molto popolare denominato zingo. Per giocare bisogna fare una puntata al massimo di 20 corone boldave e dividere questa puntata, espressa in corone, in due numeri che si devono scrivere sul proprio foglio di gioco. Quando vince, il fortunato giocatore riceve allora una somma pari al prodotto del quadrato del primo numero per il cubo del secondo (ricordiamo che il quadrato di 5, per esempio, è $5 \cdot 5$, e che il suo cubo è $5 \cdot 5 \cdot 5$). Quale vincita massima possiamo aspettarci da un foglio di gioco di zingo?

2 Somma di potenze (1998, Finale italiana)
Nella somma di potenze $a^b + c^d + e^f$ bisogna sostituire le lettere a, b, c, d, e, f con i numeri 1, 2, 3, 4, 5, 6, (non necessariamente in questo ordine, ma evitando ripetizioni). Possiamo ottenere ad esempio $1^2 + 3^4 + 5^6$. Qual è il più grande risultato che si può ottenere?

3 Il quadrato dell'anno (2001, Semifinale italiana)
Qual è il più piccolo numero intero positivo il cui quadrato termina con le cifre 2001?

4 Variazione sul tema del 2003 (2003, Giochi di primavera)
Federico, utilizzando opportunamente le quattro operazioni fondamentali, l'elevamento a potenza e le cifre che compongono il numero 2003, inventa 10 brevi espressioni che hanno come risultato i numeri naturali da 1 a 10. Malgrado tanti sforzi, non riesce a trovarle tutte e dieci; gli manca un risultato. Qual è il numero che non riesce ad ottenere?

5 Duemilatre alla duemilatre (2003, Giochi di primavera)
Leone è velocissimo nei calcoli e chiede a Paolo: "Qual è l'ultima cifra di 2003^{2003}?". Aiuta Paolo.

6 Il 24! (2005, Giochi di primavera)
È facile scrivere 24 con l'aiuto di tre otto: $8 + 8 + 8$. Sapreste scriverlo usando (solo) un'altra cifra, ripetuta tre volte? (Come operazioni si possono usare l'addizione, la sottrazione, la moltiplicazione, la divisione e la potenza).

7 Le grandi potenze (2005, Giochi a squadre)
Con che cifra termina il numero che risulta dal calcolo della seguente potenza: 2157^{513}?

8 L'anno del Quebec (2007, Giochi d'autunno)
Il Quebec è stato fondato nel 1608 (nel 2008 saranno esattamente quattrocento anni). Il quadrato di 1608 è 2585664. Questo numero possiede notevoli proprietà: è un quadrato; la somma delle sue cifre è un quadrato (36) e anche il prodotto delle sue cifre è un quadrato (57600). Scrivi un numero di tre cifre, maggiore di 200, con le stesse proprietà:
- è il quadrato di un numero intero;
- è la somma delle sue cifre è il quadrato di un numero intero;
- è anche il prodotto delle sue cifre è il quadrato di un numero intero positivo!

9 Le figurine di Nando (2007, Giochi d'autunno)
Nando adora giocare a figurine con i suoi amici. Lunedì ne ha vinte 3. Martedì ne ha vinte altre $3 \cdot 3$. Mercoledì ne ha vinte altre $3 \cdot 3 \cdot 3$. E così via: ogni giorno della settimana ne vince altre, il triplo di quelle che aveva vinte il giorno precedente. Così, sabato, ne vince ancora $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$, arrivando a 2008 figurine.
Quante figurine aveva lunedì, prima di vincere le sue prime 3 figurine?

La divisibilità

Capitolo 6
ESERCIZI

1 I multipli di un numero

teoria pag. 78

✗ I **multipli** di un numero sono costituiti dall'insieme dei prodotti ottenuti moltiplicando quel numero per la successione dei numeri naturali.

Comprensione della teoria

1 Delle seguenti affermazioni indica quali sono vere e quali false:
- **a.** i multipli di un numero sono in numero finito V F
- **b.** i multipli di un numero sono infiniti perché è infinita la successione dei numeri naturali V F
- **c.** qualche numero non ha alcun multiplo V F
- **d.** lo zero è multiplo di tutti i numeri V F
- **e.** ogni numero è multiplo di se stesso. V F

2 Quanti sono i multipli di un numero?
- **a.** Sempre inferiori al numero dato;
- **b.** 1;
- **c.** infiniti;
- **d.** nessuna delle precedenti.

3 Come si ottengono i multipli di un numero?
- **a.** Addizionando più volte il numero stesso;
- **b.** moltiplicando più volte il numero stesso per se stesso;
- **c.** moltiplicando il numero per tutti i numeri naturali;
- **d.** dividendo il numero per tutti i numeri che lo precedono.

4 Delle seguenti affermazioni indica quali sono vere e quali false:
- **a.** tutti i numeri pari sono sempre multipli di 4 V F
- **b.** tutti i numeri multipli di 10 terminano con uno zero V F
- **c.** tutti i multipli di 5 hanno come ultima cifra 0 oppure 5 V F
- **d.** tutti i multipli di 3 sono numeri dispari. V F

Applicazione

5 Esercizio guida

Scrivi i primi sei multipli del numero 4.

Svolgimento

I primi sei multipli di 4 (escluso lo zero) sono dati dai prodotti:

$1 \cdot 4, \quad 2 \cdot 4, \quad 3 \cdot 4, \quad 4 \cdot 4, \quad 5 \cdot 4, \quad 6 \cdot 4$ ossia $4, \; 8, \; 12, \; 16, \; 20, \; 24.$

6 Scrivi i primi cinque multipli del numero 12.

7 Scrivi i primi dieci multipli di 3 e i primi quattro multipli di 4.

8 Scrivi i primi otto multipli di 5, i primi sei multipli di 6 e i primi sette multipli di 9.

9 Scrivi la successione dei multipli di 2 minori di 31.

10 Scrivi la successione dei multipli di 7 minori di 58.

11 Scrivi la successione dei multipli di 4 minori di 49.

12 Scrivi la successione dei multipli di 5 minori di 86.

13 Scrivi i multipli di 2 compresi tra 25 e 39.

14 Scrivi i multipli di 5 compresi tra 14 e 79.

15 Scrivi la successione dei multipli di 11 minori di 353.

16 Calcola i primi dieci multipli di 2 e i primi sei multipli di 5 (escludi lo 0). Ci sono elementi in comune?

17 Calcola i primi tredici multipli di 2 e i primi sette multipli di 6 (escludi lo 0). Ci sono elementi in comune?

18 Calcola i primi dieci multipli di 3 e i primi dieci multipli di 5 (escludi lo 0). Ci sono elementi comuni? Quali?

19 Calcola i primi dieci multipli di 6 e i primi dieci multipli di 9 (escludi lo 0). Ci sono elementi comuni? Quali?

● **20** Trova i multipli comuni di 6 e 4 minori di 61.

● **21** Trova i multipli comuni di 12 e 18 minori di 100.

● **22** Trova i multipli comuni di 4 e 3 minori di 53.

● **23** Trova i multipli comuni di 8 e 10 minori di 135.

2 I divisori di un numero

teoria pag. 78

✗ Se un numero diviso per un altro numero dà per resto 0, allora il secondo numero è un **divisore** del primo e il primo è **divisibile** per il secondo;

✗ per trovare i divisori di un numero, si può dividerlo per la successione decrescente dei numeri naturali a partire dal numero stesso fino a 1.

Comprensione della teoria

24 Completa le seguenti tabelle e rispondi vero o falso:

Numero	Divisori
9	1, 3, 9
11	
6	
7	
8	

Numero	Divisori
21	
	1, 2, 3, 4, 6, 12
	1, 3, 5, 15
18	
19	

a. i divisori di un numero sono infiniti V F

b. vi sono dei numeri che hanno solo due divisori. V F

25 In ciascuna delle seguenti coppie sottolinea il numero divisore dell'altro:

a. (3, 18); **b.** (9, 27); **c.** (6, 36); **d.** (25, 5);
e. (12, 6); **f.** (21, 7); **g.** (45, 3); **h.** (14, 42).

26 Scrivi al posto dei puntini un numero che sia divisore di quello indicato:

a. (27, ...); **b.** (....., 40); **c.** (20, ...); **d.** (....., 35).

27 I divisori di un numero sono quei numeri che:

a. lo dividono con resto 0; **b.** non lo dividono;
c. precedono il numero stesso; **d.** lo dividono con resto diverso da 0.

Applicazione

28 Esercizio guida

Trova i divisori del numero 10.

Svolgimento

10 : 1 = 10 con .....; 10 : 2 = 5 con .....; 10 : 3 = 3 con .....;
10 : 4 = 2 con .....; 10 : 5 = 2 con .....; 10 : 6 = 1 con .....;
10 : 7 = 1 con .....; 10 : 8 = 1 con .....; 10 : 9 = 1 con .....;
10 : 10 = 1 con .....

Solo i numeri le cui divisioni danno come resto ...., sono i .... cercati, pertanto $D_{10} = \{................\}$.

29 Trova i divisori dei numeri 4, 8, 12.

30 Trova i divisori dei numeri 6, 7 e 9.

31 Trova i divisori dei numeri 11, 13, 17. Che cosa noti?

32 Trova i divisori dei numeri 30, 31. Che cosa noti?

● **33** Trova i divisori di 18 e di 12. Ci sono elementi comuni? Quali sono?

● **34** Trova i divisori di 15 e di 12. Ci sono elementi comuni? Quali sono?

3 I criteri di divisibilità

teoria pag. 80

- ✗ Un numero **divisibile per 2** ha l'ultima cifra pari;
- ✗ un numero **divisibile per 5** termina con zero o con 5;
- ✗ un numero **divisibile per 3** (o per 9) ha la somma delle sue cifre divisibile per 3 (o per 9);
- ✗ un numero **divisibile per 11** ha la differenza tra la somma delle cifre di posto dispari e quella di posto pari (o viceversa) 0 o un multiplo di 11;
- ✗ un numero **divisibile per 10**, **100**, **1000** termina rispettivamente con uno, due tre zeri;
- ✗ un numero **divisibile per 4 o per 25** ha le ultime due cifre che formano un multiplo di 4 o di 25 oppure sono due zeri.

Comprensione della teoria

35 Delle seguenti affermazioni indica quali sono vere e quali false:

a. un numero pari è sempre divisibile per 2 V F

b. un numero pari non è mai divisibile per 3 V F

c. un numero dispari è sempre divisibile per 3 o per 5 V F

d. un numero qualsiasi è sempre divisibile per l'unità V F

e. i criteri di divisibilità servono per stabilire se un numero è divisibile per un altro numero senza effettuare la divisione V F

f. un numero dispari non è mai divisibile per 2. V F

36 Un numero è divisibile per 2 se:

a. una delle sue cifre è pari; **b.** la sua ultima cifra è pari; **c.** ha un numero pari di cifre.

37 Un numero è divisibile per 3 se:

a. la somma delle sue cifre è un multiplo di 3;

b. la differenza delle sue cifre è un multiplo di 3;
c. termina con le cifre 3, 6 oppure 9.

38 Un numero è divisibile per 5 se:
a. la somma delle sue cifre è un multiplo di 5;
b. ha come ultima cifra il numero 0 oppure 5;
c. la differenza fra le cifre di posto dispari e quelle di posto pari è multiplo di 5.

39 Nella seguente sequenza di numeri individua, cerchiandoli con colori diversi, i numeri:
a. divisibili per 2; **b.** divisibili per 3; **c.** divisibili per 10.

① 100; 300; 48; 55; 54; 11; 7; 1450; 18; 53;

② 66; 40; 70; 4; 6; 148; 342; 910; 789; 16.

Noterai che alcuni numeri sono divisibili contemporaneamente per più di uno dei divisori indicati e, quindi, risulteranno cerchiati da più colori.

40 Un numero è divisibile per 11 quando:
a. le ultime due cifre sono uguali;
b. la somma delle sue cifre è un multiplo di 11;
c. la differenza tra la somma delle cifre di posto dispari e le cifre di posto pari (o viceversa) è 0 o un multiplo di 11;
d. le ultime due cifre sono multiple di 11.

41 Il numero 332 è divisibile per 4 perché:
a. è un numero pari;
b. la somma delle sue cifre è un numero divisibile per 4;
c. la differenza fra la somma delle cifre di posto dispari e quella di posto pari è 0;
d. le ultime due cifre formano un numero divisibile per 4.

Applicazione

42 Sottolinea tra i seguenti numeri quelli divisibili per 2: 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18.

43 Sottolinea tra i seguenti numeri quelli divisibili per 3: 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14.

44 Sottolinea tra i seguenti numeri quelli divisibili per 5: 12, 15, 20, 24, 32, 45, 50, 105.

45 Sottolinea tra i seguenti numeri quelli divisibili per 9: 54, 210, 729, 441, 615, 342, 510, 621.

46 Sottolinea tra i seguenti numeri quelli divisibili per 11: 42, 66, 132, 155, 264, 333, 341, 444.

47 Sottolinea tra i seguenti numeri quelli divisibili per 2: 6, 9, 11, 16, 28, 33.

48 Sottolinea tra i seguenti numeri quelli divisibili per 3: 5, 6, 21, 22, 23, 30, 33.

49 Sottolinea tra i seguenti numeri quelli divisibili per 5: 6, 10, 15, 20, 22, 25, 30, 33.

50 Sottolinea tra i seguenti numeri quelli divisibili per 11: 10, 11, 22, 33, 35, 36, 44, 99.

51 Completa la seguente tabella:

È divisibile per	Numero							
	42	**85**	**88**	**99**	**100**	**152**	**340**	**342**
2	SI							
3	SI							
5	NO							
11	NO							

52 Stabilisci, applicando i relativi criteri di divisibilità, quali dei seguenti numeri sono divisibili sia per 2 che per 3: 52; 10; 18; 24; 36; 38; 42; 58; 1242.

53 Applicando i relativi criteri di divisibilità stabilisci quali dei seguenti numeri sono divisibili per 2, quali per 3, quali per 5 e quali per 11:
a. 9; 2; 0; 6; 15; 26; 31; 33; 52; 54; 431.
b. 9; 0; 2; 11; 44; 96; 111; 121; 430; 341; 594.

54 Quali dei seguenti numeri sono divisibili sia per 3 che per 5?
0, 20, 30, 35, 45, 60, 65, 125, 435.

55 Alcuni dei seguenti numeri sono divisibili sia per 2 che per 5, sottolineali:
10, 12, 13, 14, 15, 18, 24, 26, 30.

56 Tra i seguenti numeri sottolinea i numeri contemporaneamente divisibili per 2 e per 11:
0, 2, 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 100.

57 Tra i seguenti numeri sottolinea i numeri contemporaneamente divisibili per 2, per 3 e per 5:
0, 2, 3, 6, 9, 12, 18, 20, 24, 26, 30, 60, 120.

58 Alcuni dei seguenti numeri sono divisibili sia per 3, sia per 5, sia per 11; sottolineali:
30, 35, 60, 65, 90, 100, 165, 300, 330, 825.

59 Alcuni dei seguenti numeri sono divisibili sia per 2, sia per 3, sia per 11; sottolineali:
33, 44, 66, 132, 138, 231, 330.

60 Alcuni dei seguenti numeri sono divisibili sia per 2, sia per 3, sia per 4; sottolineali:
10, 24, 35, 60, 48, 96, 100, 168.

61 Verifica, senza eseguire le divisioni, quali tra i seguenti numeri sono divisibili per 6:
6; 15; 24; 30; 150; 162; 234; 248.
(Suggerimento: se un numero è divisibile per 2 e per 3, è divisibile anche per il loro prodotto: $2 \cdot 3$, cioè 6)

62 Stabilisci, applicando i relativi criteri di divisibilità, quali dei seguenti numeri sono divisibili per 3 e quali quelli divisibili per 9. Quelli divisibili per 3 sono tutti divisibili anche per 9?
231; 207; 333; 1350; 2426; 1431; 2823.

63 Addiziona a ciascuno dei seguenti numeri il numero più piccolo possibile tale da renderlo divisibile:
a. per 2: 17; 19; 25; 33; 49; 57; 69; 121; 133; 135.
b. per 5: 17; 19; 49; 68; 121; 133; 152; 163; 168; 253.
c. per 2 e per 3: 7; 15; 23; 28; 33; 59; 88; 135; 197; 239.

64 Sottrai a ciascuno dei seguenti numeri il numero più piccolo possibile tale da renderlo divisibile:
a. per 3: 5; 11; 22; 38; 59; 62; 79; 130; 1234;
b. per 11: 38; 59; 62; 136; 181; 1234; 2821; 3085; 3534.

65 Cambia la posizione delle cifre dei numeri seguenti in modo tale da renderli divisibili per 5:
a. 108; **b.** 512; **c.** 603; **d.** 751; **e.** 801.

66 Cambia la posizione delle cifre dei numeri seguenti in modo da renderli divisibili per i numeri indicati a fianco:
a. 422 → 11; **b.** 257 → 5 e 11; **c.** 123 → 2 e 3; **d.** 402 → 2, 3 e 5.

4 Numeri primi e numeri composti

teoria pag. 83

✗ Un numero **primo** è divisibile solo per 1 e per se stesso;
✗ un numero **composto** è divisibile per qualche altro numero oltre all'1 e a se stesso.

Comprensione della teoria

67 Delle seguenti affermazioni indica quali sono vere e quali false:
a. i numeri primi sono infiniti V F

b. il minore dei numeri composti è 4 V F
c. il minore dei numeri primi è 2 V F
d. tutti i numeri pari non sono primi. V F

68 Un numero composto:
a. è sempre formato da più cifre;
b. ammette fra i suoi divisori solo il numero 1 e se stesso;
c. è divisibile per 1, per se stesso e per qualche altro numero;
d. è sempre divisibile per 2.

69 I fattori primi di 6 sono:
a. i primi 5 numeri naturali; **b.** 1, 2, 3, 6; **c.** i numeri 6 e 1; **d.** i numeri 3 e 2.

70 Il matematico famoso per aver stabilito un criterio di calcolo per i numeri primi si chiama:
a. Pitagora; **b.** Eratostene; **c.** Archimede; **d.** Cartesio.

Applicazione

71 Verifica con tre esempi che un numero dispari non è sempre numero primo.

72 Verifica con tre esempi se un numero la cui ultima cifra è zero può essere numero primo.

73 Scrivi i primi otto numeri pari. Tra di essi vi sono dei numeri primi?

74 Scrivi i primi 10 numeri dispari. Tra di essi vi sono dei numeri primi? Quali sono.

75 Scrivi cinque numeri primi e cinque numeri composti minori di 20.

76 Scrivi otto numeri primi e otto numeri composti.

77 Scrivi i numeri primi compresi fra 20 e 30.

78 Scrivi i primi otto numeri dispari. Tra di essi vi sono dei numeri composti?

79 Individua quali dei seguenti numeri sono primi:
a. 28, 31, 39, 47, 51, 53, 60, 67;
b. 70, 77, 81, 83, 87, 89, 90, 91.

Individua i numeri che soddisfano le seguenti richieste.

80 Sei numeri primi di due cifre la cui ultima cifra è tre.

81 Cinque numeri primi di due cifre la cui ultima cifra è sette.

82 Due numeri primi di tre cifre.

83 Cinque numeri composti minori di 20.

84 Cinque numeri composti dispari minori o uguali a 35.

85 Cinque numeri composti pari, minori di 61.

86 Cinque numeri composti pari minori o uguali a 16.

● **87** I numeri primi minori di 30 la cui somma è 40.

● **88** I due numeri primi minori di 30 la cui differenza è 20.

● **89** I tre numeri primi minori di 30 la cui somma è 34.

● **90** Stabilisci quali sono i numeri primi (escluso il numero 1):
a. minori di 42 la cui somma è 70;
b. minori di 49 la cui differenza è 45;
c. minori di 40 la cui somma è 68;
d. minori di 30 la cui differenza è 10.
Quando ci sono due o più possibilità, basta individuarne una sola.

5 La scomposizione in fattori primi

teoria pag. 85

- ✗ I **fattori primi** sono i numeri primi che, moltiplicati tra di loro, danno il numero in esame;
- ✗ la **scomposizione in fattori primi** o **fattorizzazione** è l'operazione che ci permette di scrivere un numero composto come prodotto di fattori primi;
- ✗ per **scomporre un numero in fattori primi** si eseguono le divisioni successive tra il numero stesso e i suoi divisori primi fino ad ottenere come quoziente il numero 1; i divisori primi che compaiono più di una volta si scrivono sotto forma di potenza.

Comprensione della teoria

91 Qual è la corretta scomposizione in fattori primi del numero 120?
a. $2^2 \cdot 5 \cdot 6$; **b.** $8 \cdot 3 \cdot 5$; **c.** $2^3 \cdot 3 \cdot 5$; **d.** $2 \cdot 3^2 \cdot 5$.

Sottolinea per ogni scomposizione il corrispondente numero composto.

92 **a.** $2 \cdot 3 \rightarrow$ 10, 6, 9, 16; **b.** $2^3 \cdot 3^2 \rightarrow$ 12, 10, 72, 24.

93 **a.** $2 \cdot 3^3 \rightarrow$ 54, 16, 32, 36; **b.** $2^2 \cdot 3 \rightarrow$ 7, 12, 16, 18.

94 **a.** $2^3 \cdot 3 \rightarrow$ 12, 20, 24, 32; **b.** $2^2 \cdot 3^3 \rightarrow$ 28, 18, 108, 42.

Completa i seguenti prodotti scrivendo i numeri mancanti al posto dei puntini.

95 **a.** $15 = 3 \cdot$ ....; **b.** $40 =$ .... $\cdot\, 5$; **c.** $21 = 3 \cdot$ ....

96 **a.** $30 = 2 \cdot$ ....; **b.** $18 =$ .... $\cdot\, 3^2$; **c.** $36 = 2^2 \cdot$ ....

97 **a.** $50 = 2 \cdot 5^{\cdots}$; **b.** $100 = 2^{\cdots} \cdot 5^{\cdots}$; **c.** $180 = 2^2 \cdot 3^{\cdots} \cdot$ ....

Applicazione

Scomponi in fattori primi i seguenti numeri con il metodo del diagramma ad albero.

98 **a.** 10; **b.** 15; **c.** 70; **d.** 25.

99 **a.** 30; **b.** 35; **c.** 90; **d.** 48.

100 **a.** 21; **b.** 24; **c.** 27; **d.** 38.

101 **a.** 33; **b.** 36; **c.** 16; **d.** 54.

102 **a.** 49; **b.** 18; **c.** 39; **d.** 72.

103 **a.** 108; **b.** 121; **c.** 136; **d.** 541.

104 **a.** 873; **b.** 1114; **c.** 3600; **d.** 4356.

105 **a.** 13728; **b.** 2157; **c.** 7200; **d.** 9504.

Scomponi ciascuno dei seguenti numeri in prodotti di fattori primi.

106 Esercizio guida

12, 16 e 18.

Svolgimento

Completa scrivendo al posto dei puntini i numeri mancanti:

12	2
.....	2
3	.....
1	

16	2
.....	2
4	.....
.....	2
.....	

18	.....
9	3
.....	.....
1	

Raccogli i risultati delle scomposizioni: 12 = ...; 16 = ...; 18 = ...

107	**a.** 38;	**b.** 20;	**c.** 45;	**d.** 48.
108	**a.** 50;	**b.** 55;	**c.** 28;	**d.** 75.
109	**a.** 65;	**b.** 40;	**c.** 42;	**d.** 60.
110	**a.** 63;	**b.** 18;	**c.** 99;	**d.** 44.
111	**a.** 98;	**b.** 100;	**c.** 32;	**d.** 68.
112	**a.** 52;	**b.** 58;	**c.** 34;	**d.** 80.
113	**a.** 96;	**b.** 22;	**c.** 92;	**d.** 64.
114	**a.** 190;	**b.** 200;	**c.** 120;	**d.** 108.
115	**a.** 84;	**b.** 138;	**c.** 142;	**d.** 124.
116	**a.** 135;	**b.** 114;	**c.** 228;	**d.** 415.
117	**a.** 210;	**b.** 169;	**c.** 620;	**d.** 164.
118	**a.** 208;	**b.** 180;	**c.** 385;	**d.** 622.
119	**a.** 420;	**b.** 504;	**c.** 495;	**d.** 393.
120	**a.** 792;	**b.** 945;	**c.** 624;	**d.** 436.
121	**a.** 765;	**b.** 414;	**c.** 748;	**d.** 828.
122	**a.** 225;	**b.** 875;	**c.** 672;	**d.** 712.
123	**a.** 567;	**b.** 364;	**c.** 588;	**d.** 220.
124	**a.** 888;	**b.** 693;	**c.** 610;	**d.** 765.
125	**a.** 1050;	**b.** 549;	**c.** 175;	**d.** 423.
126	**a.** 846;	**b.** 648;	**c.** 925;	**d.** 380.
127	**a.** 850;	**b.** 910;	**c.** 1905;	**d.** 1850.
128	**a.** 760;	**b.** 2550;	**c.** 1820;	**d.** 3810.
129	**a.** 1350;	**b.** 1125;	**c.** 3780;	**d.** 4936.
130	**a.** 2268;	**b.** 4928;	**c.** 1573;	**d.** 7287.
131	**a.** 2808;	**b.** 2295;	**c.** 8000;	**d.** 5405.
132	**a.** 3375;	**b.** 2618;	**c.** 1656;	**d.** 2794.
133	**a.** 7744;	**b.** 1276;	**c.** 2835;	**d.** 9416.
134	**a.** 1215;	**b.** 5376;	**c.** 7595;	**d.** 1300.
135	**a.** 3456;	**b.** 5625;	**c.** 4375;	**d.** 9212.
136	**a.** 5643;	**b.** 4851;	**c.** 8325;	**d.** 6488.

137 **a.** 3780; **b.** 6048; **c.** 7425; **d.** 1728.

138 **a.** 5544; **b.** 4536; **c.** 8910; **d.** 4788.

139 **a.** 2020; **b.** 3040; **c.** 6540; **d.** 9730.

140 **a.** 10920; **b.** 21681; **c.** 38430; **d.** 70875.

141 **a.** 18000; **b.** 10368; **c.** 21168; **d.** 29394.

142 **a.** 12936; **b.** 16875; **c.** 37268; **d.** 22400.

143 **a.** 14625; **b.** 29568; **c.** 15435; **d.** 13104.

144 **a.** 12636; **b.** 16016; **c.** 76545; **d.** 13328.

145 **a.** 48125; **b.** 64512; **c.** 32805; **d.** 44275.

146 **a.** 39325; **b.** 30225; **c.** 30107; **d.** 45144.

147 **a.** 43056; **b.** 41760; **c.** 23232; **d.** 21879.

148 **a.** 45441; **b.** 42108; **c.** 66528; **d.** 76626.

Inserisci al posto dei puntini il fattore primo (o una sua potenza) tale da verificare le seguenti scomposizioni in fattori primi.

149 **a.** $5 \cdot ..... = 80$; **b.** $2 \cdot ..... = 98$; **c.** $2^3 \cdot ..... = 392$.

150 **a.** $3^2 \cdot 5 \cdot ..... = 585$; **b.** $2^4 \cdot 3 \cdot ..... = 816$; **c.** $2 \cdot ..... \cdot 5^3 = 2250$.

151 **a.** $3^2 \cdot 5^2 \cdot ..... = 2475$; **b.** $2^3 \cdot 5 \cdot 7^{...} = 1960$; **c.** $3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot ..... = 1155$.

152 **a.** $2^5 \cdot 3^2 \cdot 5^{...} = 7200$; **b.** $2^{...} \cdot 3^3 \cdot 5^2 = 10800$; **c.** $2^2 \cdot 11^2 \cdot .....^2 = 12100$.

Scomponi in fattori primi i seguenti numeri contenenti uno o più zeri.

153 Esercizio guida

120; 500; 3000.

Svolgimento

Completa scrivendo al posto dei puntini i numeri mancanti:

$$\begin{array}{r|l} 120 & 2 \cdot 5 \\ 12 & ..... \\ 6 & ..... \\ 3 & ..... \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 500 & .....^2 \cdot 5^{.....} \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 3000 & ....^{.....} \cdot .....^{.....} \\ ..... & ..... \\ 1 & \end{array}$$

$120 = 2^{.....} \cdot ..... \cdot 5$; $500 = 2^{.....} \cdot 5^{.....}$; $3000 = ...^{.....} \cdot ..... \cdot .....^{.....}$.

154 **a.** 160; **b.** 170; **c.** 220; **d.** 250.

155 **a.** 300; **b.** 390; **c.** 380; **d.** 700.

156 **a.** 1100; **b.** 1300; **c.** 1000; **d.** 1400.

157 **a.** 2700; **b.** 3500; **c.** 21000; **d.** 5200.

158 **a.** 27000; **b.** 29000; **c.** 33000; **d.** 45000.

159 **a.** 28000; **b.** 50000; **c.** 240000; **d.** 132000.

160 **a.** 720000; **b.** 900000; **c.** 2000000; **d.** 1415000.

6 Il criterio generale di divisibilità

teoria pag. 86

- ✗ Due numeri sono divisibili tra loro se ciascun fattore del numero divisore è presente nella scomposizione del numero dividendo ed ha esponente minore o uguale a quello del fattore corrispondente;
- ✗ il quoziente di due numeri divisibili fra loro si ottiene moltiplicando tutti i fattori del dividendo aventi per esponente la differenza degli esponenti con cui compaiono nei due termini della divisione.

Comprensione della teoria

161 Il criterio generale di divisibilità permette di:
a. calcolare la divisione fra due numeri; **b.** stabilire se due numeri sono primi fra loro;
c. stabilire se due numeri sono divisibili fra loro; **d.** stabilire se due numeri hanno divisori comuni.

Applicazione

Utilizzando il criterio generale di divisibilità verifica se nelle seguenti coppie il primo numero è divisibile per il secondo.

162 **a.** (420; 35); **b.** (192; 24); **c.** (240; 15).
163 **a.** (156; 12); **b.** (125; 15); **c.** (180; 12).
164 **a.** (490; 35); **b.** (1200; 24); **c.** (182; 21).
● **165** **a.** (6600; 120); **b.** (3960; 120); **c.** (9540; 125).
● **166** **a.** (7344; 133); **b.** (1474; 18); **c.** (1422; 162).
● **167** **a.** (3224; 248); **b.** (5986; 147); **c.** (2170; 155).
● **168** **a.** (12500; 55); **b.** (14000; 700); **c.** (35400; 75).

Applicando il criterio generale di divisibilità stabilisci se le seguenti divisioni danno origine ad un resto uguale a zero.

169 **a.** $(3^4 \cdot 5 \cdot 7^2) : (3^3 \cdot 5 \cdot 7)$; **b.** $(3^3 \cdot 5 \cdot 7^2 \cdot 11) : (3^4 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 11)$.
170 **a.** $(5^4 \cdot 7^2 \cdot 11^2) : (5^2 \cdot 7^2 \cdot 11 \cdot 13)$; **b.** $(3 \cdot 5^3 \cdot 7^3) : (5^2 \cdot 7^2)$.
171 **a.** $(3^5 \cdot 5^2 \cdot 7) : (3 \cdot 5^3 \cdot 7^2)$; **b.** $(5^3 \cdot 7^4 \cdot 13) : (5^4 \cdot 7^4 \cdot 13)$.
172 **a.** $(3 \cdot 5^4 \cdot 7 \cdot 11^2) : (3^2 \cdot 5^2 \cdot 7)$; **b.** $(3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13^2) : (3^2 \cdot 5^4 \cdot 13^2)$.
173 **a.** $(3^5 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 13) : (3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13)$; **b.** $(3^4 \cdot 5^3 \cdot 11^2) : (3^4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11^2)$.

Applicando il criterio generale di divisibilità calcola il quoziente delle seguenti divisioni.

174 **a.** 4914 : 39; **b.** 3692 : 26; **c.** 5530 : 35.
175 **a.** 5060 : 20; **b.** 2352 : 42; **c.** 1856 : 32.
176 **a.** 3596 : 58; **b.** 4160 : 65; **c.** 3264 : 34.
177 **a.** 864 : 36; **b.** 135 : 15; **c.** 1575 : 21.
178 **a.** 2016 : 42; **b.** 7128 : 99; **c.** 56000 : 35.
179 **a.** 7425 : 55; **b.** 1323 : 21; **c.** 8085 : 105.
180 **a.** 3146 : 26; **b.** 9792 : 68; **c.** 10125 : 75.

181 **a.** 24192 : 224; **b.** 23958 : 66; **c.** 17199 : 273.

182 **a.** 21060 : 156; **b.** 18225 : 135; **c.** 90720 : 252.

183 **a.** 16875 : 225; **b.** 81648 : 189; **c.** 72171 : 297.

184 **a.** 17787 : 539; **b.** 94050 : 209; **c.** 65205 : 621.

185 **a.** 103275 : 425; **b.** 140250 : 330; **c.** 519750 : 2310.

Applicando il criterio generale di divisibilità calcola il quoziente delle seguenti divisioni.

186 **a.** $(3^4 \cdot 5^2 \cdot 7^2) : (3^3 \cdot 5^2 \cdot 7^2)$; **b.** $(3^3 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 11) : (3^3 \cdot 5^2 \cdot 7)$.

187 **a.** $(3^3 \cdot 5^2 \cdot 7^2 \cdot 13) : (3^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2)$; **b.** $(3 \cdot 5^2 \cdot 13) : (3 \cdot 5 \cdot 13)$.

188 **a.** $(5^2 \cdot 7^3 \cdot 13) : (5^2 \cdot 7^2)$; **b.** $(3 \cdot 5^3 \cdot 7 \cdot 13^2) : (3 \cdot 5 \cdot 13^2)$.

189 **a.** $(7^4 \cdot 11^2 \cdot 17^2) : (7^4 \cdot 11^2 \cdot 17)$; **b.** $(3^4 \cdot 7^2 \cdot 11^4) : (3^3 \cdot 7^2 \cdot 11^3)$.

190 **a.** $(3^5 \cdot 5^2 \cdot 13 \cdot 17) : (3^4 \cdot 5^2 \cdot 13)$; **b.** $(3^5 \cdot 5 \cdot 7^4 \cdot 17^2) : (3^4 \cdot 7^4 \cdot 17)$.

7 L'insieme dei divisori di un numero

teoria pag. 88

Applicazione

Mediante la scomposizione in fattori primi determina tutti i divisori dei seguenti numeri.

191 **a.** 5; **b.** 6; **c.** 8; **d.** 12.

192 **a.** 45; **b.** 28; **c.** 36; **d.** 50.

193 **a.** 65; **b.** 42; **c.** 96; **d.** 108.

194 **a.** 60; **b.** 75; **c.** 81; **d.** 95.

195 **a.** 68; **b.** 77; **c.** 80; **d.** 88.

196 **a.** 100; **b.** 91; **c.** 97; **d.** 57.

197 **a.** 51; **b.** 105; **c.** 142; **d.** 78.

198 **a.** 116; **b.** 120; **c.** 135; **d.** 160.

199 **a.** 128; **b.** 210; **c.** 324; **d.** 500.

200 **a.** 625; **b.** 800; **c.** 1000; **d.** 1250.

201 **a.** 1 250; **b.** 1 500; **c.** 3 000; **d.** 4 500.

8 Il Massimo Comune Divisore (M.C.D.)

teoria pag. 89

- Il **M.C.D.** di due o più numeri è il maggiore tra i divisori comuni ai numeri dati;
- se due o più numeri sono tali che il minore di essi è divisore di ciascuno degli altri, quest'ultimo è il M.C.D. dei numeri dati;
- due o più numeri sono **primi tra loro** se hanno 1 come M.C.D.;
- per calcolare il M.C.D. di due o più numeri, con il metodo della scomposizione in fattori primi, si scompongono i numeri dati in fattori primi, poi si moltiplicano tra di loro tutti i fattori comuni, presi ciascuno una sola volta e con l'esponente minore.

Comprensione della teoria

202 Il M.C.D. di due numeri è:
a. il minimo divisore comune; **b.** il divisore maggiore comune ad entrambi i numeri;
c. uno fra i divisori comuni; **d.** il minore fra i due numeri.

203 Elenca i divisori di 24 e i divisori di 36 e sottolinea i divisori comuni ai due numeri. Come si chiama il maggiore dei divisori comuni?

204 Stabilisci quali tra le seguenti coppie di numeri hanno M.C.D. = 1. Come si definiscono tali numeri?
a. (9, 10); **b.** (20, 22); **c.** (36, 37); **d.** (10, 20).

Scrivi al posto dei puntini un numero tale da verificare le seguenti uguaglianze.

205 **a.** M.C.D. (5, ...) = 5; **b.** M.C.D. (....., 10) = 10; **c.** M.C.D. (2, ...) = 2.

206 **a.** M.C.D. (8, ...) = 1; **b.** M.C.D. (....., 30) = 30; **c.** M.C.D. (12, ...) = 12.

207 Per determinare il M.C.D. dei numeri 15 e 10 con il metodo delle divisioni successive bisogna:
a. analizzare il resto della divisione fra 15 e 10;
b. verificare che il quoziente fra i due numeri sia uguale a 0;
c. dividere 15 con 10 e successivamente dividere il divisore 10 con il resto 5;
d. dividere fra loro il 15 con il 10.

Applicazione

Elenca i divisori di ogni numero delle seguenti coppie e scegli poi, per ciascuna di esse, il M.C.D.

208 **a.** (6, 12); **b.** (18, 12); **c.** (6, 15); **d.** (9, 18).

209 **a.** (12, 20); **b.** (9, 15); **c.** (10, 15); **d.** (6, 10).

210 **a.** (15, 18); **b.** (16, 18); **c.** (15, 20); **d.** (16, 20).

211 **a.** (12, 20); **b.** (24, 16); **c.** (60, 24); **d.** (30, 22).

Calcola mentalmente il M.C.D. delle seguenti coppie di numeri.

212 **a.** (15, 9); **b.** (24, 12); **c.** (2, 5); **d.** (2, 6).

213 **a.** (10, 8); **b.** (8, 20); **c.** (12, 5); **d.** (20, 40).

214 **a.** (24, 36); **b.** (18, 27); **c.** (6, 54); **d.** (12, 20).

215 **a.** (50, 51); **b.** (36, 40); **c.** (5, 10); **d.** (26, 27).

Calcola il M.C.D. di ciascuno dei seguenti gruppi di numeri mediante la fattorizzazione.

216 Esercizio guida

(120, 250).

Svolgimento

$$\begin{array}{r|l} 120 & 2 \cdot 5 \\ \ldots\ldots & 2 \\ \ldots\ldots & 2 \\ \ldots\ldots & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 250 & 2 \cdot 5 \\ \ldots\ldots & 5^2 \\ 1 & \end{array}$$

$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$ $\quad$ $250 = 2 \cdot 5^3$ $\quad$ Pertanto M.C.D. (120, 250) = ... = 10.

217 a. (5, 11); b. (60, 72); c. (16, 21). [1; 12; 1]
218 a. (24, 30); b. (14, 15); c. (80, 108). [6; 1; 4]
219 a. (36, 21); b. (42, 36); c. (48, 50). [3; 6; 2]
220 a. (85, 255); b. (32, 40); c. (40, 50). [85; 8; 10]
221 a. (60, 80); b. (90, 135); c. (160, 70). [20; 45; 10]
222 a. (90, 120); b. (70, 25); c. (480, 210). [30; 5; 30]
223 a. (84; 126); b. (126; 882); c. (110 28). [42; 126; 2]
224 a. (132, 22); b. (100, 80); c. (156, 100). [22; 20; 4]
225 a. (330, 700); b. (70, 325); c. (48, 242). [10; 5; 2]
226 a. (1650, 420); b. (140, 550); c. (252, 154). [30; 10; 14]
227 a. (132, 436); b. (1245, 166); c. (84, 66). [4; 83; 6]
● 228 a. (500, 600); b. (525, 650); c. (720, 840). [100; 25; 120]
● 229 a. (900, 810); b. (1250, 3120); c. (1425, 1650). [90; 10; 75]
● 230 a. (1575, 4125); b. (3528, 5346); c. (3375, 1400). [75; 18; 25]
● 231 a. (4725, 6804); b. (3645, 9072); c. (5145, 5292). [189; 81; 147]
● 232 a. (3520, 4752); b. (3993, 6534); c. (4212, 2925). [176; 363; 117]
● 233 a. (7056, 2205); b. (3135, 2375); c. (3312, 3105). [441; 95; 207]
● 234 a. (4160, 8424); b. (3840, 6048); c. (8400, 4050). [104; 96; 150]
● 235 a. (6624, 8096); b. (5625, 5250); c. (6655, 9075). [736; 375; 605]
● 236 a. (3240, 6075); b. (5376, 3456); c. (5775, 6050). [405; 384; 275]
● 237 a. (5082, 4851); b. (3381, 4025); c. (3625, 6525). [231; 161; 725]
● 238 a. (5600, 6012); b. (7053, 7326); c. (8412, 9990). [4; 3; 6]
● 239 a. (6615, 5250); b. (9792, 7480); c. (6912, 7776). [105; 136; 864]
● 240 a. (8208, 8512); b. (6075, 6750); c. (5103, 4536). [304; 675; 567]
● 241 a. (8, 13, 15); b. (18, 20, 50); c. (420, 350, 215). [1; 2; 5]
● 242 a. (45, 60, 80); b. (360, 441, 231); c. (102, 150, 180). [5; 3; 6]
● 243 a. (92, 161, 506); b. (198, 594, 396); c. (256, 320, 160). [23; 198; 32]
● 244 a. (216, 336, 324); b. (240, 1350, 1008); c. (500, 625, 850). [12; 6; 25]
● 245 a. (192, 648, 840); b. (375, 450, 875); c. (567, 945, 756). [24; 25; 189]
● 246 a. (700, 975, 525); b. (567, 882, 504); c. (891, 594, 792). [25; 63; 99]
● 247 a. (903, 729, 495); b. (575, 690, 920); c. (783, 522, 696). [3; 115; 87]
● 248 a. (624, 468, 520); b. (775, 930, 620); c. (726, 363, 968). [52; 155; 121]
● 249 a. (864, 504, 648); b. (726, 594, 528); c. (784, 980, 588). [72; 66; 196]
● 250 a. (513, 855, 684); b. (648, 576, 864); c. (464, 928, 348). [171; 72; 116]
● 251 a. (567, 882, 504); b. (900, 830, 840); c. (408, 612, 714). [63; 10; 102]
● 252 a. (675, 450, 1000); b. (792, 594, 990); c. (945, 630, 315). [25; 198; 315]
●● 253 a. (4225, 8281, 1859); b. (3300, 2200, 7920); c. (1200, 750, 3424). [169; 220; 2]
●● 254 a. (5184, 3888, 6912); b. (3375, 6075, 5400); c. (9375, 3354, 5250). [432; 675; 3]

●●**255** **a.** (9261, 6174, 3528); **b.** (2662, 3630, 4840); **c.** (2079, 5082, 3696). [441; 242; 231]

●●**256** **a.** (4992, 2800, 2600); **b.** (2700, 4860, 4320); **c.** (9604, 3136, 3528). [8; 540; 196]

●●**257** **a.** (2375, 2565, 3860); **b.** (8967, 2277, 3312); **c.** (5022, 2976, 6510). [5; 3; 186]

●●**258** **a.** (2394, 3325, 4256); **b.** (6864, 5000, 3680); **c.** (2925, 2145, 7020). [133; 8; 195]

●●**259** **a.** (90, 378, 792, 8712); **b.** (1040, 2600, 1625, 4225); **c.** (100, 220, 356, 282). [18; 65; 2]

●●**260** **a.** (375, 675, 405, 420); **b.** (567, 441, 252, 693); **c.** (288, 648, 504, 360). [15; 63; 72]

●●**261** **a.** (416, 572, 364, 468); **b.** (825, 495, 440, 935); **c.** (729, 324, 810, 891). [52; 55; 81]

●●**262** **a.** (576, 448, 704, 512); **b.** (980, 616, 756, 364); **c.** (875, 735, 315, 385). [64; 28; 35]

●●**263** **a.** (561, 459, 510, 816); **b.** (234, 351, 819, 702); **c.** (891, 792, 495, 693). [51; 117; 99]

●●**264** **a.** (336, 378, 588, 462); **b.** (624, 728, 936, 520); **c.** (680, 425, 935, 510). [42; 104; 85]

●●**265** **a.** (504, 756, 1008, 1344); **b.** (420, 924, 1764, 2772); **c.** (144, 620, 460, 840). [84; 84; 4]

●●**266** **a.** (3264, 5508, 7140, 6732); **b.** (3087, 3969, 7056, 4851); **c.** (2500, 3000, 3500, 4000). [204; 441; 500]

●●**267** **a.** (2500, 2250, 2750, 5250); **b.** (4375, 3150, 3675, 2800); **c.** (1350, 3330, 1080, 3150). [250; 175; 90]

●●**268** **a.** (1936, 4356, 7260, 5324); **b.** (3888, 2268, 2592, 8748); **c.** (1680, 5820, 7200, 5460). [484; 324; 60]

●●**269** **a.** (2288, 2808, 2600, 5096); **b.** (4617, 2736, 7695, 7524); **c.** (4005, 3006, 5004, 6003). [104; 171; 9]

●●**270** **a.** (2475, 4400, 5775, 3025); **b.** (3136, 2156, 4900, 3332); **c.** (3240, 4320, 2340, 4230). [275; 196; 90]

●●**271** **a.** (4375, 4725, 7875, 2450); **b.** (2464, 3388, 4158, 9702); **c.** (4005, 3420, 6102, 7002). [175; 154; 9]

●●**272** **a.** (9000, 1944, 2304, 6048); **b.** (2160, 4860, 2700, 3780); **c.** (7500, 6210, 3903, 5100). [72; 540; 3]

Il M.C.D. con il metodo delle divisioni successive

l'approfondimento è a pag. 91

Calcola il M.C.D. dei seguenti gruppi di numeri con il metodo delle divisioni successive.

273 Esercizio guida

(80, 210).

Svolgimento

Dividiamo il maggiore dei due numeri per il minore 210 : 80 = 2 (con resto 50).
Poiché il resto è diverso da zero dividiamo il divisore per il resto fino a quando il resto ottenuto è zero.

- 80 : 50 = 1 (con resto 30)
- 50 : 30 = 1 (con resto 20)
- 30 : 20 = 1 (con resto 10)
- 20 : 10 = 2 (con resto 0)

Avendo ottenuto $r = 0$ l'ultimo divisore (il numero 10) è il M.C.D. cercato; pertanto M.C.D. (80, 210) = 10.

●**274** **a.** (84, 120); **b.** (121, 44); **c.** (210, 240). [12; 11; 30]

●**275** **a.** (56, 24); **b.** (120, 50); **c.** (252, 90). [8; 10; 18]

●**276** **a.** (108, 540); **b.** (350, 112); **c.** (195, 455). [108; 14; 65]

●**277** **a.** (144, 240); **b.** (120, 168); **c.** (432, 504). [48; 24; 72]

●●**278** **a.** (792, 864, 1152); **b.** (1080, 1728, 2592). [72; 216]

●●**279** **a.** (252, 588, 686, 980); **b.** (560, 900, 1260, 585). [14; 5]

9 Il minimo comune multiplo (m.c.m.)

teoria pag. 92

- ✗ Il **m.c.m.** di due o più numeri è il minore tra i multipli comuni ai numeri stessi;
- ✗ se due o più numeri sono tali che il maggiore di essi è multiplo di ciascuno degli altri, quest'ultimo è il m.c.m. dei numeri dati;
- ✗ per calcolare il m.c.m. di due o più numeri, con il metodo della scomposizione in fattori primi, si scompongono i numeri dati in fattori primi, poi si moltiplicano tra di loro tutti i fattori comuni e non comuni, presi ciascuno una sola volta e con l'esponente maggiore.

Comprensione della teoria

280 Trova i multipli comuni di 7 e 9 minori di 331. Ci sono multipli comuni? Come si chiama il minore di essi?

281 Il m.c.m. dei numeri 6 e 4 è: **a.** 1; **b.** 2; **c.** 4; **d.** 12.

282 Per calcolare il m.c.m. di due numeri primi fra loro si deve:
a. moltiplicare fra loro i numeri; **b.** addizionare fra loro i numeri;
c. calcolare i divisori comuni; **d.** addizionare fra loro tutti i fattori primi delle scomposizioni.

283 Elenca i primi dieci multipli di ogni numero delle seguenti coppie di numeri e, per ogni coppia, stabilisci qual è il multiplo comune minore:
a. (3, 4); (4, 5); (4, 6); (6, 7); **b.** (6, 8); (6, 7); (4, 7); (5, 8).

284 Calcola mentalmente il m.c.m. delle seguenti coppie di numeri: **a.** (3, 7); **b.** (13, 9); **c.** (16, 25).

285 Scrivi al posto dei puntini un numero tale da verificare le seguenti uguaglianze:
a. m.c.m. (10, ...) = 20; **b.** m.c.m. (8, ...) = 16; **c.** m.c.m. (6, ...) = 42.

Applicazione

Calcola il m.c.m. di ciascuno dei gruppi di numeri mediante la fattorizzazione.

286 Esercizio guida

(45, 25).

Svolgimento

$$\begin{array}{r|l} 45 & 3 \\ \ldots & \ldots \\ \ldots & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r|l} 25 & \ldots \\ \ldots & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$45 = 3^2 \cdot .....$ $\qquad$ $25 = 5^2$

Pertanto m.c.m. (45, 25) = ... = 225.

287 **a.** (8, 25); **b.** (28, 49); **c.** (36, 48). [200; 196; 144]

288 **a.** (80, 90); **b.** (65, 180); **c.** (360, 216). [720; 2340; 1080]

289 **a.** (72, 96); **b.** (75, 50); **c.** (90, 54). [288; 150; 270]

290 **a.** (96, 80); **b.** (77, 98); **c.** (69, 72). [480; 1078; 1656]

291 **a.** (135, 45); **b.** (75, 85); **c.** (52, 78). [135; 1275; 156]

292 **a.** (88, 66); **b.** (48, 96); **c.** (93, 62). [264; 96; 186]

293 **a.** (56, 63); **b.** (78, 65); **c.** (24, 70). [504; 390; 840]

294 **a.** (560, 315); **b.** (352, 400); **c.** (95, 180). [5040; 8800; 3420]

295 **a.** (600, 900); **b.** (252, 588); **c.** (686, 980). [1800; 1764; 6860]

296 **a.** (315, 294); **b.** (693, 525); **c.** (90, 300). [4410; 17325; 900]

297 **a.** (300, 280); **b.** (90, 220); **c.** (378, 792). [4200; 1980; 16632]

298 **a.** (336, 154); **b.** (432, 630); **c.** (784, 504). [3696; 15120; 7056]

299 **a.** (576, 432); **b.** (450, 675); **c.** (484, 847). [1728; 1350; 3388]

300 **a.** (264, 594); **b.** (560, 420); **c.** (810, 450). [2376; 1680; 4050]

301 **a.** (1424, 445); **b.** (486, 567); **c.** (702, 624). [7120; 3402; 5616]

302 **a.** (252, 378); **b.** (980, 735); **c.** (726, 968). [756; 2940; 2904]

303 **a.** (456, 532); **b.** (552, 414); **c.** (775, 620). [3192; 1656; 3100]

304 **a.** (500, 600); **b.** (525, 625); **c.** (720, 840). [3000; 13125; 5040]

● 305 **a.** (60, 14, 40); **b.** (50, 15, 72); **c.** (75, 80, 90). [840; 1800; 3600]

● 306 **a.** (50, 60, 70); **b.** (25, 150, 60); **c.** (45, 70, 120). [2100; 300; 2520]

● 307 **a.** (280, 560, 210); **b.** (165, 330, 220); **c.** (150, 250, 400). [1680; 660; 6000]

● 308 **a.** (120, 810, 150); **b.** (270, 150, 450); **c.** (175, 325, 350). [16200; 1350; 4550]

● 309 **a.** (44, 242, 66); **b.** (8, 36, 216, 360); **c.** (12, 40, 150, 220). [1452; 1080; 6600]

● 310 **a.** (189, 441, 567); **b.** (240, 120, 60); **c.** (216, 1008, 480). [3969; 240; 30240]

● 311 **a.** (256, 320, 160); **b.** (500, 625, 1000); **c.** (600, 2160, 1440). [1280; 5000; 21600]

● 312 **a.** (520, 702, 2080); **b.** (308, 2275, 676); **c.** (400, 764, 280). [56160; 1301300; 534800]

● 313 **a.** (420, 225, 900); **b.** (210, 525, 735); **c.** (1300, 6760, 600). [6300; 7350; 101400]

●● 314 **a.** (1575, 1400, 280); **b.** (90, 252, 196, 540); **c.** (100, 220, 350, 280). [12600; 26460; 15400]

●● 315 **a.** (28, 294, 84, 686); **b.** (70, 175, 245, 35); **c.** (320, 360, 2600, 2080). [4116; 2450; 187200]

●● 316 **a.** (182, 1274, 364, 728); **b.** (910, 364, 728, 1456); **c.** (900, 2160, 480, 6760). [5096; 7280; 3650400]

●● 317 **a.** (432, 288, 384, 720); **b.** (150, 225, 450, 525); **c.** (198, 990, 528, 330). [17280; 3150; 7920]

●● 318 **a.** (224, 336, 784, 448); **b.** (585, 936, 702, 351); **c.** (600, 1400, 1000, 1800). [9408; 14040; 19800]

●● 319 **a.** (291, 679, 2716, 1164); **b.** (605, 165, 110, 220); **c.** (243, 729, 486, 324). [8148; 7260; 2916]

●● 320 **a.** (308, 924, 616, 1386); **b.** (1331, 242, 484, 968); **c.** (252, 567, 189, 126). [5544; 10648; 2268]

●● 321 **a.** (1701, 2835, 5103, 567); **b.** (225, 375, 1125, 675); **c.** (2079, 1386, 2772, 4158). [25515; 3375; 8316]

Il m.c.m. con il metodo delle divisioni successive

l'approfondimento è a pag. 94

Calcola il m.c.m. dei seguenti gruppi di numeri con il metodo delle divisioni successive.

● 322 **Esercizio guida**

(45, 70)

Svolgimento

Calcoliamo il M.C.D. dei due numeri.

- $70 : 45 = 1$ (con resto .....)
- $45 : ..... = 1$ (con resto 20)
- $25 : 20 = 1$ (con resto .....)
- $20 : ..... = 4$ (con resto 0)

Quindi M.C.D. (45, 70) = ...

Dividiamo ora uno dei due numeri dati, ad esempio 45, per il M.C.D. 45 : ..... = ...

Moltiplichiamo il quoziente ottenuto (9) per l'altro numero (.....) → ..... · ..... = 630.

Pertanto m.c.m. (45, 70) = 630.

323 **a.** (60, 40); **b.** (150, 90); **c.** (1800, 240). [120; 450; 3600]

324 **a.** (990, 246); **b.** (320, 190); **c.** (125, 1400). [40590; 6080; 7000]

325 **a.** (175, 189); **b.** (165, 1125); **c.** (735, 175). [4725; 12375; 3675]

10 I problemi e il calcolo di M.C.D. e m.c.m

teoria pag. 95

Applicazione

326 Un tappezziere, da tre rotoli di carta da parati color fantasia, lunghi rispettivamente 160 m, 200 m e 250 m, vuole ottenere dei tagli di carta, tutti uguali, della massima lunghezza possibile e senza avanzi di carta. Quanto deve essere lungo ogni taglio? [10 m]

327 Una ditta programma ogni 45 giorni la riunione dei commessi viaggiatori, ogni 40 giorni quella dei magazzinieri ed ogni 15 giorni quella delle cassiere. Se oggi si sono tenute tutte e tre le riunioni, tra quanti giorni si ripeterà la coincidenza? [360 giorni]

328 Un rappresentante di videogame visita tre negozi diversi rispettivamente ogni 3 mesi, ogni 2 mesi e ogni 5 mesi. Se oggi ha visitato contemporaneamente i tre negozi, dopo quanti mesi li visiterà ancora contemporaneamente? [30 mesi]

329 Tre operai lavorano nello stesso reparto di un'industria. I turni dei tre operai durano rispettivamente 18, 12 e 30 giorni. Se iniziano il turno assieme fra quanti giorni i tre operai si incontreranno nuovamente nello stesso turno di lavoro? [180]

330 Lungo una strada provinciale si incontrano un semaforo ogni 1000 m, una striscia pedonale ogni 250 m e un lampione ogni 50 m. Ogni quanti metri si incontreranno insieme un semaforo, una striscia e un lampione? [1000 m]

331 Un fornaio ha prodotto 400 focaccine e 720 pizzette; volendole disporre in cartocci tutti uguali e del massimo contenuto possibile, quanti cartocci gli serviranno? [80]

332 Tre segmenti sono lunghi rispettivamente 3,6 cm, 4,8 cm e 6 cm. Se ciascun segmento deve essere diviso in parti uguali e della maggiore lunghezza possibile, quanto sarà lunga ogni parte? [1,2 cm]
(Suggerimento: trasforma le lunghezze in mm)

333 Tre lampade si accendono ad intermittenza; la prima si accende ogni 15 secondi, la seconda ogni 20 e la terza ogni 35 secondi. Ogni quanti secondi si accenderanno contemporaneamente le tre lampade? [420 secondi]

334 Tre ragazzi giocano a correre sui roller intorno ad una pista e impiegano rispettivamente 5^m, 6^m e 3^m a fare un giro completo. Se partono insieme, dopo quanti minuti ripasseranno ancora insieme dal punto di partenza? [30^m]

335 La mamma di Paolo innaffia i gerani del suo terrazzo ogni 3 giorni e quelli del giardino ogni 5 giorni. Se li ha innaffiati tutti il martedì dopo quanti giorni li innaffierà nuovamente tutti? In che giorno della settimana? [15; mercoledì]

336 Tre autobus partono dalla stessa stazione alle ore 9 del mattino. Per fare il loro giro in città impiegano rispettivamente 30, 40 e 36 minuti. A che ora partiranno nuovamente dalla stazione contemporaneamente? [15]

337 Tre hostess volano periodicamente a Londra. La prima ogni 15 giorni, la seconda ogni 10 giorni e la terza ogni 18 giorni. Se oggi sono tutte e tre a Londra, tra quanti giorni partiranno dallo stesso scalo e quante volte all'anno? (Suggerimento: considera l'anno di 360 giorni) [90; 4]

● **338** In una scuola vi sono 410 maschi e 420 femmine. Dovendo partecipare ad una corsa campestre gli alunni vengono suddivisi in squadre maschili e femminili dello stesso numero, il maggiore possibile. Quanti partecipanti ci sono in ogni squadra? Quante sono le squadre maschili e quante quelle femminili? [10; 41; 42]

● **339** Ad una gita scolastica partecipano gli alunni di due scuole dello stesso Comune. Sono stati prenotati alcuni autobus in modo che in ciascuno di essi trovi posto il maggior numero di studenti e siano tutti della stessa scuola. Sapendo che gli alunni della prima scuola sono 144 e quelli della seconda 240, calcola quanti posti sono occupati su ogni pullman e il numero di pullman che devono essere prenotati? [48; 8]

● **340** Con 20 caramelle alla menta, 30 alla fragola e 45 all'anice, quanti gruppi uguali tra loro, contenenti il maggior numero possibile di caramelle e lo stesso numero di ogni gusto, si possono formare senza che avanzi nessuna caramella? In ogni gruppo quante caramelle alla menta, alla fragola e all'anice ci sono? Quante caramelle ci sono per ogni gruppo? [5; 4; 6; 9; 19]

● **341** Un fiorista riceve l'ordine di preparare il maggior numero possibile di cassettine di fiori assortiti contenenti tutte lo stesso numero di fiori. Il fiorista ha nella serra 1200 rose rosse, 1000 azalee ed 800 gardenie. Quante cassettine riuscirà a preparare? Quanti fiori riuscirà a mettere in ogni cassettina? [200; 15]

● **342** Tre ciclisti di tre categorie diverse impiegano rispettivamente 10, 12 e 15 secondi per fare un giro di pista. Se partono insieme, dopo quanti secondi ripasseranno ancora insieme dal punto di partenza? [60 secondi]

● **343** Il proprietario di un'enoteca dispone di tre botti contenenti rispettivamente 180 litri di vino rosé, 150 litri di vino rosso e 200 litri di vino bianco. Vuole travasarlo in contenitori di vetro, tutti uguali fra loro e con la capacità massima. Calcola quale deve essere la capacità di ciascun contenitore, quanti contenitori servono complessivamente e quanti per ogni quantità di vino. [10 litri; 53; 18; 15; 20]

● **344** In una scuola di Madrid 360 alunni studiano la lingua italiana, 288 il francese e 180 l'inglese. Gli alunni devono essere inseriti in aule con lo stesso numero di posti e della massima capienza possibile, affinché in nessuna aula rimangano posti vuoti e si possa studiare la stessa lingua; quanti posti dovrà avere ciascuna aula e quante aule sono necessarie? [36 posti, 23 aule]

● **345** Due nastri trasportatori in movimento hanno uno 144 rulli cilindrici e l'altro 192; se in un dato istante sono a contatto due rulli specifici, dopo quanti giri gli stessi due rulli saranno di nuovo a contatto? [4 giri e 3 giri]

● **346** Da un terreno rettangolare, i cui lati misurano rispettivamente 320 m e 240 m, si vogliono ottenere il minor numero possibile di lotti a forma quadrata. Quanto deve misurare il lato di ogni quadrato e quanti lotti quadrati si possono ottenere? [80 m; 12]

● **347** Un fioraio ha 360 rose, 504 mazzetti di viole del pensiero e 648 ciclamini; decide di confezionarle in contenitori di plastica trasparente tutti uguali e in modo che ogni confezione contenga solo lo stesso tipo di fiore, quanti fiori dello stesso tipo conterrà ogni confezione? [72]

● **348** Per preparare delle confezioni regalo il proprietario di un'enoteca ha a disposizione 184 bottiglie di brandy; 207 di amaro, 138 di limoncello e 345 di whisky. Sapendo che ogni confezione deve contenere lo stesso numero di bottiglie delle varie tipologie, quante confezioni potrà preparare al massimo il proprietario dell'enoteca? Quante bottiglie dei vari tipi di liquore ci saranno in ogni confezione? [23; 8; 9; 6; 15]

● **349** La mamma di Sara ha preparato l'albero di Natale utilizzando luci intermittenti di vario colore. Le luci rosse si accendono ogni 5 secondi, quelle verdi ogni 4 secondi, quelle azzurre ogni 8 secondi e quelle arancione ogni 10 secondi. Calcola ogni quanti secondi l'albero di Natale resta completamente illuminato. [40]

●● **350** Carlo vuole sistemare i suoi CD su alcune mensole, poste su piani diversi, contenenti tutte lo stesso numero di CD e in modo che questo numero sia il massimo possibile. Sapendo che i CD di musica italiana sono 140, quelli di musica classica 65, quelli di jazz 90 e quelli di blues 80, calcola quante mensole occuperà e quanti CD dello stesso tipo potrà sistemare su ogni ripiano. [5; 28; 13; 18; 16]

●● **351** Quattro gomitoli di nastro adesivo sono lunghi rispettivamente 40 m, 15 m, 20 m e 30 m. Per legare dei pacchi occorre tagliare il nastro in parti uguali, della massima lunghezza possibile e senza scarti. Calcola la lunghezza di ciascuna parte e quante parti si potranno ottenere. [5; 21]

Verifica la tua preparazione eseguendo i seguenti esercizi relativi agli obiettivi di **conoscenza**. Controlla quindi l'esattezza delle soluzioni alla fine del volume ed assegnati un punto per ciascun esercizio svolto correttamente.

✗ Il concetto di multiplo e divisore di un numero

1 Completa la seguente definizione:
i multipli di un numero sono costituiti dall'insieme dei .... ottenuti .... quel numero per la successione dei numeri ....

2 I multipli di 4 minori di 28 sono:
a. 8; 12; 16; 20; 24; 28; **b.** 4; 8; 12; 16; 20; 24; 28;
c. 4; 8; 12; 16; 20; 24; **d.** 1; 4; 8; 12; 16; 20; 24.

3 Quali sono i divisori del numero 15?
a. 1; 3; 5; **b.** 3; 5; 15; **c.** 1; 3; 5; 15; **d.** 1; 3; 5; 10; 15.

✗ I criteri di divisibilità

4 Indica quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali false.
Un numero è divisibile per:
a. 3 quando la sua ultima cifra è dispari V F
b. 2 quando la sua ultima cifra è pari V F
c. 5 quando termina per 0 o per 5 V F
d. 4 quando l'ultima cifra è divisibile per 4. V F

5 Il numero 54 è divisibile:
a. solo per 2; **b.** per 2 e 4; **c.** solo per 3; **d.** per 2 e 3.

6 Un numero si dice primo quando è divisibile:
a. soltanto per se stesso; **b.** per 1, per se stesso e per qualche altro numero;
c. per 1 e per se stesso; **d.** nessuna delle precedenti.

7 Quale tra i seguenti numeri non è primo? **a.** 2; **b.** 3; **c.** 8; **d.** 11.

8 Qual è la corretta scomposizione in fattori primi del numero 180?
a. $2 \cdot 3^2 \cdot 5$; **b.** $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$; **c.** $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$; **d.** $36 \cdot 5$.

✗ Il significato di M.C.D. e m.c.m.

9 Qual è il M.C.D. fra i numeri 3 e 5? **a.** 5; **b.** 1; **c.** 3; **d.** non esiste.

10 Il m.c.m. di due o più numeri è:
a. il minore fra i numeri dati; **b.** uno fra i multipli comuni;
c. il minore tra i multipli comuni ai numeri stessi; **d.** il maggiore tra i divisori comuni ai numeri dati.

11 Il m.c.m. fra 18 e 36 è: **a.** 18; **b.** 9; **c.** 36; **d.** 72.

Autovalutazione Punteggio conseguito ..... / 11

Da 0 a 3: Non conosci gli argomenti trattati nel capitolo. **Devi ristudiarlo**.
Da 4 a 7: Conosci solo superficialmente i contenuti del capitolo. **Devi ripassare** gli argomenti corrispondenti alle conoscenze non acquisite.
Da 8 a 11: Conosci in modo sufficientemente approfondito i contenuti del capitolo. **Puoi affrontare il prossimo capitolo**.

Verifica la tua preparazione eseguendo i seguenti esercizi relativi agli obiettivi di **abilità**. Controlla quindi l'esattezza delle soluzioni alla fine del volume ed assegnati un punto per ciascun esercizio svolto correttamente.

✗ Calcolare i multipli e/o i divisori di un numero applicando i criteri di divisibilità

1 Senza svolgere alcuna divisione stabilisci quale fra i seguenti numeri è multiplo di 3:
a. 46678; **b.** 8011235; **c.** 2589630; **d.** nessuno fra i precedenti.

2 Senza svolgere alcuna divisione stabilisci quale fra i seguenti numeri è multiplo di 4:
a. 1254782; **b.** 156324; **c.** 125874; **d.** nessuno fra i precedenti.

3 Il numero 1456820:
a. è divisibile per 3; **b.** è divisibile per 9; **c.** è divisibile per 5; **d.** nessuno fra i precedenti.

4 Il numero 15684 è divisibile contemporaneamente per:
a. 2 e 3; **b.** 4 e 5; **c.** 2 e 9; **d.** 3 e 11.

5 Sostituisci al posto dei puntini una fra le seguenti cifre in modo che il numero 9292... risulti divisibile per 11.
a. 5; **b.** 4; **c.** 8; **d.** 2.

6 Calcola i divisori del numero 12.

✗ Calcolare il M.C.D. e il m.c.m.

7 Il M.C.D. (195, 325) è:
a. 65; **b.** 975; **c.** 195; **d.** nessuno fra i precedenti.

8 Il m.c.m. (135, 80) è:
a. 1; **b.** 5; **c.** 2160; **d.** 10800.

9 Calcola m.c.m e M.C.D. delle seguenti coppie di numeri:
a. (150, 1750); **b.** (675, 2250); **c.** (315, 525); **d.** (2700, 3240).

10 Calcola il M.C.D. delle seguenti coppie di numeri con il metodo delle divisioni successive:
a. (270, 132); **b.** (432, 450).

11 I soldati di una compagnia vengono disposti secondo un allineamento prima per 4, poi per 5 e infine per 6. Sapendo che in una compagnia ci sono più di 100 soldati e che nei vari allineamenti rimane sempre un soldato fuori dalla linea, calcola il totale dei soldati.

12 Nel porto di Genova arrivano periodicamente quattro navi da crociera. La prima ogni 10 giorni, la seconda ogni 12 giorni, la terza ogni 20 giorni e la quarta ogni 30 giorni. Sapendo che le quattro navi si sono trovate insieme nello stesso porto il 10 luglio, in quale data si ritroveranno ancora insieme a Genova?

Autovalutazione Punteggio conseguito ..... / 12

Da 0 a 4: Non hai sviluppato adeguate abilità. Devi studiare nuovamente il capitolo ed eseguire tutti gli **esercizi del recupero**.

Da 5 a 8: Non possiedi le abilità richieste. Prima di affrontare gli **esercizi di consolidamento** devi svolgere gli **esercizi del recupero** relativi alle abilità non ancora acquisite.

Da 9 a 12: Hai raggiunto pienamente le abilità specifiche del capitolo. Puoi affrontare gli **esercizi per il potenziamento** e le **gare della matematica**.

✗ Calcolare i multipli e/o i divisori di un numero applicando i criteri di divisibilità

1 Vero o Falso?

Stabilisci quali delle seguenti affermazioni sono errate e correggi gli errori.

a. I multipli di un numero si ottengono moltiplicando quel numero per la successione dei suoi divisori. V F
b. Il numero 0 è multiplo di tutti i numeri. V F
c. Il numero 1 è multiplo di tutti i numeri. V F
d. Il numero 144 è un multiplo del numero 3. V F
e. I multipli di un numero diverso da zero sono infiniti. V F
f. I multipli di 5 minori di 40 sono: 10, 15, 20, 25, 30, 35. V F

2 Calcola i primi cinque multipli dei seguenti numeri:
a. 2; **b.** 5; **c.** 8; **d.** 9.

3 Calcola almeno tre multipli dei seguenti numeri compresi fra 60 e 90:
a. 5; **b.** 7; **c.** 8; **d.** 9.

4 Dopo aver determinato i primi dieci multipli dei numeri 4 e 5 individua i multipli comuni dei due numeri.

5 Vero o Falso?

Stabilisci quali delle seguenti affermazioni sono errate e correggi gli errori.

a. Se la divisione $a : b$ porta a un resto $r \neq 0$ allora si dice che b è un divisore di a. V F
b. Il numero 0 è divisore di tutti i numeri. V F
c. Il numero 1 è divisore di tutti i numeri. V F
d. Il numero 15 ha complessivamente quattro divisori. V F
e. Un numero si dice primo se non ha alcun divisore. V F

6 Calcola tutti i divisori dei seguenti numeri:
a. 18; **b.** 14; **c.** 8; **d.** 13; **e.** 28.

7 Quali dei seguenti numeri sono numeri composti?
a. 17; **b.** 43; **c.** 57; **d.** 121; **e.** 200.

8 Quali dei seguenti numeri sono numeri primi?
a. 9; **b.** 13; **c.** 31; **d.** 33; **e.** 41.

9 Vero o Falso?

Stabilisci quali delle seguenti affermazioni sono errate e correggi gli errori.

a. Un numero è divisibile per 2 se la sua ultima cifra è un numero primo. V F
b. Un numero è divisibile per 3 se la somma delle sue cifre è un divisore di 3. V F
c. Un numero è divisibile per 4 se le ultime due cifre formano un multiplo di 4. V F
d. Un numero è divisibile per 5 se termina con 0 o con 5. V F
e. Un numero è divisibile per 9 se la somma delle sue cifre è un multiplo di 9. V F
f. Un numero è divisibile per 10 se l'ultima cifra è pari. V F
g. Un numero è divisibile per 11 se la differenza tra la somma delle cifre di posto dispari e quella di posto pari (o viceversa) è 0 oppure un multiplo di 11. V F

h. Un numero è divisibile per 25 se le ultime due cifre formano un multiplo di 25 oppure sono due zeri. V F

i. 128 è divisibile per 4. V F

l. 987654 è divisibile per 11. V F

m. La somma di due numeri dispari è sempre divisibile per 2. V F

10 Sottolinea tra i seguenti numeri quelli divisibili per 2:
42; 51; 64; 82; 105; 80; 95; 86; 48.

11 Sottolinea tra i seguenti numeri quelli divisibili per 3:
85; 68; 156; 35; 88; 81; 76; 57; 518.

12 Sottolinea tra i seguenti numeri quelli divisibili per 4:
82; 274; 776; 556; 626; 1280; 2424.

13 Sottolinea tra i seguenti numeri quelli divisibili per 5:
65; 128; 140; 650; 1230; 4280; 425.

14 Sottolinea tra i seguenti numeri quelli divisibili per 9:
715; 891; 585; 51250; 792; 912; 936.

15 Sottolinea tra i seguenti numeri quelli divisibili per 11:
165; 638; 257; 91817; 255; 187; 469.

16 Vero o Falso?

Stabilisci quali delle seguenti affermazioni sono errate e correggi gli errori.

a. La scomposizione in fattori primi del numero 12 è $4 \cdot 3$. V F

b. La tecnica della scomposizione in fattori primi termina quando si trova come ultimo resto il numero 0. V F

17 Esercizio guida

Scomponiamo in fattori primi il numero 552.

Svolgimento

Si utilizzano i criteri di divisibilità per stabilire (senza svolgere la divisione) uno dei divisori, si scrive il divisore trovato sulla destra e si riporta il risultato della divisione sotto al numero, quindi si applica nuovamente il procedimento fino a trovare nella colonna di sinistra il numero .....; il risultato della fattorizzazione è il .... dei divisori (colonna di destra).

552	2
.....	2
.....	.....
.....	3
23	23
1	

da cui $552 = 2^{\cdots} \cdot 3 \cdot ....$

Poiché il risultato finale della fattorizzazione consiste nel prodotto dei divisori non è importante l'ordine con cui vengono svolte le divisioni successive; avremmo infatti potuto svolgere le seguenti divisioni:

552	3
184	2
92	2
46	23
2	2
1	

ottenendo comunque $552 = 2^3 \cdot 3 \cdot 23$.

Scomponi i seguenti numeri in fattori primi.

18 **a.** 1026; **b.** 912; **c.** 195; **d.** 450; **e.** 252; **f.** 445; **g.** 168.

19 **a.** 1056; **b.** 825; **c.** 642; **d.** 815; **e.** 1344; **f.** 384; **g.** 1215.

✗ Calcolare il M.C.D. e il m.c.m.

20 **Vero o Falso?**

Stabilisci quali delle seguenti affermazioni sono errate e correggi gli errori.

a. Il M.C.D. di due numeri è il più grande dei multipli comuni. V F

b. Il m.c.m. di due numeri è il più piccolo dei multipli comuni. V F

c. Il M.C.D. di due numeri è il prodotto di tutti i fattori comuni ottenuti dalla scomposizione dei numeri. V F

d. Il M.C.D. di due numeri primi fra loro è dato dal prodotto dei due numeri. V F

e. Se due numeri sono tali che il maggiore di essi è multiplo dell'altro numero allora il primo numero è il M.C.D. dei due numeri. V F

21 **Esercizio guida**

Calcoliamo il M.C.D. e il m.c.m. dei numeri 432 e 648.

Svolgimento

- Ricercare il **Massimo Comune Divisore** (indicato con ....) di due o più numeri equivale a calcolare i .... dei numeri dati e selezionare il maggiore fra gli elementi comuni ai due gruppi di divisori.

Per il calcolo del M.C.D. la tecnica più semplice consiste nella scomposizione in fattori primi. Svolgiamo le due scomposizioni:

432	.....	648	2	←
216	.....	.....	2	←
108	.....	.....	2	←
.....	2	.....	3	
.....	3	27	3	←
9	.....	9	3	←
3	3	3	3	←
1		1		

$432 = 2^4 \cdot 3^3$ $\qquad$ $648 = 2^3 \cdot 3^4$

Il M.C.D. (432, 648) è il .... dei fattori comuni alle due scomposizioni (elementi segnalati con freccia rossa) e pertanto

$$\text{M.C.D. } (432, 648) = 2^{\cdots} \cdot 3^{\cdots} = \ldots\ldots..$$

In alternativa avremmo potuto calcolare il M.C.D. (432, 648) osservando che i fattori che danno luogo al risultato sono quelli comuni alle due scomposizioni presi con esponente inferiore.

- Ricercare il **minimo comune multiplo** (indicato con **m.c.m.)** di due o più numeri equivale a calcolare i multipli dei numeri dati e selezionare .... fra gli elementi comuni ai due gruppi di multipli. Per il calcolo del m.c.m. la tecnica più semplice consiste nella scomposizione in fattori primi.

Per ottenere il m.c.m. (432, 648) basta moltiplicare fra loro tutti i fattori comuni e non comuni, presi ciascuno una sola volta con l'esponente .... Otteniamo dunque:

$$\text{m.c.m. } (432, 648) = 2^{\cdots\cdot} \cdot 3^4 = 1\,296.$$

Dopo aver effettuato la scomposizione in fattori primi calcola il M.C.D. delle seguenti coppie di numeri.

22 **a.** 32, 160; **b.** 420, 945; **c.** 740, 490; **d.** 140, 550. [32; 105; 10; 10]

23	**a.** 56, 84;	**b.** 125, 225;	**c.** 105, 175;	**d.** 54, 81.	[28; 25; 35; 27]
24	**a.** 42, 54;	**b.** 112, 252;	**c.** 156, 234;	**d.** 360, 432.	[6; 28; 78; 72]
25	**a.** 96, 88;	**b.** 330, 630;	**c.** 204, 170;	**d.** 264, 396.	[8; 30; 34; 132]
26	**a.** 70, 126;	**b.** 416, 1560;	**c.** 504, 294;	**d.** 605, 484.	[14; 104; 42; 121]
27	**a.** 75, 125;	**b.** 315, 360;	**c.** 343, 441;	**d.** 336, 504.	[25; 45; 49; 168]
28	**a.** 891, 264;	**b.** 256, 288;	**c.** 225, 525;	**d.** 625, 945.	[33; 32; 75; 5]
29	**a.** 60, 100;	**b.** 189, 252;	**c.** 550, 825;	**d.** 882, 1323.	[20; 63; 275; 441]
30	**a.** 81, 135;	**b.** 384, 672;	**c.** 343, 147;	**d.** 756, 396.	[27; 96; 49; 36]

Dopo aver effettuato la scomposizione in fattori primi calcola il m.c.m. delle seguenti coppie di numeri.

31	**a.** 48, 56;	**b.** 84, 96;	**c.** 65, 104;	**d.** 28, 70.	[336; 672; 520; 140]
32	**a.** 52, 78;	**b.** 75, 125;	**c.** 324, 144;	**d.** 256, 384.	[156; 375; 1296; 768]
33	**a.** 78, 65;	**b.** 540, 288;	**c.** 153, 204;	**d.** 686, 882.	[390; 4320; 612; 6174]
34	**a.** 154, 539;	**b.** 513, 855;	**c.** 207, 276;	**d.** 160, 240.	[1078; 2565; 828; 480]
35	**a.** 176, 396;	**b.** 405, 945;	**c.** 392, 588;	**d.** 171, 399.	[1584; 2835; 1176; 1197]
36	**a.** 85, 68;	**b.** 784, 896;	**c.** 729, 162;	**d.** 1176, 882.	[340; 6272; 1458; 3528]
37	**a.** 484, 605;	**b.** 136, 340;	**c.** 186, 217;	**d.** 768, 1728.	[2420; 680; 1302; 6912]
38	**a.** 198, 275;	**b.** 369, 243;	**c.** 348, 203;	**d.** 375, 180.	[4950; 9963; 2436; 4500]
39	**a.** 108, 84;	**b.** 748, 112;	**c.** 136, 306;	**d.** 351, 975.	[756; 20944; 1224; 8775]

Calcola il M.C.D. e il m.c.m. di ognuno dei seguenti gruppi di numeri.

40	**a.** (195, 325);	**b.** (165, 99).	[(65; 975); (33; 495)]
41	**a.** (270, 132);	**b.** (450, 36).	[(6; 5940); (18; 900)]
42	**a.** (1485, 825);	**b.** (1026, 912).	[(165; 7425); (114; 8208)]
43	**a.** (72, 250, 540);	**b.** (300, 90, 450, 600).	[(2; 27000); (30; 1800)]

Risolvi i seguenti problemi che presentano nello svolgimento il calcolo di M.C.D. e m.c.m.

44 Tre aerei di linea partono nello stesso giorno dall'aeroporto della Malpensa di Milano. Dopo quanti giorni si ritroveranno ancora alla Malpensa se il primo vi ritorna ogni 15 giorni, il secondo ogni 20 ed il terzo ogni 35 giorni? [420 giorni]

45 Un fiorista ha a disposizione 24 garofani e 16 rose. Se vuole confezionare il maggior numero di mazzi di fiori contenenti ciascuno lo stesso numero di fiori, quanti mazzi potrà confezionare? [8]

46 Un alunno può suddividere le sue figurine in gruppi uguali di 16, oppure di 36, oppure di 54 figurine. Qual è il minor numero possibile di figurine possedute dall'alunno? [432 figurine]

47 Un commerciante vuole preparare dei cesti regalo. Ha a disposizione 12 bottiglie di amaro, 18 di brandy e 36 di grappa. Se in ogni cesto ci deve essere lo stesso numero di bottiglie dei tre tipi di liquore, calcola quanti cesti potrà preparare al massimo quel commerciante. [6]

48 Mario, per curarsi da una brutta influenza, deve prendere tre medicine diverse. La prima ogni 2 ore, la seconda ogni 4 ore e la terza ogni 6 ore. Se le ha prese tutte e tre assieme alle ore 8, quando dovrà prendere le medicine tutte e tre assieme un'altra volta? [alle ore 20]

Scheda di Valutazione del Recupero

Dopo aver rivisto la teoria e svolto l'attività di recupero, metti alla prova la tua preparazione rispondendo ai seguenti quesiti (scegli tra le soluzioni proposte), controlla l'esattezza delle risposte a pag. 416 e calcola il punteggio ottenuto in base alla griglia. Se hai totalizzato **almeno 12 punti** puoi ritenere colmato il debito, altrimenti riguarda gli argomenti sui quali hai commesso errori.

1 Quanti sono i multipli di un numero?
a. Dipende dal numero; **b.** limitati; **c.** infiniti.

2 Quanti sono i divisori di un numero?
a. Limitati; **b.** infiniti; **c.** dipende dal numero.

3 Il numero 108 è divisibile per:
a. 2; **b.** 2 e 3; **c.** 3 e 5.

4 Il numero 375 è divisibile:
a. per 5; **b.** per 3 e per 5; **c.** per 3.

5 Un numero è primo quando:
a. è divisibile per 1; **b.** è dispari; **c.** è divisibile solo per 1 e per se stesso.

6 Quale delle seguenti scomposizioni in fattori primi corrisponde al numero 420?
a. $2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$; **b.** $2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$; **c.** $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$.

7 Il M.C.D. tra due o più numeri è:
a. il più piccolo divisore comune;
b. il più grande divisore comune;
c. il prodotto dei divisori non comuni.

8 Il M.C.D. di due numeri primi è:
a. il loro prodotto; **b.** il minore dei due; **c.** 1.

9 Il M.C.D. tra i numeri 48 e 72 è:
a. $2 \cdot 3^3 = 54$; **b.** $2^3 \cdot 3 = 24$; **c.** $2^4 \cdot 3^2 = 144$.

10 Il m.c.m. di due o più numeri è:
a. il maggiore dei loro multipli comuni;
b. il minore dei loro multipli comuni;
c. il prodotto dei multipli comuni.

11 Il m.c.m. di due numeri primi è:
a. il maggiore tra di loro; **b.** il loro prodotto; **c.** 1.

12 Il m.c.m. tra i numeri 65 e 45 è:
a. $3^2 \cdot 13 = 117$; **b.** $3^2 \cdot 5 = 45$; **c.** $3^2 \cdot 5 \cdot 13 = 585$.

Attività di consolidamento

1 Scrivi la successione dei multipli di 6 compresi tra 20 e 50.

2 Determina i divisori dei seguenti numeri: **a.** 18; **b.** 25; **c.** 32.

3 Scrivi 5 numeri divisibili:
a. per 2 e non per 3; **b.** per 3 e non per 2; **c.** per 2 e per 3; **d.** per 5 e non per 2;
e. per 5 e non per 3; **f.** per 5 e per 2; **g.** per 5 e per 3.

4 Tra i seguenti numeri individua quelli divisibili per 11:
9; 111; 311; 231; 451; 396; 1101; 13662; 15611.

5 Tra i seguenti numeri individua quelli divisibili per 4 e per 25:
76; 75; 252; 740; 900; 1475; 2532; 12450; 78556.

6 Tra i seguenti numeri individua i numeri primi e i numeri composti:
1; 2; 4; 5; 9; 13; 15; 17; 22; 27; 31.

7 Scomponi in fattori primi i seguenti numeri:
28; 54; 100; 150; 225; 400; 1287.

8 Calcola mentalmente il M.C.D. dei seguenti gruppi di numeri:
a. 18 e 9; **b.** 3 e 7; **c.** 7 e 21; **d.** 6, 24 e 48.

9 Calcola mentalmente il m.c.m. dei seguenti gruppi di numeri:
a. 7 e 14; **b.** 2 e 15; **c.** 10 e 40; **d.** 3, 4, 5.

10 Calcola il M.C.D. dei seguenti gruppi di numeri mediante il metodo della scomposizione in fattori primi:
a. 60, 18; **b.** 174, 222; **c.** 24, 90, 84; **d.** 450, 165, 120. [6; 6; 6; 15]

11 Calcola il m.c.m. dei seguenti gruppi di numeri mediante il metodo della scomposizione in fattori primi:
a. 42, 66; **b.** 900, 810; **c.** 56, 84, 280; **d.** 360, 300, 180. [462; 8100; 840; 1800]

12 Indica quali dei seguenti numeri sono primi:
71; 89; 81; 159; 139; 143; 391.

● **13** Nelle seguenti divisioni applica il criterio generale di divisibilità per stabilire se i due numeri sono tra loro divisibili:
a. 540 : 52; **b.** 812 : 14; **c.** 4928 : 88; **d.** 7688 : 126.

● **14** Calcola l'insieme dei divisori dei seguenti numeri mediante il metodo della scomposizione in fattori primi:
a. 36; **b.** 55; **c.** 80; **d.** 160; **e.** 676.

Calcola il M.C.D. e il m.c.m. delle seguenti terne di numeri.

● **15** **a.** (45; 150; 4500); **b.** (66; 120; 450); **c.** (18; 75; 180). [15, 4500; 6, 19800; 3, 900]

● **16** **a.** (35; 20; 15); **b.** (24; 48; 36); **c.** (21; 45; 84). [5, 420; 12, 144; 3, 1260]

● **17** **a.** (49; 63; 42); **b.** (30; 75; 25); **c.** (90; 120; 180). [7, 882; 5, 150; 30, 360]

● **18** **a.** (100; 75; 150); **b.** (120; 360; 216); **c.** (210; 108; 300). [25, 300; 24, 1080; 6, 18900]

● **19** **a.** (63; 42; 189); **b.** (275; 110; 550); **c.** (78; 90; 270). [21, 378; 55, 550; 6, 3510]

● **20** **a.** (162; 144; 108); **b.** (225; 150; 450); **c.** (153; 60; 240). [18, 1296; 75, 450; 3, 12240]

● **21** **a.** (210; 420; 315); **b.** (117; 156; 234); **c.** (369; 45; 405). [105, 1260; 39, 468; 9, 16605]

● **22** **a.** (408; 612; 816); **b.** (675; 540; 1350); **c.** (333; 444; 222). [204, 2448; 135, 2700; 111, 1332]

● **23** **a.** (675; 900; 1350); **b.** (286; 572; 429); **c.** (350; 490; 650). [225, 2700; 143, 1716; 10, 31 850]

● **24** **a.** (513; 684; 1026); **b.** (486; 432; 648); **c.** (7020; 560; 360). [171, 2052; 54, 3888; 20, 196560]

● **25** **a.** (896; 1568; 3136); **b.** (1008; 2016; 1512); **c.** (1200; 6000; 3600).
[224, 6272; 504, 6048; 1200, 18000]

●● **26** Calcola il M.C.D. dei seguenti gruppi di numeri con il metodo delle divisioni successive:
a. 600, 720; **b.** 900, 810; **c.** 1100, 280. [120; 90; 20]

●● **27** Calcola il m.c.m dei seguenti gruppi di numeri con il metodo delle divisioni successive:
a. 40, 140; **b.** 1200, 360, 300; **c.** 392, 308, 4312. [280; 3600; 4312]

Risolvi i seguenti problemi.

28 Per raggiungere una località turistica sono disponibili una funivia ed un autobus. La funivia parte ogni 15 minuti e l'autobus ogni 40. Se alle 8 di mattina partono contemporaneamente, a che ora partiranno di nuovo insieme? [alle ore 10.00]

29 Tre negozi che si trovano affiancati hanno ciascuno un'insegna luminosa lampeggiante ognuna delle quali si accende rispettivamente ogni 4, 5 e 6 secondi; ogni quanti secondi si accendono contemporaneamente? [60 secondi]

30 In un ingranaggio vi sono tre ruote dentate. La prima compie uno scatto ogni 5 secondi, la seconda ogni 6 e la terza ogni 8; ogni quanti secondi ruoteranno contemporaneamente? [120 secondi]

31 In un campanile vi sono tre campane. La prima batte un tocco ogni 6 secondi, la seconda batte un tocco ogni 8 secondi, mentre la terza lo batte ogni 10 secondi. Se esse battono insieme il primo tocco, dopo quanti secondi ne batteranno insieme un altro? [120^s]

32 I 20 alunni della classe prima, i 25 della classe seconda e i 15 della classe terza di una scuola vengono radunati nel cortile e suddivisi nel maggior numero possibile di gruppi ognuno dei quali contiene lo stesso numero di alunni delle tre classi. Calcola quanti gruppi si formano e quanti alunni di ogni classe sono presenti in ciascun gruppo. [5 gruppi; 4; 5; 3]

● **33** Dei quattro fornitori di un ristorante il primo passa ogni 2 giorni, il secondo ogni 3 giorni, il terzo ogni 4 e il quarto ogni 5. Se si incontrano tutti insieme il 3 di maggio, quando si incontreranno di nuovo? [2 luglio]

● **34** Federica per il suo compleanno ha a disposizione 168 caramelle alla menta, 56 alla liquirizia e 84 alla frutta. Li vuole confezionare nel maggior numero possibile di sacchettini, disponendo in ciascun sacchettino lo stesso numero dei tre gusti di caramelle. Quanti sacchettini riesce a confezionare? Quante caramelle di ciascun tipo vi sono in ogni sacchettino? [28; 6; 2; 3]

● **35** Durante le feste di Natale il proprietario di un bar vuole preparare delle confezioni regalo avendo a disposizione 36 bottiglie di amaro, 60 di spumante, 24 di whisky e 12 di cognac. Volendo formare il maggior numero di confezioni tutte uguali, quante ne potrà preparare? Quale sarà la composizione di ciascuna cassetta regalo?
[12; 3 bottiglie di amaro, 5 di spumante, 2 di whisky e 1 di cognac]

●● **36** Un'enoteca deve sistemare 48 bottiglie di vino rosso, 36 di vino bianco e 24 di vino rosato nel maggior numero possibile di casse in modo che ciascuna di esse contenga lo stesso numero di bottiglie dei tre tipi di vino. Quante casse si possono preparare? Se dalla vendita di tutte le casse si ricavano € 436,20 qual è il prezzo di ogni cassa? Quanto costa una bottiglia di vino rosso se una bottiglia di vino bianco e una di vino rosato costano rispettivamente € 3,75 e € 4,05? [12; € 36,35; € 4,25]

Attività di potenziamento

1 Dopo aver calcolato i divisori dei numeri 1184 e 1210, esegui la somma di tutti i divisori del primo numero, escluso il numero stesso; che cosa noti? Ripeti la stessa procedura per il secondo numero; che cosa noti?

2 Dopo aver calcolato i divisori di 8128, esegui la loro somma, escluso il numero di partenza, che cosa noti?

3 **Esercizio guida**

Il **criterio di divisibilità per 7:** un numero è divisibile per 7 se la differenza tra il numero stesso senza l'ultima cifra e il doppio dell'ultima cifra (o viceversa) è multiplo di 7.

Verifichiamo se i seguenti numeri sono divisibili per 7: 84, 49, 121, 847.

8 4 · 2	4 9 · 2	12 1 · 2	84 7 · 2
8 − 8 = 0	18 − 4 = 14	12 − 2 = 10	84 − 14 = 70

I numeri 84, 49 e 847 sono divisibili per 7, il numero 121 non lo è.

Verifica se i seguenti numeri sono divisibili per 7 applicando la regola pratica illustrata nell'esercizio precedente.

4 **a.** 98; **b.** 112; **c.** 152; **d.** 175; **e.** 204; **f.** 203.

5 **a.** 217; **b.** 221; **c.** 225; **d.** 226; **e.** 224; **f.** 833.

6 Cambia la posizione delle cifre dei seguenti numeri in modo tale da renderli divisibili per 4:
a. 182; **b.** 291; **c.** 281; **d.** 346; **e.** 421.

7 Cambia la posizione delle cifre dei seguenti numeri in modo tale da renderli divisibili per 11:
a. 101; **b.** 1807; **c.** 6284; **d.** 90471; **e.** 919204.

8 Cambia la posizione delle cifre di seguenti numeri in modo tale da renderli divisibili per 7:
a. 674; **b.** 930; **c.** 3467; **d.** 10260; **e.** 45892.

9 Inserisci al posto dei puntini una cifra tale da rendere il numero divisibile per 4:
a. 34 ..... 4; **b.** 51 ..... 0; **c.** 358 .....

10 Inserisci al posto dei puntini una o più cifre tali da rendere il numero divisibile per 7:
a. 77 .....; **b.** 22 ..... 5; **c.** 17 ..... 9 .....

11 Inserisci al posto dei puntini una o più cifre tali da rendere il numero divisibile per 11:
a. 27 ..... 4; **b.** 6 ..... 79; **c.** 9 ..... 9 ..... 51.

Scomponi i seguenti numeri in fattori primi utilizzando il metodo dei diagrammi ad albero.

12 **a.** 864; **b.** 1008; **c.** 816; **d.** 1632; **e.** 4896.

13 **a.** 432; **b.** 1728; **c.** 1152; **d.** 1536; **e.** 2304.

14 Utilizzando il criterio generale di divisibilità verifica se le seguenti coppie di numeri sono divisibili fra loro e, in caso affermativo, calcola il quoziente:
a. (360; 8); **b.** (3645; 81); **c.** (4212; 104).

Calcola mediante fattorizzazione il M.C.D. e il m.c.m. dei seguenti gruppi di numeri.

15 **a.** (882, 105); **b.** (150, 1750); **c.** (1040, 2700, 480). [(21, 4410); (50, 5250); (20, 280800)]

16 **a.** (675, 2250); **b.** (420, 350); **c.** (4004, 728, 4576). [(225, 6750); (70, 2100); (52, 32032)]

17 **a.** (1764, 616); **b.** (3528, 15400); **c.** (1768, 2312, 10800, 5000).
[(28, 38808); (56, 970200); (8, 1014390000)]

Calcola il M.C.D. dei seguenti gruppi di numeri con il metodo delle divisioni successive.

18 **a.** (119, 51); **b.** (161, 207); **c.** (504, 308). [17; 23; 28]

19 **a.** (36, 45, 15); **b.** (100, 40, 14); **c.** (75, 315, 105). [3; 2; 15]

20 **a.** (30, 150, 60); **b.** (21, 147, 1029); **c.** (600, 90, 540). [30; 21; 30]

21 **a.** (315, 234, 693, 525); **b.** (90, 300, 280, 220); **c.** (1800, 375, 108, 432). [3; 10; 3]

Calcola il m.c.m. delle seguenti coppie di numeri con il metodo delle divisioni successive.

22 **a.** (900, 40); **b.** (4725, 450); **c.** (1560, 90). [1800; 9450; 4680]

23 **a.** (2430, 2400); **b.** (990, 2160); **c.** (720, 1782). [194400; 23760; 71280]

Risolvi i seguenti problemi che presentano nello svolgimento il calcolo di M.C.D. e m.c.m.

24 Un bambino dispone i suoi modellini di elicotteri allineandoli prima per 2, poi per 3 e poi per 11 e si accorge che, in tutti e tre i casi, un elicottero rimane da solo; quanti modellini possiede minimo? [67]

25 Una casa editrice pubblica dei fascicoli settimanali riguardanti tre argomenti di medicina. Ogni argomento è costituito rispettivamente da 540 pagine, 180 pagine e 312 pagine. Sapendo che i fascicoli devono avere lo stesso numero di pagine, massimo possibile, calcola da quante pagine è costituito ciascun fascicolo e da quanti fascicoli è costituito ciascun argomento medico. [12; 45; 15; 26]

26 Il 18 marzo Paolo, Luca e Andrea si incontrano in palestra dove vanno rispettivamente ogni 6, 8 e 16 giorni. Nella stessa mattinata arriva Nicola che si reca in palestra ogni 12 giorni. Quale giorno dell'anno si incontreranno nuovamente i quattro amici? [5 maggio]

27 Carlo vuole sistemare la sua collezione di 150 monete così suddivise:

40 del valore di € 0,50; 60 del valore di € 1; 50 del valore di € 2.

Decide di metterle nel maggior numero di sacchetti ciascuno dei quali deve contenere lo stesso numero di monete da 50 centesimi, da 1 e 2 Euro. Quanti sacchetti riuscirà a formare? Come sarà costituito ogni sacchetto?
[10 sacchetti; ....]

28 Un allevatore ha nella propria stalla un certo numero di mucche. Egli vorrebbe conoscere il numero esatto ma non ha tempo per contarle. Gli hanno però detto che sono meno di 900 e che dividendole in gruppi di 3, 4, 5, 7 e 8 ne avanza sempre una. Quante sono le mucche? [841]

29 Una ditta organizza una gita turistica per i dipendenti dei suoi tre stabilimenti che sono rispettivamente 300, 180 e 120. I partecipanti vengono distribuiti in pullman dello stesso tipo e in ciascun pullman vi sono solo dipendenti dello stesso stabilimento. Qual è la massima capienza dei pullman sapendo che non vi sono posti vuoti? Quanti pullman della massima capienza sono necessari? [60; 10]

1 Fino a due (1996, Semifinali locali)

Scrivo il numero 1996 su un foglio bianco. Essendo pari lo divido per 2 ottenendo, con calcoli mentali o con l'aiuto della calcolatrice, 998, che scrivo sul foglio. Continuo allora con queste regole:

a. se l'ultimo numero scritto è pari, lo divido per 2 e scrivo il risultato;

b. se il numero è dispari, gli aggiungo 1 e scrivo il risultato ottenuto.

Dopo un po' di passaggi, ottengo il numero 2 che scrivo sul foglio. Quanti numeri sono stati scritti sul foglio?

2 Corsa a 6 (1996, Semifinali locali)

6 concorrenti che indossavano dei pettorali numerati da 1 a 6 hanno partecipato ad una corsa. I corridori con pettorali pari hanno ottenuto all'arrivo dei piazzamenti dispari. I concorrenti recanti dei numeri multipli di 3 si sono classificati in una posizione il cui numero non è divisibile per 3. Infine, i corridori recanti dei numeri superiori a 3 hanno conquistato le prime tre posizioni. Qual è l'ordine d'arrivo?

3 Divisori (2000, Giochi a squadre)

Il prodotto di tutti i divisori di un numero naturale (maggiore di 1) è uguale alla quinta potenza di questo numero. Quanti divisori possiede il numero in questione?

4 Labirinto (2000, Finale internazionale)

Si entra nel labirinto dal punto indicato dalla freccia E e se ne esce dal punto indicato con la freccia S. Quando si arriva su una casella:

- se il numero nella casella è un multiplo di 3, si può salire;
- se il numero nella casella è un multiplo di 4, si può scendere;
- se il numero nella casella è un multiplo di 5, si può andare a destra.

Colora il cammino che collega l'entrata all'uscita.

	56	60	45	20	18	
	75	35	12	5	3	
E →	20	9	16	28	30	S →
	40	14	24	38	21	
	50	8	25	15	36	

5 Happy birthday Elisa! (2001, Giochi d'allenamento Università Bocconi)

È il compleanno di Elisa. La sua torta ha la forma di un rettangolo di 36 cm di lunghezza e 24 cm di larghezza. Suo fratello Cristoforo decide di tagliare la torta in parti quadrate aventi tutte la stessa area, il cui lato sia lungo un numero intero di centimetri. In quante parti Cristoforo taglia la torta?

6 Un anno magico (2001, Giochi d'allenamento Università Bocconi)

Il numero 1998 è divisibile per la somma delle sue cifre:

$$1998 : (1 + 9 + 9 + 8) = 74$$

Inoltre, le cifre che compongono il numero così ottenuto sono tutte diverse da quelle del numero dell'anno (1998). Quale sarà il prossimo anno che godrà della stessa proprietà?

7 Numeri primi (2001, Giochi d'allenamento Università Bocconi)

Qual è il più piccolo numero maggiore di 10, non primo e non divisibile per nessuno dei numeri primi minori di 10?

8 Ancora 2001! (2001, Giochi a squadre)

Qual è la somma dei primi 2001 numeri (naturali) dispari?

9 Divisibilità (2001, Giochi a squadre)

Il prodotto di due numeri (interi positivi) consecutivi è sempre divisibile per 2; il prodotto di 3 numeri consecutivi è sempre divisibile per 2, per 3 e per 6; il prodotto di 5 numeri consecutivi è ..... Scrivi il massimo numero per cui è sempre divisibile il prodotto di 5 numeri consecutivi.

10 Bella vita! (2001, Giochi a squadre)

Pietro non ha niente da fare e, per ammazzare il tempo, scrive - in lettere! - tutti i primi 2001 multipli di 2001: duemilauno, quattromiladue, seimilatre, ... Anche Angelo ha il problema di come passare il tempo e allora decide di ricopiare i 2001 numeri di Pietro in ordine alfabetico. Quale sarà il primo?

11 Numeri primi (2002, Giochi di primavera)
Qual è il più piccolo numero maggiore di 15, non primo e non divisibile per nessuno dei numeri primi minori di 15?

12 La sfida (2003, Giochi di primavera)
Carlo Maria e Alberto si sfidano a trovare il numero dei divisori dei numeri minori di 100 (ad esempio, i numeri primi hanno due divisori; i divisori di 4 sono 1, 2, 4; ecc.). Qual è o quali sono i numeri minori di 100 che ha/hanno il maggior numero di divisori?

13 Divisibilità consecutiva (2003, Semifinali locali)
Quali sono i due numeri interi consecutivi più piccoli che abbiano, come somma delle cifre con cui sono scritti, dei numeri entrambi divisibili per 7?

14 Il corridoio (2003, Giochi a squadre)
Per pavimentare il corridoio della sua casa, Michele può utilizzare piastrelle quadrate di 20 cm oppure di 25 cm oppure di 30 cm di lato. Il corridoio non è molto lungo - meno di 10 metri - ma ha la proprietà che in tutti e tre i casi (ricorrendo a piastrelle piccole, medie o grandi) può essere esattamente ricoperto con piastrelle tutte uguali. Qual è la sua lunghezza?

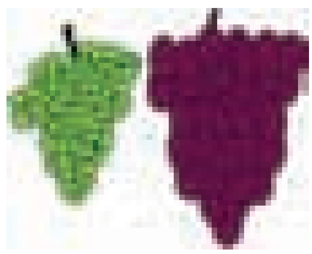
15 I dieci numeri (2004, Semifinali locali)
Nando ha scritto dieci numeri interi, positivi, consecutivi e nessuno di questi ha come somma delle sue cifre un numero divisibile per 7. Qual è, al minimo, il più piccolo di questi dieci numeri?

16 In diretta da Marte (2004, Finale nazionale)
Gli scienziati della NASA si collegano ogni giorno con il loro robot che si trova sul pianeta Marte e lanciano un appello radio nel momento in cui, per il robot, sorge il Sole. La rotazione di Marte su se stesso è un po' meno veloce di quella della Terra e quindi una giornata su Marte (dal sorgere del sole di un giorno a quello successivo) dura 25 ore. L'appello radio della NASA di lunedì 2 febbraio ha avuto luogo alle 9 del mattino. Qual è il giorno successivo in cui gli scienziati hanno potuto lanciare il loro appello di nuovo alle 9 del mattino?

17 Gli anni "quadratodivisibili" (2007, Giochi d'autunno)
Gli anni 2007, 2008 e 2009 sono tre anni consecutivi "quadratodivisibili": ognuno dei tre numeri è divisibile per il quadrato di un intero maggiore di 1 : 2007 è divisibile per 9, 2008 per 4 e 2009 per 49.
Quali saranno i tre prossimi anni consecutivi "quadrato divisibili"?

18 Le biglie di Nando (2007, Giochi di allenamento)
Nando ha tre scatole in cui raccoglie le biglie: una scatola per le biglie rosse, una per quelle bianche ed una per quelle verdi. Ogni scatola contiene lo stesso numero di biglie. Ieri ha preso tutte le biglie rosse, le ha contate a tre a tre e ne ha avanzata una. Ha poi contato, a quattro a quattro, le bianche e anche di queste ne ha avanzata una. Infine, ha contato a cinque a cinque le verdi e, con sua sorpresa, ha avanzato ancora una biglia.
Quante biglie ha complessivamente Nando, sapendo che sono sicuramente meno di 100?

19 Gli amici e l'uva (2007, Giochi di allenamento)
Il grappolo di uva nera è composto da 183 acini, mentre quello di uva bianca ne comprende 252. Io e i miei amici abbiamo cominciato a mangiare il primo, spartendoci in parti uguali tutti i suoi acini neri. Abbiamo poi mangiato tutto il grappolo bianco e anche qui ognuno di noi ha avuto un ugual numero di acini. In quanti eravamo?



I numeri razionali

Capitolo 7
ESERCIZI

1 Il concetto di frazione

teoria pag. 98

- ✗ La frazione è un particolare strumento matematico che permette di dividere in parti uguali una certa quantità o un certo numero di oggetti;
- ✗ l'**unità frazionaria** rappresenta una sola delle parti uguali in cui è diviso l'intero;
- ✗ possiamo considerare la frazione come operatore, quando la usiamo per calcolare la parte di intero che rappresenta.

Comprensione della teoria

1 Delle seguenti affermazioni indica quali sono vere e quali false:

a. l'unità frazionaria rappresenta una sola delle parti uguali in cui è stato diviso l'intero V F

b. l'unità frazionaria rappresenta alcune delle parti uguali in cui è stato diviso l'intero V F

c. la domenica è un'unità frazionaria dell'intera settimana V F

d. i primi 4 km sono un'unità frazionaria di una corsa ciclistica di 40 km. V F

2 L'unità frazionaria $\frac{1}{3}$ rappresenta:

a. l'intero diviso in tre parti; **b.** una delle tre parti in cui è diviso l'intero;
c. tutte le parti in cui dividiamo l'intero; **d.** nessuna delle precedenti.

3 Rispetto al totale dei giorni della settimana, a quale frazione corrisponde il sabato?

4 Delle seguenti affermazioni indica quali sono vere e quale è falsa:

a. in ogni frazione il denominatore indica in quante parti uguali è stato diviso l'intero V F

b. in ogni frazione il numeratore indica in quante parti uguali è stato diviso l'intero V F

c. in ogni frazione il numeratore indica quante parti uguali si devono prendere. V F

5 Scrivi sotto forma di frazione:

a. 3 volte $\frac{1}{5}$ = ...; **b.** 2 volte $\frac{1}{7}$ = ...; **c.** 5 volte $\frac{1}{3}$ = ...;

d. 6 volte $\frac{1}{11}$ = ...; **e.** 11 volte $\frac{1}{9}$ = ...; **f.** 4 volte $\frac{1}{10}$ = ...

6 Completa la seguente definizione:
la frazione è un operatore che divide .... in tante parti ...., quante ne indica il ...., e ne prende in considerazione quante ne indica il ....

7 Quale numero rappresenta il numeratore della frazione $\frac{3}{4}$?

a. il numero 1 dato dalla differenza $4 - 3$; **b.** il numero 3;
c. il numero 7 dato dalla somma $3 + 4$; **d.** il numero 4.

8 Nella frazione $\frac{3}{7}$ cosa rappresenta il denominatore?

a. il numero di parti da considerare; **b.** le 7 parti uguali in cui dividere l'intero;
c. le 3 parti con cui è stato diviso il numero 7; **d.** nessuna delle precedenti.

9 Completa le seguenti tabelle:

Frazione	Numeratore	Denominatore
	3	4
$\frac{1}{5}$		
$\frac{3}{11}$		
$\frac{10}{9}$		
$\frac{2}{5}$		

Frazione	Numeratore	Denominatore
$\frac{1}{20}$		
	9	3
$\frac{9}{4}$		
	2	11
	19	13

Applicazione

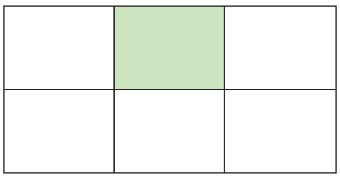
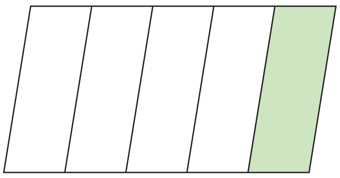
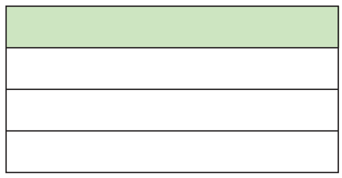
10 Trasforma le seguenti frazioni in forma di scrittura (esempio: $\frac{7}{11} \rightarrow$ sette undicesimi):

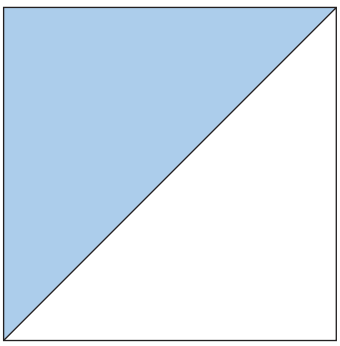
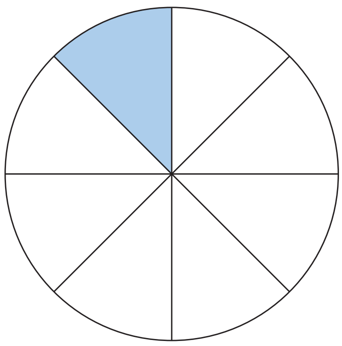
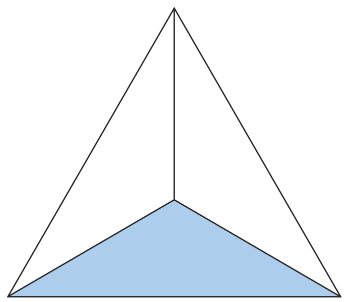
$\frac{5}{20}$; $\frac{9}{100}$; $\frac{12}{80}$; $\frac{12}{6}$; $\frac{11}{9}$; $\frac{6}{20}$; $\frac{19}{4}$; $\frac{8}{100}$; $\frac{2}{10}$.

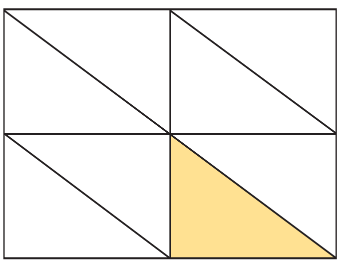
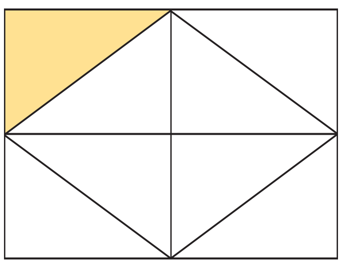
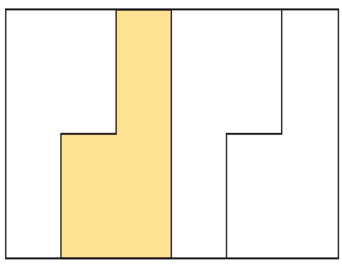
11 Scrivi in forma numerica le seguenti frazioni:

a. due terzi = ...; **b.** tre ottavi = ...; **c.** quattro decimi = ...;
d. nove quinti = ...; **e.** ventuno mezzi = ...; **f.** dodici ventesimi = ...

Stabilisci per ciascuna figura l'unità frazionaria che corrisponde alla parte colorata.

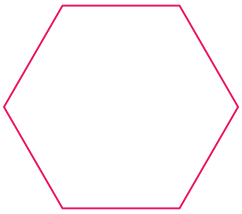
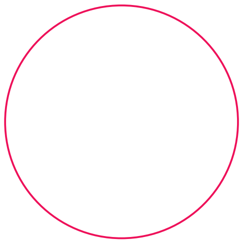
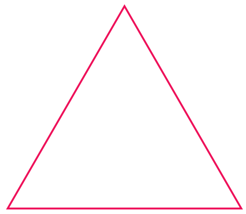
12 **a.**  **b.**  **c.** 

13 **a.**  **b.**  **c.** 

14 **a.**  **b.**  **c.** 

Nelle seguenti figure rappresenta l'unità frazionaria assegnata.

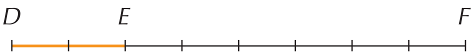
15 **a.** $\frac{1}{2}$  **b.** $\frac{1}{4}$  **c.** $\frac{1}{3}$ 

16 **a.** $\frac{1}{6}$  **b.** $\frac{1}{8}$  **c.** $\frac{1}{2}$ 

17 Osserva le seguenti figure e stabilisci la frazione che corrisponde alla parte colorata.

a. 

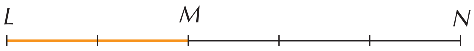
$AB = ...\ AC$

b. 

$DE = ...\ DF$

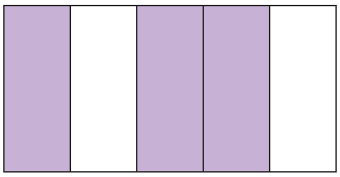
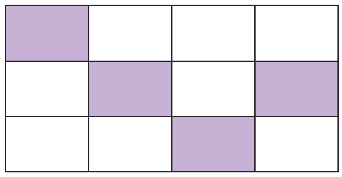
c. 

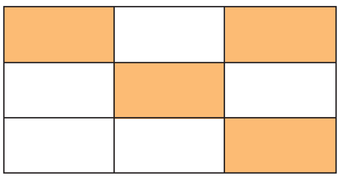
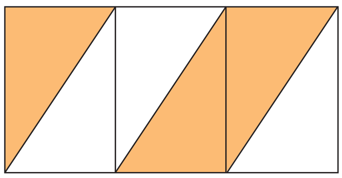
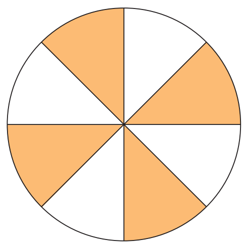
$GH = ...\ GI$

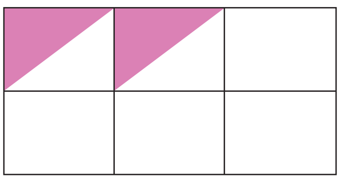
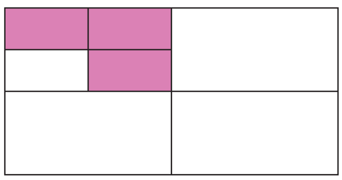
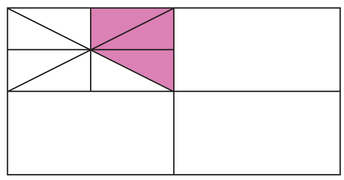
d. 

$LM = ...\ LN$

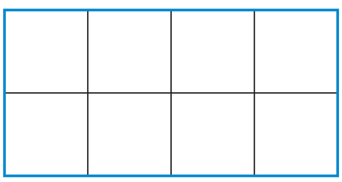
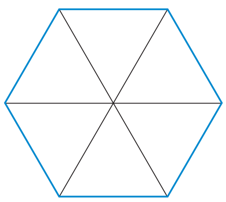
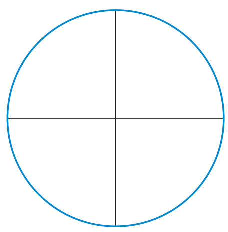
Stabilisci per ciascuna figura la frazione che corrisponde alla parte colorata.

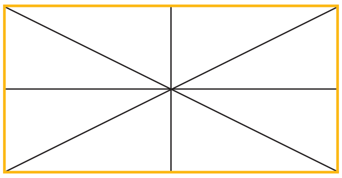
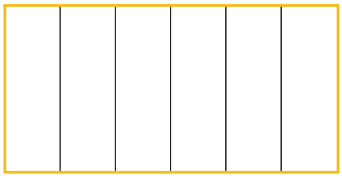
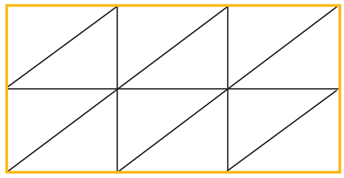
18 **a.**  **b.**  **c.** 

19 **a.**  **b.**  **c.** 

20 **a.**  **b.**  **c.** 

Nelle seguenti figure colora la parte che rappresenta la frazione indicata.

21 **a.** $\frac{3}{8}$  **b.** $\frac{2}{6}$  **c.** $\frac{2}{4}$ 

22 **a.** $\frac{3}{8}$  **b.** $\frac{3}{6}$  **c.** $\frac{5}{12}$ 

23 Disegna un segmento *AB* della misura di 15 cm e due segmenti corrispondenti rispettivamente a $\frac{1}{5}$ e $\frac{1}{3}$ di *AB*. Quanto misurano?

24 Disegna un segmento *AB* della misura di 18 cm e cinque segmenti corrispondenti rispettivamente a $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{9}$ e $\frac{1}{18}$ di *AB*. Quanto misurano?

25 Disegna un cerchio con raggio a tua scelta e rappresenta su di esso la frazione $\frac{1}{8}$.

26 A quale frazione corrispondono rispettivamente le ore di Scienze motorie, quelle di Matematica e quelle di Storia rispetto all'orario scolastico settimanale?

27 Disegna un segmento *AB* e rappresenta su di esso la frazione $\frac{5}{12}$.

28 Durante un'escursione in montagna hai percorso 3 dei 5 km dell'intero tracciato. A quale frazione corrispondono?

29 Disegna un rettangolo con le misure dei lati di 4 cm e 5 cm e dividilo in 20 parti uguali. A quale frazione corrisponde ognuna delle parti?

30 I $\frac{3}{5}$ di un segmento lungo 15 misurano: **a.** 3; **b.** 5; **c.** 9; **d.** 15.

2 La classificazione delle frazioni

teoria pag. 100

✗ Le frazioni **proprie** hanno il numeratore minore del denominatore;
✗ le frazioni **improprie** hanno il numeratore maggiore del denominatore;
✗ le frazioni **apparenti** hanno il numeratore multiplo del denominatore.

Comprensione della teoria

31 Una frazione si dice apparente quando:
a. il numeratore è maggiore del denominatore;
b. il numeratore è minore del denominatore;
c. il denominatore è un multiplo del numeratore;
d. nessuna delle precedenti.

32 La frazione $\frac{6}{15}$ è una frazione:

a. propria; **b.** impropria; **c.** apparente; **d.** frazione unitaria.

33 Quali delle seguenti frazioni non corrispondono a un numero naturale?
$\frac{15}{30}$; $\frac{15}{5}$; $\frac{25}{6}$; $\frac{25}{4}$; $\frac{25}{5}$; $\frac{300}{50}$; $\frac{280}{100}$; $\frac{19}{19}$; $\frac{100}{200}$; $\frac{41}{42}$; $\frac{50}{500}$.

34 Sottolinea con tre colori diversi le frazioni proprie, improprie e apparenti:
$\frac{28}{14}$; $\frac{35}{7}$; $\frac{9}{18}$; $\frac{21}{7}$; $\frac{18}{36}$; $\frac{36}{9}$; $\frac{28}{36}$; $\frac{144}{36}$; $\frac{1}{1}$; $\frac{0}{21}$; $\frac{64}{16}$.

Applicazione

35 Scrivi cinque frazioni proprie e cinque frazioni apparenti.

36 Scrivi tutte le frazioni proprie possibili con denominatore 9. Quante sono?

37 Scrivi tutte le frazioni improprie possibili aventi per numeratore 9. Quante sono?

38 Scrivi cinque frazioni apparenti aventi per numeratore 12.

39 Le frazioni proprie con denominatore 7 possono essere infinite? Perché?

40 Scrivi cinque frazioni che abbiano rispettivamente come numeratore e come denominatore due numeri consecutivi. Di che tipo sono tali frazioni?

41 Scrivi cinque frazioni proprie con denominatore minore di 12 e cinque frazioni improprie con numeratore maggiore di 15.

42 Scrivi cinque frazioni improprie con denominatore maggiore di 10 e cinque frazioni proprie con numeratore minore di 20.

43 Scrivi cinque frazioni apparenti corrispondenti a 1 unità.

44 Scrivi cinque frazioni apparenti corrispondenti a 3 unità.

45 Esercizio guida

Inserisci al posto dei puntini un numero in modo da formare una frazione apparente nel caso **a.**, una frazione propria nel caso **b.** e una frazione impropria nel **c.**

a. $\frac{..... + 7}{10}$; **b.** $\frac{9 - .....}{5}$; **c.** $\frac{21}{19 + ...}$.

Svolgimento

a. Perché una frazione sia apparente occorre che il numeratore sia .... del denominatore; ricordiamo anche che ogni numero è multiplo di se stesso:

$\frac{..... + 7}{10} = \frac{.....}{10} = 1$; oppure $\frac{..... + 7}{10} = \frac{.....}{10} = 2$

b. Perché una frazione sia propria occorre che il numeratore sia .... del denominatore; per esempio: $\frac{9 - .....}{5} = \frac{4}{5}$

c. Perché una frazione sia impropria occorre che il numeratore sia .... del denominatore, in questo caso l'unica possibilità è quella di aggiungere ..... al denominatore, pertanto: $\frac{21}{19 + ...} = \frac{21}{.....}$.

Inserisci al posto dei puntini un numero tale da formare una frazione propria.

46 **a.** $\frac{...}{8}$; **b.** $\frac{12}{...}$; **c.** $\frac{28}{...}$; **d.** $\frac{...}{60}$.

47 **a.** $\frac{17 - ...}{10}$; **b.** $\frac{99 + ...}{101}$; **c.** $\frac{9 - ...}{9}$; **d.** $\frac{3 + 8}{...}$.

48 **a.** $\frac{..... + 2}{5}$; **b.** $\frac{3 + ...}{7}$; **c.** $\frac{12}{..... + 3}$; **d.** $\frac{5 + ...}{13}$.

Inserisci al posto dei puntini un numero tale da formare una frazione impropria.

49 **a.** $\frac{...}{15}$; **b.** $\frac{...}{301}$; **c.** $\frac{...}{101}$; **d.** $\frac{29}{...}$.

50 **a.** $\frac{9 + ...}{21}$; **b.** $\frac{... + 2}{7}$; **c.** $\frac{5 + 10}{...}$; **d.** $\frac{...}{2 + 8}$.

51 **a.** $\frac{..... + 4}{5}$; **b.** $\frac{3 + ...}{7}$; **c.** $\frac{12}{..... + 3}$; **d.** $\frac{10}{..... + 1}$.

Inserisci al posto dei puntini un numero tale da formare una frazione apparente.

52 **a.** $\frac{...}{5}$; **b.** $\frac{...}{12}$; **c.** $\frac{18}{...}$; **d.** $\frac{36}{...}$.

53 a. $\dfrac{\ldots}{10}$; b. $\dfrac{147+\ldots}{24}$; c. $\dfrac{56}{12-\ldots}$; d. $\dfrac{15+\ldots}{18}$.

54 a. $\dfrac{\ldots\ldots+8}{15}$; b. $\dfrac{5+\ldots\ldots}{7}$; c. $\dfrac{12}{\ldots\ldots+2}$; d. $\dfrac{\ldots\ldots+6}{14}$.

3 I problemi con le frazioni

teoria pag. 102

✗ Per comprendere come opera una frazione su una grandezza si può applicare il **metodo grafico**. Esso consiste nella rappresentazione degli elementi noti per mezzo di disegni di grandezza opportuna volti a favorire la lettura e l'interpretazione delle relazioni esistenti tra i dati. Occorre in altre parole procedere secondo uno schema logico che può essere sintetizzato in tre passaggi:
- disegno;
- corrispondenza tra i dati e il numero delle parti degli stessi;
- calcolo delle singole parti.

Applicazione

55 Rappresenta due segmenti tali che il primo sia la metà del secondo.

56 Rappresenta due segmenti tali che il primo sia i $\frac{3}{2}$ del secondo.

57 Rappresenta due segmenti tali che il secondo sia i $\frac{2}{3}$ del primo.

58 Rappresenta tre segmenti tali che il primo sia la metà del secondo e quest'ultimo sia $\frac{1}{3}$ del terzo.

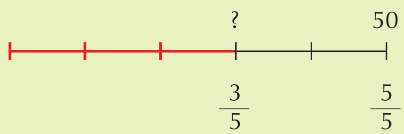
Risolvi i seguenti problemi.

59 Esercizio guida

Calcola i $\frac{3}{5}$ di 50 alunni.

Svolgimento

Rappresentiamo i dati con un disegno:



Eseguiamo la divisione tra la quantità intera e il denominatore: $50 : 5 = 10$ $\left(\text{unità frazionaria} = \frac{1}{5}\right)$.

Moltiplichiamo il numeratore con il quoto della divisione precedente: $3 \cdot 10 = 30$.

Esprimendo le due operazioni in un'unica espressione otteniamo: $(50 : 5) \cdot 3 = 10 \cdot 3 = 30$ alunni.

60 Calcola i $\frac{3}{5}$ di un segmento lungo 735 cm.

61 Calcola i $\frac{2}{3}$ delle seguenti misure di lunghezza: 60 cm; 90 cm; 18 m; 36 km.

62 Calcola i $\frac{3}{4}$ delle seguenti misure di lunghezza: 80 cm; 16 cm; 32 cm; 160 cm.

63 Calcola i $\frac{7}{5}$ delle seguenti misure di peso: 40 kg; 120 g; 300 hg; 250 dag.

64 Calcola i $\frac{15}{8}$ delle seguenti misure di capacità: 60 ℓ; 128 hl; 256 cl; 360 dl.

65 Un segmento misura 30 cm. A quanti centimetri corrispondono rispettivamente i segmenti che sono i $\frac{2}{3}$, i $\frac{3}{5}$ e i $\frac{5}{15}$ del segmento dato? [20 cm, 18 cm, 10 cm]

66 In una classe vi sono 28 alunni. A quanti alunni corrispondono rispettivamente i $\frac{2}{7}$ e i $\frac{3}{14}$ dell'intera classe? [8 e 6 alunni]

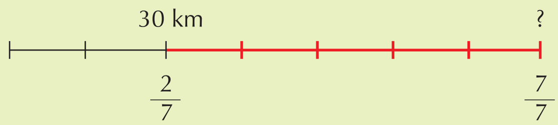
67 In una scuola vi sono 300 alunni. A quanti alunni corrispondono rispettivamente i $\frac{3}{100}$, i $\frac{3}{50}$ e i $\frac{7}{60}$ dell'intera scuola? [9, 18 e 35 alunni]

68 **Esercizio guida**

Calcola la distanza tra due città sapendo che i $\frac{2}{7}$ di essa corrispondono a 30 km.

Svolgimento

Rappresentiamo i dati con un disegno:



Calcoliamo quanti km corrispondono a $\frac{1}{7}$ della distanza: se a $\frac{2}{7}$ corrispondono 30 km, a $\frac{1}{7}$ ne corrispondono: 30 : .... = 15 km.

Calcoliamo ora quanti km corrispondono a $\frac{7}{7}$: ..... · 15 = 105 km.

69 Una signora ha incassato i $\frac{3}{8}$ di una vincita al lotto che corrispondono a € 360; calcola quanto era l'intera vincita. [€ 960]

70 Quanti goal ha segnato in tutta la sua carriera un centroavanti, sapendo che i $\frac{4}{9}$ di essi corrispondono a 280 goal? [630 goal]

71 Calcola quanti km misura un percorso di ciclocross, sapendo che i $\frac{3}{5}$ di questo corrispondono a 120 km. [200 km]

72 Calcola quanti litri contiene una cisterna, sapendo che i $\frac{5}{7}$ di questa corrispondono a 500 litri. [700 litri]

73 Marzia ha 12 anni, la sua età è i $\frac{3}{7}$ di quella del fratello. Quanti anni ha quest'ultimo? [28]

74 Un commerciante vende i $\frac{3}{5}$ della sua merce a € 15,50 il kg e incassa così € 930. Quanti kg di merce possedeva in tutto? [100 kg]

75 Un signore compra un televisore e versa un anticipo di € 1 410 che corrisponde ai $\frac{3}{4}$ del suo costo. Quanto costa il televisore? [€ 1 880]

76 Un signore estingue i $\frac{3}{5}$ di un suo debito pagando € 150. A quanto ammontava il suo debito complessivamente? [€ 250]

77 I $\frac{2}{7}$ di una camminata in un bosco corrispondono a 4 km. A quanto ammontano complessivamente i km dell'intera camminata? [14 km]

78 Valeria ha speso i $\frac{5}{7}$ di quanto aveva in tasca per comprare un libro del costo di € 25. Quanti soldi aveva? [€ 35]

79 Paola spende i $\frac{3}{5}$ della mancia settimanale per acquistare una ricarica per il suo cellulare. Calcola quanto costa la ricarica se la mancia è stata di € 30. [€ 18]

80 In una classe di 24 alunni i $\frac{3}{4}$ praticano uno sport. Calcola quanti sono gli alunni che non praticano alcuno sport. [6]

81 Marco ha letto 120 pagine di un libro corrispondenti a $\frac{3}{8}$. Calcola di quante pagine è composto il libro. [320]

82 Se dopo 150 km si sono percorsi i $\frac{2}{5}$ dell'intero viaggio, quanti km restano ancora da percorrere? [225 km]

83 Stefano ha letto i $\frac{3}{7}$ di un romanzo ed è arrivato a pagina 150. Da quante pagine è composto il libro? [350 pagine]

84 120 giorni di scuola corrispondono ai $\frac{2}{5}$ dell'intero anno scolastico, quanti sono i giorni di scuola in tutto? [300 gg.]

85 In un ufficio sono presenti 24 impiegati, corrispondenti ai $\frac{4}{5}$ dell'intero personale. Quanti sono gli impiegati assenti? [6]

86 In una classe di 25 alunni i $\frac{4}{5}$ sono stati promossi. Quanti alunni sono stati bocciati? [5 alunni]

87 Alla fine di una dura gara campestre solo i $\frac{5}{7}$ dei concorrenti raggiunsero il traguardo. Sapendo che i partenti erano stati 84, calcola in quanti conclusero la gara. [60]

● **88** A una festa i partecipanti bevono i $\frac{2}{3}$ delle bottiglie di aranciata e i $\frac{3}{5}$ di quelle di succo di frutta. Se le bottiglie di aranciata erano 9 e quelle di succo di frutta erano 15, quante bottiglie sono state bevute in tutto? [15]

● **89** La mamma di Federica spende prima $\frac{3}{8}$ e dopo $\frac{2}{5}$ della somma che possedeva per acquistare capi di abbigliamento. Calcola quanto possedeva prima delle due spese se è rimasta con € 108. [€ 480]

● **90** Un paio di scarpe da calcio costano € 40, ma quando Carlo va a comperarle scopre che il prezzo è aumentato di $\frac{1}{8}$. Quanto costano ora le scarpe? [€ 45]

● **91** Giuseppe ha speso i $\frac{3}{8}$ di quanto aveva in tasca per comprare un disco del costo di € 16,50. Quanti soldi gli sono rimasti? [€ 27,50]

● **92** Un signore paga i $\frac{9}{14}$ di un suo debito e gli rimangono ancora da pagare € 90. A quanto ammontava il suo debito? [€ 252]

● **93** Un gioco di società costa € 55, ma quando Claudia entra nel negozio per comprarlo scopre che è stato scontato di $\frac{1}{11}$. Quanto costa ora? [€ 50]

● **94** Un oste acquista del vino a € 3,50 il litro; se vende il vino in bicchieri della capacità di $\frac{1}{5}$ di litro facendoli pagare € 0,90 cadauno, quanto guadagna per ogni litro di vino venduto? [€ 1]

● **95** Dopo aver letto i $\frac{4}{9}$ delle pagine di un romanzo di avventura mi restano ancora da leggere 125 pagine. Da quante pagine è costituito l'intero romanzo? [225 pagine]

● **96** Marta aveva in tasca € 60. Ne spende i $\frac{2}{3}$ per comprare un videogioco e $\frac{1}{5}$ per comprare dei fiori per la mamma. Quanti soldi le sono rimasti? [€ 8]

● **97** Un autocarro riesce a trasportare a pieno carico 600 q di uva. Quanto pesa l'autocarro vuoto se pieno d'uva pesa i $\frac{17}{12}$ del peso dell'uva stessa? [250 q]

● **98** Un mercante d'arte possiede 280 quadri. Durante i due giorni di una svendita all'asta ne vende i $\frac{2}{35}$ il primo giorno e i $\frac{2}{7}$ il secondo. Quanti quadri gli restano alla fine della vendita? [184]

● **99** Un signore compra una macchina che costa € 21 000. Paga subito i $\frac{5}{7}$ dell'intero importo e il resto lo pagherà con delle rate da € 1 000 l'una. Quante rate dovrà pagare? [6 rate]

● **100** Silvia spende i $\frac{3}{8}$ dei suoi risparmi, pari a € 64, per acquistare una borsetta e i $\frac{3}{10}$ della rimanenza per comprare una pianta. Quanto spende per la borsetta, per la pianta e quanti soldi le restano? [€ 24; € 12; € 28]

● **101** Di un libro di 500 pagine leggo prima i $\frac{3}{50}$ e poi i $\frac{7}{10}$. Quante pagine ho letto in tutto? [380 pagine]

102 Lia riceve ogni mese dal marito € 300 per le spese familiari. In questo mese è riuscita a spendere solo i $\frac{3}{5}$ dell'intero importo mensile; con la rimanenza riuscirà a comprarsi un vestito del costo di € 150? [no]

103 Una scatola contiene 150 cioccolatini. Se, in giorni diversi, ne mangiamo $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{15}$ del totale, quanti cioccolatini restano per i nostri amici? [15 cioccolatini]

104 In una ditta si contano ogni giorno gli impiegati presenti al lavoro; sapendo che oggi sono presenti 336 impiegati che corrispondono ai $\frac{6}{7}$ del totale dei dipendenti, calcola il numero delle persone assenti e il numero totale dei dipendenti. [56 assenti; 392 dipendenti]

105 Una signora poco esperta di matematica acquista uno stereo e come anticipo le viene proposto di pagare € 1 410 che corrispondono ai $\frac{6}{5}$ dell'effettivo valore. Ritenendo vantaggiosa la proposta paga il commerciante; dopo alcuni giorni riflettendo sull'accordo con il commerciante capisce di essere stata derubata. Qual è il costo reale dello stereo? Quanto ha pagato in più? [€ 1 175; € 235]

106 La mamma esce per fare degli acquisti ed ha nella borsa € 225; se spende i $\frac{2}{5}$ di tale somma in un supermercato e i $\frac{2}{3}$ della rimanenza in una profumeria, con quanto denaro torna a casa? [€ 45]

107 Il serbatoio di una automobile è pieno per $\frac{1}{4}$ della sua capacità complessiva. Si aggiungono altri 32 litri di benzina in modo da portare il segno dell'indicatore sul valore di $\frac{3}{4}$. Qual è la capacità complessiva del serbatoio? [64 litri]

108 Paolo ha speso € 100 che corrispondono ai $\frac{5}{7}$ del totale dei soldi che ha a disposizione. Con gli Euro rimanenti riuscirà ad acquistare un video gioco da € 36? Quanto gli resterà? [€ 4]

109 Un tappezziere ha venduto $\frac{1}{5}$ di una stoffa, poi ancora 20 m e così ha venduto i $\frac{3}{5}$ dell'intera pezza. Quanto è lunga tutta la pezza? [50 m]

110 Un coltivatore raccoglie 800 kg di mele. Di queste ne vende $\frac{1}{5}$ a un grossista, i $\frac{3}{10}$ ad una mensa aziendale e la rimanenza ad alcuni venditori locali. Quanti kg di mele vengono distribuiti a questi ultimi? [400 kg]

111 In un giardino vi sono 480 fiori. I $\frac{3}{8}$ di questi sono rose, i $\frac{3}{16}$ viole, i $\frac{5}{12}$ gigli e di un certo numero di fiori non conosciamo il nome. Quanti sono questi ultimi? [10]

112 Un signore ha un debito di € 2 035; se pagherà prima i $\frac{3}{5}$ e poi i $\frac{3}{8}$ della rimanenza, quanto dovrà ancora pagare per saldare tutto il debito? [€ 508,75]

113 Un automobilista prima di un viaggio fa il pieno con 54 litri di gasolio. Se alla fine del viaggio il serbatoio contiene i $\frac{4}{9}$ della sua capacità, quanti km ha percorso, sapendo che con 1 litro percorre 15 km? [450 km]

114 Ho acquistato un lettore di compact disc ed ho versato € 60 di anticipo, che corrispondono ai $\frac{2}{5}$ dell'intero costo. Dopo due mesi verso i $\frac{2}{3}$ della rimanenza. Quanto mi rimane ancora da pagare? [€ 30]

115 A causa di una grandinata un fruttivendolo deve scartare i $\frac{2}{9}$ delle mele in suo possesso perché non più adatte alla vendita. Sapendo che il prezzo al kg è di € 1,50 e che ha dovuto eliminare 18 kg di frutta, calcola quanti chilogrammi possedeva prima della grandinata e quanto dovrebbe ricavare ipotizzando di vendere tutte le rimanenti. [81 kg; € 94,50]

116 Ilaria possiede 28 giocattoli. I $\frac{2}{7}$ di questi sono orsetti di peluche, $\frac{1}{4}$ sono bambole Barbie, i $\frac{2}{3}$ degli orsetti e delle bambole sono Puffi e il resto dei giocattoli sono Minipony. Quanti sono gli orsetti, le Barbie, i Puffi e i Minipony? [8; 7; 10; 3]

117 Un fruttivendolo compra una quantità di mele dal peso complessivo di 36 q. Durante il trasporto ne perde $\frac{1}{36}$ e alla fine della vendita $\frac{1}{7}$ è stato scartato dai clienti. Quanti quintali di mele è riuscito a vendere in totale il fruttivendolo? [30 q]

●●**118** Nella classe di Matteo ci sono 24 alunni. I $\frac{2}{3}$ di questi tifano per la Roma, $\frac{1}{6}$ tifano per il Milan e il resto degli alunni non tifa per alcuna squadra. Quanti sono i romanisti, i milanisti e i non tifosi? [16; 4; 4]

●●**119** Un salumiere ha acquistato 250 kg di salamelle spendendo € 375. Vuole realizzare un guadagno corrispondente a $\frac{1}{3}$ del prezzo di acquisto; a quanto al kg deve vendere le salamelle? [€ 2 al kg]

●●**120** Un cartolaio acquista 150 album da disegno e spende € 420; se vuole realizzare un guadagno pari ai $\frac{3}{4}$ del prezzo di acquisto a quale prezzo deve vendere ciascun album? [€ 4,90]

●●**121** Il signor Rossi ha acquistato una automobile a rate. Se finora ha pagato i $\frac{3}{4}$ dell'importo, corrispondenti a 15 rate di € 1 000 ciascuna, qual è il costo della macchina e quante rate deve ancora versare per estinguere il suo debito? [€ 20 000; 5 rate]

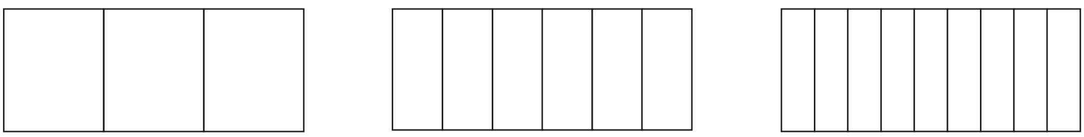
4 Le frazioni equivalenti

teoria pag. 106

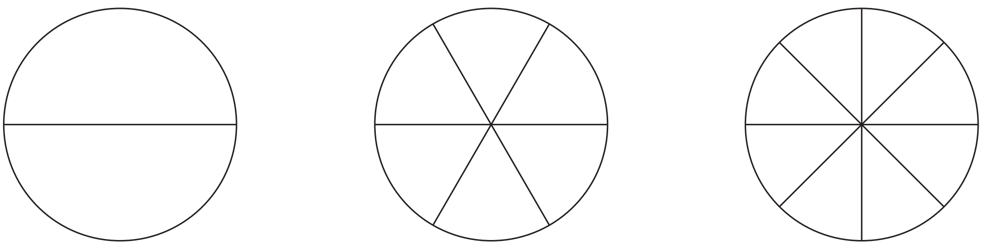
- ✗ Due o più frazioni sono **equivalenti** se, operando sulla stessa grandezza, ne rappresentano una parte sempre uguale;
- ✗ **proprietà invariantiva**: se si moltiplicano o si dividono, se ciò è possibile, per uno stesso numero diverso da zero, entrambi i termini di una frazione si ottiene una frazione equivalente alla data.

Comprensione della teoria

122 **a.** Rappresenta graficamente, colorando nei tre rettangoli seguenti, rispettivamente le frazioni $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{6}$ e $\frac{3}{9}$.

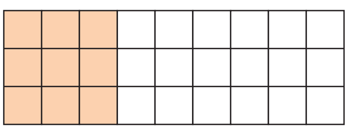


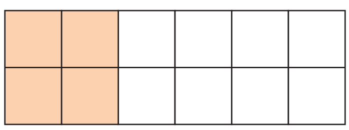
b. Rappresenta graficamente, colorando nei tre cerchi seguenti, rispettivamente le frazioni $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{6}$ e $\frac{4}{8}$.

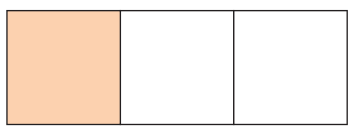


c. Osserva ora le parti colorate delle diverse frazioni e completa la seguente frase.
Le parti colorate del primo e del secondo caso rappresentano rispettivamente .... e .... della figura geometrica considerata. Le frazioni di ogni caso sono quindi .... tra di loro.

123 Scrivi, per ognuno dei seguenti tre rettangoli uguali, la frazione corrispondente alla parte colorata. Che cosa noti?

a. 

b. 

c. 

124 La proprietà invariantiva delle frazioni afferma che:

a. possiamo sempre dividere il numeratore di una frazione per 2;
b. possiamo sempre semplificare qualsiasi frazione;
c. scambiando numeratore e denominatore si ottiene sempre una frazione equivalente;
d. moltiplicando o dividendo numeratore e denominatore per lo stesso numero diverso da zero si ottiene una frazione equivalente.

125 Quale delle seguenti frazioni appartiene alla stessa classe di equivalenza di $\frac{2}{25}$?

a. $\frac{2}{27}$; **b.** $\frac{27}{27}$; **c.** $\frac{6}{75}$; **d.** $\frac{25}{2}$.

126 Quale delle seguenti frazioni appartiene alla stessa classe di equivalenza di $\frac{45}{90}$?

a. $\frac{1}{3}$; **b.** $\frac{1}{9}$; **c.** $\frac{6}{15}$; **d.** $\frac{2}{4}$.

Applicazione

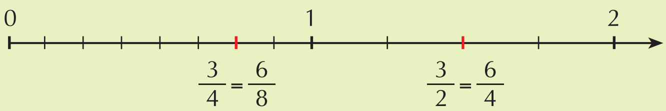
127 Operando su tre rettangoli uguali rappresenta graficamente i seguenti gruppi di frazioni. Cosa noti?

a. $\frac{1}{4}, \frac{2}{8}$ e $\frac{5}{20}$; **b.** $\frac{2}{5}, \frac{4}{10}$ e $\frac{6}{15}$; **c.** $\frac{1}{3}, \frac{3}{9}$ e $\frac{4}{12}$.

128 Esercizio guida

Rappresenta su una semiretta orientata le seguenti coppie di frazioni: **a.** $\frac{3}{4}$ e $\frac{6}{8}$; **b.** $\frac{3}{2}$ e $\frac{6}{4}$. Che cosa noti?

Svolgimento



Notiamo che le coppie di frazioni rappresentano lo .... e per questo sono ....

129 Rappresenta su una semiretta orientata le seguenti frazioni. Cosa noti?

a. $\left\{\frac{2}{3}; \frac{4}{6}; \frac{6}{9}; \frac{8}{12}\right\}$; **b.** $\left\{\frac{4}{5}; \frac{8}{10}; \frac{12}{15}; \frac{16}{20}\right\}$; **c.** $\left\{\frac{7}{3}; \frac{14}{6}; \frac{21}{9}; \frac{28}{12}\right\}$; **d.** $\left\{\frac{2}{1}; \frac{4}{2}; \frac{6}{3}; \frac{8}{4}\right\}$.

Applica la proprietà invariantiva (moltiplicando) e scrivi quattro frazioni equivalenti per ognuna delle seguenti frazioni.

130 Esercizio guida

$\frac{1}{8}$

Svolgimento

$\frac{1}{8} = \frac{1 \cdot 2}{8 \cdot 2} = \frac{2}{16}$; $\frac{1}{8} = \frac{..... \cdot .....}{..... \cdot .....} = \frac{3}{24}$; $\frac{1}{8} = \frac{..... \cdot .....}{..... \cdot .....} = \frac{4}{32}$; $\frac{1}{8} = \frac{..... \cdot .....}{..... \cdot .....} = \frac{5}{40}$.

Le quattro frazioni equivalenti a $\frac{1}{8}$ sono: $\frac{2}{16}$; $\frac{3}{24}$; $\frac{4}{32}$; $\frac{5}{40}$.

131 **a.** $\frac{3}{8}$; **b.** $\frac{5}{3}$; **c.** $\frac{2}{9}$; **d.** $\frac{7}{10}$; **e.** $\frac{4}{5}$.

132 **a.** $\frac{5}{8}$; **b.** $\frac{3}{4}$; **c.** $\frac{2}{5}$; **d.** $\frac{3}{7}$; **e.** $\frac{4}{9}$.

133 Applica la proprietà invariantiva (dividendo) e scrivi due frazioni equivalenti ad ognuna delle seguenti frazioni.

a. $\frac{15}{45}$; **b.** $\frac{50}{20}$; **c.** $\frac{12}{18}$; **d.** $\frac{22}{44}$; **e.** $\frac{28}{56}$.

134 Quali fra le seguenti frazioni sono equivalenti a $\frac{3}{7}$?

a. $\frac{9}{21}$; **b.** $\frac{7}{3}$; **c.** $\frac{15}{24}$; **d.** $\frac{18}{42}$; **e.** $\frac{21}{56}$; **f.** $\frac{12}{24}$; **g.** $\frac{27}{63}$.

Completa le seguenti uguaglianze in modo da ottenere una coppia di frazioni equivalenti.

135 **a.** $\frac{5}{4} = \frac{.....}{16}$; **b.** $\frac{3}{8} = \frac{.....}{16}$; **c.** $\frac{3}{2} = \frac{.....}{10}$.

136 **a.** $\frac{4}{3} = \frac{.....}{12}$; **b.** $\frac{7}{5} = \frac{.....}{35}$; **c.** $\frac{5}{12} = \frac{.....}{36}$.

137 **a.** $\frac{.....}{6} = \frac{20}{24}$; **b.** $\frac{18}{.....} = \frac{9}{5}$; **c.** $\frac{.....}{2} = \frac{36}{24}$.

138 Quali sono le frazioni equivalenti a $\frac{5}{15}$ aventi come denominatori numeri minori o uguali a 40?

139 Quali sono le frazioni equivalenti a $\frac{6}{10}$ aventi come denominatori numeri minori o uguali a 40?

140 Quali sono le frazioni equivalenti a $\frac{72}{18}$ aventi come numeratori numeri minori o uguali a 30?

5 La semplificazione di una frazione

teoria pag. 108

- Una frazione è **riducibile** se numeratore e denominatore ammettono divisori comuni;
- una frazione è **ridotta ai minimi termini o irriducibile** se il numeratore e il denominatore sono primi tra loro;
- **ridurre una frazione ai minimi termini** significa trasformarla in un'altra frazione equivalente ed irriducibile;
- per ridurre una frazione ai minimi termini con il metodo delle divisioni successive, basta applicare la proprietà invariantiva, dividendo successivamente, numeratore e denominatore per i loro divisori comuni;
- per **ridurre una frazione ai minimi termini** basta dividere numeratore e denominatore per il loro M.C.D.

Comprensione della teoria

141 Per frazione irriducibile si intende una frazione in cui:
a. il numeratore è divisore del denominatore;
b. il numeratore è multiplo del denominatore;
c. il numeratore è un numero primo;
d. numeratore e denominatore sono primi fra loro.

142 Per ridurre una frazione ai minimi termini si può calcolare:
a. il quoziente fra numeratore e denominatore;
b. il m.c.m. fra numeratore e denominatore;
c. il M.C.D. fra numeratore e denominatore;
d. la scomposizione in fattori del numeratore.

Stabilisci quali delle seguenti frazioni sono riducibili.

143 $\frac{12}{24}$; $\frac{8}{15}$; $\frac{5}{12}$; $\frac{6}{20}$; $\frac{16}{24}$; $\frac{9}{21}$.

144 $\frac{14}{21}$; $\frac{18}{30}$; $\frac{51}{21}$; $\frac{15}{21}$; $\frac{8}{72}$; $\frac{8}{35}$.

Applicazione

145 Riduci ai minimi termini le seguenti frazioni.

a. $\frac{90}{144} \quad \rightarrow \quad \frac{90 : .....}{144 : .....} = \frac{.....}{72} \quad \rightarrow \quad \frac{45 : .....}{72 : .....} = \frac{.....}{.....} \quad \rightarrow \quad \frac{..... : 3}{..... : 3} = \frac{5}{8};$

b. $\frac{192}{168} \quad \rightarrow \quad \frac{192 : .....}{168 : .....} = \frac{96}{84} \quad \rightarrow \quad \frac{..... : .....}{..... : .....} = \frac{.....}{.....} \quad \rightarrow \quad \frac{48 : .....}{42 : .....} = \frac{.....}{.....} \quad \rightarrow \quad \frac{..... : .....}{..... : .....} = \frac{8}{7};$

c. $\frac{275}{175} \quad \rightarrow \quad \frac{275 : .....}{175 : .....} = \frac{.....}{.....} \quad \rightarrow \quad \frac{..... : .....}{..... : .....} = \frac{11}{7}.$

Riduci ai minimi termini le seguenti frazioni con il metodo delle divisioni successive.

146 Esercizio guida

$\frac{96}{60}$.

Svolgimento

$\frac{\cancel{96}}{\cancel{60}} \rightarrow \frac{\cancel{48}}{\cancel{30}} \rightarrow \frac{\cancel{24}}{\cancel{15}} \rightarrow \frac{...}{...}$

divido entrambi per 2 — divido entrambi per 2 — divido entrambi per ...

pertanto $\frac{96}{60} = \frac{.....}{.....}$

147	**a.** $\frac{36}{24}$;	**b.** $\frac{60}{90}$;	**c.** $\frac{28}{84}$;	**d.** $\frac{21}{15}$;	**e.** $\frac{8}{40}$.
148	**a.** $\frac{63}{49}$;	**b.** $\frac{81}{729}$;	**c.** $\frac{77}{28}$;	**d.** $\frac{121}{55}$;	**e.** $\frac{54}{126}$.
149	**a.** $\frac{12}{36}$;	**b.** $\frac{24}{60}$;	**c.** $\frac{210}{240}$;	**d.** $\frac{96}{336}$;	**e.** $\frac{100}{250}$.
150	**a.** $\frac{176}{96}$;	**b.** $\frac{88}{165}$;	**c.** $\frac{441}{42}$;	**d.** $\frac{960}{72}$;	**e.** $\frac{150}{225}$.
151	**a.** $\frac{72}{108}$;	**b.** $\frac{36}{132}$;	**c.** $\frac{96}{90}$;	**d.** $\frac{221}{52}$;	**e.** $\frac{286}{572}$.
152	**a.** $\frac{105}{231}$;	**b.** $\frac{112}{182}$;	**c.** $\frac{64}{112}$;	**d.** $\frac{36}{414}$;	**e.** $\frac{612}{918}$.
153	**a.** $\frac{162}{126}$;	**b.** $\frac{462}{506}$;	**c.** $\frac{209}{779}$;	**d.** $\frac{108}{1584}$;	**e.** $\frac{180}{600}$.
154	**a.** $\frac{275}{175}$;	**b.** $\frac{288}{396}$;	**c.** $\frac{630}{462}$;	**d.** $\frac{207}{552}$;	**e.** $\frac{680}{1700}$.
155	**a.** $\frac{140}{112}$;	**b.** $\frac{55}{1100}$;	**c.** $\frac{250}{1875}$;	**d.** $\frac{320}{1200}$;	**e.** $\frac{1575}{735}$.
156	**a.** $\frac{375}{825}$;	**b.** $\frac{729}{405}$;	**c.** $\frac{480}{176}$;	**d.** $\frac{189}{360}$;	**e.** $\frac{900}{480}$.
157	**a.** $\frac{144}{162}$;	**b.** $\frac{30}{165}$;	**c.** $\frac{99}{341}$;	**d.** $\frac{207}{360}$;	**e.** $\frac{1755}{1170}$.
158	**a.** $\frac{360}{405}$;	**b.** $\frac{210}{150}$;	**c.** $\frac{288}{336}$;	**d.** $\frac{360}{504}$;	**e.** $\frac{1001}{572}$.
159	**a.** $\frac{144}{180}$;	**b.** $\frac{200}{160}$;	**c.** $\frac{180}{225}$;	**d.** $\frac{125}{355}$;	**e.** $\frac{1500}{450}$.

160 a. $\frac{25}{60}$; b. $\frac{75}{500}$; c. $\frac{162}{1215}$; d. $\frac{675}{90}$; e. $\frac{2016}{756}$.

161 a. $\frac{48}{108}$; b. $\frac{34}{357}$; c. $\frac{51}{374}$; d. $\frac{68}{391}$; e. $\frac{1380}{1656}$.

162 a. $\frac{441}{483}$; b. $\frac{495}{396}$; c. $\frac{975}{1014}$; d. $\frac{770}{2310}$; e. $\frac{1235}{6175}$.

163 a. $\frac{3960}{2904}$; b. $\frac{3575}{2025}$; c. $\frac{2800}{1960}$; d. $\frac{1375}{7865}$; e. $\frac{1360}{1700}$.

● **164** a. $\frac{7425}{9450}$; b. $\frac{3528}{3087}$; c. $\frac{4032}{2232}$; d. $\frac{5148}{7884}$; e. $\frac{2205}{4725}$.

● **165** a. $\frac{1936}{1188}$; b. $\frac{1428}{8820}$; c. $\frac{1265}{1485}$; d. $\frac{1701}{2106}$; e. $\frac{4056}{1872}$.

● **166** a. $\frac{5625}{3675}$; b. $\frac{3861}{5049}$; c. $\frac{3780}{8505}$; d. $\frac{2904}{4356}$; e. $\frac{7904}{2704}$.

Riduci ai minimi termini le seguenti frazioni con il metodo del M.C.D.

167 **Esercizio guida**

$\frac{120}{105}$.

Svolgimento

Calcoliamo il M.C.D. del numeratore e del denominatore della frazione data:

$$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot .....; \qquad 105 = ... \cdot ..... \cdot .....$$

pertanto M.C.D. (120, 105) = ...

Dividiamo il numeratore e il denominatore della frazione per il M.C.D. (120, 105): $\frac{120 : .....}{105 : .....} = \frac{8}{7}$.

168 a. $\frac{12}{24}$; b. $\frac{18}{36}$; c. $\frac{48}{36}$; d. $\frac{16}{24}$. $\left[\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{4}{3}; \frac{2}{3}\right]$

169 a. $\frac{42}{36}$; b. $\frac{15}{60}$; c. $\frac{30}{40}$; d. $\frac{12}{18}$. $\left[\frac{7}{6}; \frac{1}{4}; \frac{3}{4}; \frac{2}{3}\right]$

170 a. $\frac{12}{30}$; b. $\frac{60}{24}$; c. $\frac{54}{72}$; d. $\frac{21}{63}$. $\left[\frac{2}{5}; \frac{5}{2}; \frac{3}{4}; \frac{1}{3}\right]$

171 a. $\frac{144}{108}$; b. $\frac{120}{320}$; c. $\frac{252}{288}$; d. $\frac{96}{120}$. $\left[\frac{4}{3}; \frac{3}{8}; \frac{7}{8}; \frac{4}{5}\right]$

172 a. $\frac{125}{75}$; b. $\frac{96}{64}$; c. $\frac{675}{825}$; d. $\frac{567}{729}$. $\left[\frac{5}{3}; \frac{3}{2}; \frac{9}{11}; \frac{7}{9}\right]$

● **173** a. $\frac{1134}{2835}$; b. $\frac{1408}{2112}$; c. $\frac{2475}{1125}$; d. $\frac{2695}{4312}$. $\left[\frac{2}{5}; \frac{2}{3}; \frac{11}{5}; \frac{5}{8}\right]$

● **174** a. $\frac{1944}{2268}$; b. $\frac{3575}{7865}$; c. $\frac{2744}{1568}$; d. $\frac{3400}{2125}$. $\left[\frac{6}{7}; \frac{5}{11}; \frac{7}{4}; \frac{8}{5}\right]$

● **175** a. $\frac{2772}{8316}$; b. $\frac{1089}{1331}$; c. $\frac{1176}{3024}$; d. $\frac{3825}{7140}$. $\left[\frac{1}{3}; \frac{9}{11}; \frac{7}{18}; \frac{15}{28}\right]$

Riduci ai minimi termini le seguenti frazioni senza calcolare le potenze.

● **176** a. $\frac{3^4 \cdot 5^2 \cdot 11^4}{3^2 \cdot 5 \cdot 11^3}$; b. $\frac{2^8 \cdot 3^2 \cdot 7}{2^7 \cdot 3}$; c. $\frac{3^5 \cdot 7^2 \cdot 11^3}{3^3 \cdot 7^2 \cdot 11^2}$; d. $\frac{2^5 \cdot 3^3 \cdot 13^3}{2^4 \cdot 3^4 \cdot 13^3}$.

● **177** a. $\frac{2^4 \cdot 3^5 \cdot 7^2}{2^4 \cdot 3^3 \cdot 7}$; b. $\frac{5^4 \cdot 7^2}{5^3 \cdot 7}$; c. $\frac{2^3 \cdot 3^3 \cdot 7^2}{2^2 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7}$; d. $\frac{2^6 \cdot 3^4 \cdot 5^2 \cdot 11^4}{2^6 \cdot 3^5 \cdot 5^3 \cdot 11^3}$.

● **178** a. $\frac{3^2 \cdot 7^2}{2^3 \cdot 7^2}$; b. $\frac{2^5 \cdot 3^4 \cdot 7^3}{2^3 \cdot 3^2 \cdot 7^4}$; c. $\frac{3^2 \cdot 11^4}{2^3 \cdot 3^2 \cdot 11^5}$; d. $\frac{7^2 \cdot 5 \cdot 17^4}{7^2 \cdot 5^2 \cdot 17^3}$.

6 La trasformazione di una frazione in un'altra equivalente di denominatore dato

teoria pag. 110

- ✗ Per **trasformare una frazione in un'altra di denominatore assegnato**, basta ridurre ai minimi termini la frazione data, moltiplicare entrambi i termini della frazione ridotta per il quoto tra il denominatore assegnato e quello della frazione ridotta;
- ✗ **per ridurre due o più frazioni al m.c.d.** si riducono le frazioni ai minimi termini (se necessario); si calcola il m.c.m. dei denominatori; si divide il m.c.d. per il denominatore di ciascuna frazione; si moltiplicano i termini di ogni frazione per i quoti precedentemente ottenuti.

Applicazione

Scrivi al posto dei puntini il numero che rende vera ognuna delle seguenti uguaglianze (se necessario devi ridurre ai minimi termini).

179 Esercizio guida

$\frac{18}{45} = \frac{.....}{30}$.

Svolgimento

Riduciamo ai .... la frazione: $\frac{18}{45} = \frac{18:9}{45:9} = \frac{2}{5}$.

Calcoliamo il .... tra il denominatore assegnato (30) e quello della frazione ridotta ai minimi termini: 30 : 5 = 6.

Moltiplichiamo per .... entrambi i .... della frazione $\frac{2}{5}$: $\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot .....}{5 \cdot .....} = ...$

180 **a.** $\frac{5}{6} = \frac{.....}{12}$; **b.** $\frac{8}{10} = \frac{4}{.....}$; **c.** $\frac{30}{45} = \frac{.....}{15}$.

181 **a.** $\frac{.....}{18} = \frac{7}{6}$; **b.** $\frac{28}{.....} = \frac{14}{15}$; **c.** $\frac{100}{35} = \frac{.....}{14}$.

182 **a.** $\frac{35}{21} = \frac{10}{.....}$; **b.** $\frac{12}{18} = \frac{14}{.....}$; **c.** $\frac{100}{7} = \frac{.....}{28}$.

183 **a.** $\frac{85}{.....} = \frac{17}{5}$; **b.** $\frac{40}{20} = \frac{10}{.....}$; **c.** $\frac{.....}{8} = \frac{12}{48}$.

184 **a.** $\frac{40}{28} = \frac{80}{.....}$; **b.** $\frac{300}{17} = \frac{600}{.....}$; **c.** $\frac{.....}{45} = \frac{20}{90}$.

185 **a.** $\frac{28}{6} = \frac{.....}{15}$; **b.** $\frac{15}{4} = \frac{.....}{16}$; **c.** $\frac{21}{30} = \frac{.....}{20}$.

186 **a.** $\frac{15}{32} = \frac{.....}{64}$; **b.** $\frac{31}{21} = \frac{.....}{84}$; **c.** $\frac{45}{20} = \frac{.....}{36}$.

187 **a.** $\frac{2}{8} = \frac{.....}{12}$; **b.** $\frac{100}{200} = \frac{.....}{18}$; **c.** $\frac{17}{34} = \frac{.....}{6}$.

188 **a.** $\frac{.....}{50} = \frac{144}{40}$; **b.** $\frac{10}{.....} = \frac{75}{30}$; **c.** $\frac{.....}{72} = \frac{550}{220}$.

Trasforma, se è possibile, le seguenti frazioni in altre equivalenti di denominatore assegnato (riducendole, quando è necessario, ai minimi termini).

189 denominatore 30: **a.** $\frac{30}{45}$; **b.** $\frac{30}{50}$; **c.** $\frac{50}{60}$; **d.** $\frac{6}{22}$.

190 denominatore 25: **a.** $\frac{8}{20}$; **b.** $\frac{110}{125}$; **c.** $\frac{120}{225}$; **d.** $\frac{36}{40}$.

Riduci allo stesso m.c.d. i seguenti gruppi di frazioni (se necessario riduci ai minimi termini).

191 Esercizio guida

$\frac{15}{7}$ e $\frac{36}{16}$.

Svolgimento

.... le frazioni ai minimi termini: $\frac{15}{7}=\frac{15}{7}$; $\frac{36}{16}=\frac{36:4}{16:4}=\frac{9}{4}$.

Le frazioni equivalenti a quelle date sono $\frac{15}{7}$ e $\frac{9}{4}$.

Calcoliamo il m.c.d. (7; 4) = 28. Pertanto $\frac{15}{7} \rightarrow \frac{.....}{28}$; $\frac{36}{16}=\frac{9}{4} \rightarrow \frac{.....}{28}$.

192 **a.** $\frac{11}{2}$ e $\frac{1}{8}$; **b.** $\frac{18}{12}$ e $\frac{8}{3}$; **c.** $\frac{2}{22}$ e $\frac{3}{36}$.

193 **a.** $\frac{7}{5}$ e $\frac{11}{3}$; **b.** $\frac{11}{10}$ e $\frac{8}{5}$; **c.** $\frac{30}{90}$ e $\frac{8}{11}$.

194 **a.** $\frac{9}{5}$ e $\frac{6}{18}$; **b.** $\frac{11}{5}$ e $\frac{9}{21}$; **c.** $\frac{3}{10}$ e $\frac{8}{18}$.

195 **a.** $\frac{20}{16}$ e $\frac{30}{10}$; **b.** $\frac{30}{18}$ e $\frac{14}{40}$; **c.** $\frac{24}{90}$ e $\frac{22}{20}$.

196 **a.** $\frac{3}{8}$ e $\frac{2}{5}$; **b.** $\frac{9}{2}$ e $\frac{15}{4}$; **c.** $\frac{2}{11}$ e $\frac{5}{22}$.

197 **a.** $\frac{15}{24}$ e $\frac{44}{48}$; **b.** $\frac{18}{20}$ e $\frac{9}{25}$; **c.** $\frac{3}{4}$ e $\frac{2}{7}$.

198 **a.** $\frac{16}{20}$ e $\frac{15}{8}$; **b.** $\frac{30}{14}$ e $\frac{7}{15}$; **c.** $\frac{20}{17}$ e $\frac{10}{68}$.

199 **a.** $\frac{8}{12}$ e $\frac{15}{20}$; **b.** $\frac{25}{30}$ e $\frac{44}{16}$; **c.** $\frac{10}{50}$ e $\frac{16}{56}$.

200 **a.** $\frac{12}{66}$ e $\frac{24}{198}$; **b.** $\frac{24}{40}$ e $\frac{12}{45}$; **c.** $\frac{35}{14}$ e $\frac{40}{96}$.

201 **a.** $\frac{36}{45}$ e $\frac{27}{60}$; **b.** $\frac{39}{65}$ e $\frac{45}{27}$; **c.** $\frac{72}{45}$ e $\frac{77}{44}$.

202 **a.** $\frac{42}{112}$ e $\frac{65}{52}$; **b.** $\frac{180}{450}$ e $\frac{196}{168}$; **c.** $\frac{200}{300}$ e $\frac{70}{112}$.

203 **a.** $\frac{63}{27}$ e $\frac{81}{45}$; **b.** $\frac{99}{44}$ e $\frac{70}{21}$; **c.** $\frac{96}{108}$ e $\frac{156}{65}$.

204 **a.** $\frac{341}{44}$ e $\frac{144}{60}$; **b.** $\frac{231}{105}$ e $\frac{312}{182}$; **c.** $\frac{126}{224}$ e $\frac{210}{700}$.

205 **a.** $\frac{90}{378}$ e $\frac{35}{150}$; **b.** $\frac{12}{360}$ e $\frac{45}{162}$; **c.** $\frac{40}{336}$ e $\frac{98}{420}$.

● **206** **a.** $\frac{75}{500}$ e $\frac{128}{240}$; **b.** $\frac{154}{168}$ e $\frac{152}{1026}$; **c.** $\frac{56}{1120}$ e $\frac{256}{800}$.

● **207** **a.** $\frac{9}{10}$, $\frac{36}{35}$ e $\frac{27}{6}$; **b.** $\frac{5}{8}$, $\frac{13}{16}$ e $\frac{44}{16}$; **c.** $\frac{3}{5}$, $\frac{11}{20}$ e $\frac{15}{4}$.

● **208** **a.** $\frac{9}{15}$, $\frac{6}{4}$ e $\frac{24}{28}$; **b.** $\frac{125}{75}$, $\frac{126}{108}$ e $\frac{132}{144}$; **c.** $\frac{210}{252}$, $\frac{104}{120}$ e $\frac{286}{396}$.

● **209** **a.** $\frac{24}{32}$, $\frac{45}{27}$ e $\frac{9}{360}$; **b.** $\frac{70}{245}$, $\frac{63}{196}$ e $\frac{36}{630}$; **c.** $\frac{11}{40}$, $\frac{27}{90}$ e $\frac{39}{60}$.

● **210** **a.** $\frac{180}{75}$, $\frac{144}{270}$ e $\frac{45}{300}$; **b.** $\frac{154}{126}$, $\frac{108}{225}$ e $\frac{144}{560}$; **c.** $\frac{352}{416}$, $\frac{357}{42}$ e $\frac{630}{240}$.

● **211** **a.** $\frac{11}{440}$, $\frac{108}{225}$ e $\frac{42}{280}$; **b.** $\frac{14}{147}$, $\frac{28}{245}$ e $\frac{77}{140}$; **c.** $\frac{13}{18}$, $\frac{364}{468}$ e $\frac{162}{450}$.

●212 a. $\frac{18}{135}, \frac{132}{275}$ e $\frac{9}{108}$; b. $\frac{57}{380}, \frac{112}{350}$ e $\frac{312}{560}$; c. $\frac{273}{312}, \frac{225}{650}$ e $\frac{19}{13}$.

●213 a. $\frac{176}{256}, \frac{45}{300}$ e $\frac{45}{360}$; b. $\frac{84}{360}, \frac{216}{300}$ e $\frac{375}{270}$; c. $\frac{130}{240}, \frac{288}{216}$ e $\frac{540}{360}$.

●214 a. $\frac{126}{540}, \frac{144}{450}$ e $\frac{209}{760}$; b. $\frac{405}{540}, \frac{396}{900}$ e $\frac{1000}{225}$; c. $\frac{13}{35}, \frac{744}{310}$ e $\frac{325}{100}$.

●●215 a. $\frac{7}{12}, \frac{16}{60}, \frac{15}{50}$ e $\frac{9}{8}$; b. $\frac{30}{36}, \frac{13}{10}, \frac{8}{9}$ e $\frac{63}{135}$; c. $\frac{5}{15}, \frac{30}{24}, \frac{21}{56}$ e $\frac{49}{14}$.

●●216 a. $\frac{11}{25}, \frac{19}{15}, \frac{208}{130}$ e $\frac{21}{30}$; b. $\frac{90}{35}, \frac{15}{14}, \frac{216}{224}$ e $\frac{23}{21}$; c. $\frac{49}{21}, \frac{48}{30}, \frac{39}{45}$ e $\frac{38}{20}$.

●●217 a. $\frac{64}{400}, \frac{255}{225}, \frac{300}{144}$ e $\frac{165}{270}$; b. $\frac{75}{500}, \frac{128}{240}, \frac{325}{125}$ e $\frac{748}{1320}$; c. $\frac{56}{90}, \frac{276}{540}, \frac{390}{270}$ e $\frac{350}{600}$.

●●218 a. $\frac{147}{630}, \frac{176}{720}, \frac{75}{625}$ e $\frac{32}{240}$; b. $\frac{154}{168}, \frac{152}{1026}, \frac{930}{558}$ e $\frac{728}{504}$; c. $\frac{3042}{1170}, \frac{858}{1584}, \frac{924}{660}$ e $\frac{1248}{1920}$.

●●219 a. $\frac{152}{304}, \frac{96}{240}, \frac{1080}{360}$ e $\frac{100}{375}$; b. $\frac{56}{1120}, \frac{256}{800}, \frac{255}{3400}$ e $\frac{525}{1500}$; c. $\frac{1024}{1536}, \frac{1078}{588}, \frac{1080}{960}$ e $\frac{2898}{1656}$.

7 Il confronto di frazioni

teoria pag. 112

- **Confrontare tra loro due frazioni** vuol dire stabilire quale di esse è maggiore o minore dell'altra, oppure se sono uguali;
- se due frazioni hanno i denominatori uguali e i numeratori diversi, la maggiore è quella che ha il numeratore maggiore;
- se due frazioni hanno i denominatori disuguali, dopo averle ridotte allo stesso denominatore, è maggiore quella che ha il numeratore maggiore.

Applicazione

Confronta le frazioni date con l'intero e inserisci al posto dei puntini il simbolo di maggiore, minore o uguale.

220 a. $\frac{3}{5}$.....1; b. $\frac{7}{5}$.....1; c. $\frac{7}{5}$.....2; d. $\frac{4}{4}$.....1.

221 a. $\frac{3}{2}$.....2; b. $\frac{12}{10}$.....1; c. $\frac{15}{20}$.....1; d. $\frac{4}{3}$....1.

222 a. $\frac{4}{9}$.....1; b. $\frac{12}{3}$.....3; c. $\frac{15}{5}$.....3; d. $\frac{14}{7}$.....2.

Confronta le seguenti coppie di frazioni, inserendo al posto dei puntini il simbolo di maggiore, minore o uguale.

223 a. $\frac{4}{5}$ ..... $\frac{7}{5}$; b. $\frac{4}{12}$ ..... $\frac{1}{3}$; c. $\frac{5}{13}$ ..... $\frac{3}{13}$; d. $\frac{6}{5}$ ..... $\frac{5}{6}$.

224 a. $\frac{5}{20}$ ..... $\frac{2}{3}$; b. $\frac{12}{20}$ ..... $\frac{3}{4}$; c. $\frac{9}{10}$ ..... $\frac{4}{20}$; d. $\frac{2}{8}$ ..... $\frac{4}{16}$.

225 a. $\frac{2}{7}$ ..... $\frac{14}{28}$; b. $\frac{9}{15}$ ..... $\frac{3}{18}$; c. $\frac{2}{10}$ ..... $\frac{7}{28}$; d. $\frac{12}{24}$ ..... $\frac{6}{18}$.

Inserisci al posto dei puntini una frazione che renda vera le disuguaglianze.

226 a. $\frac{3}{4} <$ .....; b. $\frac{5}{3} >$ .....; c. $\frac{8}{12} <$ .....; d. $\frac{3}{5} <$ .....

227 a. $\frac{5}{2} <$ .....; b. $\frac{7}{4} >$ .....; c. $\frac{7}{8} <$ .....; d. $\frac{12}{7} <$ .....

Rappresenta su una semiretta orientata le seguenti frazioni e disponile in ordine crescente.

228 **a.** $\frac{1}{2}$; **b.** $\frac{3}{8}$; **c.** $\frac{4}{16}$; **d.** $\frac{5}{20}$.

229 **a.** $\frac{5}{20}$; **b.** $\frac{2}{5}$; **c.** $\frac{3}{12}$; **d.** $\frac{6}{20}$.

Disponi i seguenti gruppi di frazioni in ordine crescente.

230 **a.** $\frac{6}{11}, \frac{5}{11}, \frac{1}{11}, \frac{4}{11}, \frac{7}{11}, \frac{8}{11}$; **b.** $\frac{3}{7}, \frac{3}{13}, \frac{3}{5}, \frac{3}{11}, \frac{3}{4}, \frac{3}{17}$.

231 **a.** $\frac{7}{16}, \frac{3}{16}, \frac{9}{16}, \frac{1}{16}, \frac{11}{16}, \frac{5}{16}$; **b.** $\frac{3}{2}, \frac{2}{3}, \frac{5}{4}, \frac{4}{5}, \frac{7}{6}, \frac{6}{7}$.

● **232** **a.** $\frac{5}{13}, \frac{5}{2}, \frac{5}{8}, \frac{5}{9}, \frac{5}{5}, \frac{5}{3}$; **b.** $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{3}{2}, \frac{2}{3}, \frac{5}{3}, \frac{2}{2}$.

● **233** **a.** $\frac{1}{4}, \frac{4}{3}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{7}{4}, \frac{5}{3}$; **b.** $\frac{1}{5}, \frac{3}{4}, \frac{7}{2}, \frac{9}{5}, \frac{7}{3}, \frac{15}{4}$.

Disponi i seguenti gruppi di frazioni in ordine decrescente.

● **234** **a.** $\frac{1}{4}, \frac{3}{2}, \frac{2}{3}, \frac{5}{4}, \frac{4}{5}, \frac{3}{8}$; **b.** $\frac{3}{5}, \frac{1}{3}, \frac{4}{3}, \frac{4}{5}, \frac{2}{3}, \frac{7}{5}$.

● **235** **a.** $\frac{1}{2}, \frac{7}{3}, \frac{5}{9}, \frac{5}{3}, \frac{13}{6}, \frac{5}{2}$; **b.** $\frac{3}{7}, \frac{1}{3}, \frac{11}{6}, \frac{9}{7}, \frac{2}{3}, \frac{5}{6}$.

● **236** **a.** $\frac{7}{15}, \frac{4}{5}, \frac{2}{9}, \frac{8}{30}, \frac{1}{3}, \frac{24}{27}$; **b.** $\frac{12}{5}, \frac{13}{6}, \frac{19}{9}, \frac{21}{10}, \frac{17}{8}, \frac{15}{7}$.

● **237** Due arcieri si sfidano. Il primo colpisce il centro del bersaglio con i $\frac{17}{29}$ delle frecce che lancia, il secondo con i $\frac{3}{5}$. Chi ha vinto?
[il secondo]

● **238** Due camionisti partono da Roma per raggiungere Milano. Il primo si ferma dopo aver fatto i $\frac{2}{7}$ del percorso, il secondo dopo i $\frac{3}{10}$ del tragitto. Chi dei due ha fatto la sosta in una località più vicina a Milano.
[il secondo camionista]

● **239** Tre alunni hanno a disposizione la stessa cifra e spendono rispettivamente i $\frac{7}{10}$, i $\frac{17}{23}$ e i $\frac{25}{32}$ dei loro risparmi. Chi fra i tre ha speso meno?
[il primo alunno]

8 L'addizione di frazioni

teoria pag. 113

- La **somma di due o più frazioni aventi lo stesso denominatore** è una frazione che ha come denominatore lo stesso denominatore e come numeratore la somma dei numeratori;
- per eseguire la **somma di due o più frazioni non aventi lo stesso denominatore** è necessario ridurle tutte allo stesso m.c.d. ed applicare poi la regola precedente;
- i **numeri misti** sono costituiti dalla somma di un numero intero e di una frazione propria;
- una frazione impropria si può sempre trasformare in un numero misto dividendo il numeratore per il denominatore: il quoto rappresenta la parte intera, il resto è il numeratore della frazione propria.

Applicazione

Esegui le seguenti addizioni di frazioni con lo stesso denominatore riducendo ai minimi termini il risultato.

240 **a.** $\frac{2}{5}+\frac{1}{5}$; **b.** $\frac{9}{5}+\frac{1}{5}$; **c.** $\frac{8}{7}+\frac{2}{7}$.

241 a. $\frac{1}{2}+\frac{4}{2}$; b. $\frac{3}{5}+\frac{2}{5}+\frac{1}{5}$; c. $\frac{2}{7}+\frac{4}{7}+\frac{9}{7}$.

242 a. $\frac{1}{9}+\frac{9}{9}+\frac{3}{9}$; b. $\frac{2}{11}+\frac{9}{11}+\frac{1}{11}$; c. $\frac{5}{6}+\frac{8}{6}+\frac{1}{6}$.

243 a. $\frac{2}{19}+\frac{3}{19}+\frac{5}{19}$; b. $\frac{9}{11}+\frac{7}{11}+\frac{6}{11}$; c. $\frac{5}{13}+\frac{4}{13}+\frac{2}{13}$.

244 a. $\frac{4}{11}+\frac{2}{11}+\frac{5}{11}$; b. $\frac{5}{9}+\frac{1}{9}+\frac{7}{9}$; c. $\frac{9}{10}+\frac{1}{10}+\frac{0}{10}$.

245 a. $\frac{1}{8}+\frac{2}{8}+\frac{5}{8}$; b. $\frac{9}{21}+\frac{1}{21}+\frac{5}{21}$; c. $\frac{6}{20}+\frac{8}{20}+\frac{3}{20}$.

246 a. $\frac{8}{9}+\frac{7}{9}+\frac{112}{9}+\frac{6}{9}$; b. $\frac{6}{11}+\frac{1}{11}+\frac{3}{11}+\frac{4}{11}$; c. $\frac{6}{7}+\frac{3}{7}+\frac{8}{7}+\frac{2}{7}$.

Esegui le seguenti addizioni di frazioni con denominatori diversi riducendo, quando è necessario, ai minimi termini.

247 **Esercizio guida**

$$\frac{3}{4}+\frac{1}{6}=\frac{\ldots\ldots+\ldots\ldots}{12}=\frac{11}{12}.$$

248 a. $\frac{2}{15}+\frac{1}{6}$; b. $\frac{3}{25}+\frac{7}{10}$; c. $\frac{3}{5}+\frac{1}{2}$. $\left[\frac{3}{10};\frac{41}{50};\frac{11}{10}\right]$

249 a. $\frac{7}{15}+\frac{4}{9}$; b. $\frac{3}{22}+\frac{1}{4}$; c. $\frac{3}{4}+\frac{1}{3}$. $\left[\frac{41}{45};\frac{17}{44};\frac{13}{12}\right]$

250 a. $\frac{5}{7}+\frac{4}{3}$; b. $\frac{5}{6}+\frac{5}{4}$; c. $\frac{3}{5}+\frac{1}{15}$. $\left[\frac{43}{21};\frac{25}{12};\frac{2}{3}\right]$

251 a. $\frac{5}{12}+\frac{5}{4}$; b. $\frac{2}{3}+\frac{7}{2}$; c. $\frac{3}{4}+\frac{2}{5}$. $\left[\frac{5}{3};\frac{25}{6};\frac{23}{20}\right]$

252 a. $\frac{1}{8}+\frac{1}{12}$; b. $\frac{1}{4}+\frac{3}{14}$; c. $\frac{2}{3}+\frac{4}{9}$. $\left[\frac{5}{24};\frac{13}{28};\frac{10}{9}\right]$

253 a. $\frac{1}{10}+\frac{1}{15}$; b. $\frac{2}{9}+\frac{1}{6}$; c. $\frac{5}{12}+\frac{1}{16}$. $\left[\frac{1}{6};\frac{7}{18};\frac{23}{48}\right]$

254 a. $\frac{3}{2}+1+\frac{1}{4}$; b. $\frac{5}{4}+2+\frac{1}{8}$; c. $1+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}$. $\left[\frac{11}{4};\frac{27}{8};\frac{29}{12}\right]$

255 a. $\frac{5}{8}+\frac{1}{4}+\frac{3}{2}$; b. $\frac{1}{5}+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$; c. $\frac{3}{2}+\frac{2}{5}+\frac{1}{2}$. $\left[\frac{19}{8};\frac{19}{20};\frac{12}{5}\right]$

256 a. $\frac{1}{4}+\frac{2}{8}+\frac{1}{16}$; b. $\frac{5}{9}+\frac{1}{18}+\frac{3}{36}$; c. $\frac{5}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{2}$. $\left[\frac{9}{16};\frac{25}{36};\frac{15}{8}\right]$

257 a. $\frac{2}{3}+\frac{1}{5}+\frac{4}{15}$; b. $\frac{6}{10}+\frac{1}{5}+\frac{2}{15}$; c. $\frac{12}{30}+\frac{1}{3}+\frac{4}{5}$. $\left[\frac{17}{15};\frac{14}{15};\frac{23}{15}\right]$

258 a. $\frac{3}{5}+\frac{1}{4}+\frac{7}{2}$; b. $\frac{10}{20}+\frac{3}{4}+\frac{5}{3}$; c. $\frac{15}{45}+\frac{3}{5}+\frac{1}{10}$. $\left[\frac{87}{20};\frac{35}{12};\frac{31}{30}\right]$

259 a. $\frac{8}{3}+\frac{6}{16}+\frac{1}{24}$; b. $\frac{2}{3}+\frac{2}{6}+\frac{3}{5}$; c. $\frac{5}{6}+\frac{1}{3}+\frac{2}{9}$. $\left[\frac{37}{12};\frac{8}{5};\frac{25}{18}\right]$

260 a. $\frac{1}{2}+\frac{5}{4}+\frac{7}{8}$; b. $\frac{2}{3}+\frac{5}{9}+\frac{1}{18}$; c. $\frac{3}{8}+\frac{5}{4}+\frac{7}{2}$. $\left[\frac{21}{8};\frac{23}{18};\frac{41}{8}\right]$

261 a. $\frac{3}{2}+\frac{1}{5}+\frac{2}{3}$; b. $\frac{4}{5}+\frac{2}{3}+\frac{1}{15}$; c. $\frac{4}{7}+\frac{15}{14}+\frac{3}{2}$. $\left[\frac{71}{30};\frac{23}{15};\frac{22}{7}\right]$

262 a. $\frac{5}{8}+\frac{5}{6}+1$; b. $\frac{1}{2}+2+\frac{1}{3}$; c. $1+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$. $\left[\frac{59}{24};\frac{17}{6};\frac{11}{8}\right]$

● **263** a. $\frac{6}{5}+\frac{3}{4}+\frac{5}{2}+\frac{1}{10}$; b. $\frac{5}{12}+\frac{3}{4}+\frac{1}{2}+\frac{5}{6}$; c. $\frac{3}{2}+\frac{1}{6}+\frac{5}{3}+\frac{7}{12}$. $\left[\frac{91}{20};\frac{5}{2};\frac{47}{12}\right]$

● **264** a. $\frac{7}{5}+\frac{18}{4}+\frac{3}{2}+\frac{4}{10}$; b. $\frac{5}{4}+\frac{3}{16}+\frac{9}{8}+\frac{3}{24}$; c. $\frac{5}{20}+\frac{3}{4}+\frac{7}{8}+\frac{1}{2}$. $\left[\frac{39}{5};\frac{43}{16};\frac{19}{8}\right]$

265 a. $\frac{7}{10}+\frac{1}{5}+\frac{2}{30}+\frac{4}{12}$; b. $\frac{6}{8}+\frac{3}{4}+\frac{9}{2}+\frac{4}{16}$; c. $1+\frac{1}{4}+2+\frac{3}{8}$. $\left[\frac{13}{10}; \frac{25}{4}; \frac{29}{8}\right]$

266 a. $\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{1}{4}$; b. $\frac{1}{5}+\frac{1}{3}+\frac{3}{10}+\frac{1}{6}$; c. $\frac{5}{14}+\frac{1}{7}+\frac{1}{2}+\frac{3}{7}$. $\left[\frac{7}{4}; 1; \frac{10}{7}\right]$

267 a. $\frac{3}{4}+\frac{4}{3}+\frac{1}{6}+\frac{5}{4}$; b. $\frac{1}{3}+\frac{3}{8}+\frac{1}{2}+\frac{5}{12}$; c. $1+\frac{4}{3}+\frac{5}{12}+\frac{3}{2}$. $\left[\frac{7}{2}; \frac{13}{8}; \frac{17}{4}\right]$

268 a. $\frac{2}{5}+\frac{1}{6}+\frac{3}{10}+\frac{2}{15}$; b. $\frac{1}{8}+\frac{1}{4}+\frac{3}{8}+\frac{1}{12}$; c. $\frac{1}{2}+\frac{9}{10}+\frac{3}{8}+\frac{1}{10}$. $\left[1; \frac{5}{6}; \frac{15}{8}\right]$

269 a. $\frac{1}{5}+\frac{3}{4}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$; b. $\frac{2}{11}+\frac{1}{2}+\frac{5}{6}+\frac{7}{22}$; c. $\frac{5}{9}+\frac{1}{2}+\frac{7}{12}+\frac{1}{4}$. $\left[\frac{29}{20}; \frac{11}{6}; \frac{17}{9}\right]$

270 a. $\frac{2}{5}+\frac{5}{6}+\frac{5}{12}+\frac{1}{6}+1$; b. $\frac{2}{6}+\frac{11}{6}+\frac{5}{4}+\frac{3}{2}+\frac{1}{3}$; c. $\frac{5}{6}+\frac{1}{3}+\frac{2}{3}+\frac{2}{24}$. $\left[\frac{169}{60}; \frac{21}{4}; \frac{23}{12}\right]$

271 a. $1+\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{5}{8}+\frac{5}{6}$; b. $\frac{1}{3}+\frac{5}{6}+\frac{5}{12}+\frac{1}{6}+1$; c. $\frac{1}{2}+\frac{10}{5}+\frac{5}{6}+\frac{3}{4}+\frac{1}{12}$. $\left[\frac{29}{8}; \frac{11}{4}; \frac{25}{6}\right]$

272 a. $2+\frac{1}{2}+\frac{1}{5}+\frac{5}{6}+\frac{3}{10}$; b. $\frac{1}{4}+\frac{1}{3}+\frac{3}{6}+1+\frac{5}{12}$; c. $\frac{6}{4}+\frac{12}{3}+\frac{5}{2}+\frac{10}{4}+\frac{8}{6}$. $\left[\frac{23}{6}; \frac{5}{2}; \frac{71}{6}\right]$

273 a. $\frac{2}{9}+\frac{5}{6}+\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{1}{9}$; b. $\frac{1}{2}+\frac{3}{7}+1+\frac{5}{14}+\frac{5}{7}$; c. $\frac{1}{5}+\frac{3}{10}+\frac{8}{4}+\frac{2}{6}+\frac{1}{3}$. $\left[\frac{7}{3}; 3; \frac{19}{6}\right]$

274 a. $\frac{5}{6}+\frac{1}{12}+\frac{3}{8}+\frac{1}{3}+\frac{3}{2}$; b. $\frac{3}{5}+1+\frac{7}{20}+\frac{1}{2}+\frac{3}{4}$; c. $\frac{5}{4}+\frac{7}{2}+\frac{3}{8}+\frac{6}{12}+\frac{5}{10}$. $\left[\frac{25}{8}; \frac{16}{5}; \frac{49}{8}\right]$

275 a. $\frac{5}{12}+\frac{1}{6}+\frac{4}{9}+\frac{3}{4}+\frac{1}{3}$; b. $\frac{1}{2}+\frac{1}{7}+\frac{1}{42}+\frac{7}{6}+\frac{2}{3}$; c. $2+\frac{1}{5}+\frac{5}{2}+1+\frac{3}{10}$. $\left[\frac{19}{9}; \frac{5}{2}; 6\right]$

Completa le seguenti scritture relative a numeri misti.

276 a. $4+\frac{1}{5}=\frac{5\cdot 4+1}{5}=\frac{21}{5}$; b. $2+\frac{1}{3}=\frac{3\cdot 2+1}{3}=\frac{\dots}{\dots}$; c. $3+\frac{1}{2}=\frac{2\cdot\dots+\dots}{2}=\frac{\dots}{\dots}$.

277 a. $5+\frac{1}{4}=\frac{\dots\dots+1}{\dots}=\frac{\dots}{\dots}$; b. $3+\frac{2}{5}=\frac{\dots\dots+\dots}{5}=\frac{17}{5}$; c. $4+\frac{2}{3}=\frac{\dots\dots}{\dots}=\frac{14}{3}$.

Calcola il valore frazionario dei seguenti numeri misti.

278 a. $6+\frac{2}{4}$; b. $7+\frac{14}{4}$; c. $9+\frac{2}{18}$; d. $3+\frac{4}{8}$.

279 a. $8+\frac{2}{5}$; b. $6+\frac{3}{4}$; c. $2+\frac{3}{2}$; d. $1+\frac{1}{4}$.

280 a. $5+\frac{3}{4}$; b. $8+\frac{1}{2}$; c. $7+\frac{2}{5}$; d. $2+\frac{3}{5}$.

281 a. $6+\frac{6}{4}$; b. $9+\frac{3}{9}$; c. $2+\frac{12}{24}$; d. $6+\frac{2}{8}$.

282 a. $\frac{2}{10}+8$; b. $\frac{5}{8}+3$; c. $\frac{3}{30}+5$; d. $5+\frac{10}{5}$.

Trasforma le seguenti frazioni improprie in numeri misti.

283 **Esercizio guida**

$\frac{5}{3}$

Svolgimento

$\frac{5}{3}=\frac{\dots}{3}+\frac{\dots}{3}=1+\frac{2}{3}$ oppure

numeratore ↓ denominatore ↓

$\frac{5}{3}=5:3=1 \leftarrow$ parte intera $\rightarrow 1+\frac{2}{3}$

$2 \leftarrow$ resto

284 a. $\frac{9}{4}$; b. $\frac{11}{5}$; c. $\frac{15}{7}$; d. $\frac{21}{20}$.

285 a. $\frac{9}{2}$; b. $\frac{7}{3}$; c. $\frac{31}{7}$; d. $\frac{27}{4}$.

286 a. $\frac{8}{7}$; b. $\frac{12}{9}$; c. $\frac{11}{9}$; d. $\frac{32}{11}$.

287 a. $\frac{17}{5}$; b. $\frac{9}{4}$; c. $\frac{16}{5}$; d. $\frac{29}{8}$.

9 La sottrazione di frazioni

teoria pag. 116

- La **differenza tra due frazioni**, la prima maggiore o uguale alla seconda, **aventi lo stesso denominatore**, è una frazione che ha lo stesso denominatore e come numeratore la differenza dei numeratori;
- per eseguire la **differenza tra due frazioni**, la prima maggiore o uguale alla seconda, **non aventi lo stesso denominatore**, è necessario ridurle allo stesso m.c.d. ed applicare poi la regola precedente;
- la **frazione complementare** di una frazione propria ha per denominatore quello della frazione data e per numeratore la differenza tra il denominatore e il numeratore della frazione.

Applicazione

Esegui le seguenti sottrazioni di frazioni con lo stesso denominatore riducendo ai minimi termini il risultato.

288 a. $\frac{3}{4}-\frac{1}{4}$; b. $\frac{2}{9}-\frac{1}{9}$; c. $\frac{9}{10}-\frac{8}{10}$; d. $\frac{13}{5}-\frac{2}{5}$.

289 a. $\frac{8}{11}-\frac{0}{11}$; b. $\frac{9}{5}-\frac{7}{5}$; c. $\frac{0}{8}-\frac{0}{8}$; d. $\frac{8}{3}-\frac{5}{3}$.

290 a. $\frac{20}{40}-\frac{19}{40}$; b. $\frac{14}{70}-\frac{11}{70}$; c. $\frac{44}{10}-\frac{44}{10}$; d. $\frac{5}{12}-\frac{2}{12}$.

291 a. $\frac{11}{21}-\frac{7}{21}$; b. $\frac{9}{12}-\frac{3}{12}$; c. $\frac{8}{11}-\frac{2}{11}$; d. $\frac{9}{20}-\frac{4}{20}$.

292 a. $\frac{36}{80}-\frac{2}{80}$; b. $\frac{11}{100}-\frac{1}{100}$; c. $\frac{2}{1\,000}-\frac{1}{1\,000}$; d. $\frac{10}{7}-\frac{1}{7}$.

293 a. $\frac{12}{13}-\frac{11}{13}$; b. $\frac{11}{7}-\frac{2}{7}$; c. $\frac{21}{5}-\frac{21}{5}$; d. $\frac{11}{10}-\frac{6}{10}$.

Esegui le seguenti sottrazioni di frazioni con denominatori diversi riducendo, quando è necessario, ai minimi termini.

294 Esercizio guida

$$\frac{3}{4}-\frac{1}{6}=\frac{\dots\dots-\dots\dots}{12}=\frac{7}{12}.$$

295 a. $\frac{9}{5}-\frac{3}{2}$; b. $\frac{8}{4}-\frac{2}{3}$; c. $\frac{15}{20}-\frac{3}{10}$. $\left[\frac{3}{10}; \frac{4}{3}; \frac{9}{20}\right]$

296 a. $\frac{17}{12}-\frac{3}{10}$; b. $\frac{15}{2}-\frac{4}{7}$; c. $\frac{12}{15}-\frac{6}{10}$. $\left[\frac{67}{60}; \frac{97}{14}; \frac{1}{5}\right]$

297 a. $\frac{5}{13}-\frac{2}{26}$; b. $\frac{15}{16}-\frac{7}{8}$; c. $\frac{12}{21}-\frac{7}{14}$. $\left[\frac{4}{13}; \frac{1}{16}; \frac{1}{14}\right]$

298 a. $\frac{5}{6}-\frac{1}{5}$; b. $\frac{9}{8}-\frac{1}{2}$; c. $\frac{5}{6}-\frac{3}{8}$. $\left[\frac{19}{30}; \frac{5}{8}; \frac{11}{24}\right]$

299 a. $\frac{1}{5}-\frac{1}{10}$; b. $\frac{4}{5}-\frac{1}{4}$; c. $\frac{7}{5}-\frac{3}{10}$. $\left[\frac{1}{10};\ \frac{11}{20};\ \frac{11}{10}\right]$

300 a. $\frac{5}{6}-\frac{2}{3}$; b. $\frac{8}{3}-\frac{2}{5}$; c. $\frac{7}{2}-\frac{6}{5}$. $\left[\frac{1}{6};\ \frac{34}{15};\ \frac{23}{10}\right]$

301 a. $\frac{3}{2}-\frac{1}{8}$; b. $\frac{7}{8}-\frac{2}{7}$; c. $\frac{10}{7}-\frac{5}{14}$. $\left[\frac{11}{8};\ \frac{33}{56};\ \frac{15}{14}\right]$

302 a. $\frac{8}{5}-\frac{1}{2}-\frac{1}{4}$; b. $\frac{9}{2}-\frac{5}{4}-\frac{1}{8}$; c. $\frac{15}{4}-\frac{3}{4}-\frac{1}{3}$. $\left[\frac{17}{20};\ \frac{25}{8};\ \frac{8}{3}\right]$

• **303** a. $\frac{17}{5}-\frac{3}{2}-\frac{7}{10}$; b. $\frac{19}{8}-\frac{7}{6}-\frac{3}{4}$; c. $\frac{7}{3}-\frac{1}{2}-\frac{4}{9}$. $\left[\frac{6}{5};\ \frac{11}{24};\ \frac{25}{18}\right]$

• **304** a. $\frac{26}{15}-\frac{5}{6}-\frac{2}{5}$; b. $\frac{9}{4}-\frac{5}{6}-\frac{2}{3}$; c. $\frac{25}{8}-\frac{13}{12}-\frac{5}{48}$. $\left[\frac{1}{2};\ \frac{3}{4};\ \frac{31}{16}\right]$

• **305** a. $\frac{64}{33}-\frac{7}{6}-\frac{1}{2}$; b. $\frac{8}{3}-\frac{7}{18}-\frac{4}{9}$; c. $\frac{14}{5}-\frac{14}{25}-\frac{11}{10}$. $\left[\frac{3}{11};\ \frac{11}{6};\ \frac{57}{50}\right]$

• **306** a. $\frac{9}{4}-\frac{1}{3}-\frac{1}{2}$; b. $\frac{7}{3}-\frac{2}{5}-\frac{5}{12}$; c. $\frac{3}{5}+\frac{5}{4}-\frac{1}{4}$. $\left[\frac{17}{12};\ \frac{91}{60};\ \frac{8}{5}\right]$

• **307** a. $\frac{2}{5}+\frac{3}{4}-\frac{1}{2}$; b. $\frac{3}{4}+\frac{2}{3}-\frac{1}{6}$; c. $\frac{2}{5}+1-\frac{1}{2}$. $\left[\frac{13}{20};\ \frac{5}{4};\ \frac{9}{10}\right]$

• **308** a. $\frac{2}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{2}$; b. $\frac{5}{3}-\frac{1}{8}+\frac{1}{2}$; c. $\frac{6}{5}-\frac{1}{3}+\frac{1}{10}$. $\left[\frac{5}{12};\ \frac{49}{24};\ \frac{29}{30}\right]$

• **309** a. $\frac{7}{9}-\frac{2}{3}+\frac{1}{6}$; b. $\frac{11}{10}+\frac{2}{5}-\frac{5}{4}$; c. $\frac{15}{16}-\frac{13}{32}+\frac{1}{4}$. $\left[\frac{5}{18};\ \frac{1}{4};\ \frac{25}{32}\right]$

• **310** a. $\frac{35}{36}-\frac{5}{12}+\frac{3}{8}$; b. $\frac{7}{6}+\frac{1}{4}-\frac{7}{9}$; c. $\frac{12}{5}-\frac{11}{60}+\frac{1}{12}$. $\left[\frac{67}{72};\ \frac{23}{36};\ \frac{23}{10}\right]$

• **311** a. $\frac{3}{2}+\frac{5}{4}-\frac{7}{6}$; b. $\frac{5}{9}-\frac{5}{12}+\frac{1}{6}$; c. $\frac{5}{6}+\frac{13}{42}-\frac{9}{14}$. $\left[\frac{19}{12};\ \frac{11}{36};\ \frac{1}{2}\right]$

• **312** a. $\frac{8}{33}-\frac{5}{22}+\frac{7}{6}$; b. $\frac{9}{13}+\frac{5}{26}-\frac{5}{6}$; c. $\frac{49}{55}-\frac{4}{5}+\frac{2}{11}$. $\left[\frac{13}{11};\ \frac{2}{39};\ \frac{3}{11}\right]$

• **313** a. $\frac{9}{16}+\frac{5}{6}-\frac{9}{8}$; b. $\frac{7}{5}-\frac{7}{10}+\frac{1}{25}$; c. $\frac{5}{32}+\frac{7}{64}-\frac{1}{16}$. $\left[\frac{13}{48};\ \frac{37}{50};\ \frac{13}{64}\right]$

• **314** a. $\frac{1}{2}+\frac{3}{4}-\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$; b. $\frac{11}{5}-\frac{2}{20}-\frac{3}{4}+\frac{7}{10}$; c. $\frac{5}{7}+\frac{11}{14}-\frac{1}{2}-\frac{5}{6}$. $\left[\frac{13}{12};\ \frac{41}{20};\ \frac{1}{6}\right]$

• **315** a. $\frac{7}{8}+\frac{3}{4}+\frac{1}{12}-\frac{5}{6}$; b. $\frac{7}{22}+\frac{6}{11}-\frac{28}{33}+\frac{2}{3}$; c. $\frac{8}{9}-\frac{4}{45}+\frac{3}{5}-\frac{1}{15}$. $\left[\frac{7}{8};\ \frac{15}{22};\ \frac{4}{3}\right]$

• **316** a. $\frac{9}{4}-\frac{4}{5}-\frac{7}{10}+\frac{3}{2}$; b. $\frac{11}{6}-\frac{22}{15}+\frac{1}{5}+\frac{1}{2}$; c. $\frac{15}{13}+\frac{3}{2}-\frac{5}{3}-\frac{5}{6}$. $\left[\frac{9}{4};\ \frac{16}{15};\ \frac{2}{13}\right]$

• **317** a. $\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{5}{27}-\frac{11}{18}$; b. $\frac{7}{4}-\frac{7}{16}-\frac{3}{10}-\frac{3}{40}$; c. $\frac{7}{2}+\frac{5}{36}-\frac{17}{6}+\frac{4}{9}$. $\left[\frac{1}{54};\ \frac{15}{16};\ \frac{5}{4}\right]$

• **318** a. $\frac{15}{7}+\frac{7}{5}-\frac{3}{2}-\frac{13}{14}$; b. $\frac{59}{45}-\frac{2}{5}-\frac{4}{9}+\frac{4}{15}$; c. $\frac{5}{28}+\frac{4}{7}-\frac{1}{2}+\frac{1}{12}$. $\left[\frac{39}{35};\ \frac{11}{15};\ \frac{1}{3}\right]$

Calcola la frazione complementare delle seguenti frazioni riducendo ai minimi termini quando opportuno.

319 Esercizio guida

$\frac{3}{4}$.

Svolgimento

$1-\frac{3}{4}=$ .... $=\frac{1}{4}$

320 a. $\frac{2}{7}$, $\frac{12}{21}$, $\frac{1}{2}$; b. $\frac{3}{8}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{5}{9}$; c. $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{2}{21}$.

321 a. $\frac{3}{15}, \frac{5}{18}, \frac{7}{16}$; b. $\frac{2}{3}, \frac{9}{14}, \frac{10}{25}$; c. $\frac{7}{28}, \frac{3}{84}, \frac{6}{54}$.

322 a. $\frac{8}{12}, \frac{9}{30}, \frac{15}{19}$; b. $\frac{8}{20}, \frac{9}{13}, \frac{7}{15}$; c. $\frac{1}{8}, \frac{5}{6}, \frac{13}{18}$.

323 a. $\frac{9}{20}, \frac{11}{15}, \frac{8}{10}$; b. $\frac{11}{13}, \frac{19}{20}, \frac{2}{18}$; c. $\frac{25}{40}, \frac{26}{36}, \frac{10}{32}$.

324 a. $\frac{18}{19}, \frac{12}{56}, \frac{14}{82}$; b. $\frac{123}{241}, \frac{114}{210}, \frac{75}{105}$; c. $\frac{12}{204}, \frac{7}{6}, \frac{18}{100}$.

325 a. $\frac{7}{11}, \frac{8}{9}, \frac{3}{8}; \frac{7}{9}; \frac{4}{11}$; b. $\frac{15}{16}, \frac{8}{47}, \frac{9}{18}, \frac{12}{144}$; c. $\frac{17}{25}, \frac{15}{20}, \frac{36}{70}, \frac{15}{85}$.

326 a. $\frac{8}{19}, \frac{6}{45}, \frac{6}{46}, \frac{6}{42}$; b. $\frac{7}{18}, \frac{69}{80}, \frac{65}{80}, \frac{12}{48}$; c. $\frac{25}{80}, \frac{44}{82}, \frac{38}{42}, \frac{131}{132}$.

327 a. $\frac{2}{100}, \frac{1}{80}, \frac{16}{20}, \frac{55}{75}$; b. $\frac{7}{40}, \frac{17}{30}, \frac{0}{10}, \frac{7}{44}$; c. $\frac{21}{36}, \frac{49}{161}, \frac{104}{169}, \frac{125}{225}$.

10 Le espressioni con addizioni e sottrazioni

teoria pag. 117

Applicazione

Calcola il valore delle seguenti espressioni con addizioni e sottrazioni.

328 $\left[\frac{1}{5}+\left(\frac{2}{5}+\frac{7}{10}-\frac{5}{6}\right)\right]-\frac{2}{9}.$ $\left[\frac{11}{45}\right]$

329 $\left(1+\frac{1}{2}\right)-\left[\frac{3}{4}+\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{4}\right)\right].$ $\left[\frac{3}{10}\right]$

330 $2-\left[\frac{1}{4}+\left(\frac{1}{6}+\frac{3}{4}-\frac{1}{9}\right)\right].$ $\left[\frac{17}{18}\right]$

331 $\left[\left(\frac{2}{9}+\frac{2}{3}\right)-\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{4}\right)\right]+\frac{1}{8}.$ $\left[\frac{43}{72}\right]$

332 $\left[\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\right)-\left(\frac{1}{3}+\frac{3}{4}-\frac{2}{6}\right)\right]+\frac{1}{2}.$ $[1]$

333 $\frac{1}{2}+\left[\left(\frac{7}{12}+\frac{1}{2}\right)-\left(\frac{27}{12}-\frac{1}{2}-\frac{2}{3}\right)\right]+\left(\frac{2}{9}-\frac{1}{36}\right)+\frac{1}{18}.$ $\left[\frac{3}{4}\right]$

334 $1-\left[\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{6}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\left(2-\frac{1}{3}\right)-\left(2-\frac{3}{4}\right)\right].$ $[0]$

335 $\left(\frac{9}{8}-\frac{5}{40}+\frac{2}{5}\right)-\left[2-\left(2-\frac{1}{8}\right)\right]-\left(\frac{7}{5}-\frac{1}{8}\right).$ $[0]$

336 $\left(3+\frac{1}{3}\right)+\left(2+\frac{1}{2}\right)-\left[2+\frac{5}{3}-\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)-\left(1+\frac{1}{2}\right)\right].$ $\left[\frac{23}{6}\right]$

337 $\left[\left(\frac{9}{5}+\frac{8}{3}-\frac{7}{6}\right)+\left(\frac{8}{3}+\frac{5}{12}-\frac{11}{6}\right)\right]-\left(\frac{8}{5}-\frac{5}{4}+\frac{7}{5}\right).$ $\left[\frac{14}{5}\right]$

338 $\left(7-\frac{3}{5}\right)-\left[\frac{4}{3}-\left(1-\frac{1}{3}\right)+5-\left(2+\frac{4}{3}\right)-\frac{1}{5}\right]+\frac{26}{15}.$ $[6]$

● **339** $\frac{19}{10}-\left[\left(\frac{2}{5}+\frac{7}{2}+\frac{1}{10}\right)-\left(\frac{3}{20}+\frac{2}{5}+\frac{7}{4}\right)\right]-\frac{1}{5}.$ $[0]$

● **340** $\left[\frac{3}{8}+\left(\frac{2}{5}+\frac{5}{3}-\frac{2}{3}\right)+\left(3+\frac{1}{2}+\frac{3}{5}-\frac{5}{3}\right)\right]-\frac{3}{4}-\frac{7}{8}.$ $\left[\frac{31}{12}\right]$

341 $\left[\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{3}{4}\right)+\left(\frac{5}{6}-\frac{1}{4}\right)\right]+\left(\frac{3}{5}-\frac{1}{9}+\frac{1}{2}\right)-\frac{3}{2}.$ $\left[\frac{43}{45}\right]$

342 $2+\frac{3}{2}+\left[\frac{3}{8}-\frac{1}{4}+\left(\frac{11}{6}+\frac{1}{2}-\frac{3}{4}\right)-\left(\frac{8}{15}+\frac{5}{6}-\frac{1}{30}\right)\right]+\frac{9}{8}.$ $[5]$

343 $\frac{11}{10}-\left\{\frac{9}{5}+\left[\left(\frac{9}{12}-\frac{1}{15}\right)-\frac{1}{3}\right]-\frac{8}{5}\right\}-\frac{1}{2}.$ $\left[\frac{1}{20}\right]$

344 $\left\{\frac{4}{3}+\left[\left(\frac{5}{6}-\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{3}{5}-\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{15}\right]\right\}-1.$ $\left[\frac{8}{15}\right]$

345 $\left(\frac{3}{2}+\frac{2}{7}-\frac{5}{4}\right)-\left\{\left[\frac{1}{3}+\frac{3}{5}-\left(\frac{5}{6}+\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\right)\right]-\frac{1}{4}\right\}.$ $\left[\frac{61}{140}\right]$

346 $\left[3+\left(\frac{4}{7}-\frac{1}{2}\right)\right]-\left\{\frac{3}{2}+1-\left[\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{3}\right)-\frac{1}{6}\right]\right\}.$ $\left[\frac{23}{28}\right]$

347 $\frac{5}{2}-\left\{\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{4}\right)+\left[\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{5}-\frac{3}{4}\right)+\left(\frac{1}{6}+\frac{2}{5}-\frac{2}{15}\right)\right]\right\}.$ $\left[\frac{2}{3}\right]$

348 $\frac{3}{2}+\left[\left(\frac{1}{6}+\frac{5}{3}-\frac{1}{8}\right)+\frac{3}{4}+1\right]-\left\{\left[\left(1+\frac{3}{2}-\frac{1}{6}\right)+2\right]-1\right\}.$ $\left[\frac{13}{8}\right]$

349 $\left\{\left[\left(\frac{11}{4}-\frac{5}{6}\right)-\left(\frac{1}{3}+\frac{3}{4}\right)-\frac{2}{3}\right]+\left(4+\frac{2}{3}+\frac{1}{6}\right)\right\}+\left(\frac{2}{5}+\frac{7}{2}+\frac{1}{10}\right).$ $[9]$

350 $\left\{\left[\left(1+\frac{5}{4}\right)+\left(2+\frac{1}{4}\right)-\left(1+\frac{3}{2}\right)\right]-\frac{1}{6}+\frac{5}{2}\right\}+\left(\frac{5}{3}+1\right).$ $[7]$

351 $\left\{\frac{19}{22}-\left[\frac{2}{3}-\left(\frac{12}{11}-\frac{25}{33}+\frac{1}{22}\right)+\left(\frac{14}{11}-\frac{5}{6}\right)\right]\right\}+\frac{4}{11}.$ $\left[\frac{1}{2}\right]$

352 $\left\{\left[\left(1-\frac{3}{5}\right)+\left(\frac{5}{2}+\frac{1}{8}-\frac{3}{4}\right)-\left(\frac{3}{2}-1\right)\right]+\left(\frac{1}{4}+2\right)\right\}-\left(1+\frac{1}{8}\right).$ $\left[\frac{29}{10}\right]$

353 $\frac{1}{6}+\frac{7}{2}-\left\{\left[\left(\frac{1}{3}+2\right)-\left(\frac{5}{4}+\frac{1}{2}-\frac{7}{8}\right)\right]+\frac{5}{6}+1\right\}-\frac{1}{8}+\frac{3}{4}.$ $[1]$

354 $\left\{\frac{15}{4}-\left[\left(\frac{3}{2}+\frac{1}{4}+\frac{7}{8}+2\right)-\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{4}+\frac{7}{8}\right)\right]\right\}+\left(1+\frac{3}{4}\right).$ $\left[\frac{8}{3}\right]$

355 $\frac{23}{21}+\left\{\frac{1}{3}+\left[\left(\frac{1}{2}+\frac{10}{3}-\frac{3}{7}\right)+\left(\frac{15}{14}+\frac{2}{7}-\frac{8}{21}\right)\right]\right\}+\left(1-\frac{1}{7}\right).$ $\left[\frac{20}{3}\right]$

356 $\left(\frac{17}{11}-\frac{1}{2}-\frac{3}{4}\right)+\frac{7}{12}-\left\{\left[\left(\frac{1}{2}+\frac{5}{3}\right)-\left(\frac{1}{4}+\frac{5}{6}\right)\right]-\frac{1}{4}\right\}.$ $\left[\frac{1}{22}\right]$

357 $\left\{\frac{1}{7}+\frac{5}{6}-\left[\frac{1}{4}+\left(\frac{8}{5}-\frac{9}{10}+\frac{2}{15}\right)-\frac{5}{12}\right]+\frac{9}{14}\right\}-\left(\frac{1}{5}+\frac{2}{15}\right).$ $\left[\frac{13}{21}\right]$

358 $\frac{5}{2}-\left\{\left(\frac{7}{4}-\frac{21}{20}\right)+\left[\left(\frac{4}{3}+\frac{9}{10}-\frac{5}{4}\right)-\left(\frac{7}{20}+\frac{11}{30}-\frac{5}{15}\right)\right]\right\}.$ $\left[\frac{6}{5}\right]$

359 $\left\{\frac{7}{10}-\left[\left(\frac{4}{5}+\frac{6}{11}+\frac{2}{55}-\frac{2}{11}\right)-\left(\frac{5}{12}+\frac{7}{20}-\frac{1}{4}\right)\right]\right\}+\frac{1}{12}.$ $\left[\frac{1}{10}\right]$

360 $\left\{\left[\left(\frac{3}{2}+\frac{5}{4}\right)-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}-\frac{3}{4}\right)\right]-\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{4}+\frac{7}{8}\right)\right\}-\frac{1}{24}.$ $\left[\frac{1}{2}\right]$

●● **361** $\frac{5}{2}-\left\{\left[\frac{9}{2}-\left(\frac{9}{4}-\frac{3}{8}\right)\right]-\left[\left(\frac{3}{2}+\frac{5}{4}\right)-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)\right]+\left(1-\frac{23}{24}\right)\right\}-\left(1+\frac{3}{4}\right).$ [0]

●● **362** $\left\{\left[\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{3}+1\right)+\left(\frac{3}{5}+\frac{5}{4}\right)\right]+\left[\frac{1}{2}+\left(1+\frac{1}{3}\right)+\frac{5}{6}\right]\right\}+\left(1+\frac{7}{10}+\frac{3}{10}\right).$ $\left[\frac{43}{5}\right]$

●● **363** $2-\left\{\left[\frac{2}{3}+\left(1-\frac{11}{15}\right)\right]-\left[\frac{11}{15}-\left(\frac{1}{3}+\frac{11}{30}-\frac{2}{15}\right)\right]\right\}+\left(\frac{2}{5}+\frac{5}{6}-\frac{1}{3}\right)-\frac{3}{5}.$ $\left[\frac{23}{15}\right]$

●● **364** $\left\{\left[\left(\frac{2}{5}+\frac{5}{6}-\frac{1}{3}\right)-\frac{1}{2}\right]+\left(\frac{2}{5}-\frac{1}{4}\right)+\left(1+\frac{31}{20}\right)\right\}-\left(\frac{5}{12}+\frac{7}{20}-\frac{1}{4}\right)-\left(\frac{11}{4}-\frac{5}{6}\right).$ $\left[\frac{2}{3}\right]$

11 Altri problemi con le frazioni

teoria pag. 118

Applicazione

Risolvi i seguenti problemi con le frazioni.

365 Marco ha due tavolette di cioccolato identiche e divide la prima in 4 pezzi uguali, la seconda in 8 pezzi uguali. Se della prima mangia due pezzi e della seconda 4, riuscirà a ricomporre un'intera tavoletta? [si]

366 Silvia colleziona monete antiche. La metà delle sue monete sono italiane, $\frac{1}{3}$ sono americane, il resto appartiene a Paesi asiatici. Quale frazione rappresentano queste ultime? $\left[\frac{1}{6}\right]$

367 Un ciclista percorre prima i $\frac{3}{8}$ e poi i $\frac{4}{7}$ di un percorso. Quale frazione esprime la distanza che deve ancora percorrere? $\left[\frac{3}{56}\right]$

368 In un negozio in cui sono in vendita piccoli animali $\frac{1}{3}$ sono uccelli, $\frac{1}{8}$ sono gatti, $\frac{1}{6}$ sono pesci e il resto è costituito da cani. Quale frazione rappresentano questi ultimi? $\left[\frac{3}{8}\right]$

369 Un automobilista, dopo aver percorso i $\frac{2}{3}$ del viaggio programmato si ferma ad un distributore per fare rifornimento. Riparte e dopo aver percorso ancora $\frac{1}{4}$ del viaggio subisce un guasto al motore e si ferma. Quale frazione del percorso gli rimane ancora da compiere? $\left[\frac{1}{12}\right]$

370 Un commerciante si impegna a pagare un suo vecchio debito in tre rate mensili. Se nella prima rata pagherà i $\frac{7}{15}$ dell'intero debito e nella seconda i $\frac{2}{5}$, quanto dovrà pagare nella terza rata? $\left[\frac{2}{15}\right]$

371 Un fruttivendolo vende il primo giorno i $\frac{5}{12}$ e il giorno dopo i $\frac{3}{8}$ di un'intera partita di mandarini. Quale frazione dell'intera partita gli rimane ancora da vendere? $\left[\frac{5}{24}\right]$

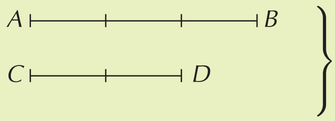
372 I $\frac{9}{16}$ degli alunni di una scuola abitano nello stesso quartiere, $\frac{1}{8}$ abitano fuori dal quartiere e il resto fuori dal Comune. Quale frazione rappresentano questi ultimi? $\left[\frac{5}{16}\right]$

373 **Esercizio guida**

La somma di due numeri è 220 e uno di essi è i $\frac{3}{2}$ dell'altro. Determina i due numeri.

Svolgimento

Rappresentiamo con due segmenti i dati del problema.



$AB + CD = 220$

Dati	Incognite
$AB + CD = 220$ $AB = \frac{3}{2} \cdot CD$	AB e CD

Poiché i due numeri insieme corrispondono a 5 segmenti, avremo:

$220 : 5 = 44$ (frazione unitaria)

$44 \cdot 3 = 132$ (AB $\rightarrow$ primo numero)

$44 \cdot ..... = ...$ (CD $\rightarrow$ secondo numero).

374 Calcola due numeri tali che la loro somma è 343 e che uno è i $\frac{3}{4}$ dell'altro. [147; 196]

375 Due fratelli devono dividersi una somma di € 720 in modo tale che uno abbia i $\frac{3}{5}$ dell'altro; quanto spetta ad ognuno di loro? [€ 270; € 450]

376 Due amici hanno complessivamente 567 figurine; uno di essi ne possiede i $\frac{4}{5}$ dell'altro, calcola quante figurine possiede ognuno dei due. [252; 315]

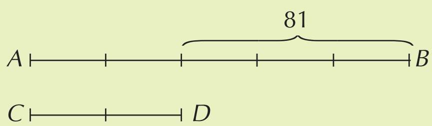
377 Un genitore deve dividere la somma di € 504 fra due fratelli in modo tale che uno di loro abbia i $\frac{4}{5}$ dell'altro, calcola quanto tocca ad ogni fratello. [€ 224; € 280]

378 **Esercizio guida**

La differenza di due numeri è 81 e uno di essi è i $\frac{5}{2}$ dell'altro; determina i due numeri.

Svolgimento

Rappresentiamo con due segmenti i dati del problema.



Dati	Incognite
$AB - CD = 81$ $AB = \frac{5}{2} \cdot CD$	AB e CD

$AB - CD = \frac{5}{2} - \frac{2}{2} = \frac{3}{2} = 81.$

Se $\frac{3}{2} = 81$ allora per calcolare $\frac{1}{2}$ dobbiamo eseguire la divisione $81 : 3 = 27$

$AB = 5 \cdot ..... = 135$ $\qquad$ $CD = ... \cdot 27 = 54.$

379 La differenza di due numeri è 20, uno di essi è i $\frac{2}{7}$ dell'altro. Quali sono i due numeri? [8; 28]

380 Francesco e Luca sono alti complessivamente 324 cm. Sapendo che l'altezza di Luca è $\frac{4}{5}$ di quella di Francesco, calcola la differenza tra la statura dei due ragazzi. [36 cm]

381 Calcola due numeri tali che la loro differenza è 675 e che uno è i $\frac{5}{2}$ dell'altro. [1 125; 450]

382 L'età di due sorelle differisce di 5 anni e gli anni di una di esse sono i $\frac{5}{4}$ di quelli dell'altra; determina l'età delle due sorelle. [25 anni e 20 anni]

383 La differenza dell'età di due fratelli è 6 anni; sapendo che l'età di uno dei due è i $\frac{3}{2}$ di quella dell'altro, calcola l'età di ognuno dei due fratelli. [18 anni; 12 anni]

384 Due squadre del campionato di calcio hanno insieme in classifica 49 punti. Una ha però i $\frac{2}{5}$ dei punti dell'altra. Calcola i punti di ogni singola squadra. [14 e 35]

385 Durante un incontro di calcio, i tifosi della squadra di casa sono i $\frac{7}{5}$ di quelli della squadra ospite; sapendo che lo stadio ha una capienza massima di 5 400 posti a sedere e che questi sono tutti occupati, calcola il numero dei tifosi delle due squadre. [3 150; 2 250]

386 Al termine di una gara di tiro a segno il punteggio conseguito da un concorrente è i $\frac{2}{7}$ di quello di un altro; sapendo che la differenza dei loro punteggi è 240, calcola il punteggio conseguito dall'uno e dall'altro concorrente. [96; 336]

387 L'età di un figlio è i $\frac{4}{9}$ di quella del padre. Alla nascita del figlio il padre aveva 25 anni. Quanti anni hanno oggi rispettivamente il figlio e il padre? [20; 45]

388 Due ragazzi pesano uno i $\frac{2}{5}$ dell'altro; sapendo che il peso di uno dei due supera quello dell'altro di 30 kg, calcola quanto pesano insieme i due ragazzi. [70 kg]

389 La somma della lunghezza di due gare ciclistiche è 300 km. La prima gara è $\frac{2}{3}$ della seconda. Quanti km misura ogni gara? [120 km; 180 km]

390 Due ragazzi pesano uno i $\frac{3}{5}$ dell'altro. Se uno pesa 16 kg più dell'altro, quanto pesano insieme i due ragazzi? [64 kg]

391 Di due crediti sappiamo che uno è $\frac{4}{7}$ dell'altro e che la loro differenza è di € 534. A quanto equivale ogni singolo credito? [€ 1 246; € 712]

392 La differenza dei punti in classifica di due squadre del campionato di calcio è 6 punti. Una ha però $\frac{3}{4}$ dei punti dell'altra. Calcola i punti di ogni singola squadra. [18 e 24]

393 Gli alunni di una scuola sono in tutto 405; sapendo che le femmine sono i $\frac{5}{4}$ dei maschi, determina il numero dei ragazzi. Calcola inoltre la differenza tra maschi e femmine. [180 maschi; 45]

● **394** Un calzaturificio riceve da una compagnia di balletto un ordine di acquisto di 50 paia di scarpette; sapendo che di queste ultime le ballerine che calzano la misura 36 sono i $\frac{3}{7}$ di quelle che calzano la misura 38, calcola quante paia di scarpe, delle due misure, deve preparare il calzaturificio. [15; 35]

● **395** Il costo di un vestito viene ribassato di $\frac{3}{5}$ rispetto al suo prezzo di listino. La differenza tra i due costi è di € 30. Qual era il prezzo di listino del vestito? [€ 50]

● **396** Rossella desidererebbe ricevere per il suo compleanno tutti i dischi di un famoso cantante. Suo fratello maggiore le dice che il giorno del compleanno le regalerà $\frac{1}{3}$ di quei dischi, una settimana dopo $\frac{2}{9}$ e una settimana più tardi altri $\frac{6}{18}$. Rossella riuscirà a ottenere tutti i dischi che desidera? [no]

● **397** Uno scoiattolo ha accumulato per l'inverno un certo quantitativo di nocciole. Prevede di mangiarne il primo mese i $\frac{16}{64}$, il secondo mese i $\frac{2}{8}$, il terzo mese i $\frac{5}{16}$ della sua provvista. Essa sarà sufficiente? [si]

● **398** Un orto viene coltivato per $\frac{1}{3}$ a pomodori, per $\frac{2}{15}$ a insalata e per $\frac{2}{5}$ a cetrioli. Quale frazione dell'orto non viene coltivata? $\left[\frac{2}{15}\right]$

● **399** Dopo aver travasato $\frac{1}{3}$ e $\frac{2}{5}$ di una damigiana piena di vino, restano 16 litri; quanti litri di vino conteneva la damigiana? [60 litri]

● **400** Una ditta autotrasportatrice distribuisce su tre container dei contenitori di plastica. Nel primo ne carica i $\frac{2}{5}$, nel secondo 440 e nel terzo i restanti $\frac{7}{30}$. Quanti contenitori ci saranno nel primo e quanti nel terzo container? [480; 280]

● **401** Un'eredità è stata così suddivisa: i $\frac{3}{5}$ ai figli, $\frac{1}{10}$ alla fedele governante e la parte restante, € 120 000, ad un ospizio. A quanto ammonta l'eredità? [€ 400 000]

402 Due cisterne hanno rispettivamente una capacità pari ai $\frac{3}{8}$ e ai $\frac{5}{3}$ di quella di una terza cisterna. Le tre cisterne contengono complessivamente 1 095 litri di gasolio. Qual è la capacità di ogni cisterna? [135 litri; 600 litri; 360 litri]

403 La somma delle età di tre fratelli è 78 anni; sapendo che due di loro hanno rispettivamente $\frac{2}{3}$ e $\frac{1}{2}$ dell'età del primo, determina il numero degli anni di ognuno dei tre fratelli. [36; 24; 18]

404 In un frutteto sono presenti alberi di meli, peri e peschi. Sapendo che i peri sono $\frac{3}{5}$ dei meli, i peschi sono $\frac{8}{5}$ dei meli e che il totale è di 448 piante, calcola quanti alberi sono presenti nel frutteto per ciascuna tipologia. [140; 84; 224]

405 Ad una adunata di alpini ve ne sono alcuni che fanno mostra di tre medaglie, altri di due ed altri ancora di quattro; sapendo che i primi sono i $\frac{3}{4}$ ed i secondi $\frac{1}{2}$ degli alpini che fanno mostra di quattro medaglie e che sono in tutto 180, determina quanti sono gli alpini che hanno rispettivamente tre, due e quattro medaglie. [60; 40; 80]

406 In una fattoria vi sono 111 animali; sapendo che i cavalli e le pecore sono rispettivamente i $\frac{9}{16}$ e i $\frac{3}{4}$ delle mucche, determina il numero delle mucche, dei cavalli e delle pecore. [48; 27; 36]

407 Una comitiva è costituita da 70 persone. I bambini sono i $\frac{7}{4}$ delle donne e queste sono i $\frac{4}{3}$ degli uomini. Quanti sono rispettivamente i bambini, le donne e gli uomini? [35; 20; 15]

408 In una fattoria vi sono in tutto 88 animali; le galline e i cavalli sono rispettivamente la metà e $\frac{1}{5}$ delle oche e le mucche sono i $\frac{5}{2}$ dei cavalli; calcola il numero di ogni specie di animale. [40 oche; 20 galline; 8 cavalli; 20 mucche]

Risolvi i seguenti problemi di geometria piana.

409 La somma delle misure di due segmenti è 120 cm; sapendo che uno è i $\frac{3}{2}$ dell'altro, calcola la misura di ognuno dei due segmenti. [72 cm; 48 cm]

410 Calcola le misure di due angoli sapendo che uno è i $\frac{2}{3}$ dell'altro e che la loro somma è 150°. [60°; 90°]

411 La differenza di due segmenti è 105 cm e uno di essi è i $\frac{7}{2}$ dell'altro; determina la misura dei due segmenti. [147 cm; 42 cm]

412 La differenza delle misure di due segmenti è 285 m; sapendo che uno di loro è $\frac{8}{5}$ dell'altro, calcola la misura di ognuno dei due segmenti. [760 m; 475 m]

413 Calcola le misure di due angoli sapendo che uno di loro è $\frac{7}{4}$ dell'altro e che la differenza delle loro misure è 21°. [49°; 28°]

414 La somma di due segmenti misura 121 cm e uno di essi è i $\frac{3}{8}$ dell'altro. Quanto misura ogni segmento? [33 cm; 88 cm]

415 La differenza delle misure dei $\frac{4}{5}$ e di $\frac{1}{2}$ di un segmento è 441 m; determina la misura del segmento. [1 470 m]

416 Sommando $\frac{1}{5}$ e $\frac{1}{8}$ di un segmento si ottengono 91 cm; calcola qual è la misura del segmento. [280 cm]

417 Un trapezio isoscele ha il perimetro di 112 cm. La base minore è la metà della maggiore e il lato obliquo è $\frac{1}{4}$ della base minore. Calcola le misure dei lati. [64 cm; 32 cm; 8 cm; 8 cm]

418 Un rettangolo ha il perimetro di 120 cm e la sua altezza è i $\frac{3}{7}$ della base. Calcola la misura delle sue dimensioni. [18 cm; 42 cm]

419 La base di un triangolo isoscele misura 16 m e i lati obliqui sono i $\frac{3}{4}$ della base stessa. Calcola il perimetro del triangolo. [40 m]

420 La somma delle misure di tre angoli è 240°; sapendo che il primo e il secondo sono rispettivamente $\frac{1}{3}$ e $\frac{2}{3}$ del terzo, calcola le misure dei tre angoli. [40°; 80°; 120°]

421 Il perimetro di un triangolo isoscele è 147 m; sapendo che la base è $\frac{1}{3}$ del lato obliquo, calcola la misura dei tre lati del triangolo. [21 m; 63 m; 63 m]

422 Gli angoli alla base di un triangolo isoscele sono $\frac{1}{2}$ dell'angolo al vertice; calcola le misure dei tre angoli. [45°; 45°; 90°]

423 La somma delle misure di tre segmenti è 95 dm; sapendo che il primo e il terzo sono rispettivamente $\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{2}$ del secondo, calcola le misure dei tre segmenti. [20 dm; 30 dm; 45 dm]

424 Gli angoli interni di un triangolo sono tali che il primo è $\frac{1}{5}$ del secondo e il terzo supera di 12° la somma dei primi due angoli; calcola le misure di ciascuno dei tre angoli. [14°; 70°; 96°]

425 Gli angoli interni di un quadrilatero sono tali che il secondo e il terzo angolo sono rispettivamente la metà e i $\frac{2}{5}$ del primo; sapendo che il quarto angolo è maggiore di 70° rispetto al primo angolo, calcola le misure di ognuno dei quattro angoli.
(Suggerimento: la somma delle misure degli angoli interni di un quadrilatero è 360°) [100°; 50°; 40°; 170°]

12 La moltiplicazione di frazioni

teoria pag. 120

- Il **prodotto di due frazioni** è una frazione avente per numeratore il prodotto dei numeratori e per denominatore il prodotto dei denominatori;
- in una moltiplicazione di frazioni si può semplificare **"in croce"** il numeratore di una con il denominatore dell'altra;
- il prodotto di due frazioni **reciproche** è uguale a 1;
- per scrivere la frazione reciproca di una frazione basta **scambiare** fra loro numeratore e denominatore.

Applicazione

Completa le seguenti uguaglianze.

426 **a.** $\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}=\frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}= .....;$ **b.** $\frac{9}{2}\cdot\frac{.....}{5}=\frac{27}{10};$ **c.** $\frac{10}{3}\cdot\frac{.....}{.....}=\frac{20}{15}.$

427 **a.** $\frac{2}{9}\cdot\frac{.....}{.....}=\frac{6}{27};$ **b.** $\frac{10}{9}\cdot\frac{.....}{.....}=\frac{50}{9};$ **c.** $\frac{.....}{.....}\cdot\frac{9}{11}=\frac{9}{11}.$

428 **a.** $\frac{2}{9}\cdot\frac{.....}{.....}=0;$ **b.** $\frac{.....}{.....}\cdot\frac{7}{19}=0;$ **c.** $\frac{7}{20}\cdot\frac{.....}{.....}=1.$

429 **a.** $\frac{2}{3}\cdot\frac{.....}{.....}=\frac{8}{15};$ **b.** $\frac{3}{2}\cdot\frac{.....}{.....}=\frac{3}{4};$ **c.** $\frac{5}{.....}\cdot\frac{.....}{.....}=\frac{10}{21}.$

Calcola il valore delle seguenti moltiplicazioni.

430 **a.** $\frac{5}{4}\cdot\frac{2}{7};$ **b.** $\frac{9}{8}\cdot\frac{4}{3};$ **c.** $\frac{1}{2}\cdot\frac{10}{11}.$

431 **a.** $\frac{2}{8}\cdot\frac{3}{5};$ **b.** $\frac{9}{15}\cdot\frac{2}{21};$ **c.** $\frac{7}{2}\cdot 14.$

432 **a.** $\frac{9}{2}\cdot\frac{4}{8};$ **b.** $\frac{3}{20}\cdot\frac{10}{9};$ **c.** $\frac{8}{10}\cdot\frac{20}{5}.$

433 **a.** $\frac{13}{20}\cdot\frac{10}{26};$ **b.** $\frac{80}{3}\cdot\frac{30}{40};$ **c.** $\frac{21}{40}\cdot\frac{10}{7}.$

434 a. $\frac{18}{15}\cdot\frac{2}{90}$; b. $\frac{30}{21}\cdot\frac{7}{5}$; c. $\frac{3}{2}\cdot 4$.

435 a. $\frac{1}{12}\cdot 2$; b. $\frac{40}{36}\cdot 9$; c. $\frac{2}{90}\cdot\frac{90}{2}$.

436 a. $\frac{3}{4}\cdot\frac{8}{5}$; b. $\frac{2}{5}\cdot\frac{15}{7}$; c. $\frac{5}{8}\cdot\frac{16}{3}$.

437 a. $\frac{7}{5}\cdot\frac{9}{14}$; b. $\frac{10}{7}\cdot\frac{3}{14}$; c. $\frac{19}{2}\cdot\frac{8}{19}$. $\left[\frac{9}{10}; \frac{15}{49}; 4\right]$

438 a. $\frac{3}{40}\cdot\frac{20}{5}$; b. $\frac{30}{7}\cdot\frac{14}{15}$; c. $\frac{13}{20}\cdot\frac{20}{13}$. $\left[\frac{3}{10}; 4; 1\right]$

● **439** a. $\frac{5}{10}\cdot\frac{4}{15}\cdot 2$; b. $\frac{9}{18}\cdot\frac{4}{21}\cdot\frac{3}{10}$; c. $\frac{21}{5}\cdot 15\cdot\frac{3}{7}$. $\left[\frac{4}{15}; \frac{1}{35}; 27\right]$

● **440** a. $\frac{2}{9}\cdot\frac{7}{4}\cdot\frac{1}{14}$; b. $\frac{1}{20}\cdot\frac{2}{7}\cdot\frac{10}{2}$; c. $\frac{30}{10}\cdot\frac{9}{30}\cdot\frac{18}{2}$. $\left[\frac{1}{36}; \frac{1}{14}; \frac{81}{10}\right]$

● **441** a. $\frac{2}{3}\cdot 6\cdot\frac{9}{2}$; b. $\frac{5}{4}\cdot\frac{1}{2}\cdot 16$; c. $\frac{9}{40}\cdot\frac{20}{81}\cdot\frac{9}{5}$. $\left[18; 10; \frac{1}{10}\right]$

● **442** a. $\frac{12}{8}\cdot 4\cdot\frac{1}{36}$; b. $\frac{17}{9}\cdot 2\cdot\frac{45}{34}$; c. $\frac{36}{25}\cdot\frac{15}{9}\cdot\frac{5}{4}$. $\left[\frac{1}{6}; 5; 3\right]$

● **443** a. $\frac{5}{4}\cdot 8\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{5}{3}$; b. $\frac{13}{20}\cdot\frac{2}{13}\cdot\frac{1}{8}\cdot\frac{8}{3}$; c. $\frac{5}{7}\cdot\frac{21}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}$. $\left[\frac{25}{3}; \frac{1}{30}; \frac{10}{3}\right]$

● **444** a. $\frac{3}{7}\cdot\frac{14}{5}\cdot\frac{15}{4}\cdot\frac{4}{3}\cdot\frac{1}{2}$; b. $\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{15}\cdot\frac{30}{20}\cdot\frac{5}{2}\cdot\frac{4}{3}$; c. $\frac{125}{3}\cdot\frac{7}{25}\cdot\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{9}\cdot\frac{3}{14}$. $\left[3; \frac{1}{3}; \frac{1}{18}\right]$

445 Moltiplica le seguenti frazioni:

a. $\frac{3}{5}\cdot\frac{5}{3}$; b. $\frac{7}{8}\cdot\frac{8}{7}$; c. $\frac{1}{9}\cdot 9$.

Che cosa noti osservando i risultati? Come lo spieghi?

446 Calcola la frazione reciproca delle seguenti frazioni:

a. $\frac{63}{18}$; b. $\frac{9}{19}$; c. $\frac{1}{7}$; d. $\frac{5}{6}$; e. $\frac{3}{8}$.

Risolvi le seguenti espressioni.

447 a. $\frac{3}{2}+\frac{1}{4}+\frac{2}{5}\cdot\frac{10}{3}$; b. $\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}$. $\left[\frac{37}{12}; \frac{19}{20}\right]$

448 a. $1+\frac{1}{2}+\frac{3}{4}-\frac{2}{5}\cdot\frac{10}{6}$; b. $\frac{5}{2}+\frac{3}{4}-\frac{1}{6}\cdot\frac{10}{4}+\frac{1}{2}$. $\left[\frac{19}{12}; \frac{10}{3}\right]$

449 a. $\frac{2}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\right)$; b. $\left(\frac{1}{4}+\frac{2}{5}\right)\cdot\frac{2}{13}$. $\left[\frac{5}{6}; \frac{1}{10}\right]$

450 a. $\left(\frac{5}{8}+\frac{1}{2}+\frac{2}{4}\right)\cdot\frac{4}{26}$; b. $\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{2}{3}+\frac{2}{5}-\frac{1}{15}\right)$. $\left[\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right]$

451 a. $\left(\frac{2}{7}+\frac{5}{14}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}+\frac{10}{6}\right)$; b. $\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{9}\right)\cdot\left(\frac{2}{11}+\frac{12}{22}\right)$. $\left[\frac{3}{2}; \frac{14}{33}\right]$

452 a. $\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}\right)\cdot\left(\frac{3}{4}+\frac{2}{7}\right)$; b. $\left(\frac{3}{2}+2\right)\cdot\left(\frac{20}{7}+\frac{6}{35}\right)$. $\left[\frac{29}{24}; \frac{53}{5}\right]$

453 a. $\left(1+\frac{2}{5}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}+2\right)$; b. $\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}-\frac{1}{8}\right)\cdot\frac{16}{5}$. $\left[\frac{56}{15}; \frac{10}{3}\right]$

454 $\left[\left(\frac{4}{5}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{5}{7}+\frac{1}{7}\right)+\left(\frac{3}{2}\cdot\frac{10}{9}-\frac{3}{4}\right)+\frac{1}{6}\right]-\frac{1}{10}\cdot 5$. $\left[\frac{19}{12}\right]$

455 $\left\{\left[\left(\frac{4}{3}+\frac{7}{6}\right)+\frac{5}{8}\right]\cdot\frac{4}{5}\right\}\cdot\left(1-\frac{3}{5}\right)\cdot\left(1+\frac{3}{5}\right)+\frac{72}{5}$. [16]

456 $\left\{\left[\left(5+\frac{17}{2}\right)\cdot\frac{1}{2}-\frac{6}{3}-\frac{21}{2}\cdot\frac{1}{6}-3\right]+\left(\frac{2}{5}-\frac{1}{4}\right)\right\}\cdot\frac{20}{3}.$ [1]

Traduci in forma numerica le scritture ed esegui le operazioni.

●**457** **a.** il triplo di tre quarti; **b.** un mezzo di sei settimi; **c.** un terzo di un mezzo.

●**458** **a.** il quadruplo della metà di un settimo; **b.** un quinto del triplo di nove ottavi.

●**459** Traduci in linguaggio corrente le seguenti operazioni fra frazioni: **a.** $\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{5}$; **b.** $\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{8}$; **c.** $\frac{6}{10}\cdot 2\cdot\frac{13}{12}$.

Risolvi i seguenti problemi.

460 I genitori di Claudio pagano un debito in due rate; la prima rata corrisponde a $\frac{1}{6}$ del totale e la seconda ai $\frac{3}{5}$ del rimanente. Calcola la frazione che rappresenta il debito residuo. $\left[\frac{1}{3}\right]$

461 I $\frac{2}{5}$ di $\frac{1}{3}$ degli alunni di una scuola corrispondono a 80 alunni. Quanti sono complessivamente gli alunni della scuola? [600 alunni]

462 Un'automobile consuma ogni ora i $\frac{5}{39}$ della benzina totale contenuta nel serbatoio. Dopo 6 ore di marcia nel serbatoio sono rimasti ancora 27 litri di benzina. Qual è la capacità del serbatoio? [117 litri]

463 I $\frac{5}{8}$ dei $\frac{7}{10}$ di una partita di pulcini corrispondono a 70 pulcini. Quanti sono i pulcini in tutto? [160]

464 In una scuola vi sono 600 alunni. Da un sondaggio risulta che i $\frac{2}{3}$ dei $\frac{4}{5}$ degli alunni pratica uno sport. Quanti sono gli alunni che non praticano alcuna attività sportiva? [280]

465 I $\frac{3}{5}$ dei $\frac{2}{7}$ di una partita di rose, che corrispondono a 36 rose, rimangono invendute. Quante erano in tutto le rose? [210]

●**466** Tre amici si devono dividere una vincita al Totocalcio. Al primo toccano $\frac{2}{5}$, al secondo $\frac{2}{3}$ della rimanenza e il terzo riceve € 3500. Calcola l'ammontare della vincita. [€ 17 500]

●**467** Un commerciante, da un rotolo di rete per la recinzione lungo 64 metri, taglia prima $\frac{1}{3}$, poi $\frac{5}{8}$ della parte rimanente e infine $\frac{3}{4}$ della parte rimasta. Calcola da quale taglio è stata ricavata la parte più lunga del rotolo e quanta rete non è stata tagliata. [secondo taglio; 4 metri]

●**468** Un contadino semina $\frac{5}{12}$ del suo campo a mais, $\frac{2}{7}$ della rimanenza a frumento e i rimanenti 10 ettari a segale. Che estensione ha il suo campo? [24 ha]

●**469** Ad un incontro di calcio vi sono 60 000 spettatori paganti. I $\frac{2}{5}$ hanno acquistato biglietti da € 15, i $\frac{3}{8}$ della rimanenza hanno acquistato biglietti del costo di € 20 e il resto degli spettatori è andato in tribuna spendendo € 40 a testa. Quanto è stato incassato in tutto? [€ 1 530 000]

●**470** Tre fruttivendoli comprano insieme una partita di pomodori. Il primo ne prende i $\frac{2}{7}$, il secondo i $\frac{3}{5}$ della rimanenza e il terzo i restanti 60 kg. Quanto spende ciascuno di loro se i pomodori costano € 1,50 al kg? [€ 90; € 135; € 90]

●**471** Il proprietario di una bancarella vende, nel corso di una giornata, prima i $\frac{3}{4}$ dei suoi libri e successivamente $\frac{1}{2}$ della rimanenza e gli rimangono ancora 20 libri. Quanti libri aveva in tutto? [160]

●**472** In una scuola i $\frac{3}{8}$ degli alunni frequentano le prime, i $\frac{6}{5}$ di questi le seconde e 126 alunni le terze. Quanti sono in tutto gli alunni, quanti frequentano le prime e quanti le seconde? [720; 270; 324]

●473 Una botte contiene 300 litri di vino. I $\frac{4}{5}$ del vino vengono imbottigliati e i $\frac{9}{10}$ del resto infiascati. Quanti sono i litri di vino imbottigliati, quanti infiascati e quanti litri di vino rimangono nella botte? [240 litri; 54 litri; 6 litri]

●474 Una squadra di calcio segna i $\frac{2}{3}$ delle reti del campionato nelle partite in casa e $\frac{1}{8}$ delle reti segnate in trasferta sono su rigore. Se le reti in trasferta su rigore sono 2, quante reti segna in tutto la squadra? [48 reti]

●475 Un giornalaio vende al mattino $\frac{3}{5}$ dei giornali, al pomeriggio $\frac{1}{2}$ di quelli venduti al mattino, alla chiusura dell'edicola si accorge che restano invenduti 50 giornali. Quanti erano in tutto i giornali, quanti sono stati venduti al mattino e quanti al pomeriggio? [500; 300; 150]

●476 Un condominio è costituito da 26 appartamenti suddivisi in monolocali, bilocali e trilocali. Sapendo che i bilocali sono $\frac{6}{5}$ dei monolocali e i trilocali sono $\frac{1}{3}$ dei bilocali, calcola il numero per ogni tipologia di appartamento. [10; 12; 4]

●●477 La differenza delle misure di due segmenti è 7 dm ed uno di loro è i $\frac{4}{3}$ dell'altro; sapendo che un terzo segmento è i $\frac{5}{2}$ dei $\frac{3}{7}$ del maggiore dei primi due, determina le misure dei tre segmenti. [28 dm; 21 dm; 30 dm]

●●478 Carlo possiede una collezione di CD musicali. Di questi $\frac{4}{7}$ sono di musica rock, $\frac{3}{5}$ della rimanenza di musica jazz e $\frac{5}{8}$ della nuova rimanenza sono di blues. Sapendo che possiede anche 36 CD di musica classica, calcola il totale dei CD. [560]

●●479 Da una botte piena di brandy se ne spillano prima $\frac{1}{5}$ e poi $\frac{1}{3}$ della rimanenza. Se la seconda volta sono stati spillati 12 litri in più della prima, qual è la capacità della botte? [180 litri]

13 La divisione di frazioni

teoria pag. 122

✗ Per **dividere** due frazioni basta moltiplicare la prima per la reciproca della seconda.

Applicazione

Calcola il valore delle seguenti divisioni.

480 **a.** $\frac{5}{2} : \frac{3}{8}$; **b.** $\frac{10}{7} : \frac{3}{14}$; **c.** $\frac{15}{4} : 5$.

481 **a.** $\frac{4}{21} : \frac{8}{14}$; **b.** $\frac{2}{20} : \frac{10}{15}$; **c.** $\frac{1}{14} : \frac{1}{28}$.

482 **a.** $\frac{5}{4} : \frac{1}{8}$; **b.** $\frac{1}{2} : \frac{6}{5}$; **c.** $\frac{3}{8} : \frac{9}{4}$.

483 **a.** $\frac{8}{9} : \frac{1}{3}$; **b.** $\frac{3}{2} : \frac{4}{12}$; **c.** $\frac{1}{8} : \frac{7}{2}$.

484 **a.** $\frac{5}{9} : \frac{2}{3}$; **b.** $\frac{3}{10} : \frac{5}{4}$; **c.** $\frac{15}{8} : \frac{5}{4}$.

485 **a.** $\frac{2}{9} : \frac{4}{3}$; **b.** $\frac{5}{8} : \frac{13}{2}$; **c.** $\frac{4}{3} : \frac{7}{9}$.

486 **a.** $\frac{5}{7} : \frac{10}{3}$; **b.** $\frac{9}{4} : \frac{18}{5}$; **c.** $\frac{10}{3} : \frac{20}{7}$.

487 **a.** $\frac{1}{4} : \frac{4}{14}$; **b.** $\frac{2}{5} : \frac{14}{20}$; **c.** $\frac{6}{10} : \frac{13}{20}$.

488 a. $\frac{18}{45}:\frac{1}{5}$; b. $\frac{35}{9}:\frac{14}{3}$; c. $\frac{12}{40}:\frac{20}{36}$.

489 a. $\frac{4}{40}:\frac{2}{3}$; b. $\frac{19}{11}:\frac{1}{22}$; c. $\frac{18}{7}:\frac{9}{14}$.

490 a. $\frac{6}{11}:\frac{3}{22}$; b. $\frac{7}{20}:\frac{3}{10}$; c. $\frac{9}{5}:\frac{3}{5}$. $\left[4;\ \frac{7}{6};\ 3\right]$

491 a. $\frac{15}{7}:\frac{9}{14}$; b. $\frac{13}{4}:\frac{26}{5}$; c. $\frac{3}{10}:\frac{5}{2}$. $\left[\frac{10}{3};\ \frac{5}{8};\ \frac{3}{25}\right]$

492 a. $\frac{21}{5}:\frac{14}{10}:\frac{5}{9}$; b. $\frac{9}{8}:\frac{12}{5}:\frac{5}{8}$; c. $\frac{21}{9}:\frac{14}{3}:\frac{1}{4}$. $\left[\frac{27}{5};\ \frac{3}{4};\ 2\right]$

493 a. $\frac{9}{2}:\frac{2}{3}:\frac{3}{5}$; b. $\frac{7}{20}:\frac{10}{3}:\frac{3}{20}$; c. $\frac{1}{4}:\frac{1}{8}:2:\frac{1}{4}$. $\left[\frac{45}{4};\ \frac{7}{10};\ 4\right]$

Completa le seguenti uguaglianze.

494 Esercizio guida

$\frac{5}{51}\cdot \ldots\ldots = \frac{10}{34}$

Svolgimento

Al posto dei puntini si deve sostituire la frazione che si ottiene dal quoziente

$$\frac{10}{34}:\frac{5}{51}=\frac{\cancel{10}^{\cancel{2}\,1}}{\cancel{34}_{\cancel{2}\,1}}\cdot\frac{\cancel{51}^{3}}{\cancel{5}_{1}}=3$$

495 a. $\frac{8}{3}\cdot\frac{\ldots}{\ldots}=\frac{56}{9}$; b. $\frac{\ldots}{\ldots}\cdot\frac{2}{5}=\frac{14}{15}$; c. $\frac{7}{4}\cdot\frac{\ldots}{\ldots}=\frac{1}{3}$.

496 a. $\frac{5}{7}\cdot\frac{\ldots}{\ldots}=\frac{10}{21}$; b. $\frac{\ldots}{\ldots}\cdot\frac{3}{4}=\frac{9}{20}$; c. $\frac{12}{9}\cdot\frac{\ldots}{\ldots}=\frac{24}{45}$.

497 a. $\frac{2}{3}\cdot\frac{\ldots}{\ldots}=\frac{10}{33}$; b. $\frac{\ldots}{\ldots}\cdot\frac{7}{4}=\frac{35}{12}$; c. $\frac{1}{5}\cdot\frac{\ldots}{\ldots}=\frac{7}{10}$.

498 a. $\frac{4}{3}\cdot\frac{\ldots}{\ldots}=\frac{10}{3}$; b. $\frac{\ldots}{\ldots}\cdot\frac{7}{9}=\frac{1}{9}$; c. $\frac{11}{12}\cdot\frac{\ldots}{\ldots}=\frac{12}{2}$.

499 a. $\frac{15}{4}\cdot\frac{\ldots}{\ldots}=\frac{5}{2}$; b. $\frac{25}{26}\cdot\frac{\ldots}{\ldots}=\frac{5}{2}$; c. $\frac{\ldots}{\ldots}\cdot\frac{27}{8}=\frac{3}{4}$.

500 a. $\frac{20}{33}\cdot\frac{\ldots}{\ldots}=\frac{2}{11}$; b. $\frac{\ldots}{\ldots}\cdot\frac{28}{33}=\frac{4}{3}$; c. $\frac{45}{32}\cdot\frac{\ldots}{\ldots}=\frac{9}{4}$.

501 a. $\frac{16}{75}\cdot\frac{\ldots}{\ldots}=\frac{32}{25}$; b. $\frac{81}{2}\cdot\frac{\ldots}{\ldots}=\frac{9}{4}$; c. $\frac{15}{7}\cdot\frac{\ldots}{\ldots}=\frac{5}{14}$.

502 a. $\frac{2}{9}\cdot\frac{\ldots}{\ldots}=\frac{4}{15}$; b. $\frac{\ldots}{\ldots}\cdot\frac{5}{3}=\frac{6}{7}$; c. $\frac{\ldots}{\ldots}\cdot\frac{7}{2}=\frac{14}{3}$.

503 a. $\frac{6}{5}\cdot\frac{\ldots}{\ldots}=\frac{9}{5}$; b. $\frac{8}{7}\cdot\frac{\ldots}{\ldots}=\frac{12}{7}$; c. $\frac{\ldots}{\ldots}\cdot\frac{12}{11}=\frac{15}{11}$.

504 a. $\frac{\ldots}{\ldots}\cdot\frac{25}{3}=\frac{10}{3}$; b. $\frac{22}{9}\cdot\frac{\ldots}{\ldots}=\frac{10}{9}$; c. $\frac{28}{5}\cdot\frac{\ldots}{\ldots}=\frac{21}{5}$.

Completa le seguenti uguaglianze.

505 a. $\frac{18}{25}:\frac{\ldots}{\ldots}=\frac{9}{5}$; b. $\frac{\ldots}{\ldots}:\frac{3}{14}=\frac{5}{3}$; c. $\frac{8}{49}:\frac{\ldots}{\ldots}=\frac{1}{7}$.

506 a. $\frac{2}{3}:\frac{\ldots}{\ldots}=\frac{4}{15}$; b. $\frac{1}{4}:\frac{\ldots}{\ldots}=\frac{3}{4}$; c. $\frac{2}{5}:\frac{\ldots}{\ldots}=\frac{4}{15}$.

507 a. $\frac{7}{3} : \frac{\dots}{\dots} = \frac{14}{9}$; b. $\frac{5}{4} : \frac{\dots}{\dots} = \frac{15}{4}$; c. $\frac{8}{7} : \frac{\dots}{\dots} = \frac{8}{21}$.

508 a. $\frac{4}{15} : \frac{\dots}{\dots} = \frac{1}{6}$; b. $\frac{14}{25} : \frac{\dots}{\dots} = \frac{7}{5}$; c. $\frac{16}{27} : \frac{\dots}{\dots} = \frac{4}{3}$.

509 a. $\frac{24}{25} : \frac{\dots}{\dots} = \frac{8}{5}$; b. $\frac{12}{35} : \frac{\dots}{\dots} = \frac{3}{7}$; c. $\frac{33}{20} : \frac{\dots}{\dots} = \frac{3}{5}$.

510 a. $\frac{\dots}{\dots} : \frac{2}{3} = \frac{9}{4}$; b. $\frac{\dots}{\dots} : \frac{2}{5} = \frac{15}{4}$; c. $\frac{\dots}{\dots} : \frac{3}{7} = \frac{14}{9}$.

511 a. $\frac{\dots}{\dots} : \frac{1}{5} = \frac{5}{4}$; b. $\frac{\dots}{\dots} : \frac{6}{7} = \frac{7}{12}$; c. $\frac{\dots}{\dots} : \frac{3}{11} = \frac{22}{3}$.

512 a. $\frac{\dots}{\dots} : \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$; b. $\frac{\dots}{\dots} : \frac{2}{5} = \frac{3}{4}$; c. $\frac{\dots}{\dots} : \frac{3}{7} = \frac{4}{9}$.

513 a. $\frac{\dots}{\dots} : \frac{4}{9} = \frac{5}{4}$; b. $\frac{\dots}{\dots} : \frac{15}{11} = \frac{11}{5}$; c. $\frac{\dots}{\dots} : \frac{5}{27} = \frac{3}{5}$.

514 a. $\frac{4}{3} : \frac{\dots}{\dots} = \frac{5}{2}$; b. $\frac{3}{5} : \frac{\dots}{\dots} = \frac{7}{10}$; c. $\frac{8}{9} : \frac{\dots}{\dots} = \frac{10}{21}$.

Calcola il valore delle seguenti espressioni contenenti le quattro operazioni fondamentali.

515 a. $2 + \frac{3}{2} - \frac{1}{8}$; b. $\frac{4}{5} : \frac{16}{10} + 1$. $\left[\frac{27}{8}; \frac{3}{2}\right]$

516 a. $\left(\frac{3}{2} + \frac{1}{4}\right) : \frac{14}{3}$; b. $\frac{15}{8} : \left(\frac{5}{4} - \frac{1}{2}\right)$. $\left[\frac{3}{8}; \frac{5}{2}\right]$

517 a. $\left(\frac{5}{2} + \frac{3}{8} + \frac{1}{8}\right) : 3$; b. $\frac{45}{8} : \left(\frac{2}{4} + \frac{3}{8} + 1\right)$. $[1; 3]$

518 a. $\left(\frac{2}{9} + \frac{9}{3} + \frac{1}{9}\right) \cdot \frac{18}{15}$; b. $\left(\frac{2}{5} + \frac{2}{3} - \frac{1}{15} + \frac{2}{3}\right) : \frac{20}{6}$. $\left[4; \frac{1}{2}\right]$

519 a. $\left(\frac{1}{2} + \frac{2}{5} + \frac{1}{10}\right) : \frac{4}{100}$; b. $\frac{7}{6} : \left(\frac{9}{100} + \frac{1}{100}\right)$. $\left[25; \frac{35}{3}\right]$

520 a. $\frac{2}{7} + \frac{17}{7} : \left(\frac{1}{2} + \frac{5}{7}\right)$; b. $\left(2 + \frac{3}{4}\right) : \left(\frac{7}{4} + 1\right)$. $\left[\frac{16}{7}; 1\right]$

521 a. $\left(5 + \frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right) \cdot \frac{1}{19} + \frac{1}{4}$; b. $\left(\frac{3}{8} + \frac{5}{3} - \frac{1}{24}\right) : \frac{1}{2}$. $\left[\frac{1}{2}; 4\right]$

522 a. $\left(\frac{2}{5} + \frac{5}{3}\right) : \left(\frac{5}{3} - \frac{2}{5}\right)$; b. $\left(\frac{6}{5} - \frac{1}{2}\right) : \left(\frac{4}{3} - \frac{2}{5}\right)$. $\left[\frac{31}{19}; \frac{3}{4}\right]$

523 a. $\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{8}\right) : \left(\frac{8}{5} - \frac{9}{10}\right)$; b. $\left(\frac{3}{4} - \frac{4}{7}\right) : \left(1 + \frac{8}{7}\right)$. $\left[\frac{5}{6}; \frac{1}{12}\right]$

524 a. $\left(1 + \frac{3}{5}\right) : \left(1 + \frac{7}{5}\right)$; b. $\left(\frac{2}{5} + \frac{2}{15} + \frac{1}{45}\right) : \frac{25}{12}$. $\left[\frac{2}{3}; \frac{4}{15}\right]$

525 a. $\frac{3}{8} \cdot \frac{12}{5} : \frac{4}{5} + \frac{1}{2} - \frac{1}{8}$; b. $\frac{3}{2} : \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{3}{2}$. $\left[\frac{3}{2}; \frac{37}{8}\right]$

526 a. $\left(4 + \frac{2}{3} + \frac{1}{6}\right) : \frac{29}{3}$; b. $\frac{15}{8} \cdot \left(1 + \frac{1}{2}\right) : \frac{5}{4}$. $\left[\frac{1}{2}; \frac{9}{4}\right]$

527 a. $\left(\frac{5}{6} - \frac{1}{8} + \frac{3}{4}\right) \cdot \frac{6}{15} - \frac{1}{12}$; b. $\frac{3}{5} + \frac{1}{4} : \left(2 - \frac{3}{2}\right) \cdot \frac{4}{3}$. $\left[\frac{1}{2}; \frac{19}{15}\right]$

528 a. $\left[\frac{9}{2} - \left(\frac{9}{4} - \frac{3}{8}\right)\right] : \left(1 + \frac{1}{2}\right)$; b. $\left[\frac{3}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{5}\right) - \frac{7}{8}\right] : \frac{3}{5}$. $\left[\frac{7}{4}; \frac{3}{8}\right]$

529 a. $\left(\frac{3}{20} + \frac{2}{5} + \frac{7}{4}\right) : \left(\frac{11}{4} - \frac{5}{6}\right)$; b. $\left(\frac{1}{5} + \frac{3}{2} + \frac{7}{5} : 2\right) \cdot \left(\frac{3}{2} + \frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right)$. $\left[\frac{6}{5}; \frac{23}{5}\right]$

530 a. $\frac{3}{8}\cdot\frac{16}{9}:\frac{1}{3}+\frac{5}{4}-\frac{1}{2}+\frac{3}{4}$; b. $\frac{3}{2}\cdot\frac{4}{9}:\frac{1}{3}+\frac{3}{2}-\frac{1}{8}\cdot\frac{4}{3}$. $\left[\frac{7}{2};\ \frac{10}{3}\right]$

531 a. $\left(\frac{9}{5}+\frac{1}{10}\cdot\frac{15}{2}-\frac{1}{4}\right):\left(2+\frac{3}{10}\right)$; b. $\left(\frac{4}{3}+\frac{1}{4}\cdot\frac{8}{5}-\frac{3}{2}\right):\left(\frac{3}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{4}\right)$. $\left[1;\ \frac{14}{31}\right]$

532 a. $\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}-\frac{3}{4}\right):\left(1-\frac{2}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{6}\right)$; b. $\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{2}+\frac{1}{8}+\frac{3}{2}\right)\cdot\left(\frac{4}{3}:8+\frac{3}{2}-1\right)$. $\left[1;\ \frac{5}{4}\right]$

533 a. $\frac{5}{6}-\frac{1}{12}+\frac{3}{8}:\frac{21}{24}-\frac{1}{7}+\frac{15}{4}\cdot\frac{2}{5}-\frac{1}{4}$; b. $\frac{10}{3}+\frac{1}{2}-\frac{1}{8}-\frac{1}{4}\cdot\frac{8}{3}:\frac{1}{2}+\frac{3}{4}$. $\left[\frac{16}{7};\ \frac{25}{8}\right]$

534 a. $\frac{8}{9}-\frac{1}{3}+\frac{3}{4}\cdot\frac{8}{15}:\frac{12}{25}+\frac{1}{10}:\frac{3}{2}\cdot\frac{10}{9}-1$; b. $\left[\frac{15}{4}+\frac{1}{2}\cdot\frac{10}{7}-\frac{1}{4}:\frac{1}{6}+\left(\frac{3}{8}\cdot\frac{16}{15}-\frac{1}{7}\right)\right]+\frac{1}{5}$. $\left[\frac{25}{54};\ \frac{479}{140}\right]$

535 $\left(\frac{8}{9}+\frac{2}{3}:\frac{1}{6}-\frac{7}{2}\right):\frac{5}{9}+\left(\frac{7}{12}+\frac{5}{4}-\frac{5}{3}\right)\cdot\frac{6}{5}$. $\left[\frac{27}{10}\right]$

536 $\left[\frac{3}{4}-\frac{1}{2}+\left(\frac{5}{2}\cdot\frac{6}{5}:\frac{3}{2}-\frac{7}{4}\right)+\frac{5}{4}\cdot\frac{16}{15}\right]-\frac{1}{2}-\frac{1}{6}$. $\left[\frac{7}{6}\right]$

537 $\left\{\left[\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right):\frac{7}{6}\right]\cdot\frac{4}{3}+\frac{1}{4}\right\}-\left(\frac{1}{6}\cdot\frac{12}{5}-\frac{2}{15}\right)$. $\left[\frac{13}{20}\right]$

538 $\left\{\frac{5}{2}+\left[\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{6}+\frac{6}{5}:\frac{12}{15}\right)\cdot\frac{5}{4}\right]:\frac{10}{12}\right\}\cdot\frac{5}{2}:\frac{15}{4}$. $\left[\frac{10}{3}\right]$

539 $\frac{3}{2}+\frac{1}{4}\cdot\left\{\left[\left(\frac{13}{5}-\frac{1}{10}+\frac{3}{4}\right):\frac{3}{10}\right]:\frac{2}{3}+\frac{1}{4}\right\}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{10}{9}$. $\left[\frac{10}{3}\right]$

540 $\left\{\left[\left(\frac{10}{3}+\frac{1}{6}-\frac{3}{2}\right)\cdot\frac{5}{4}+\frac{1}{8}\right]:\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{6}-\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{5}{3}\right\}-\left(\frac{1}{5}+\frac{5}{2}\right)$. $\left[\frac{39}{5}\right]$

14 La potenza di una frazione

teoria pag. 123

- La **potenza** di una frazione è una frazione che ha per numeratore la potenza del numeratore e per denominatore la potenza del denominatore;
- le proprietà delle potenze:

a. prodotto di potenze con base uguale.

Esempio: $\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=\left(\frac{1}{2}\right)^{2+3}=\left(\frac{1}{2}\right)^5=\frac{1}{32}$;

b. quoziente di potenze con base uguale.

Esempio: $\left(\frac{2}{3}\right)^5:\left(\frac{2}{3}\right)^3=\left(\frac{2}{3}\right)^{5-3}=\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{4}{9}$;

c. potenza di una potenza.

Esempio: $\left[\left(\frac{3}{2}\right)^2\right]^2=\left(\frac{3}{2}\right)^{2\cdot 2}=\left(\frac{3}{2}\right)^4=\frac{81}{16}$;

d. prodotto di potenze con esponente uguale.

Esempio: $\left(\frac{2}{3}\right)^2\cdot\left(\frac{3}{5}\right)^2=\left(\frac{2}{\cancel{3}_1}\cdot\frac{\cancel{3}^1}{5}\right)^2=\left(\frac{2}{5}\right)^2=\frac{4}{25}$;

e. quoziente di potenze con esponente uguale.

Esempio: $\left(\frac{3}{4}:\frac{5}{4}\right)^2=\left(\frac{3}{\cancel{4}_1}\cdot\frac{\cancel{4}^1}{5}\right)^2=\left(\frac{3}{5}\right)^2=\frac{9}{25}$.

Applicazione

Calcola il valore delle seguenti potenze.

541 a. $\left(\frac{3}{2}\right)^2$; b. $\left(\frac{3}{2}\right)^3$; c. $\left(\frac{3}{2}\right)^4$; d. $\left(\frac{3}{2}\right)^5$.

542 a. $\left(\frac{2}{5}\right)^3$; b. $\left(\frac{1}{8}\right)^2$; c. $\left(\frac{2}{7}\right)^2$; d. $\left(\frac{2}{5}\right)^4$.

543 a. $\left(\frac{1}{2}\right)^4$; b. $\left(\frac{3}{4}\right)^2$; c. $\left(\frac{5}{8}\right)^1$; d. $\left(\frac{4}{7}\right)^3$.

544 a. $\left(\frac{7}{3}\right)^2$; b. $\left(\frac{9}{2}\right)^3$; c. $\left(\frac{5}{7}\right)^4$; d. $\left(\frac{2}{3}\right)^3$.

545 a. $\left(\frac{9}{8}\right)^1$; b. $\left(\frac{3}{7}\right)^2$; c. $\left(\frac{5}{8}\right)^2$; d. $\left(\frac{3}{4}\right)^0$.

546 a. $\left(\frac{2}{8}\right)^2$; b. $\left(\frac{10}{5}\right)^3$; c. $\left(\frac{10}{20}\right)^3$; d. $\left(\frac{3}{4}\right)^1$.

Inserisci al posto dei puntini un numero tale da rendere vere le seguenti uguaglianze.

547 a. $\left(\frac{5}{2}\right)^{\dots}=\frac{25}{4}$; b. $\left(\frac{2}{3}\right)^{\dots}=\frac{8}{27}$; c. $\left(\frac{1}{8}\right)^{\dots}=1$.

548 a. $\left(\frac{\dots}{7}\right)^2=\frac{16}{49}$; b. $\left(\frac{3}{\dots}\right)^4=81$; c. $\left(\frac{2}{5}\right)^{\dots}=\frac{\dots}{125}$.

Risolvi le seguenti potenze.

549 a. $\left(1+\frac{1}{2}\right)^3$; b. $\left(2+\frac{3}{2}\right)^2$; c. $\left(\frac{1}{3}+4\right)^2$. $\left[\frac{27}{8};\ \frac{49}{4};\ \frac{169}{9}\right]$

550 a. $\left(1+\frac{1}{2}\right)^2$; b. $\left(1+\frac{1}{3}\right)^2$; c. $\left(1+\frac{1}{2}\right)^4$. $\left[\frac{9}{4};\ \frac{16}{9};\ \frac{81}{16}\right]$

551 a. $\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}-\frac{3}{4}\right)^2$; b. $\left(\frac{7}{2}+\frac{2}{5}+\frac{1}{10}\right)^2$; c. $\left(\frac{5}{4}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)^3$. $\left[\frac{25}{144};\ 16;\ \frac{343}{216}\right]$

552 a. $\left(\frac{2}{5}+\frac{5}{6}-\frac{1}{3}\right)^2$; b. $\left[\left(\frac{7}{5}-\frac{1}{8}\right):\left(1+\frac{31}{20}\right)\right]^3$; c. $\left[\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{2}{9}+\frac{9}{3}+\frac{1}{9}\right)\cdot\frac{18}{15}\right]^4$. $\left[\frac{81}{100};\ \frac{1}{8};\ 1\right]$

Calcola il valore delle seguenti potenze applicando in modo opportuno le relative proprietà.

553 a. $\left(\frac{2}{7}\right)^2\cdot\left(\frac{2}{7}\right)$; b. $\left(\frac{3}{4}\right)^4:\left(\frac{3}{4}\right)^2$; c. $\left[\left(\frac{1}{5}\right)^2\right]^3$. $\left[\frac{8}{343};\ \frac{9}{16};\ \frac{1}{15625}\right]$

554 a. $\left(\frac{3}{2}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^2$; b. $\left(\frac{5}{2}\right)^3:\left(\frac{10}{3}\right)^3$; c. $\left(\frac{5}{8}\right)^{10}:\left(\frac{5}{8}\right)^{10}$. $\left[\frac{1}{4};\ \frac{27}{64};\ 1\right]$

555 a. $\left(\frac{2}{3}+\frac{9}{8}\cdot\frac{4}{3}\right)^2:\left(\frac{27}{12}-\frac{1}{2}-\frac{2}{3}\right)^2$; b. $\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{2}-\frac{3}{8}\right)^2:\left(3-\frac{1}{4}\right)^2$. $\left[4;\ \frac{1}{4}\right]$

Calcola il valore delle seguenti espressioni con le potenze.

556 a. $\frac{2}{3}+\left(\frac{5+2}{3}\right)^2$; b. $\left(2+\frac{1}{2}\right)^2\cdot\frac{8}{15}$; c. $\left(2+\frac{3}{5}\right)^0+1$. $\left[\frac{55}{9};\ \frac{10}{3};\ 2\right]$

557 a. $\frac{3}{2}-\left(\frac{1+2}{4}\right)^0$; b. $\left(3-\frac{5}{2}\right)^4:\left(4-\frac{7}{2}\right)^2$; c. $\left(1+\frac{3}{2}\right)^3\cdot\left(2-\frac{8}{5}\right)^2$. $\left[\frac{1}{2};\ \frac{1}{4};\ \frac{5}{2}\right]$

558 a. $\left(\frac{2}{8}\right)^2+\left(\frac{2}{5}+\frac{1}{4}\right)^2:\left(\frac{13}{10}\right)^2\cdot 2;$ b. $\left(\frac{3}{7}\right)^2\cdot\left(\frac{40+9}{18}\right).$ $\left[\frac{9}{16};\ \frac{1}{2}\right]$

559 a. $\left(\frac{1}{2}\right)^2+\frac{5}{4}+\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{5}\right)+\frac{5}{8}:\frac{1}{2};$ b. $\left(\frac{2}{15}+\frac{1}{6}\right)^2\cdot\left(1+\frac{2}{3}\right)^2:\left(\frac{4}{3}\right)^2.$ $\left[\frac{33}{10};\ \frac{9}{64}\right]$

15 Le espressioni con le frazioni

teoria pag. 124

Applicazione

Risolvi le seguenti espressioni con le quattro operazioni fondamentali.

560 $\left(\frac{3}{8}\cdot\frac{10}{9}-\frac{1}{6}\right)+\left[\left(\frac{3}{2}+\frac{5}{3}-\frac{5}{6}\right)\cdot\frac{3}{5}\right].$ $\left[\frac{33}{20}\right]$

561 $\left(\frac{2}{15}+\frac{9}{10}\cdot\frac{14}{3}\right):\left\{\left[\frac{4}{5}+\left(\frac{5}{8}-\frac{1}{6}\right)\cdot\frac{12}{11}\right]:\frac{3}{5}\right\}.$ $[2]$

562 $\frac{5}{6}+\left\{\frac{7}{8}-\frac{20}{12}:\left[\left(\frac{1}{6}+\frac{7}{3}-\frac{5}{4}\right)+\frac{7}{4}-1\right]\right\}.$ $\left[\frac{7}{8}\right]$

563 $\left\{\frac{8}{9}+\left[\frac{8}{5}\cdot\left(\frac{5}{12}+\frac{3}{4}-\frac{1}{6}\right)-\frac{7}{5}\right]\cdot\frac{15}{18}\right\}-\frac{1}{6}.$ $\left[\frac{8}{9}\right]$

564 $\frac{1}{2}+\frac{4}{8}:\left[\frac{2}{5}+\frac{1}{7}\cdot\left(\frac{2}{6}+\frac{1}{4}\right):\frac{1}{4}\right]+\frac{7}{5}:\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{5}\right).$ $\left[\frac{35}{11}\right]$

565 $\left(\frac{3}{2}-\frac{5}{9}+\frac{1}{6}\right):\left[\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{5}{3}+\frac{1}{8}\cdot\frac{10}{5}\right)\right]\cdot\left(\frac{4}{5}-\frac{1}{8}\right).$ $\left[\frac{18}{31}\right]$

566 $\left(\frac{5}{2}+\frac{1}{6}\cdot\frac{10}{3}-\frac{5}{4}\cdot\frac{12}{10}\right)-\left(\frac{5}{12}:\frac{10}{16}+\frac{1}{4}-\frac{1}{6}\right)-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{8}-\frac{1}{6}\right).$ $\left[\frac{25}{72}\right]$

• **567** $1+\frac{2}{3}\cdot\left[\left(\frac{3}{4}-\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{4}\right)\cdot\left(2+\frac{2}{3}\right)-\left(\frac{2}{3}+\frac{9}{8}\cdot\frac{4}{3}\right)\cdot\frac{9}{26}\right]:\left(1-\frac{7}{36}\right).$ $\left[\frac{5}{3}\right]$

• **568** $\frac{20}{9}\cdot\frac{3}{8}:\left\{\frac{45}{64}\cdot\left[\left(\frac{1}{3}+\frac{3}{4}\cdot\frac{14}{15}:\frac{21}{20}\right)-\left(\frac{5}{12}:\frac{7}{4}\cdot\frac{14}{25}+\frac{1}{5}\right)\right]\right\}.$ $\left[\frac{16}{9}\right]$

• **569** $\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\cdot\left\{\left[\frac{1}{2}\cdot\left(1-\frac{1}{4}\right)+\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{11}{8}+\frac{1}{5}+\frac{7}{8}+\frac{7}{40}\right)\right]\cdot\frac{4}{9}\right\}\cdot\left(1+\frac{1}{3}\right).$ $\left[\frac{5}{6}\right]$

• **570** $\left\{\left[4\cdot\frac{3}{5}-\left(1+\frac{1}{2}\right)\right]:\left[\left(1-\frac{1}{4}\right)+\left(1-\frac{1}{2}\right)\right]\right\}:\frac{3}{40}+\left(1+\frac{1}{5}\right).$ $\left[\frac{54}{5}\right]$

• **571** $\frac{1}{5}+\frac{3}{5}\cdot\left(1-\frac{1}{3}\right)+\left\{\frac{6}{4}+\frac{1}{2}:\left[1+\frac{4}{5}:\left(1+\frac{1}{5}\right)\right]\right\}\cdot\left(2-\frac{2}{3}+1\right).$ $\left[\frac{24}{5}\right]$

• **572** $\frac{2}{5}+\left\{\left[\left(\frac{3}{2}+\frac{1}{5}-\frac{9}{10}-\frac{1}{9}\right):\left(1+\frac{13}{18}\right)\right]:\left(\frac{2}{5}+\frac{5}{8}-\frac{1}{40}\right)\right\}-\frac{13}{45}.$ $\left[\frac{23}{45}\right]$

• **573** $\left\{\left[\left(1+\frac{7}{3}\right)-\left(\frac{1}{4}+\frac{5}{12}\right)+\left(\frac{1}{24}+\frac{9}{8}+\frac{2}{3}\right)\right]:\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{24}\right)\right\}-6.$ $\left[\frac{24}{5}\right]$

• **574** $\left[\left(\frac{5}{6}+\frac{21}{16}\cdot\frac{4}{9}+\frac{12}{16}:\frac{9}{16}\right)-2\right]:\left[\left(1+\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}+\frac{5}{12}\cdot\frac{9}{25}\right)+\frac{1}{4}\right]:\frac{27}{9}.$ $\left[\frac{10}{71}\right]$

• **575** $\left[\left(1-\frac{1}{15}\right)\cdot\left(\frac{5}{3}:\frac{7}{2}\right)+\frac{22}{25}\cdot\frac{10}{33}-\frac{4}{90}\right]\cdot\left(\frac{1}{8}+\frac{7}{4}:\frac{7}{3}+\frac{1}{4}:\frac{2}{5}\right)+\frac{4}{3}.$ $\left[\frac{7}{3}\right]$

• **576** $\left[\left(\frac{7}{13}:3\cdot\frac{3}{14}+\frac{7}{13}:2\cdot\frac{2}{7}:3\right)\cdot\frac{39}{5}+\frac{1}{4}\right]:\left[\left(\frac{10}{8}\cdot\frac{2}{35}+\frac{1}{21}\right)\cdot\frac{14}{5}\right].$ $\left[\frac{9}{4}\right]$

577 $\left[\left(\frac{3}{4}-\frac{4}{7}\right)\cdot\left(1+\frac{4}{3}\right)+\left(\frac{7}{5}-\frac{1}{8}\right):\left(1+\frac{31}{20}\right)+\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right):\left(1+\frac{3}{4}\right)\right]:\frac{9}{8}.$ $\left[\frac{10}{9}\right]$

578 $\frac{3}{4}+\left[\left(\frac{2}{3}+\frac{5}{4}\right):\left(\frac{5}{4}-\frac{2}{3}\right):\left(1+\frac{16}{7}\right)\right]\cdot\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{4}+\frac{3}{8}+\frac{2}{5}\right)-\left(\frac{2}{5}+\frac{7}{8}-1\right).$ $\left[\frac{5}{2}\right]$

579 $\left[\frac{1}{3}+\left(1+\frac{2}{9}\right)-\left(1+\frac{1}{9}\right)\right]\cdot\left[\frac{1}{2}-\left(1-\frac{3}{4}\right):\frac{2}{3}\right]:\left[\frac{17}{30}:2:\frac{17}{15}+\frac{2}{3}\right]+\frac{1}{3}.$ $\left[\frac{13}{33}\right]$

580 $\left[\frac{1}{4}+\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{8}\right):\left(\frac{7}{8}-\frac{1}{2}\right)-\frac{5}{4}\right]\cdot\left[\frac{2}{5}+\left(1+\frac{6}{30}\right)\cdot\left(5+\frac{5}{4}\right)-\frac{1}{10}-\left(5+\frac{14}{5}\right)\right].$ $[0]$

581 $\left\{\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{15}-\frac{1}{30}\right)\cdot\left[\left(\frac{11}{8}+\frac{1}{5}+\frac{7}{40}\right)\cdot\left(\frac{12}{5}-\frac{2}{15}+\frac{7}{30}\right)\cdot\frac{8}{5}+\frac{5}{2}\right]:\frac{1}{10}\right\}:\frac{19}{2}.$ $[1]$

582 $\left\{\left(\frac{2}{5}+\frac{2}{15}+\frac{1}{45}\right)\cdot\left[\left(\frac{11}{8}+\frac{1}{5}+\frac{7}{40}\right)\cdot\left(\frac{12}{5}-\frac{2}{15}+\frac{7}{30}\right)\cdot\frac{4}{5}+\frac{5}{2}\right]\cdot\frac{9}{10}\right\}+\frac{1}{3}.$ $\left[\frac{10}{3}\right]$

583 $\left(\frac{19}{3}-\frac{8}{15}\cdot\frac{20}{3}\right)\cdot\frac{3}{5}-\frac{1}{2}\cdot\left\{\left[\frac{5}{2}-\frac{5}{2}\cdot\left(\frac{2}{5}+\frac{5}{6}-\frac{1}{3}\right)\right]\cdot\left(\frac{12}{5}-\frac{2}{15}\right)\right\}-\frac{23}{60}.$ $[1]$

584 $\left\{\left[\left(1+\frac{4}{5}+\frac{3}{15}\right)+\frac{5}{6}:\frac{1}{3}-\frac{3}{4}\right]:\left[1+\frac{4}{3}+\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{1}{4}:\frac{1}{8}+\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{1}{5}\right]+\frac{3}{7}:\frac{4}{14}\right\}:\frac{9}{2}.$ $\left[\frac{2}{3}\right]$

585 $\frac{11}{5}:\left[\frac{2}{3}+2\cdot\left(3-\frac{1}{3}\right)-\frac{1}{2}\right]+\frac{3}{4}-\frac{2}{7}\cdot\left(3-\frac{2}{3}\right)+\frac{2}{3}\cdot\left[2\cdot\left(1+\frac{1}{2}\right)-\frac{5}{2}+\frac{1}{2}\cdot\left(1+\frac{3}{2}\right)\right]-\frac{11}{20}.$ $\left[\frac{11}{10}\right]$

586 $\left[\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{2}{5}+3\right)-\frac{1}{4}\cdot\left(\frac{4}{3}+2\right)-\frac{1}{5}\right]:\left\{\left[\frac{4}{3}+\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{2}{5}+2\right)+1\right]:\left[\frac{7}{2}+\frac{2}{3}\cdot\left(2+\frac{1}{2}+\frac{2}{5}\right)-\frac{2}{15}\right]\right\}.$ $[2]$

Risolvi le seguenti espressioni contenenti anche elevamenti a potenza.

587 $\frac{5}{8}+\frac{1}{2}-\frac{3}{4}+\left(\frac{5}{6}:\frac{1}{3}+\frac{2}{5}\right)-\frac{1}{2}+\left(\frac{5}{4}\cdot\frac{2}{5}\right)^2.$ $\left[\frac{121}{40}\right]$

588 $\frac{5}{6}-\left(\frac{1}{3}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2-\frac{3}{8}\cdot\frac{10}{9}+\frac{1}{5}-\frac{1}{15}\cdot\frac{10}{6}-\frac{7}{15}:\frac{7}{3}.$ $\left[\frac{4}{9}\right]$

589 $\frac{7}{12}-\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^2:\frac{12}{15}-\frac{1}{6}+\frac{3}{16}-\frac{1}{12}\cdot\frac{10}{3}+\frac{3}{4}-\left(\frac{1}{2}\right)^2.$ $\left[\frac{109}{72}\right]$

590 $\left(\frac{1}{2}\right)^5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3:\left(\frac{1}{2}\right)^4+\left(\frac{5}{4}\right)^3:\left(\frac{5}{4}\right)^2\cdot\frac{5}{4}-\frac{7}{6}\cdot\left(\frac{7}{6}\right)^2:\left(\frac{7}{6}\right)^2.$ $\left[\frac{11}{24}\right]$

591 $\left[\left(\frac{17}{3}-\frac{19}{4}+\frac{5}{24}\right)+\frac{5}{24}\right]^2:\left(\frac{18}{15}+\frac{5}{6}-\frac{1}{30}\right)^3.$ $\left[\frac{2}{9}\right]$

592 $\left[\left(\frac{3}{17}+\frac{5}{34}\right):\left(1-\frac{10}{17}-\frac{3}{34}\right)\right]\cdot\left(1+\frac{1}{4}\right)^2.$ $\left[\frac{25}{16}\right]$

593 $\left[\left(\frac{4}{3}+\frac{7}{6}\right)^3:\left(\frac{1}{3}+\frac{3}{4}+1\right)\right]^2:\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}-\frac{1}{8}\right).$ $[54]$

594 $\left[\left(\frac{5}{3}+\frac{5}{8}+\frac{1}{24}\right)^2:\left(\frac{2}{5}+\frac{2}{15}+\frac{1}{45}\right)^2\right]-\left(1-\frac{1}{5}\right)^2.$ $[17]$

595 $\frac{2}{7}\cdot\left[\frac{3}{20}-\left(\frac{2}{5}-\frac{1}{4}\right)\right]^3+\left(\frac{5}{3}+\frac{5}{8}-\frac{7}{24}\right)^3.$ $[8]$

596 $\left(\frac{3}{20}+\frac{7}{30}+\frac{7}{60}\right)^3:\left[\left(\frac{4}{7}+\frac{3}{8}\right):\left(\frac{20}{7}+\frac{16}{5}\right)\right].$ $\left[\frac{4}{5}\right]$

597 $\left[\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{4}-\frac{1}{3}\right)\cdot\frac{6}{5}:\frac{11}{10}\right]^3+\left(\frac{5}{4}-\frac{1}{2}+1\right).$ $\left[\frac{11}{4}\right]$

598 $\left[\left(1-\frac{1}{4}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\right)^3:\left(2-\frac{10}{8}\right)^4\right]^2.$ $\left[\frac{9}{16}\right]$

599 $\left[\left(1+\frac{1}{3}\right)^2\cdot\left(1+\frac{1}{3}\right)^3\right]:\left(2-\frac{2}{3}\right)^4+\frac{2}{3}.$ $[2]$

600 $\left[\frac{1}{3}+\frac{5}{6}:\left(\frac{1}{10}+\frac{5}{2}-\frac{3}{5}\right)\right]^2:\left[\left(\frac{5}{8}\cdot\frac{6}{5}+\frac{3}{2}\right)-\left(1+\frac{1}{2}\right)\right]^2.$ $[1]$

601 $\frac{7}{4}\cdot\frac{12}{21}+\frac{1}{5}\cdot\left[\left(\frac{5}{3}-\frac{1}{6}+\frac{3}{4}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^2+\frac{1}{3}\right]:\left(\frac{2}{5}+\frac{1}{15}\right).$ $\left[\frac{11}{7}\right]$

602 $\left[\left(\frac{3}{7}+\frac{1}{14}-\frac{1}{2}\right)^2\cdot\left(\frac{5}{9}+\frac{1}{18}\cdot\frac{36}{5}-\frac{1}{6}\right)\right]+\frac{5}{2}-\frac{1}{4}.$ $\left[\frac{9}{4}\right]$

603 $\frac{2}{5}\cdot\left\{\frac{1}{2}\cdot\left[\frac{5}{4}:\left(\frac{5}{2}+\frac{1}{2^2}-\frac{7}{2^3}\right):\frac{5}{12}\right]:\frac{2}{15}\right\}\cdot\frac{2}{5}.$ $\left[\frac{24}{25}\right]$

604 $\left\{\left[\frac{2}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)^2:\frac{5}{6}\right]-\frac{15}{4}:\frac{45}{2}\right\}-\frac{2}{9}.$ $\left[\frac{1}{6}\right]$

605 $\frac{5}{3}\cdot\left\{\left[\left(\frac{2}{3}+\frac{3}{4}-\frac{3}{8}\right):\left(1+\frac{1}{4}\right)^2\right]+\frac{3}{4}-\left(1-\frac{1}{12}\right)\right\}.$ $\left[\frac{5}{6}\right]$

606 $\left\{\left[\left(2+\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{6}\right]^2:\left(\frac{19}{5}-\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)\right\}\cdot\left(1-\frac{1}{4}\right).$ $\left[\frac{5}{4}\right]$

●**607** $\frac{15}{14}\cdot\frac{7}{10}:\frac{1}{5}+\frac{3}{2}\cdot\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{8}-\frac{5}{12}\right)-\left(1-\frac{1}{2}\right)^3:\left(\frac{3}{2}\right)^2-\left(\frac{5}{18}+\frac{9}{16}\right).$ $\left[\frac{19}{6}\right]$

●**608** $\frac{1}{2}+\frac{3}{8}:\left[\frac{4}{6}-\frac{3}{8}:\left(\frac{2}{5}+\frac{1}{2}\right)\right]+\left[\left(\frac{3}{2}-\frac{2}{3}\right)^2:\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{4}\right)^2\right]-\frac{2}{9}.$ $\left[\frac{20}{9}\right]$

●**609** $\left\{\left[\left(1+\frac{3}{4}-\frac{1}{3}\right)^2-\left(\frac{5}{12}-\frac{1}{3}\right)^2\right]\cdot\left(3-\frac{1}{3}\right)^2:\left(\frac{2}{3}\right)^3\right\}\cdot\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{6}\right).$ $[8]$

●**610** $\frac{29}{60}+\left\{\frac{2}{3}+\left[\frac{9}{7}\cdot\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}\right)^2-\frac{1}{5}\right]+\frac{18}{5}\cdot\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{5}\right\}.$ $[3]$

●**611** $\left[\frac{8}{5}\cdot\left(\frac{7}{15}-\frac{3}{10}\right)^2\right]:\left\{\left[\frac{1}{6}+\frac{9}{20}\cdot\left(\frac{7}{12}-\frac{4}{9}\right)\right]:\left(\frac{3}{4}\right)^2\right\}.$ $\left[\frac{6}{55}\right]$

●**612** $\frac{9}{10}\cdot\left\{\frac{21}{24}\cdot\frac{4}{15}:\left[\left(\frac{4}{5}+\frac{1}{10}-\frac{7}{15}\right)\cdot\frac{6}{13}+\frac{12}{5}\cdot\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\right)^2\right]\right\}^3.$ $\left[\frac{4}{15}\right]$

●**613** $1+\left\{\frac{8}{15}\cdot\left[\frac{1}{6}+\frac{35}{36}:\left(\frac{1}{5}+\frac{7}{15}-\frac{1}{2}\right)\right]-\left(\frac{1}{4}\cdot\frac{44}{5}+\frac{1}{4}\right)\right\}^2-\frac{11}{16}.$ $\left[\frac{7}{8}\right]$

●**614** $\left\{\left[\left(2-\frac{1}{2}\right)^2\cdot\left(3-\frac{1}{3}\right)^2\right]\cdot\left[\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)^2-\frac{1}{2}\right]\right\}+\left(5-\frac{3}{2}\right).$ $\left[\frac{9}{2}\right]$

●**615** $\left\{\left[\left(1+\frac{3}{2}\right)^3:\left(\frac{7}{2}-1\right)^2\right]^2:\left[\left(1-\frac{1}{4}\right)^3:\left(\frac{5}{4}-\frac{1}{2}\right)^2\right]^2+\frac{5}{9}\right\}+\frac{1}{3}.$ $[12]$

●**616** $\left\{\left[\left(\frac{7}{8}+\frac{3}{4}\right)^2+1-\left(\frac{9}{8}-1\right)\right]\cdot\left(\frac{65}{3}+\frac{2}{6}-\frac{2}{3}\right)\right\}\cdot\left(\frac{7}{25}-\frac{1}{5}\right).$ $[6]$

● **617** $\frac{1}{3}+\left(1-\frac{4}{7}\right)\cdot\left\{\left[2^2+\left(1-\frac{2}{3}\right):\left(\frac{3}{2}\cdot\frac{3}{27}+\frac{1}{3}\right)\right]:5+\left(1+\frac{4}{3}\right)\right\}.$ $\left[\frac{26}{15}\right]$

● **618** $\left(1-\frac{3}{5}\right)+\frac{1}{5}\cdot\left\{\left[\frac{2}{3}+\left(2+\frac{7}{3}\right)\right]\cdot\left[\left(1-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{2}{3}-\left(1-\frac{1}{2}\right)\right]\right\}:\frac{1}{12}.$ $\left[\frac{27}{5}\right]$

● **619** $\left[\left(\frac{5}{6}-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+2\right)\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^2\right]:\left[\left(2+\frac{2}{3}-\frac{7}{8}-\frac{7}{12}\right):\frac{29}{12}\right]\cdot\left(1-\frac{12}{13}\right).$ $\left[\frac{2}{13}\right]$

● **620** $\left\{2-\left[\left(1+\frac{4}{3}\right):\left(\frac{14}{8}\cdot 2\right)\right]\right\}:\left\{\left[\left(8-\frac{3}{5}\right)-\left(\frac{13}{2}-\frac{3}{4}\right)\right]:\left[\left(2+\frac{5}{2}\right)-\frac{17}{5}\right]\right\}.$ $\left[\frac{8}{9}\right]$

● **621** $\left\{\left[\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{3}+1\right):\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}-\frac{1}{8}\right)+\frac{1}{3}\right]^2:\left(1+\frac{40}{9}\right)\right\}+\left(1+\frac{2}{3}\right).$ $\left[\frac{8}{3}\right]$

● **622** $\frac{2}{5}:\left\{\left[\frac{1}{2}+\left(1+\frac{1}{5}\right)^2\cdot\left(1-\frac{1}{6}\right)^2-\frac{1}{4}\right]^2\cdot\left(1+\frac{3}{5}\right)^2\right\}+\frac{1}{4}.$ $\left[\frac{7}{20}\right]$

● **623** $\left[\frac{7}{12}+\left(\frac{8}{14}-\frac{8}{16}\right)\cdot\left(\frac{3}{2}+2\right)\right]^2:\left[\left(\frac{8}{12}-\frac{8}{18}-\frac{1}{27}\right)\cdot\frac{3}{2}\right]+\frac{7}{6}\cdot\left(\frac{18}{30}+\frac{2}{5}-\frac{1}{7}\right).$ $\left[\frac{7}{2}\right]$

● **624** $1+\frac{1}{2}\cdot\left\{\left[\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}-\frac{1}{6}\right)^2:\left(\frac{1}{2}+\frac{5}{30}\right)^2\right]\cdot\left[\left(\frac{5}{4}-\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{1}{2}\right]^2\cdot\frac{4}{3}+\left(2-\frac{3}{16}\right)\right\}.$ $[2]$

● **625** $\left\{\left(2+\frac{3}{5}-\frac{1}{2}\right):\left(\frac{2}{3}+\frac{5}{9}-\frac{5}{6}\right):\left[1-\left(\frac{4}{5}\right)^2\right]\right\}:\left\{\frac{5}{3}:\left[\left(3+\frac{1}{2}+\frac{2}{3}\right):\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{3}+1\right)\cdot\frac{1}{3}\right]\right\}.$ $[6]$

● **626** $\left[\left(\frac{1}{2}+\frac{16}{40}\right):\frac{3}{5}+\frac{12}{4}:\frac{28}{7}-\frac{10}{3}\cdot\frac{1}{20}+\frac{3}{4}\right]:\left[5+\frac{1}{3}:\frac{5}{6}-\left(\frac{4}{12}\right)^2:\frac{1}{18}\right].$ $\left[\frac{5}{6}\right]$

● **627** $\frac{5}{12}+\frac{9}{7}:\left\{\frac{2}{5}+\frac{7}{8}:\left[\left(\frac{3}{5}+\frac{2}{15}-\frac{1}{3}\right)^2:\left(1+\frac{3}{5}\right)^2+\left(\frac{5}{2}-\frac{9}{8}-\frac{9}{16}\right)\right]^2\right\}.$ $\left[\frac{5}{4}\right]$

● **628** $\frac{7}{2}+2-\left\{\left(1-\frac{1}{4}\right):\left[\left(1-\frac{1}{8}\right)^2-\left(\frac{3}{4}-\frac{5}{8}\right)^2\right]+\left(1-\frac{1}{5}\right)\right\}+\frac{3}{10}.$ $[4]$

● **629** $\left\{\left[\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{4}+\frac{7}{6}-\left(5-\frac{32}{15}:\frac{16}{35}\right)^2-\left(\frac{1}{6}\cdot\frac{3}{2}+\frac{5}{8}:\frac{25}{2}\right)\right]\cdot\frac{2}{5}:\frac{19}{15}\right\}^2.$ $\left[\frac{1}{9}\right]$

●● **630** $\left[\left(\frac{4}{21}\cdot\frac{7}{8}+\frac{1}{4}\right)^2\cdot\frac{18}{25}+\frac{32}{64}\right]:\left[\left(\frac{12}{27}+\frac{10}{54}-\frac{1}{3}\right)^2:\left(\frac{5}{27}+\frac{1}{81}\right)-\frac{1}{12}+\frac{1}{2}\right]+\frac{17}{62}.$ $[1]$

●● **631** $\left\{\left[\frac{3}{16}\cdot\frac{40}{21}+\left(\frac{10}{21}\cdot\frac{14}{15}:\frac{8}{9}+\frac{1}{2}\right)^4-\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{3}\right]+\left(\frac{5}{14}\cdot\frac{4}{15}-\frac{1}{14}\right)\right\}-\left(\frac{7}{4}:\frac{49}{16}-\frac{1}{14}\right).$ $\left[\frac{8}{21}\right]$

●● **632** $\left(\frac{2}{5}+\frac{7}{20}+\frac{6}{10}\right):\left\{\left(1+\frac{1}{2}\right)^4\cdot\left[\left(\frac{3}{8}+\frac{5}{4}-\frac{1}{16}\right):\left(1-\frac{2}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{6}\right)-\left(\frac{11}{8}+\frac{1}{5}+\frac{7}{40}\right)\right]^2\right\}.$ $\left[\frac{1}{15}\right]$

●● **633** $\frac{1}{2}+2\cdot\left\{\frac{3}{4}+\left(\frac{1}{4}+1+\frac{7}{4}\right)^2\cdot\left[\frac{5}{2}+2\cdot\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)^2:\left(\frac{8}{5}-\frac{3}{10}\right)^2\right]\right\}-\left(\frac{2}{5}+\frac{7}{2}+\frac{1}{10}\right).$ $[68]$

●● **634** $5-\left(\frac{5}{4}-\frac{1}{2}\right)\cdot\left\{1+\left(1-\frac{3}{4}\right):\left(1+\frac{7}{49}:\frac{28}{7^2}-\frac{1}{2}\right)+\left[\left(\frac{3}{2}+\frac{5}{10}\right)-\left(1-\frac{1}{2}\right)^2:\left(1+\frac{3}{2}\right)\right]\right\}.$ $\left[\frac{103}{40}\right]$

●● **635** $\left\{\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^6\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3:\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^7\right\}^4\cdot\left(\frac{4}{3}\right)^4:\left[\left(\frac{4}{9}\right)^2\right]^2-5.$ $\left[\frac{1}{16}\right]$

●●636 $\left\{\left[\left(\frac{4}{5}\right)^2\right]^3\cdot\left(\frac{4}{5}\right)^4:\left[\left(\frac{4}{5}\right)^2\right]^5\right\}^4\cdot\left[\left(\frac{7}{5}\right)^2\right]^3:\left(\frac{7}{5}\right)^5+2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3:\left(\frac{1}{4}\right)^2.$ $\left[\frac{27}{5}\right]$

●●637 $\left\{\left(\frac{2}{3}\right)^5\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^8:\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2\right]^6\right\}^2+\left[\frac{1}{2}+\frac{1}{8}\cdot\left(\frac{7}{10}+\frac{12}{5}\cdot\frac{15}{8}-\frac{21}{16}:\frac{35}{32}\right)\right].$ $\left[\frac{13}{9}\right]$

●●638 $\frac{2}{3}+\frac{8}{3}\cdot\left\{\frac{1}{4}:\left[\frac{3}{2}+\frac{1}{4}-\frac{14}{5}\cdot\frac{15}{2}:\left(\frac{22}{15}:\frac{4}{9}\cdot\frac{25}{11}-\frac{7}{2}\right)^2\cdot\left(\frac{5}{21}+\frac{1}{7}-\frac{1}{3}\right)\right]\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^3\right\}^4.$ $\left[\frac{5}{6}\right]$

●●639 $\left[\left(1+\frac{1}{3}\right)^6\right]^3\cdot\left(\frac{4}{9}+1-\frac{1}{9}\right)^4:\left[\left(2-\frac{2}{3}\right)^5\right]^4+\left[\left(\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{5}\right)^3\right]^4\cdot\left[\left(\frac{5}{4}\right)^2\right]^6:\left\{\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^3\right\}^2.$ $\left[\frac{25}{9}\right]$

●●640 $\left[\left(1+\frac{1}{5}\right)^2\right]^8\cdot\left[\left(\frac{15}{16}\cdot\frac{6}{5}\right)^4\cdot\left(2-\frac{7}{8}\right)^4\right]^2\cdot\left\{\left[\left(\frac{5}{9}+\frac{5}{27}\right)^4\cdot\left(5-\frac{1}{3}\right)^0\right]^2\right\}^2.$ [1]

●●641 $\left\{\left(\frac{3}{4}\right)^6\cdot\left[\left(\frac{8}{15}\right)^3\right]^2:\left[\left(\frac{4}{5}\right)^2\right]^3\right\}^5\cdot\left\{\left[\left(\frac{4}{3}\right)^6\right]^1\right\}^5:\left\{\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2\right]^7\right\}^2.$ $\left[\frac{4}{9}\right]$

Calcola il valore delle seguenti espressioni a termini frazionari.

642 **a.** $\dfrac{\frac{3}{4}+\frac{1}{3}}{\frac{7}{12}+\frac{1}{2}}$; **b.** $\dfrac{\frac{1}{3}+\frac{1}{2}-\frac{1}{6}}{\frac{8}{15}+\frac{5}{6}-\frac{1}{30}}$. $\left[1;\ \frac{1}{2}\right]$

643 **a.** $\dfrac{\frac{3}{7}-\frac{5}{49}}{1:\left(\frac{5}{2}+\frac{9}{8}-\frac{9}{16}\right)}$; **b.** $\dfrac{\frac{19}{3}-\frac{8}{15}\cdot\frac{20}{3}}{\frac{1}{2}+\frac{2}{3}-\frac{3}{4}}$. $\left[1;\ \frac{20}{3}\right]$

644 **a.** $\dfrac{\left(1+\frac{1}{2}\right)^3+\frac{3}{8}}{\frac{2}{5}+\frac{2}{15}+\frac{1}{45}}$; **b.** $\dfrac{\left(1+\frac{2}{5}\right)^2-\left(1-\frac{3}{5}\right)^2}{1:\left(\frac{2}{9}+\frac{3}{10}+\frac{8}{90}\right)}$. $\left[\frac{27}{4};\ \frac{11}{10}\right]$

645 **a.** $\dfrac{\left(1+\frac{1}{3}\right)^2\cdot\left(1+\frac{1}{2}\right)^2}{\left(1-\frac{10}{17}+\frac{3}{34}\right)\cdot\frac{1}{2}}$; **b.** $\dfrac{\frac{2}{7}\cdot\left[\frac{3}{20}-\left(\frac{2}{5}-\frac{1}{4}\right)\right]}{\frac{2}{3}+\frac{1}{4}+\frac{7}{8}}$. [16; 0]

646 **a.** $\dfrac{\left(\frac{5}{12}+\frac{7}{20}-\frac{1}{4}\right)-\left(1-\frac{59}{60}\right)}{1:\left(\frac{2}{5}+\frac{5}{6}-\frac{1}{3}\right)}$; **b.** $\dfrac{\left(1+\frac{3}{5}\right)^2\cdot\frac{5}{2}}{1:\left(1-\frac{2}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{6}\right)}$. $\left[\frac{9}{20};\ \frac{8}{3}\right]$

647 **a.** $\dfrac{\left[\left(\frac{2}{3}+1-\frac{5}{4}\right):\frac{15}{16}\right]\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^2}{\frac{1}{5}\cdot\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{3}+\frac{5}{12}\right)+\frac{4}{3}}$; **b.** $\dfrac{\left[\left(3+\frac{1}{2}\right):\left(2+\frac{1}{3}\right)\right]^2}{\left(\frac{5}{4}+\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right):\left(\frac{1}{3}\right)^2}$. $\left[\frac{2}{3};\ \frac{3}{13}\right]$

●648 $\dfrac{\left[\left(\frac{1}{4}+\frac{2}{3}-\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{21}{20}:\frac{35}{32}\right]\cdot\frac{15}{4}+\frac{3}{8}}{\left(\frac{5}{6}+\frac{3}{4}-\frac{3}{2}\right)\cdot\left(\frac{17}{18}-\frac{3}{4}\right):\left(\frac{9}{20}+\frac{2}{8}\right)}$. [81]

649 $$\frac{\frac{4}{5}+\frac{1}{6}\cdot\left\{\frac{3}{4}:\left[\left(\frac{5}{8}+\frac{3}{2}-\frac{7}{4}\right)\cdot\frac{4}{9}\right]+\frac{3}{2}\right\}}{\left(\frac{12}{5}-\frac{1}{4}+\frac{9}{8}\cdot\frac{10}{3}\right):\left(\frac{9}{10}+5\right)\cdot\frac{3}{4}}.$$ $\left[\frac{12}{5}\right]$

650 $$\frac{\left[\left(\frac{1}{3}+\frac{5}{6}\right)\cdot\left(\frac{2}{5}-\frac{1}{10}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{30}\right):\frac{7}{15}\right]\cdot\frac{5}{3}+\frac{1}{5}}{\left(\frac{5}{2}+\frac{9}{8}-\frac{9}{16}\right)\cdot\left[\left(\frac{31}{15}+\frac{25}{12}-\frac{63}{20}\right)\cdot\frac{1}{2}\right]}.$$ $\left[\frac{8}{5}\right]$

651 $$\frac{\frac{2}{7}\cdot\left\{\left[\frac{7}{2}-\left(\frac{3}{2}+\frac{1}{4}\right)\right]:\left[\frac{5}{4}-\left(\frac{3}{8}+\frac{1}{4}\right)\right]\right\}}{\frac{2}{5}\cdot\left[\frac{19}{8}-\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{2}+\frac{5}{8}\right)\right]+\left(1+\frac{1}{5}\right)}.$$ $\left[\frac{1}{2}\right]$

652 $$\frac{\left[\left(\frac{5}{4}+\frac{2}{3}-\frac{21}{10}\cdot\frac{5}{7}\right):\frac{5}{6}\right]^2}{\left(\frac{3}{14}+\frac{5}{6}\right):\left(\frac{33}{35}:\frac{9}{14}\right)}+\frac{\frac{1}{3}+\frac{28}{3}\cdot\left(\frac{5}{6}-\frac{3}{4}\right)}{\frac{3}{8}\cdot\left(\frac{5}{3}+\frac{1}{9}\right)}.$$ $\left[\frac{121}{60}\right]$

653 $$\frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cdot\left[3+\frac{1}{5}:\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{5}\right)\right]:\left(\frac{2}{11}-\frac{4}{121}\right)}{3+\left\{\left[\left(\frac{3}{2}+\frac{5}{4}\right)-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)\right]:\left(\frac{3}{20}+\frac{2}{5}+\frac{7}{4}\right)\right\}}.$$ $[3]$

654 $$\frac{\frac{3}{2}+\frac{3}{7}\cdot\left[4-\frac{2}{5}\cdot\left(\frac{3}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{12}\right)\right]+\frac{1}{10}}{\left[\frac{9}{2}-\left(\frac{9}{4}-\frac{3}{8}\right)\right]\cdot\left[\frac{38}{33}-\left(1-\frac{28}{33}\right)\right]}.$$ $\left[\frac{8}{7}\right]$

655 $$\frac{\left\{\frac{3}{5}+\frac{1}{4}+\left[\frac{5}{3}:\left(\frac{1}{3}+\frac{3}{2}-\frac{1}{6}\right)\right]\right\}+\frac{1}{20}}{\left\{\frac{5}{3}\cdot\frac{9}{25}+\frac{1}{2}+\left[\frac{8}{5}-\left(1+\frac{1}{3}\right)\right]\right\}:\frac{41}{30}}.$$ $\left[\frac{19}{10}\right]$

656 $$\frac{\left[\left(\frac{2}{9}-\frac{2}{21}\right)\cdot\frac{63}{2}-\left(\frac{7}{27}-\frac{2}{9}\right):\frac{5}{54}\right]\cdot\frac{1}{5}}{\left[\left(\frac{4}{5}+\frac{6}{11}+\frac{2}{55}\right)-\frac{2}{11}\right]\cdot\left[\frac{5}{6}\cdot\left(1+\frac{1}{5}\right)\right]}.$$ $\left[\frac{3}{5}\right]$

657 $$\frac{\frac{1}{10}+\frac{8}{15}:\left(\frac{5}{9}+\frac{1}{6}-\frac{1}{2}\right)}{\left(\frac{3}{10}+\frac{1}{4}\right)\cdot\left(\frac{7}{11}-\frac{1}{3}+\frac{5}{11}\right)}-\left[\left(\frac{3}{7}\cdot\frac{14}{15}+\frac{1}{6}\right):\frac{34}{9}\right].$$ $\left[\frac{117}{20}\right]$

658 $$\frac{\left[\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^4:\left(\frac{4}{8}\right)^5+\left(\frac{3}{4}\right)^3\cdot\left(\frac{10}{3}\right)^3:\left(\frac{5}{2}\right)^3\right]^2}{\frac{5}{8}+\left\{\frac{5}{2}:\left[\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\cdot\left(\frac{4}{9}\cdot\frac{15}{8}+\frac{5}{18}:\frac{5}{3}\right)^3\right]^2\right\}}.$$ $\left[\frac{5}{4}\right]$

659 $$\frac{\frac{21}{4}+11:\left[\left(\frac{5}{3}+\frac{5}{8}+\frac{1}{24}\right)^2-\left(1+\frac{1}{3}\right)^2\right]}{\left[\left(\frac{11}{8}+\frac{1}{5}+\frac{7}{8}+\frac{7}{40}\right):\left(1+\frac{1}{2}\right)^3\right]+1:\left(\frac{17}{3}-\frac{19}{4}+\frac{5}{24}\right)}.$$ $\left[\frac{99}{20}\right]$

●●**660** $$\frac{\left\{1+\left(\frac{3}{20}+\frac{7}{30}+\frac{7}{60}\right):\left[\frac{1}{12}+\left(\frac{8}{15}+\frac{5}{6}-\frac{1}{30}\right)\right]\right\}:\left(\frac{3}{20}+\frac{2}{5}+\frac{7}{4}\right)}{\left(1-\frac{2}{3}-\frac{2}{6}+\frac{5}{17}+\frac{11}{34}\right)+\left\{\frac{2}{7}\cdot\left[\frac{3}{20}-\left(\frac{2}{5}-\frac{1}{4}\right)\right]\right\}}.$$ $\left[\frac{20}{21}\right]$

●●**661** $$\frac{\frac{15}{11}+\left(1-\frac{2}{33}\right)-\left[\left(\frac{4}{5}+\frac{6}{11}+\frac{2}{5}\right):\left(\frac{74}{55}+\frac{2}{55}-\frac{2}{11}\right)\right]}{1:\left(\frac{6}{5}:\frac{76}{55}\right)+\left(\frac{5}{2}+2\right)\cdot\left(1-\frac{2}{16}-\frac{7}{8}\right)}.$$ $\left[\frac{14}{19}\right]$

●●**662** $$\frac{\left\{\left[\frac{9}{2}-\left(\frac{9}{4}-\frac{3}{8}\right)\right]:\left(1-\frac{2}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{6}\right)\right\}-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)}{\left[\left(\frac{4}{15}+\frac{1}{30}-\frac{14}{60}\right)\cdot\left(1+\frac{39}{2}\right)\right]+\frac{2}{7}\cdot\left[\frac{3}{20}-\left(\frac{2}{5}-\frac{1}{4}\right)\right]}.$$ $[4]$

●●**663** $$\frac{\frac{15}{4}+2\cdot\left\{\left[\frac{3}{4}-\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\right)\right]\cdot\left[\frac{2}{8}+\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{2}{5}+\frac{1}{20}\right)\right]\right\}}{\frac{9}{8}-\left\{\frac{2}{5}+\frac{1}{3}\cdot\left[\frac{2}{5}-\frac{3}{14}\cdot\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\right)\right]\right\}-\frac{3}{10}}.$$ $[10]$

●●**664** $$\frac{\left\{\frac{9}{40}+\left[\left(\frac{3}{10}-\frac{1}{20}+\frac{5}{8}-\frac{3}{40}\right)-\left(\frac{8}{5}-\frac{9}{10}\right)\right]\right\}:\left[\frac{2}{3}+\left(\frac{9}{8}:\frac{3}{4}\right)\right]}{\left[\left(\frac{2}{5}+\frac{5}{6}-\frac{1}{3}\right):\left(1+\frac{4}{5}\right)\right]:\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}-\frac{3}{4}\right)}.$$ $\left[\frac{1}{8}\right]$

●●**665** $$\frac{\left[\frac{15}{8}-\left(\frac{2}{5}+\frac{3}{4}\right)\right]-\left[\left(\frac{7}{4}-\frac{1}{5}\right)-\left(\frac{4}{5}+\frac{3}{8}\right)\right]}{\left[\left(\frac{11}{8}+\frac{1}{5}+\frac{7}{40}\right):\left(\frac{5}{2}+\frac{9}{8}-\frac{9}{16}\right)\right]:\left(\frac{3}{7}-\frac{5}{49}\right)}.$$ $\left[\frac{1}{5}\right]$

●●**666** $$\frac{\frac{40}{7}-\left\{\left[\frac{2}{3}+\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{8}\right)^2\cdot\left(\frac{2}{11}-\frac{4}{121}\right)\right]:\left[\left(\frac{5}{4}-\frac{2}{3}\right)\cdot\frac{3}{8}\right]\right\}+\frac{1}{21}}{\left[\left(1-\frac{1}{4}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{3}\right)\right]:\left[\frac{9}{2}-\left(\frac{9}{4}-\frac{3}{8}\right)\right]}.$$ $\left[\frac{15}{4}\right]$

●●**667** $$\frac{\left[\frac{10}{3}-\left(\frac{1}{4}+\frac{5}{12}\right)+\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{24}+\frac{1}{4}+\frac{7}{8}\right)\right]:\left(1-\frac{2}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{6}\right)}{1:\left\{1-\left[\left(1-\frac{2}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{6}\right)^2\cdot\left(1+\frac{3}{5}\right)^2\right]\right\}}.$$ $[6]$

●●**668** $$\frac{\left[\left(\frac{39}{49}\cdot\frac{56}{26}+\frac{2}{7}\right)\cdot\frac{1}{16}\right]^2}{\left(\frac{4}{15}+\frac{1}{9}+\frac{2}{5}\right)\cdot\frac{9}{8}}\cdot\frac{\left(2-\frac{3}{4}\right)^4\cdot\left(2+\frac{2}{5}\right)^4}{\left[\left(\frac{7}{5}+\frac{5}{4}\right)^3+\frac{11}{9}\right]^0}:\frac{\left(\frac{5}{6}+\frac{1}{4}\right):\frac{26}{9}}{\frac{154}{15}\cdot\left(\frac{7}{22}+\frac{2}{33}-\frac{1}{11}\right)}.$$ $\left[\frac{57}{5}\right]$

Verifica la tua preparazione eseguendo i seguenti esercizi relativi agli obiettivi di **conoscenza**. Controlla quindi l'esattezza delle soluzioni alla fine del volume ed assegnati un punto per ciascun esercizio svolto correttamente.

✗ Il concetto di frazione e la loro classificazione

1 L'unità frazionaria $\frac{1}{5}$ rappresenta:

a. l'intero diviso in cinque parti;
b. tutte le parti in cui viene diviso l'intero;
c. una delle cinque parti in cui viene diviso l'intero;
d. nessuna delle precedenti.

2 Nella frazione $\frac{5}{4}$ il numero:

a. 5 rappresenta il numeratore;
b. 4 rappresenta il dividendo;
c. 5 rappresenta il denominatore;
d. 4 rappresenta il denominatore.

3 Una frazione si dice impropria quando:

a. il numeratore è minore del denominatore;
b. il denominatore è maggiore del numeratore;
c. il numeratore è maggiore del denominatore;
d. il numeratore è un multiplo del denominatore.

4 Quale delle frazioni $\frac{3}{5}; \frac{1}{2}; \frac{8}{4}; \frac{6}{7}$ è apparente?

a. $\frac{3}{5}$; **b.** $\frac{1}{2}$; **c.** $\frac{8}{4}$; **d.** $\frac{6}{7}$.

✗ Le frazioni equivalenti

5 Completa la seguente definizione:
due frazioni si dicono equivalenti quando operando sulla stessa .... ne rappresentano una parte ....

6 Quale delle seguenti frazioni appartiene alla stessa classe di equivalenza di $\frac{11}{20}$?

a. $\frac{20}{11}$; **b.** $\frac{33}{60}$; **c.** $\frac{60}{33}$; **d.** $\frac{5}{10}$.

7 Quale delle seguenti frazioni $\frac{12}{15}; \frac{18}{7}; \frac{8}{16}; \frac{3}{21}$ è ridotta ai minimi termini?

a. $\frac{12}{15}$; **b.** $\frac{18}{7}$; **c.** $\frac{8}{16}$; **d.** $\frac{3}{21}$.

✗ Le operazioni con le frazioni

8 Una sola delle seguenti operazioni con le frazioni è sbagliata; individuala e correggila:

a. $\frac{1}{3}+\frac{2}{5}=\frac{11}{10}$; **b.** $\frac{3}{2}-\frac{1}{4}=\frac{5}{4}$; **c.** $\frac{4}{5}\cdot\frac{15}{8}=\frac{3}{2}$; **d.** $\frac{9}{4}:\frac{3}{2}=\frac{3}{2}$.

9 Qual è il risultato dell'operazione $\left(\frac{2}{3}\right)^3$?

a. $\frac{8}{3}$; **b.** $\frac{8}{9}$; **c.** $\frac{2}{27}$; **d.** $\frac{8}{27}$.

..... / 9

Da 0 a 3: Non conosci gli argomenti trattati nel capitolo. **Devi ristudiarlo**.
Da 4 a 6: Conosci solo superficialmente i contenuti del capitolo. **Devi ripassare** gli argomenti corrispondenti alle conoscenze non acquisite.
Da 7 a 9: Conosci in modo sufficientemente approfondito i contenuti del capitolo. **Puoi affrontare il prossimo capitolo**.

Verifica la tua preparazione eseguendo i seguenti esercizi relativi agli obiettivi di **abilità**. Controlla quindi l'esattezza delle soluzioni alla fine del volume ed assegnati un punto per ciascun esercizio svolto correttamente.

✗ Operare con una frazione su una grandezza

1 Data la frazione $\frac{6}{11}$, la sua frazione unitaria è: **a.** $\frac{6}{1}$; **b.** $\frac{1}{11}$; **c.** $\frac{1}{6}$; **d.** $\frac{6}{11}$.

2 Riesco a pagare $\frac{2}{7}$ di un debito con la mia banca versando € 140. A quanto ammonta il debito?

✗ Semplificare una frazione ai minimi termini

3 Riduci le seguenti frazioni ai minimi termini: **a.** $\frac{108}{32}$; **b.** $\frac{156}{80}$; **c.** $\frac{252}{144}$; **d.** $\frac{700}{280}$.

4 Trasforma la frazione $\frac{48}{108}$ in una equivalente con denominatore 36.

✗ Confrontare due frazioni

5 In una gara di tiro al piattello il primo concorrente colpisce il piattello con $\frac{13}{25}$ dei colpi sparati mentre il secondo concorrente colpisce il piattello la metà delle volte. Sapendo che entrambi sparano lo stesso numero di colpi chi ha vinto la gara?

6 Inserisci al posto dei puntini il simbolo di $>$ o $<$:

a. $\frac{3}{5} \ldots\ldots \frac{4}{3}$; **b.** $\frac{12}{7} \ldots\ldots \frac{5}{4}$; **c.** $\frac{3}{8} \ldots\ldots \frac{8}{13}$; **d.** $\frac{7}{6} \ldots\ldots \frac{6}{7}$.

✗ Svolgere le operazioni con le frazioni

Risolvi le seguenti espressioni.

7 $\left[\frac{3}{4}+\frac{4}{5}-\left(\frac{2}{3}+\frac{5}{6}\right):\left(\frac{25}{2}\cdot\frac{12}{5}\right)\right]+\left[\frac{2}{3}+\frac{1}{4}-\left(\frac{8}{10}+\frac{3}{10}\right):\left(\frac{6}{5}+1\right)\right]:\left(\frac{4}{3}-\frac{1}{2}\right).$

8 $\frac{2}{3}+\left\{\frac{8}{5}:\left[\frac{15}{4}:\left(\frac{5}{3}+\frac{1}{12}+\frac{3}{4}\right)^3\right]\right\}:\frac{10}{9}\cdot\left[\left(\frac{5}{3}-\frac{1}{12}-\frac{3}{4}\right)^4:\left(\frac{1}{6}+\frac{2}{3}\right)^3\right].$

9 Un'aiuola triangolare ha il perimetro di 156 m; sapendo che il secondo e il terzo lato sono rispettivamente $\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{3}$ del primo, calcola le misure dei tre lati dell'aiuola.

10 Le entrate mensili complessive della famiglia Rossi (composta da padre, madre e figlio) sono di € 4560. Lo stipendio del padre è i $\frac{3}{5}$ del totale, quello della madre è i $\frac{5}{3}$ di quello del figlio. Calcola lo stipendio di ciascun componente della famiglia.

..... / 10

Da 0 a 3:	Non hai sviluppato adeguate abilità. Devi studiare nuovamente il capitolo ed eseguire tutti gli **esercizi del recupero**.
Da 4 a 7:	Non possiedi le abilità richieste. Prima di affrontare gli **esercizi di consolidamento** devi svolgere gli **esercizi del recupero** relativi alle abilità non ancora acquisite.
Da 8 a 10:	Hai raggiunto pienamente le abilità specifiche del capitolo. Puoi affrontare gli **esercizi per il potenziamento** e le **gare della matematica**.

✗ Operare con una frazione su una grandezza

1 Vero o Falso?

Stabilisci quali delle seguenti affermazioni sono errate e correggi gli errori.

a. Una frazione $\frac{m}{n}$ è un operatore che permette di dividere l'intero in m parti uguali. V F

b. Il numeratore della frazione $\frac{x}{y}$ è y. V F

c. Una frazione si dice propria quando il numeratore è maggiore del denominatore. V F

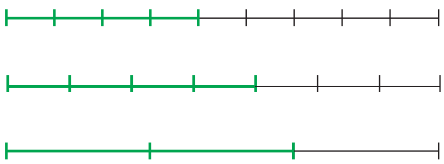
d. Una frazione impropria agendo su un intero genera una quantità minore dell'intero. V F

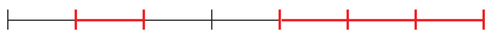
2 Completa la seguente tabella.

Frazione	Numeratore	Denominatore	Unità frazionaria
$\frac{3}{7}$			
	5		$\frac{1}{8}$
	14	17	

3 Considera i seguenti segmenti e stabilisci a quali frazioni corrispondono le zone colorate di verde:

a.
b.
c.



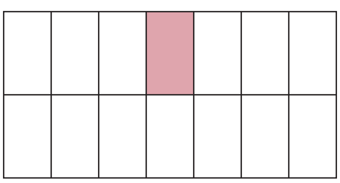
4 Quale frazione rappresenta la parte di segmento colorata in rosso? 

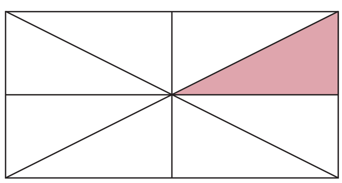
5 Data la parola VOCABOLARIO, indica quale frazione esprime il numero di consonanti rispetto l'intero:

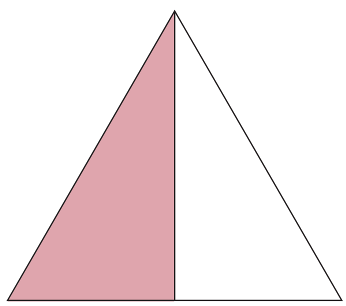
a. $\frac{11}{5}$; **b.** $\frac{1}{5}$; **c.** $\frac{5}{1}$; **d.** $\frac{5}{11}$.

6 Disegna un segmento e rappresenta su di esso le seguenti frazioni unitarie: $\frac{1}{24}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{12}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{12}$; $\frac{1}{2}$
(ti consigliamo di rappresentare il segmento lungo 24 cm).
Cosa osservi? Qual è la frazione unitaria più piccola? Quale quella più grande?

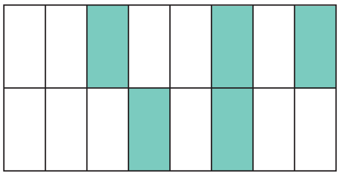
7 Stabilisci l'unità frazionaria delle seguenti figure.

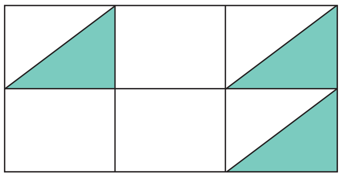
a. 

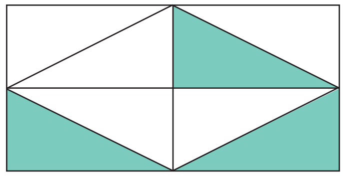
b. 

c. 

8 Stabilisci quale frazione rappresenta la parte colorata rispetto all'intero.

a. 

b. 

c. 

Classifica le seguenti frazioni in proprie, improprie, apparenti.

9 **a.** $\frac{24}{4}$; **b.** $\frac{21}{45}$; **c.** $\frac{16}{24}$; **d.** $\frac{16}{4}$; **e.** $\frac{31}{60}$; **f.** $\frac{8}{24}$.

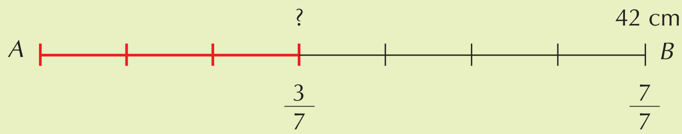
10 **a.** $\frac{4}{40}$; **b.** $\frac{1}{5}$; **c.** $\frac{3}{4}$; **d.** $\frac{5}{4}$; **e.** $\frac{45}{9}$; **f.** $\frac{18}{6}$.

Risolvi i seguenti problemi.

11 **Esercizio guida**

Calcoliamo i $\frac{3}{7}$ di un segmento AB lungo 42 cm.

Rappresentiamo il segmento e poniamo su di esso anche la sua grandezza in centimetri.



La frazione $\frac{3}{7}$ (rappresentata in colore) corrisponde a ..... volte l'unità frazionaria che possiamo calcolare svolgendo la divisione:

42 : ..... = ... cm $\left(\text{misura dell'unità frazionaria} = \frac{1}{7}\right)$.

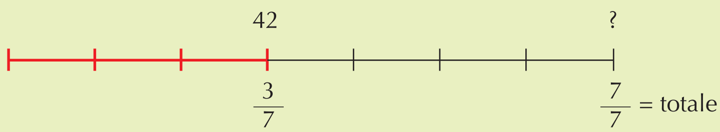
Basta ora moltiplicare tale valore per il numero di parti da considerare:

..... · 3 = ... cm $\left(\text{misura della frazione} = \frac{3}{7}\right)$.

12 **Esercizio guida**

Calcoliamo il numero di libri presenti su uno scaffale sapendo che i $\frac{3}{7}$ di essi corrispondono a 42.

Anche in questo caso rappresentiamo graficamente i dati (fai attenzione alla posizione del valore numerico 42):



Questa volta il numero 42 corrisponde alla parte frazionaria (rappresentata in colore); per calcolare .... dobbiamo dunque svolgere la divisione

42 : ..... = 14 $\left(\text{valore dell'unità frazionaria} = \frac{1}{7}\right)$.

Basta ora moltiplicare tale valore per il numero di parti da considerare:

14 · ..... = ... $\left(\text{valore dell'intero} = \frac{7}{7}\right)$.

13 Un ciclista percorre i $\frac{2}{5}$ di un percorso che corrispondono a 120 km. Calcola la lunghezza dell'intero percorso.
[300 km]

14 Spendo $\frac{3}{5}$ dei soldi che possiedo per comprare un lettore CD. Sapendo che mi restano € 90, calcola quale cifra ho speso. [€ 135]

15 In una classe formata da 24 alunni sono assenti per malattia i $\frac{3}{4}$. Calcola il numero degli alunni assenti. [18 alunni]

16 Un paletto lungo 80 cm viene conficcato nel terreno per i $\frac{3}{5}$ della sua lunghezza. Calcola la misura della parte conficcata e della parte visibile. [48 cm; 32 cm]

17 Una sarta utilizza i $\frac{3}{4}$ di stoffa lunga 120 cm per modellare un vestito. Quanta stoffa le rimane? [30 cm]

18 Tre amici si dividono una vincita di € 240: il primo prende $\frac{1}{3}$, il secondo ne prende i $\frac{2}{5}$. Calcola la vincita del terzo amico. [€ 64]

19 Un negoziante ricava dalla vendita di una partita di merce € 1 200. Se il guadagno realizzato è $\frac{5}{7}$ del costo, quanto ha guadagnato? [€ 500]

20 Un maratoneta ha percorso i $\frac{2}{5}$ dell'intero tracciato di gara e gli restano ancora 12 km da percorrere. Quanto è lungo tutto il percorso? [20 km]

21 Un pilone di un ponte è conficcato per $\frac{2}{7}$ nel terreno. Se la parte fuori terra è 5,5 m quanto misura tutto il pilone? [7,7 m]

22 Un libro di matematica è suddiviso in teoria ed esercizi ed è formato da 180 pagine di esercizi; calcola quante sono le pagine di teoria ed il numero totale di pagine sapendo che la teoria è i $\frac{4}{3}$ degli esercizi. [240; 420]

23 Una comitiva è costituita da 70 persone. Le donne sono $\frac{5}{3}$ degli uomini e i bambini sono $\frac{3}{7}$ del totale. Quanti sono rispettivamente i bambini, le donne e gli uomini? [30; 25; 15]

✗ Semplificare una frazione ai minimi termini

24 **Vero o Falso?**

Stabilisci quali delle seguenti affermazioni sono errate e correggi gli errori.

a. Due frazioni si dicono equivalenti quando hanno lo stesso numeratore. V F

b. La frazione $\frac{5}{7}$ è equivalente alla frazione $\frac{7}{5}$. V F

c. Riducendo ai minimi termini la frazione $\frac{12}{40}$ si ottiene $\frac{3}{10}$. V F

25 Scrivi almeno quattro frazioni equivalenti a ciascuna delle seguenti frazioni e rappresentale sulla semiretta orientata: **a.** $\frac{1}{5}$; **b.** $\frac{3}{4}$; **c.** $\frac{4}{40}$.

26 **Esercizio guida**

Per ridurre una frazione ai minimi termini possiamo ricorrere a più metodi:

- proprietà invariantiva: $\frac{48}{72} = \frac{48 : ...}{72 : 2} = \frac{...}{36} = \frac{... : 2}{36 : ...} = \frac{12}{...} = \frac{12 : ...}{... : 2} = \frac{...}{9} = \frac{... : 3}{9 : 3} = \frac{2}{3}$
- divisioni successive: $\dfrac{\cancel{48}\ \cancel{24}\ \cancel{12}\ \cancel{6}\ 2}{\cancel{72}\ \cancel{36}\ \cancel{18}\ \cancel{9}\ 3} = \frac{...}{...}$.

Riduci ai minimi termini le seguenti frazioni.

27 $\frac{5}{10}$; $\frac{4}{8}$; $\frac{3}{6}$; $\frac{4}{12}$; $\frac{20}{30}$; $\frac{10}{15}$; $\frac{30}{45}$; $\frac{8}{24}$.

28 $\frac{6}{12}$; $\frac{12}{24}$; $\frac{5}{15}$; $\frac{5}{20}$; $\frac{10}{12}$; $\frac{6}{14}$; $\frac{10}{4}$; $\frac{12}{8}$.

29 $\frac{56}{20}$; $\frac{80}{60}$; $\frac{124}{56}$; $\frac{252}{68}$; $\frac{156}{140}$; $\frac{400}{144}$; $\frac{1\,000}{280}$.

30 Dopo aver verificato se le frazioni date sono ridotte ai minimi termini, inserisci al posto dei puntini un numero tale da rendere equivalente ogni coppia di frazioni.

a. $\frac{7}{6}, \frac{.....}{30}$; **b.** $\frac{2}{3}, \frac{.....}{21}$; **c.** $\frac{3}{8}, \frac{.....}{8}$; **d.** $\frac{2}{5}, \frac{.....}{20}$; **e.** $\frac{3}{12}, \frac{.....}{8}$.

Trasforma le seguenti frazioni in altre equivalenti di denominatore assegnato (semplifica, se necessario, ai minimi termini).

31 **a.** $\frac{27}{63}$, denominatore 14; **b.** $\frac{3}{39}$, denominatore 65; **c.** $\frac{27}{45}$, denominatore 25.

32 **a.** $\frac{34}{51}$, denominatore 21; **b.** $\frac{80}{64}$, denominatore 100; **c.** $\frac{45}{24}$, denominatore 64.

Trasforma allo stesso m.c.d. le seguenti coppie di frazioni.

33 Esercizio guida

$\frac{1}{6}$ e $\frac{6}{20}$.

Svolgimento

Per poter trasformare le frazioni in due frazioni equivalenti a quelle date e con il minimo comune denominatore dobbiamo seguire la seguente procedura:

- ridurre ai minimi termini le frazioni: $\frac{1}{6} \rightarrow$ frazione ridotta ai minimi termini

  $\frac{6}{20} \rightarrow$ ......
- calcolare il m.c.d. fra i denominatori m.c.m. (6, ...) = ...
- trasformare le frazioni in frazioni equivalenti con denominatore uguale al m.c.m.

$$\frac{1}{6} = \frac{.....}{30} \quad \text{e} \quad \frac{6}{20} = \frac{3}{10} = \frac{.....}{.....}.$$

34 **a.** $\frac{5}{6}, \frac{3}{4}$; **b.** $\frac{2}{3}, \frac{2}{5}$; **c.** $\frac{3}{8}, \frac{7}{6}$.

35 **a.** $\frac{1}{4}, \frac{30}{20}$; **b.** $\frac{3}{21}, \frac{1}{14}$; **c.** $\frac{24}{16}, \frac{10}{8}$.

36 **a.** $\frac{48}{80}, \frac{24}{32}$; **b.** $\frac{105}{25}, \frac{15}{35}$; **c.** $\frac{63}{33}, \frac{165}{121}$.

✗ Confrontare due frazioni

37 Vero o Falso?

Stabilisci quali delle seguenti affermazioni sono errate e correggi gli errori.

a. Considerando due frazioni con lo stesso denominatore è maggiore quella con numeratore maggiore. V F

b. Considerando due frazioni con lo stesso numeratore è maggiore quella con denominatore maggiore. V F

c. La frazione $\frac{5}{12}$ è maggiore di $\frac{1}{2}$. V F

d. Una qualsiasi frazione propria è sempre maggiore di una qualsiasi frazione apparente. V F

38 Dopo aver trasformato le seguenti coppie di frazioni allo stesso m.c.d., confronta le frazioni ottenute e sottolinea la frazione maggiore.

a. $\frac{6}{5}, \frac{6}{8}$; **b.** $\frac{3}{8}, \frac{1}{2}$; **c.** $\frac{30}{16}, \frac{45}{24}$; **d.** $\frac{2}{5}, \frac{1}{4}$; **e.** $\frac{3}{4}, \frac{6}{10}$.

Confronta le seguenti coppie di frazioni inserendo al posto dei puntini il simbolo di $>$, $<$ ***oppure*** $=$.

39 **a.** $\frac{3}{4} \ldots\ldots \frac{12}{15}$; **b.** $\frac{10}{12} \ldots\ldots \frac{25}{30}$; **c.** $\frac{7}{18} \ldots\ldots \frac{1}{2}$.

40 **a.** $\frac{14}{16} \ldots\ldots \frac{7}{8}$; **b.** $\frac{12}{18} \ldots\ldots \frac{4}{5}$; **c.** $\frac{42}{64} \ldots\ldots \frac{24}{48}$.

✗ Svolgere le operazioni con le frazioni

41 **Vero o Falso?**

Stabilisci quali delle seguenti affermazioni sono errate e correggi gli errori.

a. La somma di due frazioni aventi lo stesso numeratore è una frazione con lo stesso numeratore e come denominatore la somma dei denominatori. V F

b. La differenza di due frazioni si può eseguire solo se il denominatore della prima è maggiore del denominatore della seconda. V F

c. La frazione complementare di una frazione propria si ottiene sottraendo uno alla frazione data. V F

d. La frazione reciproca di una frazione si ottiene scambiando fra di loro numeratore e denominatore. V F

e. La divisione di due frazioni si calcola moltiplicando la reciproca della prima frazione con la seconda frazione. V F

f. $\frac{3}{4} + \frac{14}{2} - \frac{1}{3} = \frac{9 + 6 - 3}{12} = \frac{12}{12} = 1.$ V F

g. $\frac{3}{4} : \frac{2}{5} = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} = \frac{3}{10}.$ V F

Esegui le seguenti addizioni e sottrazioni di frazioni.

42 **Esercizio guida**

a. $\frac{1}{3} + \frac{2}{5} + \frac{7}{10}$.

Calcoliamo il m.c.d. fra 3, 5 e 10: m.c.d. (3, 5, 10) = 30

Dividiamo poi quest'ultimo per ogni denominatore e moltiplichiamo il risultato per il rispettivo numeratore.

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{5} + \frac{7}{10} = \frac{(30 : 3 \cdot 1) + (30 : \ldots\ldots \cdot \ldots\ldots) + (30 : \ldots\ldots \cdot \ldots\ldots)}{30} = \frac{43}{30}.$$

b. $\frac{7}{10} - \frac{1}{2}$.

Calcoliamo il m.c.d. tra 10 e 2: m.c.d. (10, 2) = 10

Dividiamo poi quest'ultimo per ogni denominatore e moltiplichiamo il risultato per il rispettivo ....

$$\frac{7}{10} - \frac{1}{2} = \frac{(10 : 10 \cdot \ldots\ldots) - (10 : \ldots\ldots \cdot 1)}{10} = \frac{2}{10}.$$ Riducendo ai minimi termini si ottiene $\frac{1}{5}$.

43 **a.** $\frac{2}{3} + \frac{1}{2}$; **b.** $\frac{3}{4} + \frac{2}{5}$; **c.** $\frac{4}{3} + \frac{1}{4}$. $\left[\frac{7}{6}; \frac{23}{20}; \frac{19}{12}\right]$

44 **a.** $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$; **b.** $\frac{6}{5} - \frac{4}{7}$; **c.** $\frac{6}{5} - \frac{1}{3}$. $\left[\frac{1}{4}; \frac{22}{35}; \frac{13}{15}\right]$

45 a. $\frac{7}{2}-\frac{5}{3}+\frac{5}{6}$; b. $\frac{9}{2}+\frac{2}{5}-\frac{39}{10}$; c. $\frac{2}{9}+\frac{9}{2}-\frac{5}{18}$. $\left[\frac{8}{3}; 1; \frac{40}{9}\right]$

Esegui le seguenti moltiplicazioni e divisioni di frazioni.

46 Esercizio guida

a. $\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{2}=\frac{3\cdot 5}{4\cdot 2}=\ldots\ldots$; b. $\frac{2}{5}:\frac{2}{9}=\frac{\cancel{2}^{1}}{5}\cdot\frac{9}{\cancel{2}_{1}}=\frac{9}{5}$; c. $\frac{3}{2}\cdot\frac{2}{8}:\frac{4}{5}=\frac{3}{2}\cdot\frac{2}{8}\cdot\frac{5}{4}=\ldots\ldots\ldots=\frac{15}{32}$.

47 a. $\frac{2}{7}\cdot\frac{1}{5}$; b. $\frac{4}{5}\cdot\frac{3}{11}$; c. $\frac{15}{4}\cdot\frac{7}{3}$. $\left[\frac{2}{35}; \frac{12}{55}; \frac{35}{4}\right]$

48 a. $\frac{4}{11}:\frac{3}{5}$; b. $\frac{6}{5}:\frac{3}{2}$; c. $\frac{9}{7}:\frac{3}{2}$. $\left[\frac{20}{33}; \frac{4}{5}; \frac{6}{7}\right]$

49 a. $\frac{21}{5}\cdot\frac{15}{7}:\frac{3}{2}$; b. $\frac{2}{13}\cdot\frac{26}{3}:\frac{4}{3}$; c. $\frac{9}{8}:\frac{18}{5}\cdot\frac{4}{5}$. $\left[6; 1; \frac{1}{4}\right]$

Calcola il valore delle seguenti espressioni con le quattro operazioni fondamentali.

50 $\left[\frac{1}{5}:\left(\frac{5}{3}+\frac{1}{4}-\frac{8}{5}\right)\right]:\left(1-\frac{7}{19}\right)$. $[1]$

51 $\left[\left(\frac{1}{3}+\frac{5}{4}-\frac{1}{8}\right):\frac{5}{12}\right]-\frac{1}{4}+\frac{3}{2}$. $\left[\frac{19}{4}\right]$

52 $\frac{4}{5}+\left[\frac{3}{7}\cdot\frac{21}{2}+\frac{3}{5}\cdot\frac{15}{12}-\left(1+\frac{3}{2}\right)\right]-\frac{1}{20}$. $\left[\frac{7}{2}\right]$

53 $\left(\frac{9}{5}-\frac{3}{2}-\frac{1}{4}\right):\left\{\frac{3}{10}+\left[\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{5}-\frac{1}{8}\right)\cdot\frac{10}{13}\right]-\frac{1}{5}\right\}$. $\left[\frac{1}{17}\right]$

54 $\frac{5}{12}+\frac{1}{6}\cdot\frac{21}{2}-\left[\frac{17}{4}-\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{6}+\frac{1}{8}\right)\cdot\frac{12}{5}\right]-\frac{5}{4}$. $\left[\frac{1}{6}\right]$

55 $\frac{1}{2}+2\cdot\left\{\frac{3}{4}+3\cdot\left[\frac{5}{2}+2\cdot\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right):\left(\frac{8}{5}-\frac{3}{10}\right)\right]\right\}$. $[27]$

56 $\left\{\left[\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}-\frac{1}{8}\right)+\left(1-\frac{11}{12}\right)\right]:\left(\frac{2}{5}+\frac{5}{6}-\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{2}\right\}:\left(2+\frac{13}{18}\right)$. $\left[\frac{9}{14}\right]$

57 $$\frac{\left(2+\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{2}{5}+\left(3-\frac{3}{2}\right)\cdot\frac{4}{9}-\frac{2}{5}\cdot\frac{5}{9}}{\left[\frac{1}{3}+\frac{2}{3}:\left(1-\frac{1}{6}\right)+\frac{3}{5}:\left(2+\frac{1}{4}\right)\right]:\frac{36}{20}}.$$ $\left[\frac{13}{7}\right]$

58 Vero o Falso?

Stabilisci quali delle seguenti uguaglianze sono errate e correggi gli errori.

a. $\left(\frac{2}{7}\right)^0=0$. V F

b. $\left(\frac{3}{4}\right)^2=\frac{9}{4}$. V F

c. $\left(\frac{0}{5}\right)^2\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{4}$. V F

d. $\left(\frac{3}{5}\right)^1=0$. V F

e. $\left(\frac{1}{3}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2=\left(\frac{1}{6}\right)^6$. V F

Calcola il valore delle seguenti potenze di frazioni.

59 Esercizio guida

Calcoliamo il valore delle seguenti potenze di frazione.

a. $\left(\frac{3}{4}\right)^2$; **b.** $\left(\frac{7}{18}\right)^2$; **c.** $\left(\frac{3}{10}\right)^3$.

Svolgimento

a. $\left(\frac{3}{4}\right)^2=\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{4}=\frac{9}{16}$; **b.** $\left(\frac{7}{18}\right)^2=\frac{7}{18}\cdot\frac{7}{.....}=\frac{49}{.....}$; **c.** $\left(\frac{3}{10}\right)^3=\text{............}=\frac{27}{1000}$.

60 **a.** $\left(\frac{1}{3}\right)^2$; **b.** $\left(\frac{2}{3}\right)^2$; **c.** $\left(\frac{3}{2}\right)^2$; **d.** $\left(\frac{1}{4}\right)^2$.

61 **a.** $\left(\frac{1}{2}\right)^3$; **b.** $\left(\frac{1}{3}\right)^3$; **c.** $\left(\frac{1}{4}\right)^3$; **d.** $\left(\frac{1}{5}\right)^3$.

62 **a.** $\left(\frac{2}{7}\right)^2$; **b.** $\left(\frac{2}{3}\right)^3$; **c.** $\left(\frac{2}{5}\right)^2$; **d.** $\left(\frac{5}{2}\right)^2$.

Calcola il valore delle seguenti espressioni applicando le proprietà delle potenze.

63 $\left(\frac{3}{5}\right)^2\cdot\left(\frac{3}{5}\right)^2:\left(\frac{3}{5}\right)^3$. $\left[\frac{3}{5}\right]$

64 $\left[\left(\frac{5}{4}\right)^2\right]^3:\left[\left(\frac{5}{4}\right)^2\right]^2\cdot\left[\left(\frac{5}{4}\right)\right]^0$. $\left[\frac{25}{16}\right]$

65 $\left(\frac{3}{4}\right)^2\cdot\left(\frac{10}{3}\right)^2\cdot\left(\frac{5}{2}\right)^2:\left(\frac{5}{3}\right)^2$. $\left[\frac{125}{16}\right]$

66 $\left(\frac{2}{3}\right)^6\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^3:\left(\frac{2}{3}\right)^4:\left(\frac{2}{3}\right)^3$. $\left[\frac{4}{9}\right]$

Calcola il valore delle seguenti espressioni con le potenze.

67 $\left(\frac{1}{3}\right)^7\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^4:\left(\frac{1}{3}\right)^{10}+\left(\frac{3}{2}\right)^2\cdot\left(\frac{10}{9}\right)^2:\left(\frac{5}{4}\right)^2$. $\left[\frac{19}{9}\right]$

68 $\left[\left(1+\frac{3}{2}-\frac{7}{6}\right)^2\cdot\left(1+\frac{1}{3}\right)^3:\left(\frac{4}{3}\right)^4-\frac{1}{2}+\frac{1}{6}\right]\cdot\frac{15}{8}-\frac{5}{4}$. $\left[\frac{5}{8}\right]$

69 $\left(\frac{3}{10}-\frac{1}{4}+\frac{7}{20}\right):\left[\frac{1}{5}+\left(\frac{6}{5}+\frac{1}{3}-\frac{8}{15}\right)^3\cdot\frac{3}{8}-\frac{3}{20}\right]\cdot\frac{17}{8}$. $[2]$

70 $\left\{\frac{3^2}{40}+\left[\frac{1}{4}+\left(\frac{10}{16}-\frac{3}{40}\right)-\left(1-\frac{3}{10}\right)\right]\right\}:\left[\left(1-\frac{1}{3}\right)+\frac{6^2}{24}\right]$. $\left[\frac{3}{20}\right]$

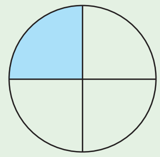
71 $\left\{\left[\left(\frac{29}{12}-\frac{10}{24}+\frac{5}{60}\right):\left(1+\frac{5}{24}-\frac{1}{6}\right)+\frac{1}{3}\right]^2:\left(\frac{10}{9}+\frac{13}{3}\right)\right\}^3+1$. $[2]$

72 $\left\{1+\left(1+\frac{1}{2}\right)+\frac{2}{3}+\frac{1}{4}:\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{3}\right\}^2\cdot\left(1-\frac{13}{15}\right)^2$. $[1]$

Scheda di Valutazione del Recupero

Dopo aver rivisto la teoria e svolto l'attività di recupero, metti alla prova la tua preparazione rispondendo ai seguenti quesiti (scegli tra le soluzioni proposte), controlla l'esattezza delle risposte a pag. 416 e calcola il punteggio ottenuto in base alla griglia. Se hai totalizzato **almeno 16 punti** puoi ritenere colmato il debito, altrimenti riguarda gli argomenti sui quali hai commesso errori.

1 A quale unità frazionaria corrisponde la parte colorata del seguente cerchio?



a. $\frac{1}{3}$; **b.** $\frac{1}{4}$; **c.** $\frac{2}{4}$.

2 Quale delle seguenti frazioni è una frazione propria? **a.** $\frac{2}{5}$; **b.** $\frac{3}{2}$; **c.** $\frac{20}{4}$.

3 Quale delle seguenti frazioni è ridotta ai minimi termini? **a.** $\frac{3}{6}$; **b.** $\frac{2}{8}$; **c.** $\frac{5}{21}$.

4 Le frazioni $\frac{1}{3}$ e $\frac{3}{8}$ ridotte allo stesso m.c.d. hanno come risultato:

a. $\frac{8}{24}$ e $\frac{9}{24}$; **b.** $\frac{8}{16}$ e $\frac{6}{16}$; **c.** $\frac{4}{8}$ e $\frac{3}{8}$.

5 Confronta le seguenti coppie di frazioni inserendo al posto dei puntini il simbolo di > (maggiore), < (minore) o = (uguale):

a. $\frac{3}{5}$ .... $\frac{2}{5}$; **b.** $\frac{7}{3}$ ..... $\frac{7}{2}$; **c.** $\frac{4}{20}$ ..... $\frac{1}{5}$.

6 Il numero misto $3 + \frac{4}{5}$ ha come risultato: **a.** $\frac{19}{5}$; **b.** $\frac{11}{5}$; **c.** $\frac{19}{6}$.

7 L'espressione $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{3}{2} + 1\right) : \left(1 - \frac{1}{3}\right)$ ha come risultato: **a.** $\frac{5}{3}$; **b.** $\frac{9}{2}$; **c.** 3.

8 La potenza $\left(9 - \frac{25}{3}\right)^2$ ha come risultato: **a.** $\frac{25}{9}$; **b.** $\frac{16}{9}$; **c.** $\frac{4}{9}$.

9 L'espressione $\left(1 - \frac{2}{3}\right)^2 : \left(1 - \frac{13}{18}\right) + \left(\frac{32}{16} - 1\right)^4$ ha come risultato:

a. $\frac{1}{3}$; **b.** $\frac{7}{5}$; **c.** $\frac{2}{5}$.

10 $\frac{7}{20}$ di 40 figurine corrispondono a:

a. 15 figurine; **b.** 21 figurine; **c.** 14 figurine.

11 $\frac{2}{3}$ dei $\frac{4}{5}$ di 300 caramelle corrispondono a:

a. 120 caramelle; **b.** 160 caramelle; **c.** 90 caramelle.

12 Sapendo che 400 spettatori di un teatro corrispondono ai $\frac{2}{9}$, quanti spettatori può contenere quel teatro?

a. 2000; **b.** 1800; **c.** 1600.

1 Distingui le seguenti frazioni in proprie, improprie o apparenti:

$\frac{5}{21}$; $\frac{7}{4}$; $\frac{20}{12}$; $\frac{8}{15}$; $\frac{9}{7}$; $\frac{9}{3}$; $\frac{12}{4}$; $\frac{17}{15}$; $\frac{13}{21}$.

Trasforma le seguenti frazioni apparenti in numeri naturali.

2 $\frac{14}{7}$; $\frac{28}{2}$; $\frac{24}{2}$; $\frac{51}{3}$; $\frac{44}{2}$; $\frac{66}{11}$; $\frac{77}{7}$; $\frac{8}{8}$; $\frac{4}{2}$; $\frac{100}{25}$.

3 $\frac{25}{5}$; $\frac{72}{36}$; $\frac{55}{5}$; $\frac{11}{11}$; $\frac{33}{33}$; $\frac{48}{12}$; $\frac{9}{9}$; $\frac{18}{3}$; $\frac{20}{10}$; $\frac{2}{2}$.

4 Riduci ai minimi termini le seguenti frazioni:

$\frac{175}{275}$; $\frac{144}{108}$; $\frac{96}{336}$; $\frac{396}{288}$; $\frac{207}{450}$.

5 Dopo aver ridotto ai minimi termini le seguenti quattro frazioni, trasformale in altre quattro frazioni equivalenti a quelle date e aventi per denominatore 20:

$\frac{12}{80}$; $\frac{5}{25}$; $\frac{44}{16}$; $\frac{21}{42}$; $\frac{72}{80}$; $\frac{144}{45}$.

6 Inserisci il simbolo di $>$, $<$ o $=$ al posto dei puntini:

a. $\frac{5}{3} \ldots\ldots \frac{3}{5}$; **b.** $\frac{3}{7} \ldots\ldots \frac{2}{7}$; **c.** $\frac{5}{8} \ldots\ldots \frac{5}{9}$; **d.** $\frac{120}{80} \ldots\ldots \frac{6}{4}$.

Risolvi le seguenti operazioni con le frazioni.

7 **a.** $8 + \frac{7}{2}$; **b.** $\frac{1}{6} + \frac{2}{5}$; **c.** $\frac{5}{3} - \frac{1}{2}$; **d.** $\frac{3}{4} - \frac{1}{3}$.

8 **a.** $\frac{8}{10} \cdot \frac{25}{14}$; **b.** $\frac{125}{27} \cdot \frac{21}{215}$; **c.** $\frac{36}{25} : \frac{9}{45}$; **d.** $\frac{32}{8} : \frac{4}{7}$.

9 **a.** $\left(\frac{3}{2}\right)^2$; **b.** $\left(\frac{5}{3}\right)^3$; **c.** $\left(\frac{7}{5}\right)^0$; **d.** $\left(\frac{12}{7}\right)^2$.

10 Calcola il valore delle seguenti potenze applicando in modo opportuno le relative proprietà:

a. $\left(\frac{2}{7}\right)^3 : \left(\frac{2}{7}\right)^2$; **b.** $\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4$; **c.** $\left[\left(\frac{2}{5}\right)^3\right]^2$; **d.** $\left\{\left[\left(\frac{5}{3}\right)^2\right]^0\right\}^3$.

Inserisci il segno di operazione adatto nelle seguenti scritture.

11 **a.** $\frac{1}{3} \ldots\ldots \frac{1}{5} = \frac{1}{15}$; **b.** $\frac{3}{7} \ldots\ldots \frac{49}{9} = \frac{7}{3}$; **c.** $\frac{15}{2} \ldots\ldots \frac{5}{2} = 10$.

12 **a.** $\frac{18}{20} \ldots\ldots \frac{1}{4} = \frac{13}{20}$; **b.** $\frac{7}{8} \ldots\ldots \frac{3}{5} = \frac{21}{40}$; **c.** $\frac{60}{15} \ldots\ldots \frac{6}{12} = 8$.

Calcola il valore delle seguenti espressioni con le frazioni.

13 $\left(\frac{5}{4} + \frac{6}{16} + \frac{17}{8}\right) - \left(\frac{3}{8} + \frac{9}{5} + \frac{11}{10}\right)$. $\left[\frac{19}{40}\right]$

14 $\left(\frac{7}{3} - \frac{13}{12} + \frac{5}{6}\right) : \frac{20}{12} : \frac{5}{4} + \left(\frac{1}{2} + 1\right)$. $\left[\frac{5}{2}\right]$

15 $\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{4}\right)+\left(6-\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{2}{11}-\left(\frac{10}{9}+\frac{1}{4}\right).$ [0]

● **16** $\left\{\left[\left(\frac{5}{3}+\frac{5}{4}\cdot 2\right):\frac{2}{3}-\left(2^2+\frac{1}{2}+\frac{3}{5}\right)\cdot\frac{2}{3}\right]\cdot\frac{5}{3}-\frac{3}{4}\right\}:\frac{1}{4}.$ [16]

● **17** $\frac{1}{6}:\frac{5}{6}+\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\right)^3:\left(1-\frac{1}{4}\right)^2+\left(1+\frac{2}{5}\right)-\left(\frac{9}{5}:\frac{4}{3}\right)\cdot\frac{5}{3}.$ $\left[\frac{1}{10}\right]$

● **18** $\frac{5}{4}-\frac{1}{8}-\left[\left(\frac{5}{6}+\frac{10}{3}\cdot\frac{9}{5}-\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{6}{19}\right]^2\cdot\left(1-\frac{3}{4}\right).$ $\left[\frac{1}{8}\right]$

● **19** $\frac{2}{3}+\left\{\left[\left(1+\frac{1}{2}\right)^2\right]^3:\left(2-\frac{1}{2}\right)^5\right\}^2:\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{4}+\frac{3}{8}+\frac{2}{5}\right).$ $\left[\frac{16}{9}\right]$

●● **20** $\dfrac{\frac{1}{4}\cdot\frac{12}{7}+\frac{1}{7}:\left(1+\frac{1}{6}\right)}{\left[\left(\frac{7}{4}-\frac{3}{2}\right):\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\right]\cdot\frac{12}{49}}.$ $\left[\frac{9}{5}\right]$

●● **21** $\dfrac{\left(2+\frac{1}{2}-\frac{3}{2}\right):\frac{15}{90}+\left(7+\frac{3}{4}\right)\cdot\frac{5}{31}-\frac{1}{3}+\frac{7}{4}}{\frac{5}{12}-\left[\left(\frac{8}{5}+\frac{11}{30}-\frac{8}{15}\right)-\frac{27}{20}\right]}.$ [26]

Risolvi i seguenti problemi con le frazioni.

22 Un rubinetto ha versato 150 litri di acqua riempiendo i $\frac{2}{5}$ della capacità di una vasca. Calcola quanti litri deve ancora versare per riempirla. [225 ℓ]

23 Claudio possiede i $\frac{4}{9}$ delle figurine di calciatori di Matteo. Sapendo che la differenza tra le figurine dei due amici è 140, calcola quante figurine possiedono rispettivamente Claudio e Matteo. [112; 252]

● **24** Un pullman percorrendo due tratti autostradali consuma prima $\frac{4}{7}$ e poi $\frac{3}{5}$ del gasolio rimanente. Se il serbatoio, dopo i due tratti, contiene 60 litri, qual è la sua capacità complessiva? [350 ℓ]

● **25** Un rettangolo, ha il perimetro di 90 cm. Sapendo che le dimensioni del rettangolo sono una il doppio dell'altra e che il lato di un triangolo equilatero è congruente alla dimensione maggiore del rettangolo, calcola il perimetro del triangolo. [90 cm]

● **26** Un imbianchino ha tinteggiato in una prima fase $\frac{2}{5}$ di un'abitazione, poi $\frac{3}{4}$ della rimanenza e gli rimangono ancora 60 m^2 da imbiancare. Calcola quanto riceverà a lavoro ultimato se viene pagato a € 18 al m^2. [€ 7200]

●● **27** La somma delle paghe giornaliere di due operai è € 88 e quella di uno dei due è $\frac{1}{3}$ di quello dell'altro; calcola la paga giornaliera di un terzo operaio, sapendo che quest'ultimo percepisce i $\frac{5}{4}$ della metà della differenza della paga giornaliera ricevuta dai primi due. [€ 27,50]

●● **28** Un terreno agricolo misura complessivamente 5 ettari. I $\frac{2}{5}$ del totale è coltivato a frumento, $\frac{1}{3}$ del rimanente è un frutteto, $\frac{1}{8}$ del frutteto è terreno incolto e la parte rimanente è una piantagione di girasoli. Calcola da quanti metri quadrati è formata ognuna delle quattro parti in cui è diviso il terreno. [20 000 m^2; 10 000 m^2; 1 250 m^2; 18 750 m^2]

●● **29** In un hotel sono presenti uomini, donne e bambini. Sapendo che gli uomini sono $\frac{5}{7}$ delle donne, queste ultime superano di 12 unità gli uomini e i bambini sono $\frac{1}{4}$ della somma di uomini e donne, calcola il totale dei presenti e il numero dei bambini. [90; 18]

Calcola il valore delle seguenti espressioni.

1 $1+\frac{1}{2}\cdot\left\{\left[\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{3}\right)^2:\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{10}+\frac{1}{15}\right)^2\right]\cdot\left[\left(\frac{5}{8}-\frac{1}{4}\right)^2\cdot\frac{4}{3}+\left(\frac{25}{16}+\frac{1}{4}\right)\right]\right\}.$ $\left[\frac{13}{9}\right]$

2 $\frac{1}{2}+\frac{3}{8}:\left[\frac{2}{3}-\frac{6}{16}:\left(\frac{4}{5}+\frac{1}{10}\right)\right]+\left[\left(\frac{11}{6}-1\right)^2:\left(\frac{11}{4}-\frac{3}{2}\right)^2\right]-\frac{1}{9}.$ $\left[\frac{7}{3}\right]$

3 $\left(\frac{7}{5}-1\right):\left\{\left[\frac{1}{2}+\left(\frac{2}{5}+1-\frac{3}{15}\right)^2\cdot\left(2+\frac{1}{6}-\frac{4}{3}\right)^2-\frac{1}{4}\right]^2\cdot\left(2-\frac{9}{5}+\frac{14}{10}\right)\right\}:\frac{3}{10}.$ $\left[\frac{8}{15}\right]$

4 $$\frac{\left(\frac{7}{4}+\frac{3}{8}-\frac{1}{2}\right):\left(\frac{5}{6}+\frac{9}{4}-\frac{7}{12}\right)}{\left(\frac{5}{2}-\frac{3}{8}+\frac{9}{4}\right)\cdot\left(\frac{1}{7}+\frac{1}{5}\right)}+\frac{\left(\frac{3}{2}+\frac{7}{8}-\frac{1}{4}\right)\cdot\frac{8}{17}}{\left(\frac{5}{9}+\frac{1}{12}-\frac{1}{6}\right):\frac{17}{36}}.$$ $\left[\frac{43}{30}\right]$

5 $$\frac{\left(\frac{5}{4}\right)^2:\left[\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{5}{3}-\frac{1}{6}+\frac{1}{8}\right)\right]}{\left(\frac{7}{4}+\frac{5}{8}-\frac{1}{3}\right)\cdot\left(\frac{6}{7}\right)^2}-\frac{1+\frac{1}{3}-\left(\frac{5}{6}+1-\frac{3}{2}\right)}{\left(\frac{5}{4}\right)^2\cdot\left(\frac{13}{5}+\frac{1}{10}\cdot\frac{15}{2}-\frac{3}{20}\right)}.$$ $\left[\frac{7}{15}\right]$

6 $$\frac{\left(\frac{1}{6}+\frac{3}{4}\right):\left(\frac{5}{2}-\frac{3}{8}\right)\cdot\left(\frac{7}{11}+4\right)}{\left(\frac{3}{5}+\frac{1}{6}:\frac{1}{12}\cdot\frac{4}{3}\right)\cdot\left(1+\frac{3}{7}\right)^2}\cdot\frac{\left(\frac{12}{5}+\frac{1}{3}\cdot\frac{10}{3}:\frac{4}{9}\right)\cdot\left(\frac{5}{7}\right)^2}{\left[\frac{1}{10}+\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{5}{4}+\frac{9}{2}-1\right)\right]:\frac{33}{20}}.$$ $\left[\frac{1}{2}\right]$

7 $$\frac{\left(\frac{12}{5}+\frac{1}{10}\cdot\frac{20}{3}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}-\frac{4}{23}\right)}{\left[\frac{3}{8}+\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{10}{3}-\frac{1}{6}\right)-\frac{3}{2}\right]\cdot\frac{8}{3}}:\frac{\frac{5}{3}+\frac{1}{6}:\left(\frac{4}{3}-\frac{3}{8}\cdot\frac{10}{9}\right)-\frac{2}{3}}{\left[\frac{5}{4}-\left(\frac{1}{3}+\frac{5}{6}-1\right)\right]:\left(\frac{1}{12}+1\right)}.$$ $\left[\frac{11}{13}\right]$

8 $$\frac{\left\{\left[\left(\frac{2}{3}+\frac{5}{4}\right):\left(\frac{5}{4}-\frac{2}{3}\right)\right]:\left(\frac{3}{20}+\frac{2}{5}+\frac{7}{4}\right)\right\}^2:\left(\frac{3}{7}-\frac{5}{49}\right)}{\left[\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}-\frac{1}{8}\right)+\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{3}+1\right)\right]\cdot\left(1+\frac{1}{3}\right)^2}.$$ $\left[\frac{9}{8}\right]$

9 $$\frac{2-\left\{\frac{7}{5}-\left[\frac{5}{4}:\left(\frac{4}{3}+\frac{7}{6}\right)^3+1:\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}-\frac{1}{8}\right)\right]+\frac{1}{25}\right\}}{\left[\left(\frac{3}{20}+\frac{2}{5}+\frac{7}{4}\right)+\left(\frac{2}{5}+\frac{5}{6}-\frac{1}{3}\right)\right]:\left(1-\frac{9}{10}\right)}.$$ $\left[\frac{1}{20}\right]$

10 $$\frac{\left\{\frac{3}{40}+\left[\left(\frac{7}{5}-\frac{5}{8}\right)+\left(\frac{3}{20}+\frac{9}{40}\right)-\left(2-\frac{4}{5}-\frac{3}{10}\right)\right]\right\}:\left(\frac{7}{12}+\frac{1}{2}\right)}{\left[\left(\frac{2}{5}+\frac{2}{15}+\frac{1}{45}\right)\cdot\left(\frac{2}{5}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{3}+1\right)\right]\cdot\left(1-\frac{2}{5}\right)}.$$ $\left[\frac{3}{13}\right]$

11 $$\frac{\frac{8}{3}-\left\{\left[\frac{5}{2}+3\cdot\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\right)^2:\left(\frac{4}{3}+\frac{7}{6}\right)^3\right]-\left[\left(\frac{4}{5}+\frac{6}{11}+\frac{2}{55}\right)-\frac{2}{11}\right]\right\}}{\frac{1-\frac{2}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{6}}{\left(\frac{3}{2}+\frac{5}{4}\right)-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)}\cdot\frac{\frac{3}{20}+\frac{2}{5}+\frac{3}{5}}{\frac{1}{2}+\frac{2}{3}-\frac{3}{4}}}.$$ $\left[\frac{16}{9}\right]$

Risolvi i seguenti problemi con le frazioni.

12 I lavori necessari per costruire una galleria sono iniziati da due imprese dalle due parti opposte. La prima impresa dopo un mese è avanzata di $\frac{13}{42}$, la seconda di $\frac{17}{48}$ e restano ancora da forare 452 m di terreno. Quanto è lunga la galleria? [1 344 m]

13 Un pullman compie un percorso in quattro fermate. Alla prima fermata scendono $\frac{1}{4}$ dei passeggeri, alla seconda $\frac{1}{6}$, alla terza $\frac{3}{8}$ e infine alla quarta fermata i restanti 15 passeggeri. Quanti erano in tutto i passeggeri? [72]

14 Un'automobile percorre 2400 km in 4 giorni: $\frac{1}{3}$ del percorso il primo giorno, $\frac{3}{5}$ della rimanenza il secondo, i $\frac{9}{20}$ della rimanenza il terzo. Quanti km percorrerà l'auto il quarto giorno? [352 km]

15 Da una cisterna piena di latte dopo aver tolto i $\frac{3}{8}$ e successivamente i $\frac{2}{5}$ della parte restante si riempiono ancora 200 cartoni della capacità di $\frac{3}{4}$ di litro. Quanti litri conteneva inizialmente la cisterna? [400 litri]

16 Da un'indagine su 500 studenti si sono avuti i seguenti risultati: $\frac{11}{25}$ terminano gli studi superiori regolarmente, $\frac{3}{7}$ della rimanenza subiscono una sola bocciatura, $\frac{5}{8}$ dell'ultima rimanenza subiscono due bocciature e gli altri non completano gli studi superiori. Calcola la distribuzione degli alunni per ogni caso riportato. [220; 120; 100; 60]

17 In una scuola gli iscritti sono 900. I $\frac{2}{5}$ degli alunni frequentano le classi prime e gli alunni delle terze sono i $\frac{4}{5}$ di quelli delle seconde. Calcola la distribuzione degli alunni nelle tre classi. [360; 300; 240]

18 Tre ragazze si dividono dei CD. I $\frac{4}{5}$ del totale dei CD toccano alla prima ragazza. Dei restanti 220 CD la seconda ragazza ne prende i $\frac{6}{5}$ di quanti ne toccano alla terza. Quanti CD riceve ogni ragazza? [880; 120; 100]

19 Una ditta, per poter partecipare ad un'asta per la realizzazione di un'opera pubblica, deve versare, come cauzione, la metà della somma di $\frac{1}{3}$ e di $\frac{1}{2}$ dell'importo base. Sapendo che verserà € 60 000, calcola quanto è l'importo base. [€ 144 000]

20 Da una damigiana di vino vengono riempite 52 bottiglie da $\frac{3}{4}$ di litro e ne resta ancora una parte pari ai $\frac{5}{18}$ dell'intera quantità. Quante bottiglie da $\frac{3}{4}$ di litro occorrono per travasare la parte restante? [20]

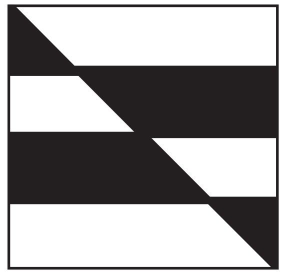
21 In un carcere sono presenti quattro tipologie di reclusi. I truffatori sono $\frac{3}{5}$ del totale, gli spacciatori $\frac{3}{8}$ della rimanenza, i detenuti in attesa di giudizio $\frac{2}{3}$ della nuova rimanenza e detenuti per rapina sono 60. Calcola il totale dei carcerati e il numero di reclusi per ogni tipologia di reato. [720; 432; 108; 120]

1 Le due amiche (2001, Giochi Bocconi)

Ornella va a trovare la sua amica Claudia. A metà del percorso comincia a piovere e allora decide di tornare a casa a prendere l'ombrello. A metà del ritorno, però, ricompare il sereno e allora Ornella riprende il cammino verso la casa di Claudia. Quando arriva, ha percorso in tutto 3 chilometri. Quanti metri distano le case delle due amiche?

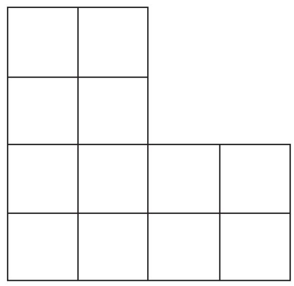
2 Il campo del signor Tulipani (2001, Giochi di allenamento)

Il signor Tulipani possiede un campo quadrato, il cui lato misura 100 m. Amante dei fiori, ha diviso il suo campo in quattro strisce della stessa larghezza, ha poi tracciato una diagonale, per piantare infine delle rose (nella parte del campo in grigio nel disegno) e delle dalie, nel resto del campo. La parte piantata a rose quale frazione del terreno rappresenta?



3 La suddivisione (2002, Giochi di primavera)

Dividi questa figura in quattro parti uguali.



4 Una torta con pochi tagli (2002, Giochi di primavera)

In quante parti può essere divisa - al massimo - una torta, con 5 tagli verticali?

5 I due imbianchini (2002, Giochi di primavera)

Piero è un bravo imbianchino: per imbiancare un locale impiega 3 ore. Il suo aiutante, Paolo, è molto più lento ed impiega 6 ore per completarne uno uguale. Lavorando insieme, quanto tempo impiegherebbero Piero e Paolo ad imbiancare un locale?

6 Il numer-one (2003, Gran premio della Matematica Applicata, 1ª manche)

Quanto vale il seguente numerone n? $n = \dfrac{11\,111\,111\,111\,111\,111\,111}{1\,111\,111\,111}$

A. $n = 9^{11} + 11$ **B.** $n = 10^{10} - 1$ **C.** $n = 10^{10}$ **D.** $n = 10^{10} + 1$.

7 Terzi e quinti (2003, Semifinali locali)

Chiara e Anna hanno scelto ognuna un numero naturale. Il prodotto di un terzo del numero di Anna per un quinto del numero di Chiara è uguale alla somma di un quinto del numero di Chiara e di un terzo di quello di Anna. Quali sono i due numeri?

8 Le uova (2003, Semifinali locali)

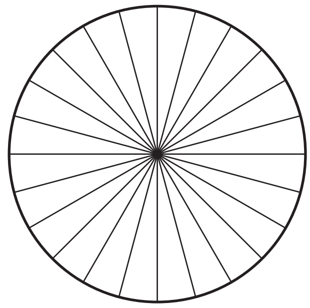
Rosina porta al mercato un paniere pieno di uova. Prima, Carla compra metà delle uova, poi Milena compera metà delle uova che restano. Infine, Maddalena paga 10 uova e Rosina le dice: "Signorina, le regalo le mie ultime due uova; così tornerò alla fattoria con il paniere vuoto". Con quante uova Rosina era arrivata al mercato?

9 Il libro si è sbiadito (2004, Giochi a squadre)

Su una pagina sbiadita di un vecchio libro si legge: "per ottenere il numero 100, usando tutte le cifre da 1 a 9, senza ripeterne mai alcuna, puoi scrivere: $100 = 95 + 4 +$ ..... $+$ .....". Al posto dei puntini, ci sono delle frazioni ma non si riesce a leggerle. Quali sono le due frazioni?

10 La merendina (2004, Giochi d'autunno)

Jacob è un ragazzo generoso e vuole dividere la sua tortina rotonda, divisa in spicchi, con i compagni. Ne dà la metà a Guido, che a sua volta dà la metà di quello che riceve a Giacomo che non ha molta fame e restituisce allora la metà di quello che ha ricevuto a Guido. Quanti spicchi della tortina mangerà Guido?



11 Lezione di Geografia (2005, Giochi di Primavera)

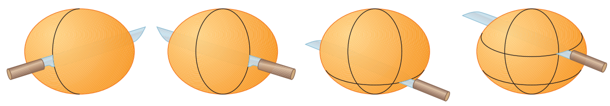
I $\frac{4}{5}$ della superficie del globo sono occupati dall'acqua, mentre i $\frac{2}{3}$ delle terre si trovano nell'emisfero nord. Qual è la percentuale del globo occupata dall'acqua nell'emisfero sud?

12 Le tavolette di cioccolato (2005, Semifinali locali)

Sette alunni hanno ricevuto dodici tavolette di cioccolato, identiche, dal peso ciascuna di 91 grammi. Hanno poi deciso di dividerle tra loro in modo equo, facendo il numero minimo di pezzi. Quanti pezzi di cioccolato ci sono (comprese le tavolette intere) al momento della sua equa suddivisione tra i sette alunni?

13 Che zucca (2006, Semifinali locali)

Carla ha preso una bella zucca e ha fatto quattro tagli con un coltello affilato (come indicato nella figura). In quanti pezzi la zucca è stata tagliata?

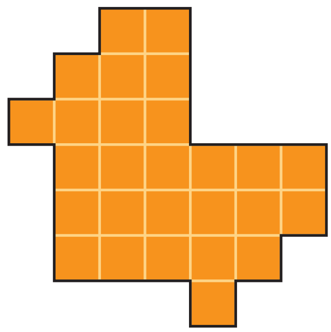


14 Pesante come un mattone (2007, Finale nazionale)

Un mattone pesa 1 kg più un quinto del suo peso. Quanto pesa (in grammi) il mattone?

15 I terzi (2007, Giochi di allenamento)

Siete capaci di dividere la figura disegnata a lato in tre forme identiche? Mostrare una possibile suddivisione, ripassando i contorni delle tre forme.



La rappresentazione dei dati

Capitolo 8
ESERCIZI

1 Gli ideogrammi

teoria pag. 128

✗ L'**ideogramma** è una rappresentazione grafica che utilizza un disegno stilizzato, chiamato **unità grafica**, che viene riportato in modo proporzionale al valore numerico da rappresentare.

Comprensione della teoria

1 Quale simbolo potresti utilizzare per rappresentare l'andamento statistico dei seguenti fenomeni?

a. Il numero di matrimoni nel corso dei diversi mesi dell'anno;
b. il numero di cellulari venduti da una catena di distribuzione nei sette giorni della settimana;
c. il numero di parchi pubblici presenti nei diversi quartieri della tua città;
d. il numero di punti fatti da una squadra di calcio durante l'ultimo campionato di serie A.

2 In un ideogramma è stato scelto il simbolo  per rappresentare 18 persone che frequentano il circolo di tennis.

Quanti simboli utilizzeresti per rappresentare:

a. 54 persone;
b. 200 persone;
c. 310 persone.

Applicazione

3 Nel seguente ideogramma è rappresentato il consumo quotidiano di acqua potabile per ciascun componente di una famiglia. Determina i dati e riportali in una tabella.

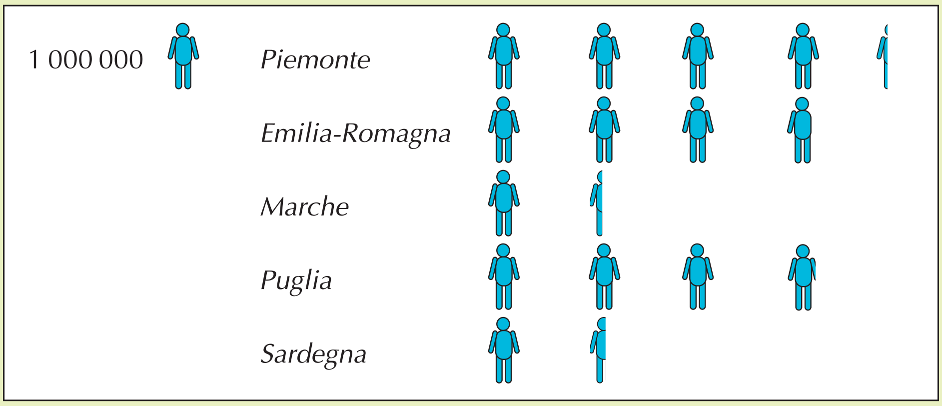
Rappresenta con un ideogramma i dati relativi alle seguenti tabelle.

4 Esercizio guida

POPOLAZIONE RESIDENTE IN ALCUNE REGIONI ITALIANE (CENSIMENTO ISTAT 2001)					
Regioni	Piemonte	Emilia Romagna	Marche	Puglia	Sardegna
Popolazione	4 166 442	3 960 549	1 463 868	3 983 487	1 599 511

Svolgimento

Negli ideogrammi, la cosa più importante da fare è la scelta del simbolo "unitario" che rappresenta l'unità di misura e che deve dare "l'idea" di ciò che intendiamo raffigurare; nel nostro caso scegliamo un omino che corrisponde a 1 000 000 di abitanti.



5 Diffusione dei principali quotidiani in Italia nel mese di maggio 2008.

Corriere della Sera	709 125
Repubblica	639 273
Gazzetta dello Sport	435 259
Il Sole 24 Ore	414 920
La Stampa	385 360
Il Messaggero	277 400
Il Giornale	248 592

6 Consumo annuale di birra fra gli abitanti di una palazzina.

Rossi	Verdi	Marconi	Vescovi
20 ℓ	14 ℓ	7 ℓ	31 ℓ

7 Produzione quotidiana di kg di pane in un forno, nei diversi giorni della settimana.

Lunedì	Martedì	Mercoledì	Giovedì	Venerdì	Sabato
315 kg	300 kg	400 kg	210 kg	280 kg	470 kg

8 Numero di autovetture vendute da un concessionario, durante i primi sei mesi dell'anno.

Gennaio	Febbraio	Marzo	Aprile	Maggio	Giugno
25	10	4	15	8	12

9 Millimetri di pioggia caduti durante la stagione autunnale in alcune regioni italiane.

Umbria	Lombardia	Sicilia	Puglia	Valle d'Aosta
410	800	270	300	608

10 Numero di libri acquistati da una biblioteca comunale nei primi mesi dell'anno.

Gennaio	Febbraio	Marzo	Aprile	Maggio	Giugno
10	8	25	15	20	12

11 Numero di dvd dati in prestito da una videoteca nei diversi giorni della settimana.

Lunedì	Martedì	Mercoledì	Giovedì	Venerdì	Sabato
38	67	53	76	83	105

12 Copie di quotidiani acquistate per nazione ogni 1000 abitanti nell'anno 2008.

Hong Kong	Norvegia	Giappone	Islanda	Finlandia	Svezia	Regno Unito	Germania	Italia
800	593	580	535	455	446	332	311	104

13 La seguente tabella indica la presenza di turisti italiani e stranieri nel 2000 nelle varie regioni italiane. Nel costruire l'ideogramma relativo utilizza un omino stilizzato per ogni 1 000 000 di persone.
(Suggerimento: ti consigliamo di arrotondare i dati sostituendo alle ultime tre cifre del numero tre zeri)

Regioni	Presenze	Regioni	Presenze
Abruzzo	5 110 348	Molise	326 441
Basilicata	884 114	Piemonte	8 016 509
Calabria	3 773 513	Puglia	6 812 809
Campania	14 346 382	Sardegna	6 853 878
Emilia Romagna	29 196 917	Sicilia	9 256 530
Friuli V. G.	7 050 593	Toscana	26 133 903
Lazio	18 892 548	Trentino A. A.	30 057 674
Liguria	17 016 917	Umbria	3 747 238
Lombardia	21 781 357	Valle d'Aosta	3 293 013
Marche	6 721 252	Veneto	32 944 109

2 Gli istogrammi

teoria pag. 130

✗ L'**istogramma** è una rappresentazione grafica che utilizza rettangoli con la base congruente e l'altezza proporzionale al valore da rappresentare.

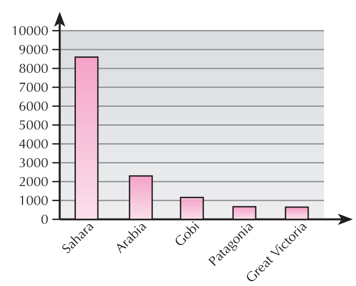
Comprensione della teoria

14 In un istogramma:
a. le altezze dei rettangoli sono scelte in modo che la figura complessiva risulti comprensibile;
b. le basi e le altezze dei rettangoli hanno sempre la stessa grandezza;
c. le altezze dei rettangoli sono proporzionali alle basi;
d. le altezze dei rettangoli sono proporzionali alla grandezza da rappresentare.

15 Un istogramma riporta i risultati ottenuti da un gruppo di persone ad un test di intelligenza. Se 15 individui sono rappresentati da un rettangolo alto 2 cm possiamo dire che:
a. 30 persone sono rappresentate da un rettangolo alto:
① 1 cm, ② 7,5 cm, ③ 4 cm;
b. 90 persone sono rappresentate da un rettangolo alto:
① 12 cm, ② 6 cm, ③ 9 cm.

Applicazione

16 Nel seguente istogramma è rappresentata l'estensione in km^2 dei principali deserti nel mondo. Determina approssimativamente i dati e riportali in una tabella.



17 **Esercizio guida**

Rappresenta con un istogramma i dati relativi alla seguente tabella:

DENSITÀ DELLA POPOLAZIONE (ABITANTI/km²) IN ALCUNE NAZIONI EUROPEE NEL 2008						
Nazione	**Grecia**	**Francia**	**Spagna**	**Italia**	**Gran Bretagna**	**Olanda**
Ab./km^2	74	100	77	190	232	348

Svolgimento

Stabiliamo di collocare in successione orizzontale le varie nazioni, mentre i dati relativi alla densità saranno sistemati in senso verticale.

Per la realizzazione del grafico diventa molto importante la scelta dell'unità di misura per non avere un istogramma troppo schiacciato o troppo alto. È consigliabile pertanto, dividere il valore massimo per il numero degli elementi da rappresentare.

Nel nostro caso: $348 : 6 = 58$ $\rightarrow$ unità di misura che corrisponde a 58 ab./km^2.

Disponiamo i dati sugli assi con l'avvertenza di utilizzare, per ogni nazione, rettangoli aventi tutti la stessa base. A questo punto siamo in possesso di tutti gli elementi utili per costruire l'istogramma; continua da solo sul tuo quaderno.

18 Rappresenta con un istogramma i dati relativi alla seguente tabella (arrotonda i valori alle migliaia) che rappresenta le 10 auto più vendute in Europa (nel mese di Aprile 2007).

1° Peugeot 207	37 260
2° Renault Clio	35 241
3° Volkswagen Golf	34 879
4° Fiat Punto	34 310
5° Ford Focus	32 988
6° Opel/Vauxhall Astra	31 732
7° Opel/Vauxhall Corsa	30 048
8° Ford Fiesta	29 190
9° Volkswagen Passat	25 184
10° Renault Scenic/Grand Scenic	23 060

19 Rappresenta con un istogramma i dati relativi alla seguente tabella.

Popolazione di alcuni paesi europei nell'anno 2005 espressa in milioni	
Francia	60,874
Germania	82,500
Gran Bretagna	60,035
Italia	58,751
Spagna	43,967
S. Marino	0,029
Grecia	11,082
Belgio	10,472

20 Rappresenta con un istogramma i dati relativi alla seguente tabella, che esprime la superficie dei cinque laghi più grandi al mondo (in migliaia di km^2).

Nome	Mar Caspio	Superiore	Vittoria	Aral	Huron
Superficie in km^2	371 800	84 131	68 800	66 500	61 797

21 Rappresenta con un istogramma i dati relativi alla seguente tabella.

Età media in cui le donne contraggono la rosolia	
Periodo	**Anno**
1976-80	9,5
1981-85	9,7
1986-90	10,1
1991-96	11,7

22 Rappresenta con un istogramma i dati relativi alla seguente tabella, che esprime il numero di libri posseduti dalle famiglie degli alunni di una scuola.

Libri posseduti	Numero famiglie
Fino a 15	10
da 16 a 30	40
da 31 a 50	100
da 51 a 75	250
oltre i 75	150

23 Rappresenta mediante un istogramma i seguenti dati.

Produttori mondiali di camion nel 2002	Unità prodotte
Mercedes-Benz (Germania)	231 300
Volvo-Renault (Svezia-Francia)	165 000
Navistar (USA)	120 400
Dongfeng (Cina)	96 500
Paccar (USA)	87 700
Faw (Cina)	79 100
Isuzu (Giappone)	77 100
RVI (Francia)	65 300
Iveco (Italia)	54 100
Scania (Svezia)	41 600

24 Rappresenta i dati della seguente tabella con un istogramma (approssima i dati alle centinaia di migliaia).

Regione	Popolazione di alcune regioni italiane nel censimento 2001
Lombardia	8 922 463
Campania	5 652 492
Lazio	4 976 184
Sicilia	4 866 202
Veneto	4 490 586
Piemonte	4 166 442
Puglia	3 983 487
Emilia Romagna	3 960 549
Toscana	3 460 835
Calabria	1 993 274
Sardegna	1 599 511
Liguria	1 560 748

3 Gli areogrammi

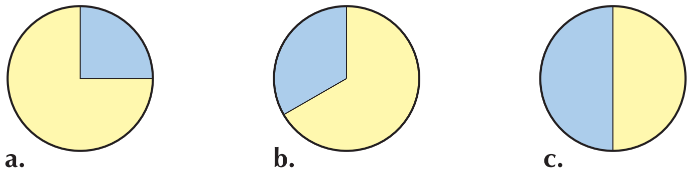
teoria pag. 132

✗ Un **areogramma** è una rappresentazione grafica che utilizza un cerchio suddiviso in tanti spicchi di ampiezza proporzionale al dato della grandezza da rappresentare.

Comprensione della teoria

25 Quale fra i seguenti areogrammi rappresenta correttamente i dati della seguente tabella che riporta l'attività svolta durante il tempo libero da un gruppo di ragazzi?

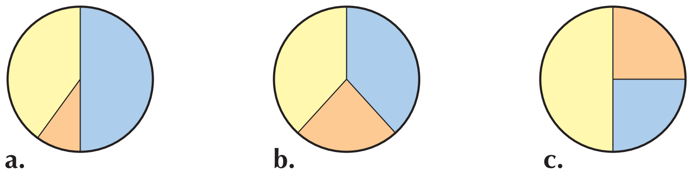
Guardare la TV	Giocare al computer
40	20



a. **b.** **c.**

26 Quale fra i seguenti areogrammi rappresenta correttamente i dati della seguente tabella che riporta le preferenze alimentari di un gruppo di ragazzi?

Pizza e bibita	Würstel e birra	Patatine fritte e bibita
50	10	40



a. **b.** **c.**

Applicazione

27 Esercizio guida

Rappresenta con un areogramma i dati relativi alla seguente tabella che riporta l'estensione, in ettari, della superficie territoriale per zona altimetrica in Italia:

Montagna	Collina	Pianura
10611090	12543346	6978897

Svolgimento

Calcoliamo il totale della superficie territoriale che corrisponde all'ampiezza di un angolo giro, cioè 360° (per facilitare i calcoli utilizzeremo i dati in migliaia di ettari).

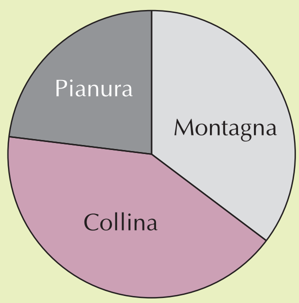
$$10611 + 12543 + 6978 = 30132$$

Per determinare il valore degli angoli dei singoli settori circolari relativi alle diverse grandezze possiamo calcolare il numero di ettari corrispondenti a un settore unitario di 1°:

$$30132 : 360° = 83{,}7$$

Dividiamo i valori delle singole zone per il numero di ettari che corrispondono a 1° e costruiamo il relativo grafico:

Montagna $= 10611 : 83{,}7 \approx 127°$
Collina $= 12543 : 83{,}7 \approx 150°$
Pianura $= 6978 : 83{,}7 \approx 83°$



28 Rappresenta con un areogramma i dati della seguente tabella che esprime il mezzo di trasporto utilizzato dai clienti di un'agenzia di viaggio durante un anno solare:

Aereo	Treno	Nave	Auto	Pullman	Altro
86	70	15	125	62	65

29 Rappresenta con un areogramma i dati relativi alla seguente tabella che esprime la raccolta differenziata in tonnellate nelle tre macroaree italiane nel 2002.

Nord	Centro	Sud
4 165 810	953 069	575 022

30 Rappresenta con un areogramma i dati relativi alla seguente tabella che esprime la spesa della popolazione in Italia nel 2008 in Euro per spettacoli, manifestazioni sportive e intrattenimenti vari.

Teatro musica	Cinema	Intrattenimenti vari	Manifestazioni sportive
298 000 000	379 000 000	1 156 000 000	365 500 000

31 Rappresenta i dati della seguente tabella mediante un areogramma.

Capoluoghi di provincia in Abruzzo	Pescara	L'Aquila	Teramo	Chieti
Popolazione residente nel censimento 2001	116286	68503	51023	52486

● **32** Rappresenta con un areogramma i dati della seguente tabella che esprime gli omicidi volontari consumati in Italia nel 2006 per tipo di criminalità.

Criminalità organizzata	Liti e risse	Furto e rapina	Famiglie e passioni amorose	Altri motivi
121	69	53	192	186

4 I diagrammi cartesiani

teoria pag. 133

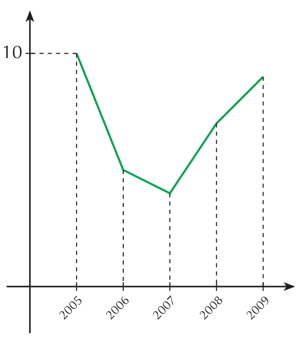
✗ Il **diagramma cartesiano** è una rappresentazione grafica che utilizza punti la cui posizione, riportata sugli assi cartesiani esprime i valori delle grandezze. La spezzata che unisce tali punti rappresenta l'andamento del fenomeno considerato.

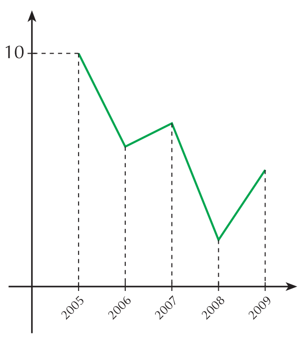
Comprensione della teoria

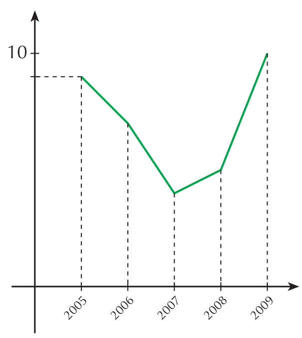
33 Stabilisci quali delle seguenti affermazioni sono sbagliate.
In un diagramma cartesiano:
a. l'asse orizzontale prende il nome di asse delle ordinate;
b. l'asse delle y è quello verticale;
c. la pendenza di ogni segmento dipende dall'unità di misura.

34 Quale dei seguenti diagrammi cartesiani rappresenta correttamente la tabella che riporta il numero di alunni respinti in una scuola media?

2005	2006	2007	2008	2009
10	5	4	7	9

a.


b.


c.


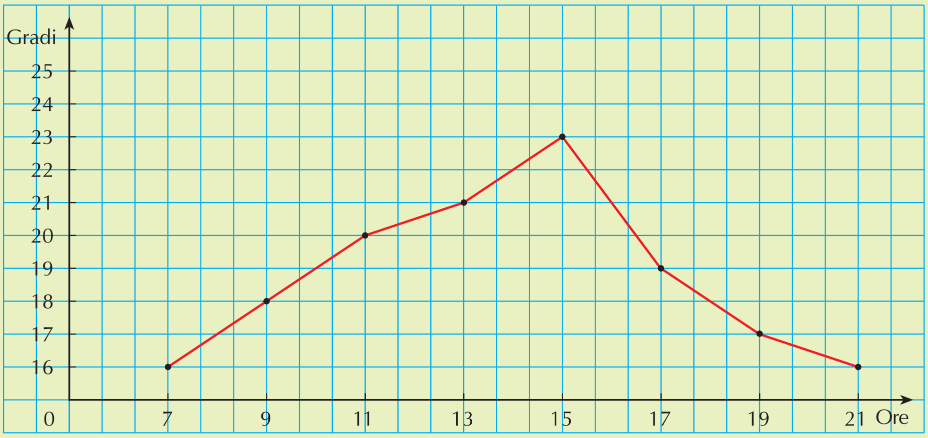
Applicazione

35 *Esercizio guida*

Rappresenta mediante un diagramma cartesiano i dati relativi alla seguente tabella:

TEMPERATURE REGISTRATE IN PRIMAVERA IN UNA LOCALITÀ ITALIANA IN ALCUNE ORE DEL GIORNO								
Ore del giorno	7,00	9,00	11,00	13,00	15,00	17,00	19,00	21,00
Temperature registrate	16°	18°	20°	21°	23°	19°	17°	16°

Fissiamo le unità di misura sia per quanto riguarda l'asse orizzontale (tempo in ore) sia per quanto riguarda l'asse verticale (temperatura in gradi centigradi). Per individuare i vari punti del grafico, occorre tracciare le parallele ai due assi partendo dai dati corrispondenti.



36 Rappresenta con un diagramma cartesiano i dati relativi alle persone decedute in seguito ad incidenti stradali negli anni dal 2000 al 2006 in Italia:

2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
7 061	7 096	6 980	6 563	6 122	5 818	5 669

37 Rappresenta con un diagramma cartesiano i dati della seguente tabella che mostra lo sviluppo medio di un neonato in chilogrammi nei primi due anni di vita:

Mesi	0	3	6	9	12	15	18	21	24
Peso	3,8	5,9	7,9	9,2	10,3	11	11,5	12,1	12,8

38 Rappresenta con un diagramma cartesiano i dati relativi al numero di incidenti stradali avvenuti in Italia negli anni dal 2000 al 2006:

2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
256 546	263 100	265 402	252 271	243 490	240 011	238 124

39 Rappresenta con un diagramma cartesiano i dati della seguente tabella che esprime il prezzo ufficiale in Euro, al mercato valutario di Milano, di un titolo azionario:

25/1/2008	26/1/2008	27/1/2008	28/1/2008	29/1/2008
1,45	1,48	1,50	1,44	1,47

40 Rappresenta con due diversi diagrammi cartesiani i dati relativi alla seguente tabella che riporta la popolazione straniera e i minorenni stranieri residenti in Italia nei vari anni (i dati sono arrotondati alle migliaia):

Anno	2002	2003	2004	2005	2006
Stranieri	1 549 000	1 990 000	2 402 000	2 670 000	2 939 000
Minorenni	353 000	412 000	502 000	585 000	666 000

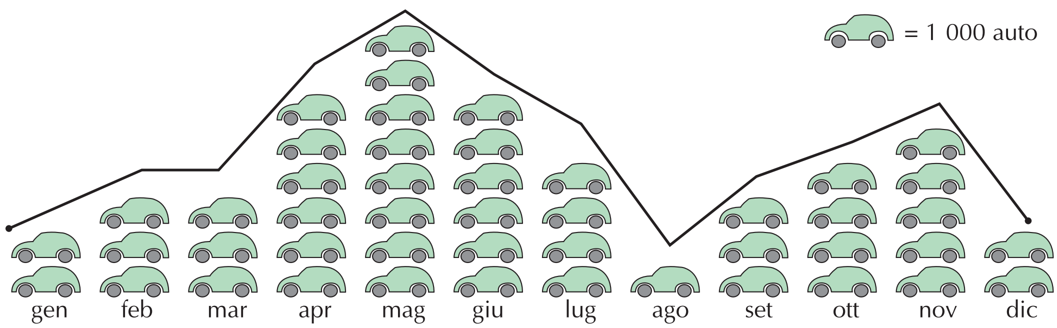
41 Due treni partono dalle stazioni di Milano e di Roma in direzioni opposte. Rappresenta su uno stesso grafico i dati orario della seguente tabella e rispondi alle seguenti domande.
a. A che ora si incontrano i due treni?
b. Dopo un'ora di viaggio a quale stazione sono più vicini i due treni?

Milano	6,55	Roma	9,45
Bologna	8,28	Firenze	11,24
Firenze	9,23	Bologna	12,28
Roma	11,05	Milano	14,05

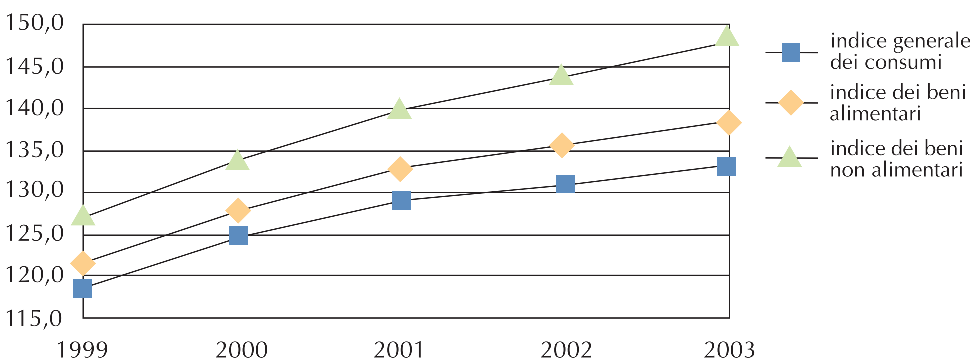
42 Rappresenta sullo stesso diagramma cartesiano, usando per ogni grafico linee di colore diverso, i dati relativi alla seguente tabella che esprime il numero di anni che un individuo può vivere in media (speranza di vita) nell'ipotesi che i tassi di mortalità, osservati nell'anno della sua nascita, rimangano invariati durante tutta la sua vita.

Anni	1970-75	1976-80	1981-85	1986-90	1991-95	2005-2010
Mondo	58,5	60,4	62,1	63,9	64,4	68,6
Africa	45,9	47,9	49,6	52,0	53,0	58,0
America Meridionale	61,3	63,3	65,2	66,7	68,5	72,1
America Settentrionale	71,5	73,3	74,7	75,6	76,1	78,2
Europa	70,8	71,3	71,9	73,0	72,9	75,3
Oceania	66,5	68,2	70,1	71,3	72,8	75,6
Asia	56,3	58,4	60,4	62,5	64,5	69,4

43 Nel seguente diagramma sono utilizzati contemporaneamente due tipi di rappresentazione grafica. Quali? A quali valori corrispondono i due punti di minima produzione? Per quali motivi, secondo te?



44 I seguenti diagrammi cartesiani rappresentano alcuni indicatori "chiave" per mettere in evidenza l'evoluzione dei consumi in Italia durante gli ultimi anni. Dopo avere analizzato attentamente l'andamento dei tre grafici rispondi alle seguenti domande:
a. qual è stato l'anno in cui si è avuto il maggior aumento dei consumi in Italia?
b. Qual è la tendenza dei consumi?
c. L'acquisto di beni alimentari da parte degli italiani segue l'andamento dei beni non alimentari?
d. Perché è importante conoscere e prevedere l'andamento di alcuni indicatori?



Verifica la tua preparazione eseguendo i seguenti esercizi relativi agli obiettivi di **conoscenza**. Controlla quindi l'esattezza delle soluzioni alla fine del volume ed assegnati un punto per ciascun esercizio svolto correttamente.

✗ I vari tipi di rappresentazione grafica

1 Una rappresentazione grafica in cui si utilizza la figura oggetto dell'indagine statistica si chiama:
a. diagramma cartesiano; **b.** areogramma; **c.** istogramma; **d.** ideogramma.

2 Per rappresentare mediante un istogramma i dati di un certo numero di grandezze:
a. le altezze dei rettangoli sono scelte a caso;
b. le altezze dei rettangoli sono proporzionali alla grandezza da rappresentare;
c. le basi dei rettangoli sono scelte a caso e sono diverse una dall'altra;
d. le basi e le altezze dei rettangoli hanno sempre la stessa lunghezza.

3 Per rappresentare graficamente come un totale è ripartito fra le sue componenti si utilizzano:
a. gli ideogrammi; **b.** gli istogrammi;
c. gli areogrammi; **d.** i diagrammi cartesiani.

4 Per rappresentare graficamente l'andamento di una grandezza in funzione di un'altra si utilizzano:
a. gli istogrammi; **b.** gli areogrammi; **c.** i diagrammi cartesiani; **d.** gli ideogrammi.

5 Il goniometro è uno strumento che serve per misurare:
a. le lunghezze; **b.** le quantità; **c.** gli angoli; **d.** le temperature.

6 Indica qual è, a tuo giudizio, la modalità grafica più corretta per rappresentare le seguenti grandezze:
a. la durata media della vita nei paesi della Comunità Europea;
b. la variazione del fatturato di una azienda;
c. la suddivisione dei prodotti all'interno di un supermercato;
d. il numero di promossi nella tua scuola negli ultimi due anni scolastici.

Autovalutazione ..... / 6

Da 0 a 2: Non conosci gli argomenti trattati nel capitolo. **Devi ristudiarlo**.
Da 3 a 4: Conosci solo superficialmente i contenuti del capitolo. **Devi ripassare** gli argomenti corrispondenti alle conoscenze non acquisite.
Da 5 a 6: Conosci in modo sufficientemente approfondito i contenuti del capitolo. **Puoi affrontare il prossimo capitolo**.

Verifica la tua preparazione eseguendo i seguenti esercizi relativi agli obiettivi di **abilità**. Controlla quindi l'esattezza delle soluzioni alla fine del volume ed assegnati un punto per ciascun esercizio svolto correttamente.

✗ Rappresentare i dati mediante i vari tipi di diagrammi

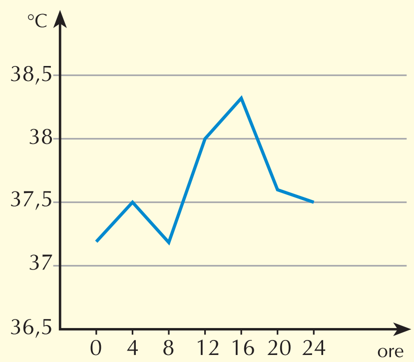
1 Costruisci il diagramma cartesiano relativo alla seguente tabella.

Vendita di quotidiani in un'edicola nei vari giorni della settimana						
Lunedì	Martedì	Mercoledì	Giovedì	Venerdì	Sabato	Domenica
220	205	195	210	220	225	250

2 Costruisci l'istogramma relativo alla seguente tabella che esprime il numero di metri quadrati di verde per abitante in alcune città italiane.

Torino	Milano	Bolzano	Trento	Venezia	Trieste
13,6	9,8	17,3	20,9	12,1	10,3

3 Il seguente diagramma rappresenta la temperatura corporea di un malato nel corso di una giornata. Determina i dati relativi alle singole misurazioni e sistemali in una tabella.



4 Costruisci il diagramma cartesiano relativo alla seguente tabella che esprime la statura media degli iscritti nelle liste militari di leva per i nati dal 1900 al 1977 (le altezze sono espresse in centimetri).

1900	1910	1920	1930	1940	1950	1960	1970	1977
162,53	165,50	166,04	167,37	168,47	169,88	172,69	173,96	174,44

5 In un campione di persone di sesso femminile sono state registrate 35 donne nubili, 55 sposate, 10 divorziate. Rappresenta i dati con il grafico che ritieni più opportuno in modo da visualizzare la relazione tra ciascun dato e il totale delle osservazioni.

..... / 5

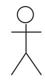
Da 0 a 1: Non hai sviluppato adeguate abilità. Devi studiare nuovamente il capitolo ed eseguire tutti gli **esercizi del recupero**.

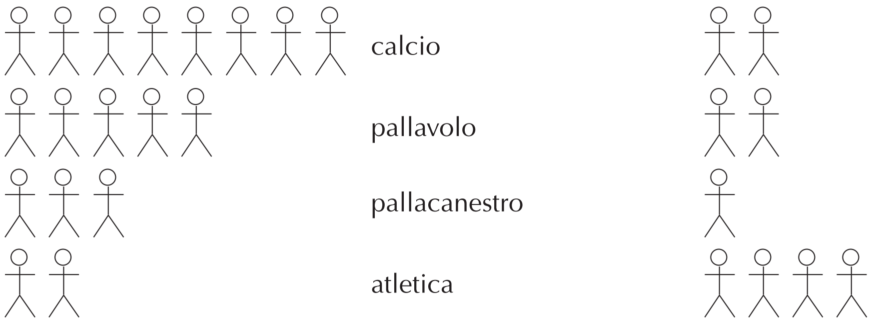
Da 2 a 3: Non possiedi le abilità richieste. Prima di affrontare gli **esercizi di consolidamento** devi svolgere gli **esercizi del recupero** relativi alle abilità non ancora acquisite.

Da 4 a 5: Hai raggiunto pienamente le abilità specifiche del capitolo. Puoi affrontare gli **esercizi per il potenziamento**.

✗ Rappresentare i dati mediante i vari tipi di diagrammi

1 Il seguente ideogramma rappresenta i dati di un'indagine effettuata in una scuola e riguarda il tipo di sport preferito dagli alunni. Rispondi alle seguenti domande:
a. calcola quanti ragazzi frequentano quella scuola;
b. ricava i dati dal grafico e costruisci una tabella.





2 Rappresenta i dati della seguente tabella mediante un istogramma:

Principali vulcani italiani	Etna	Vesuvio	Stromboli	Vulcano
Altitudine in metri	3 323	1 279	926	386

3 Rappresenta con un ideogramma i dati relativi alla seguente tabella che esprime la diffusione media giornaliera dei principali quotidiani in Italia nel mese di Giugno 2008:

Corriere della Sera	La Repubblica	Il Sole 24 ore	La Stampa	Il Giornale	Il resto del Carlino
624 575	583 418	343 731	309 700	206 600	167 467

4 Rappresenta con un areogramma i dati della seguente tabella che mostra la distribuzione consigliata delle calorie in una giornata per un ragazzo di 12 anni e fai le opportune considerazioni:

Colazione	Merenda	Pranzo	Merenda	Cena
550	150	990	150	850

5 Rappresenta con un istogramma i dati relativi alla seguente tabella che mostra i consumi di energia elettrica in Italia negli anni 1990/1999 in milioni di kWh:

1990	219 000
1991	224 000
1992	228 000
1993	229 000
1994	236 000
1995	243 000
1996	246 000
1997	254 000
1998	261 000
1999	273 000

6 Rappresenta con un istogramma i dati della tabella che riporta le otto montagne più alte d'Europa:

Monte Bianco	4810 m
Monte Rosa	4633 m
Dom	4545 m
Liskamm	4527 m
Weißhorn	4506 m
Taschhorn	4490 m
Cervino	4478 m
Dent Blanche	4357 m

7 Rappresenta con un istogramma i dati della seguente tabella che riporta i modelli di autovetture (segmento B, utilitarie) più vendute in Italia nel 2007:

Fiat Punto	192421
Ford Fiesta	81616
Oper Corsa	61724
Lancia Ypsilon	59480
Toyota Yaris	58237
Citroën C3	50115

8 Rappresenta con un areogramma i dati della seguente tabella che riporta la popolazione residente nei capoluoghi di provincia della Calabria nell'ultimo censimento ISTAT del 2001:

Catanzaro	Cosenza	Crotone	Reggio di Calabria	Vibo Valentia
95 251	72 998	60 010	180 353	33 957

9 Costruisci un istogramma relativo alla seguente tabella:

Aspettativa di vita in anni nei paesi più industrializzati	2050 (previsioni)
Giappone	90,9
Francia	87,0
Italia	86,2
Canada	85,2
Gran Bretagna	83,7
Germania	83,1
Stati Uniti d'America	82,9

10 La seguente tabella riporta i dati di un'inchiesta sul luogo dove hanno trascorso le vacanze estive i 185 alunni di una scuola:

mare	montagna	lago	campagna	non hanno fatto vacanze
95	30	15	10	35

Costruisci l'areogramma relativo.

11 Rappresenta con un areogramma i dati relativi alla seguente tabella che riporta la produzione italiana di vino nel 2007 in ettolitri (per facilitare i calcoli ti consigliamo di utilizzare i dati in migliaia di ettolitri).

Nord	Centro	Sud
20611218	7614484	18781267

12 Rappresenta con un diagramma cartesiano i dati relativi ai rifiuti urbani inceneriti nella regione Lombardia negli anni dal 1999 al 2006 (kg a persona):

1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
83,6	98,4	133,2	145,7	151,1	174,4	181,7	202,9

13 La seguente tabella indica le temperature medie mensili della città di Roma. Rappresenta i dati mediante un diagramma cartesiano.

Mesi	Gen.	Feb.	Mar.	Apr.	Mag.	Giu.	Lug.	Ago.	Sett.	Ott.	Nov.	Dic.
Temperature (°C)	2	5	7	15	18	24	25	30	25	18	15	5

14 Rappresenta con un diagramma cartesiano i dati relativi alla seguente tabella che esprime il numero di incendi boschivi in Italia negli anni dal 1998 al 2003.

1998	1999	2000	2001	2002	2003
8321	7535	8595	7134	4601	9697

15 Rappresenta con un diagramma cartesiano i dati della seguente tabella che registra le quotazioni dell'Euro rispetto al Dollaro nel corso di una settimana.

Giorno	Lunedì	Martedì	Mercoledì	Giovedì	Venerdì	Sabato
€/$	0,871	0,868	0,865	0,875	0,882	0,883

16 Rappresenta i dati della seguente tabella sullo stesso diagramma cartesiano (utilizza tre diversi colori) e fai le opportune considerazioni.

Occupati per settore di attività. *(Dati in migliaia)*

Anno	Agricoltura	Industria	Altre attività
1990	1 895	6 845	12 564
1991	1 823	6 916	12 853
1992	1 749	6 851	12 859
1993	1 508	6 736	12 183
1994	1 573	6 587	11 959
1995	1 490	6 494	12 025
1996	1 402	6 475	12 211
1997	1 370	6 449	12 268
1998	1 339	6 467	12 391

17 Rappresenta i dati della seguente tabella mediante due diversi diagrammi cartesiani utilizzando gli stessi assi e le stesse unità di misura.

Andamento delle vendite e della produzione del mercato dell'auto (in migliaia) in Italia dal 1995 al 2001							
Anno	**1995**	**1996**	**1997**	**1998**	**1999**	**2000**	**2001**
Vendite	1 704	1 714	1 800	1 956	2 091	2 175	2 255
Produzione	1 422	1 464	1 518	1 541	1 561	1 544	1 599

Scheda di Valutazione del Recupero

Dopo aver rivisto la teoria e svolto l'attività di recupero, metti alla prova la tua preparazione rispondendo ai seguenti quesiti (scegli tra le soluzioni proposte), controlla l'esattezza delle risposte a pag. 416 e calcola il punteggio ottenuto in base alla griglia. Se hai totalizzato **almeno 7 punti** puoi ritenere colmato il debito, altrimenti riguarda gli argomenti sui quali hai commesso errori.

1 Quale tipo di grafico viene utilizzato preferibilmente quando occorre confrontare il totale di una grandezza con le parti che la compongono?
a. areogramma;
b. istogramma;
c. diagramma cartesiano.

2 Quale tipo di grafico è preferibile utilizzare per rappresentare i dati della seguente tabella che mostra l'*estensione territoriale in km² delle province in Sardegna*?

Province	CA	NU	SS	OR	**Totale**
Estensione	6895	7044	7520	2631	**24090**

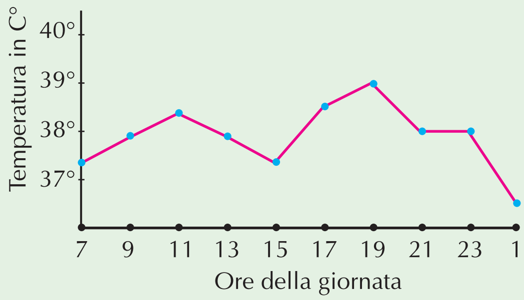
a. istogramma; **b.** diagramma cartesiano; **c.** areogramma.

3 La seguente tabella mostra il numero di auto più vendute in Europa nei primi sei mesi dell'anno 2006; quale tipo di grafico utilizzeresti preferibilmente per rappresentare i dati?

Ford Focus	206389
Opel Astra	196044
Renault Clio	194901
Fiat Punto	193130
Volkswagen Golf	181883
Ford Fiesta	162901
Peugeot 307	153421
Peugeot 206	147949
Volkswagen Passat	145406
Renault Megane	126393

a. istogramma; **b.** areogramma; **c.** diagramma cartesiano.

4 Analizza il seguente diagramma cartesiano relativo alla temperatura registrata da un ammalato nel corso di una giornata e rispondi alle seguenti domande.
a. In quale ora si è registrata la massima temperatura?
b. Quale temperatura si è registrata alle ore 15?
c. In quale ora si è rilevata una temperatura inferiore a 37°?



1 Quale tra i seguenti raggruppamenti di grandezze rappresenteresti:
a. con un istogramma;
b. con un diagramma;
c. con un diagramma cartesiano.

☐ Generi di prodotti di cui si compongono le esportazioni italiane.
☐ Durata media della vita in 10 diversi paesi del mondo.
☐ Variazione della velocità di un'automobile premendo in modo uniforme sull'acceleratore.

Spiega il motivo della tua risposta.

2 Rappresenta con un istogramma i dati relativi alla seguente tabella che rappresenta i sei Paesi in cui si vendono più libri per persona (dati 31/12/2006). Risulterebbe più significativa la rappresentazione degli stessi valori con un areogramma?

Giappone	Norvegia	Germania	Singapore	Stati Uniti	Finlandia
150	139	120	102	102	98

3 Rappresenta con un istogramma i dati relativi alla seguente tabella che esprime la frequenza relativa all'uscita di un numero all'estrazione del lotto sulla ruota di Bari:

Numero estratto	1-15	16-30	31-45	46-60	61-75	76-90
Frequenza	20	21	25	28	29	27

4 Rappresenta con un diagramma cartesiano i dati relativi alla seguente tabella che esprime il numero di nuovi malati di AIDS per età in Lombardia e in Italia nel 2007 (fonte ISTAT).

	0-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49	50 e oltre	totale
Lombardia	13	52	161	178	78	56	76	614
Italia	51	197	547	583	296	165	289	2 128

● **5** Le seguenti tabelle rappresentano i primi cinque paesi produttori di carbon fossile e petrolio nel mondo e i primi cinque paesi consumatori di energia nel Mondo nell'anno 2006. Costruisci i grafici relativi, scegliendo quello che ritieni più opportuno.

Carbon fossile.
(in milioni di tonnellate)

Cina	**1 100**
USA	**605**
India	**248**
Sudafrica	**195**
Australia	**181**

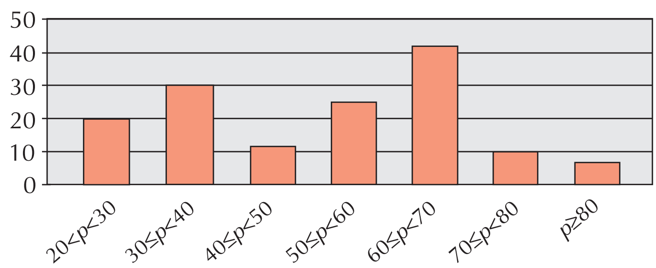
Petrolio greggio.
(in milioni di tonnellate)

Arabia S.	**427**
USA	**386**
Russia	**316**
Iran	**178**
Messico	**160**

Energia consumata in t.e.p.
(tonnellate di petrolio equivalenti)

USA	**2 028**
Cina	**748**
Russia	**664**
Giappone	**478**
Germania	**333**

● **6** Il seguente istogramma rappresenta il peso in kg di alcuni individui. Dopo aver ricavato i dati del grafico riportali in una tabella.



1 Rappresenta con quattro istogrammi diversi i dati della seguente tabella che mostra il numero di scuole, di classi, il totale alunni e gli alunni per classe negli anni scolastici dal 2003 al 2007.

Anni scolastici	Scuole	Classi	Totale alunni	Alunni per classe
2003-04	9 728	101 501	1 996 682	19,7
2004-05	9 531	98 074	1 950 370	19,9
2005-06	9 250	94 582	1 901 208	20,1
2006-07	9 119	92 451	1 852 247	20,0

2 Rappresenta con istogrammi, nel modo che ritieni più opportuno, i dati della seguente tabella che riporta la popolazione residente per sesso e popolazione presente in Italia ai censimenti dal 1871 al 2001 (i dati sono in migliaia).

Censimenti	Maschi	Femmine	Totale
1871	14 316	12 835	28 151
1881	15 134	14 657	29 791
1901	16 990	16 788	33 778
1911	18 608	18 133	36 921
1921	18 814	19 042	37 856
1931	20 181	20 862	41 043
1936	20 826	21 573	42 399
1951	23 259	24 257	47 516
1961	24 784	25 840	50 624
1971	26 476	27 661	54 137
1981	27 506	29 051	56 557
1991	27 558	29 220	56 778
2001	27 260	29 044	56 305

3 La seguente tabella mostra le immatricolazioni delle 10 autovetture, segmento B (utilitarie), più vendute in Italia nei primi mesi del 2008. Costruisci il relativo istogramma. Rappresenta inoltre gli stessi dati, accorpati in base al paese d'origine del marchio delle varie autovetture, con un areogramma.

Marca e modello	Immatricolazioni gennaio-agosto 2008	Paese d'origine Marchio
Fiat Punto e Grande Punto	117 706	Italia
Ford Fiesta	55 133	Germania
Lancia Ypsilon	41 005	Italia
Toyota Yaris	38 251	Giappone
Opel Corsa	37 545	Germania
Citroën C3	35 943	Francia
Peugeot 207	30 825	Francia
Renault Clio	26 908	Francia
Volkswagen Polo	26 291	Germania
Lancia Musa	20 432	Italia

4 Rappresenta con areogrammi, nel modo che ritieni più opportuno i dati relativi alla seguente tabella che riporta le principali produzioni zootecniche (numero di capi) negli anni dal 2003 al 2007 in Italia:

Bestiame	2003	2004	2005	2006	2007
Bovini	4 755 000	4 732 000	4 635 000	4 610 000	4 415 000
Suini	12 135 000	11 991 000	11 943 000	12 163 000	12 570 000
Ovini-caprini	8 553 000	8 473 000	8 361 000	8 105 000	7 805 000
Equini	268 000	260 000	247 000	240 000	227 000

5 Rappresenta con diagrammi cartesiani i dati della seguente tabella che mostra gli occupati per settore nella provincia di Milano e fai le opportune considerazioni sull'andamento del fenomeno (i dati sono in migliaia).

	Industria	Terziario
Gennaio '05	613	887
Aprile '05	587	904
Luglio '05	593	954
Ottobre '05	594	950
Gennaio '06	596	940
Aprile '06	591	951
Luglio '06	589	951
Ottobre '06	592	946
Gennaio '07	577	973
Aprile '07	544	976
Luglio '07	553	959
Ottobre '07	568	951
Gennaio '08	570	986
Aprile '08	530	1 013
Luglio '08	550	1 005
Ottobre '08	583	990

6 Rappresenta con dei diagrammi cartesiani i dati della seguente tabella che mostra il numero di imprese della provincia di Milano, della regione Lombardia e del resto del Paese.

	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Provincia di Milano	297 693	300 578	300 963	291 662	296 610	299 291
Regione Lombardia	645 556	645 351	642 540	661 067	717 741	716 240
Italia	3 574 317	3 560 189	3 578 951	3 806 838	4 704 107	4 727 504

7 I dati della tabella evidenziano il numero delle persone in cerca di lavoro iscritte alle liste di collocamento, nella provincia di Milano. Costruisci tre diversi diagrammi cartesiani, uno per ogni colonna, e fai le opportune considerazioni.

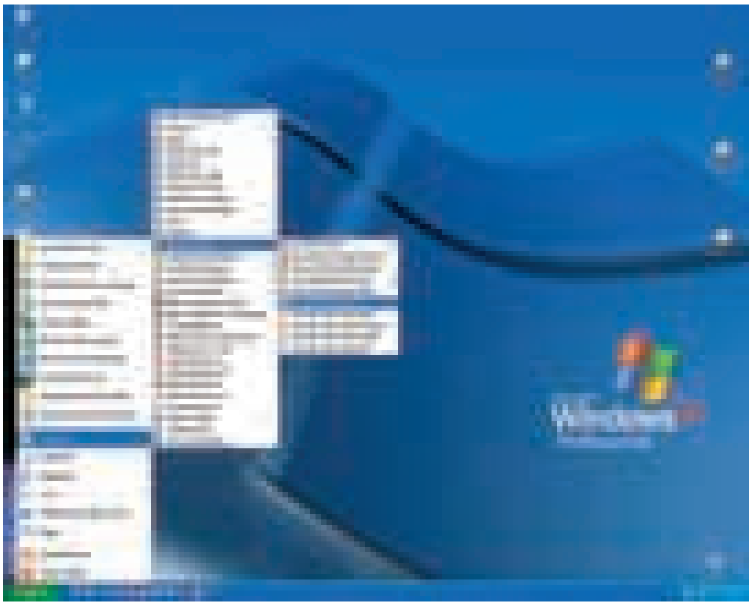
Anno	Disoccupati	In cerca di prima occupazione	Totale
2002	79 382	55 953	135 335
2003	85 983	59 261	145 244
2004	87 262	56 676	143 938
2005	99815	62 327	162 142
2006	107 764	68 130	175 894
2007	107 330	64 095	171 425

I grafici con Excel

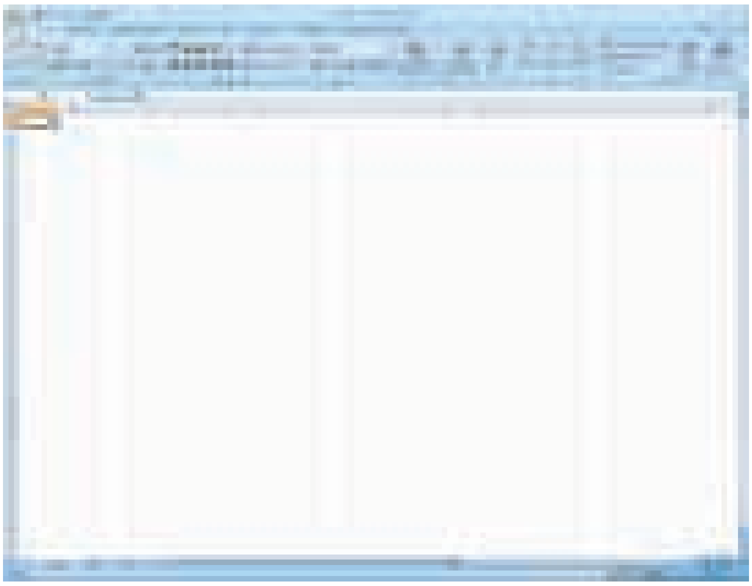
Informatica 1

1 Il programma Excel

Quando nelle attività quotidiane dobbiamo eseguire dei calcoli, rappresentare tabelle, disegnare figure, siamo portati naturalmente ad utilizzare fogli a quadretti perché in questo modo è più facile incolonnare i numeri, incasellare i dati o rappresentare punti e linee di un grafico.
Questa abitudine ha fatto nascere l'idea di costruire un programma in grado di gestire grandi fogli di calcolo, sui quali poter fare, in modo semplice e automatico, le operazioni che normalmente vengono eseguite sui fogli a quadretti, organizzando i dati in righe e colonne.
Il risultato di questa idea è il **foglio elettronico** o **foglio di calcolo**.
Il programma **Excel**, che è compreso tra i programmi di *Microsoft Office*, è il software che viene utilizzato per creare e gestire un foglio di calcolo.
In queste esercitazioni faremo riferimento alla versione 2007 ma le stesse possono essere utilizzate anche da coloro che dispongono di versioni precedenti.
Non c'è infatti alcun problema per la compatibilità con i documenti creati con le precedenti versioni di *Excel*.
Excel può essere utilizzato per numerose applicazioni, per esempio, la costruzione di elenchi ordinati, la rappresentazione di dati per mezzo di grafici, il calcolo di particolari funzioni matematiche, statistiche e finanziarie.
Per aprire il programma Excel segui questi passaggi:



- Fai clic sul pulsante **Start**
- Seleziona la voce **Tutti i programmi**
- Seleziona **Microsoft Office**
- Fai clic su **Microsoft Office Excel 2007**.



Ogni documento realizzato con Excel viene indicato con il termine generico di **cartella**, da non confondere con le cartelle utilizzate in Windows per organizzare i file sul disco.
I file di *Excel* vengono salvati sul disco con l'estensione **.xlsx** (nelle versioni precedenti l'estensione è **.xls**).
Come negli altri programmi *Office*, le funzionalità del programma sono organizzate in una **barra multifunzione** posizionata lun-

go la parte superiore della finestra e comprendente le schede con i gruppi e i comandi. Sotto la barra multifunzione si trova la **barra della formula** dove si possono inserire e modificare le formule di calcolo.
Il **foglio di lavoro** occupa la parte più ampia della videata ed indica la porzione di video sulla quale si svolgono le varie operazioni (scrivere frasi, eseguire calcoli, disegnare grafici). Ogni cartella è composta da uno o più fogli di lavoro (**schede**), identificati dal nome scritto nelle linguette in basso a sinistra.
Il foglio di calcolo è organizzato in **colonne**, identificate con le lettere dell'alfabeto, e in **righe**, identificate con i numeri. All'incrocio tra una colonna e una riga si forma la **cella**, identificata dal nome della colonna e dal numero della riga: per esempio, la prima cella in alto a sinistra è la cella **A1**.
A1 si chiama anche **nome della cella** o **riferimento di cella**. In ogni istante puoi conoscere il nome della cella osservando la **Casella Nome** che si trova immediatamente a sinistra della barra della formula.

Ogni **cella** può contenere:

- letttere e parole;
- un valore numerico;
- una formula di calcolo.

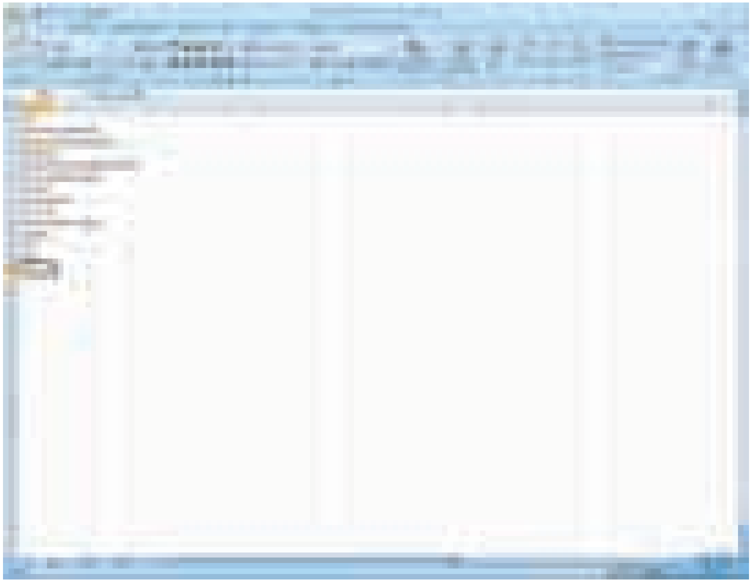
2 La funzione Somma e la copia delle formule

Il foglio elettronico consente di memorizzare e calcolare per esempio le spese familiari nei diversi mesi dell'anno, secondo le diverse voci di uscita: Alimentari e bevande, Abbigliamento e calzature, Abitazione, Combustibili ed energia elettrica, Servizi sanitari e salute, Trasporti, Comunicazioni, Istruzione, Tempo libero e cultura, Vacanze, Altro.
Lo schema generale del prospetto riporta sulle colonne i nomi dei mesi dell'anno e sulle righe le voci di spesa numerate a partire da 1.

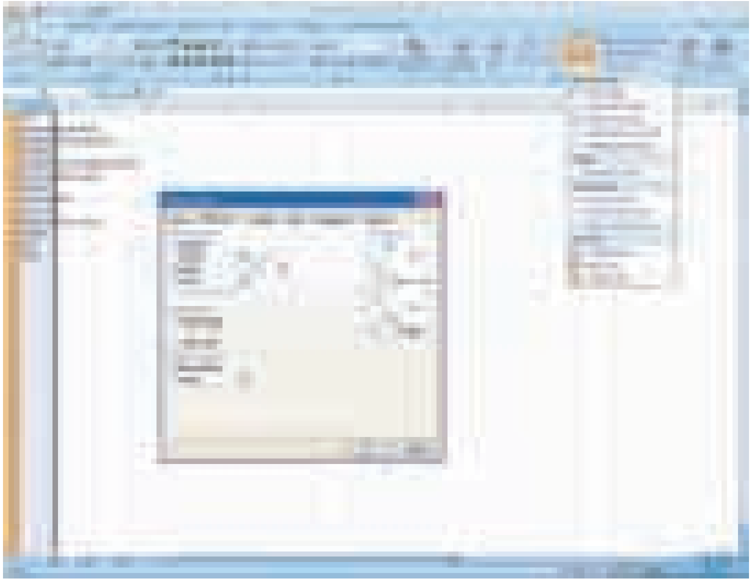
Voci	Gen	Feb	Mar	Apr	Mag	Giu	Lug	Ago	Set	Ott	Nov	Dic	Tot.
1 Alimentari e bevande													
2 Abbigliamento e calzature													
3 Abitazione													
4 Combustibili ed energia elettrica													
5 Servizi sanitari e salute													
6 Trasporti													
7 Comunicazioni													
8 Istruzione													
9 Tempo libero e cultura													
10 Vacanze													
11 Altro													
Totali													

L'ultima colonna a destra contiene il totale annuale di una voce, mentre l'ultima riga in basso contiene i totali di ogni mese.
Apri il programma *Excel* e crea una nuova cartella di fogli di calcolo salvandola sul disco con il nome **SpeseDomestiche.xlsx**. Scrivi nella cella A1 la parola *"Voci"*. Inserisci le voci di spesa dalla cella A2 spostandoti verso il basso con il tasto

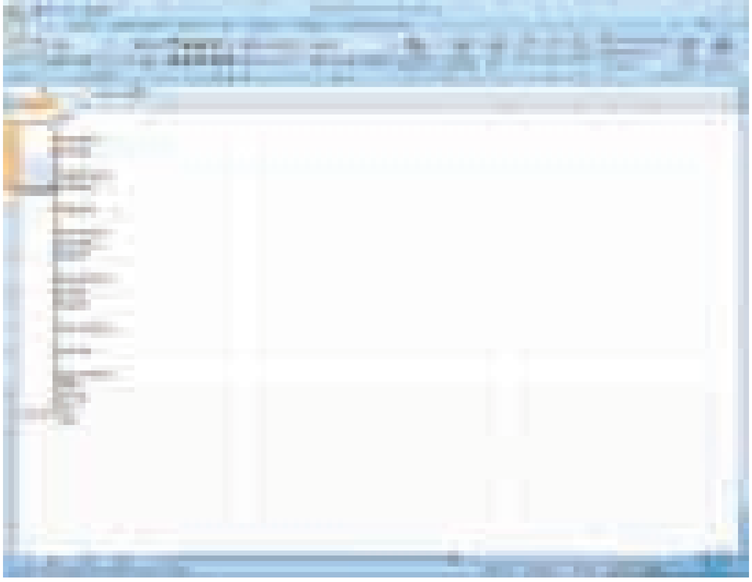
freccia: *Alimentari e bevande, Abbigliamento e calzature, Abitazione, Combustibile ed energia elettrica, Servizi sanitari e salute, Trasporti, Comunicazioni, Istruzione, Tempo libero e cultura, Vacanze, Altro*. Scrivi *"Totali"* nell'ultima riga sotto le voci.
Assegna un nome significativo **Spese** al foglio di calcolo, sostituendo il nome predefinito **Foglio1**: fai clic con il tasto destro del mouse sulla linguetta del foglio in basso a sinistra e scegli **Rinomina**, oppure, più semplicemente, fai doppio clic sulla linguetta.
Nello stesso menu di scelta rapida puoi anche scegliere il colore della linguetta con l'opzione **Colore linguetta scheda**. Queste due impostazioni si possono fare anche dal pulsante **Formato** nel gruppo **Celle** della barra multifunzione.



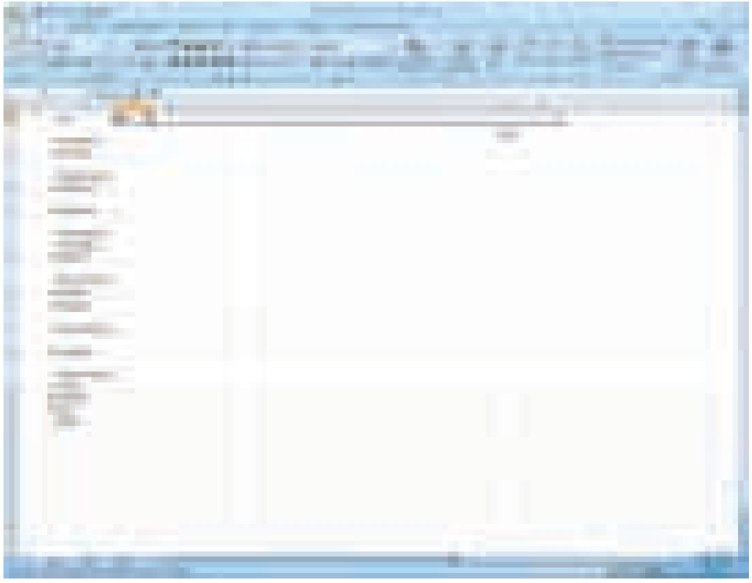
Poiché non tutte le descrizioni sono contenute interamente nelle celle della colonna A, puoi impostare il contenuto delle celle per **portare il testo a capo** automaticamente: seleziona l'intera colonna A, facendo clic con il mouse sulla lettera A in alto; nel gruppo **Celle** della barra multifunzione fai clic sul pulsante **Formato** e scegli **Formato celle**. Nella finestra di dialogo che si apre, fai clic sulla linguetta **Allineamento** e metti il segno di spunta accanto a **Testo a capo** nella sezione **Controllo testo**.



Inserisci una colonna a sinistra delle voci per assegnare ad esse una numerazione a partire da 1: fai clic sulla lettera A della colonna delle voci; fai clic sul pulsante **Inserisci** e scegli **Inserisci colonne foglio**. Una nuova colonna viene inserita a sinistra della colonna A.
Genera automaticamente la serie di numeri da 1 a 11 nella colonna A con il **riempimento automatico**: scrivi nella cella A2 il numero 1 e nella cella A3 il numero 2. Seleziona con il mouse entrambe le celle A2 e A3; posiziona il mouse sull'angolo in basso a destra della cella A3 (**quadratino di riempimento**): il puntatore del mouse diventa una croce nera; tenendo premuto il tasto sinistro del mouse, trascina verso il basso fino a generare il numero 11. Il programma ha utilizzato l'incremento dalla cella A2 ad A3 per calcolare i valori successivi delle celle sottostanti.

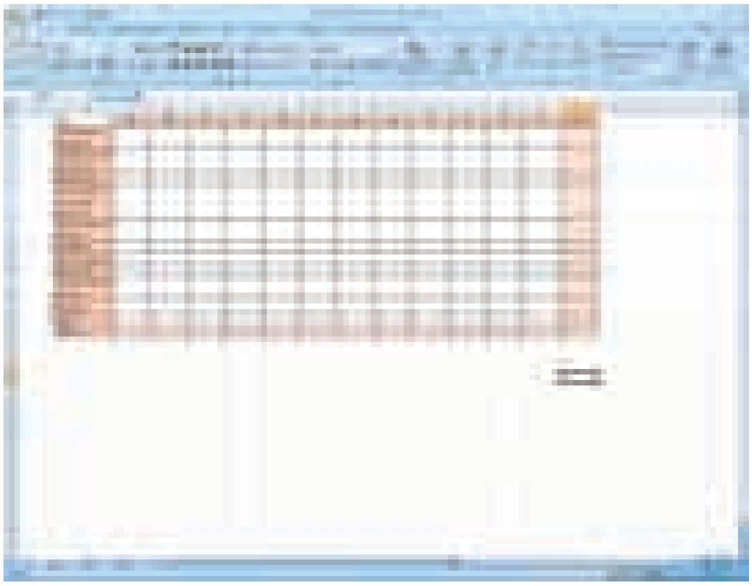


Genera automaticamente i nomi dei mesi sulla riga 1 a partire dalla cella C1 con il **riempimento automatico**: scrivi *"gen"* nella cella C1; posiziona il mouse sull'angolo in basso a destra della cella C1 (**quadratino di riempimento**): il puntatore del mouse diventa una croce nera; tenendo premuto il tasto sinistro del mouse, trascinalo verso il basso fino a generare il mese *"dic"*.

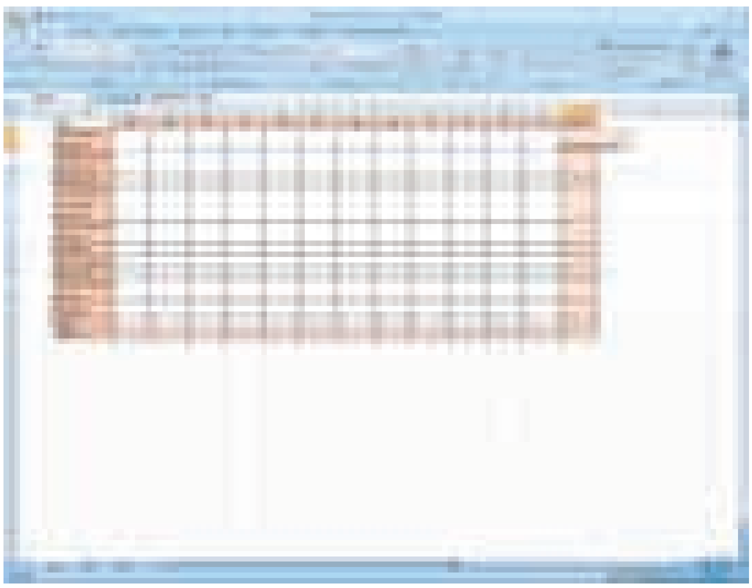


Per generare i mesi il programma ha utilizzato la serie degli **Elenchi personalizzati** predefiniti in Excel.

Nella cella O1 scrivi *"TOTALI"* per le somme per riga relative a ciascuna voce. Allinea al centro il contenuto delle celle della riga 1. Inoltre per rendere più efficace la presentazione dei dati, utilizza la formattazione per le celle del foglio: titoli di righe e colonne in grassetto con colore di sfondo e bordo alle celle.
Salva il foglio di calcolo facendo clic sul pulsante **Salva** nella barra di accesso rapido in alto a sinistra.

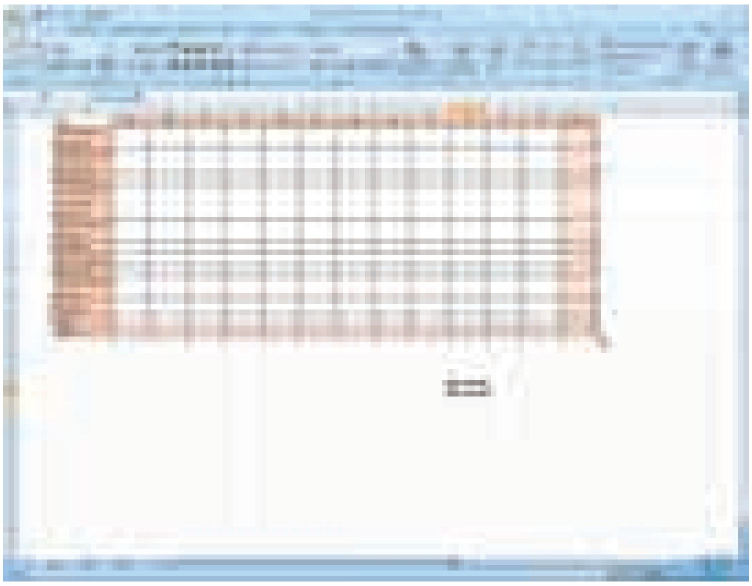


Devi inserire ora le formule per calcolare la somma degli importi per ogni voce (totali per riga) e per ciascun mese (totali per colonna). Posizionati con il mouse nella cella della riga 2 in corrispondenza della colonna dei *TOTALI* (cella O2); fai clic sul pulsante **Somma** nel gruppo **Modifica** con il simbolo di sommatoria (la lettera sigma maiuscola dell'alfabeto greco Σ); nella cella compare la formula =**SOMMA(A2:N2)** che significa *"somma i contenuti delle celle dalla A2 alla N2"*.
In realtà la somma deve riguardare le celle dalla C2 alla N2: correggi il suggerimento del programma selezionando con il mouse l'intervallo corretto della somma.
Nella cella e nella **barra della formula** si ottiene =**SOMMA(C2:N2)**. Conferma la formula di calcolo con il tasto **Invio** oppure con un clic sul segno di spunta verde nella **barra della formula**.

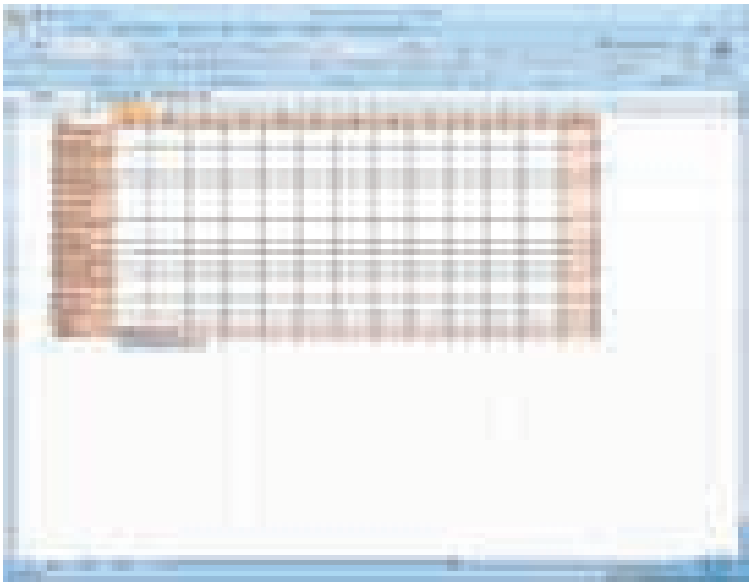


L'**intervallo delle celle** da sommare è rappresentato con il nome della prima cella e dell'ultima cella separati da: (due punti).

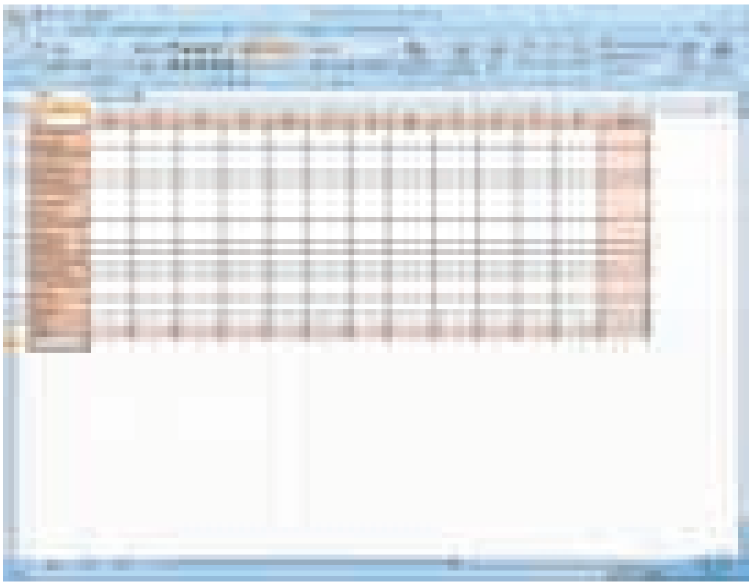
La formula per il calcolo del totale annuale della voce deve essere replicata anche nelle righe sottostanti per le altre voci di spesa.
Non è necessario scrivere più volte la stessa formula, ma in modo più veloce puoi **ricopiare in basso** la formula: posiziona il mouse sull'angolo in basso a destra della cella O2; il puntatore diventa una piccola croce nera; tenendo premuto il tasto sinistro, trascina verso il basso il mouse fino all'ultima riga (cella O13); rilascia il tasto del mouse.
Nelle celle della colonna *TOTALI* compaiono i valori 0, ma nella **barra della formula**, in corrispondenza di ciascuna cella, il programma ha inserito la formula per il calcolo della somma, aggiornando automaticamente gli intervalli delle celle da sommare, con riferimento alle righe sottostanti. Si dice che il programma ha utilizzato il **riferimento relativo** di cella nella replica della formula.
Prova ora ad inserire alcuni valori di prova in corrispondenza di alcune voci di spesa: il totale annuale delle voci viene automaticamente calcolato nella colonna dei *"TOTALI"* (colonna O).



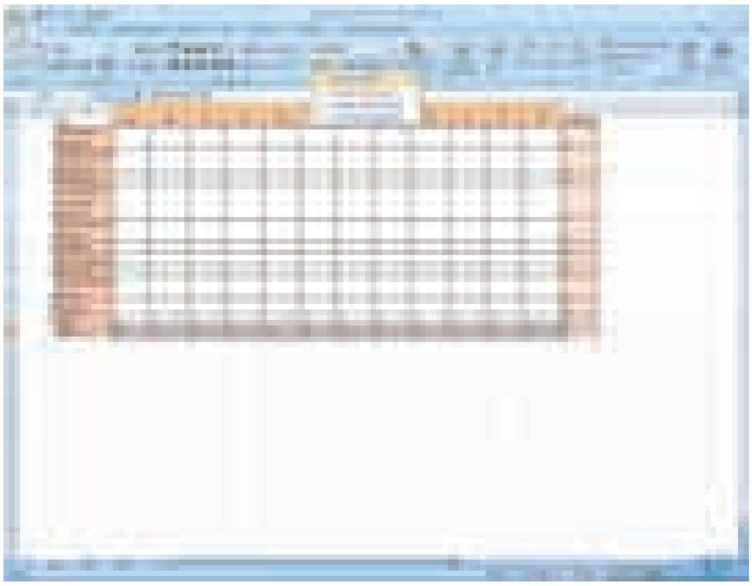
In modo del tutto analogo, devi inserire le formule per calcolare il totale di colonna per ciascun mese dell'anno: posizionati con il mouse nella cella C13; fai clic sul pulsante **Somma**; nella cella compare la formula =**SOMMA()**; seleziona con il mouse le celle dalla C2 alla C12; conferma la formula di calcolo con il tasto **Invio** oppure con un clic sul segno di spunta verde nella **barra della formula**.



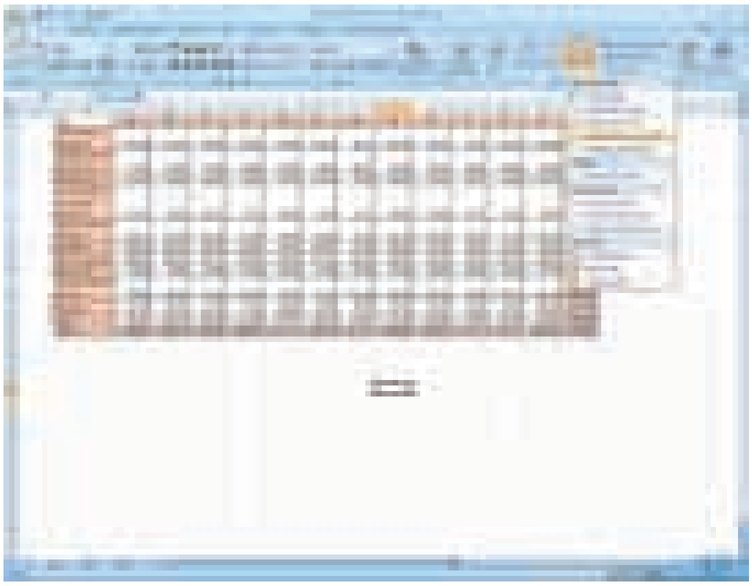
La formula per il calcolo del totale di gennaio deve essere replicata anche nelle colonne a destra. In modo analogo a quanto visto in precedenza, puoi **ricopiare a destra** la formula per la somma: posiziona il mouse sull'angolo in basso a destra della cella C13; il puntatore del mouse diventa una piccola croce nera; tenendo premuto il tasto sinistro, trascina verso destra il mouse fino alla colonna N; a questo punto rilascia il tasto del mouse.



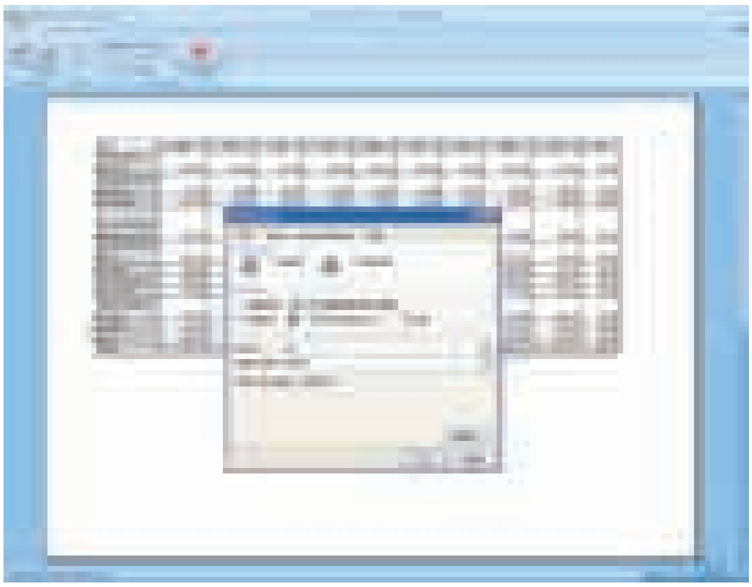
Puoi anche assegnare il **formato Euro** alle celle della colonna totali per le voci di spesa e alla riga dei totali per mese: per far comparire il simbolo dell'Euro, seleziona le celle della colonna *TOTALI*; fai clic sulla piccola freccia nera verso il basso accanto al pulsante **Formato numeri contabilità** (figura a lato) e scegli **Italiano (Italia)**. Ripeti l'operazione per la riga dei totali di ogni mese. La stessa impostazione può essere fatta con le opzioni del pulsante **Contabilità**, nel gruppo **Numeri**. Osserva che, con queste impostazioni, nei calcoli dei totali vengono automaticamente assegnate due cifre decimali dopo la virgola per i centesimi di euro.
Salva il foglio di calcolo sul disco facendo clic sul pulsante **Salva** nella barra di accesso rapido in alto a sinistra.



Inserendo successivamente gli importi delle spese per le diverse voci e nei diversi mesi, il programma calcola automaticamente il totale per mese e il totale per ogni voce di spesa. L'ultima cella in basso a destra, all'incrocio della colonna del totale delle voci e della riga dei totali mensili, contiene il totale generale dell'anno. Può accadere, che inserendo i valori, nelle celle dei totali compaia una sequenza di caratteri # (detto comunemente in informatica *cancelletto*): questo è un **messaggio di errore** per segnalare che il numero contenuto nella cella è troppo grande rispetto alle dimensioni della cella.
Per cambiare la larghezza delle colonne, seleziona con il mouse le colonne dalla C alla O facendo clic sulla lettera della prima e trascinando il mouse: fai poi clic sul pulsante Formato e scegli **Adatta larghezza colonne**.

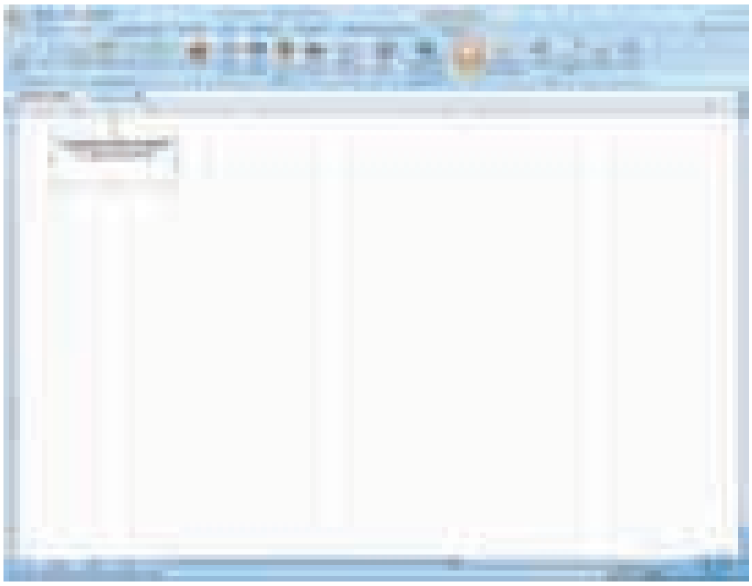


A fine mese puoi **stampare** il prospetto delle spese con la procedura di stampa del foglio di *Excel*: fai clic sul pulsante **Office** in alto a sinistra, scegli **Stampa** e poi **Anteprima di stampa**. Nella finestra che si apre fai clic sul pulsante **Imposta pagina**: puoi impostare l'**orientamento** del foglio (in questo caso è più opportuno l'orientamento **orizzontale**); inoltre seleziona l'opzione **Adatta a 1 pagina** nella sezione **Proporzioni**, in modo che l'intero prospetto sia contenuto nel foglio di carta di formato A4. Nella stessa finestra di dialogo **Imposta pagina** puoi anche impostare i **margini**, le **intestazioni** e i **piè di pagina** facendo clic sulle relative linguette; nella linguetta **Foglio**, puoi decidere se far comparire oppure no la griglia e i nomi di colonna e riga.

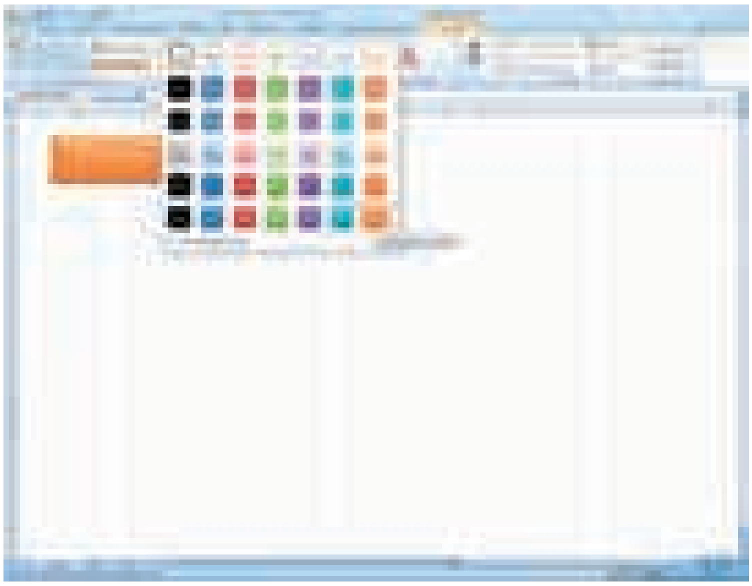


3 Grafici statistici: l'areogramma

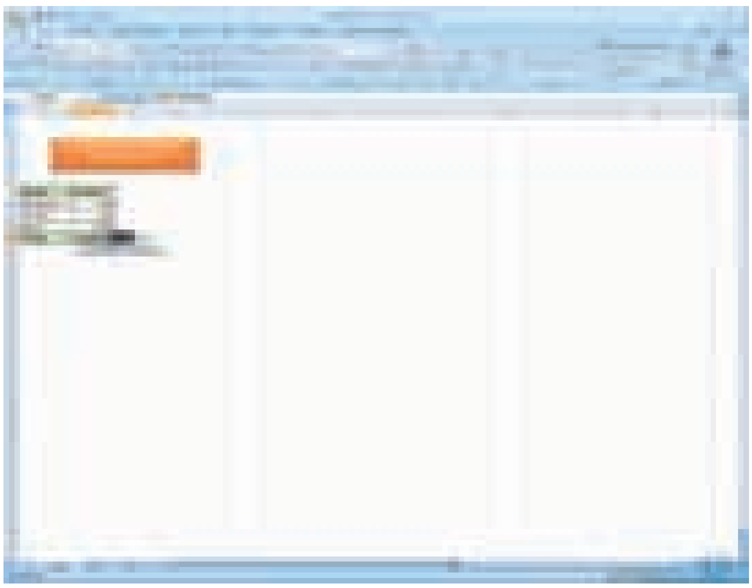
Si vuole rappresentare il numero degli occupati rispetto al totale, nei diversi settori di attività in Italia.
Apri il programma *Excel* per creare un nuovo foglio di calcolo e salvalo nella cartella dei tuoi progetti con il nome **Occupati.xlsx**. In corrispondenza delle prime cinque righe del foglio inserisci una casella di testo con il titolo *"Occupati per settore di attività (in migliaia di persone)"*: scheda **Inserisci**, pulsante **Testo**, forma **Casella di testo** e poi disegnala tenendo premuto il tasto destro o sinistro del mouse.



Assegna un fondo colorato al titolo: con la casella di testo selezionata, nella scheda **Formato**, fai clic sulle frecce vicino agli **Stili forma** e scegli uno stile tra quelli predefiniti facendo clic su di esso, per esempio **Effetto marcato - Colore 6**.
Osserva che passando con il mouse sopra i diversi stili, ti viene presentata un'anteprima della casella con lo stile applicato.

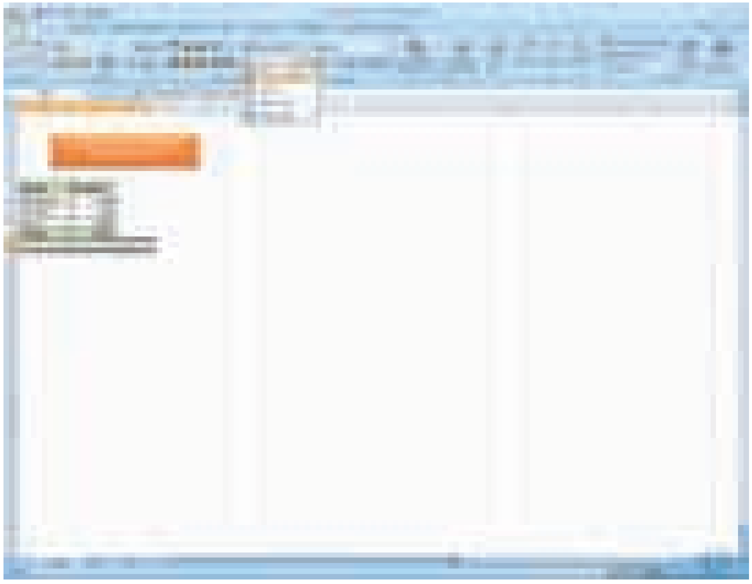


A partire dalla riga 8 in poi scrivi i nomi dei settori (*"Agricoltura"*, *"Industria"*, *"Servizi"*) e i numeri di occupati per ogni settore, seguendo come traccia la figura. Aggiungi anche la riga per il *"Totale"*.
Formatta le celle con i dati, assegnando un colore di sfondo verde chiaro alla riga delle intestazioni e alla riga dei totali e il formato grassetto ai caratteri. Assegna un bordo alle celle della tabella.
Posizionati nella cella B11 e fai clic sul pulsante **Somma** per calcolare il totale degli occupati; fai clic sul segno di spunta verde nella **barra della formula**.



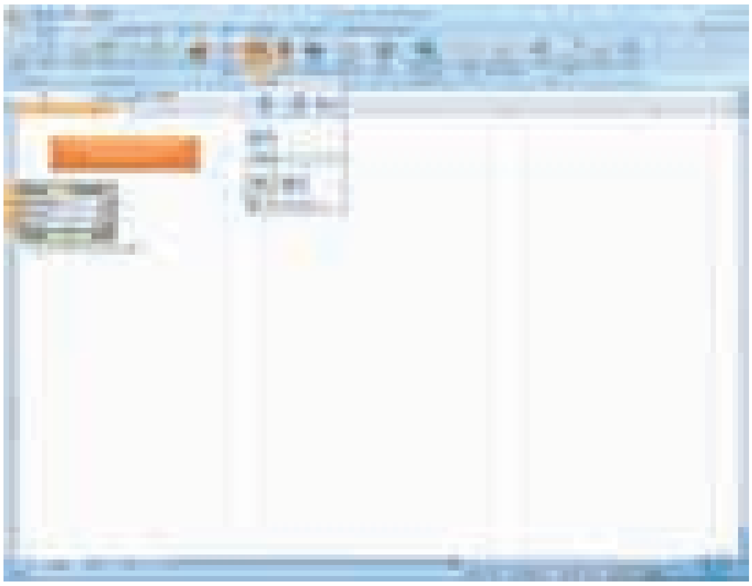
I dati di tipo numerico sono più leggibili se si introduce anche il **separatore delle migliaia**: seleziona con il mouse la cella della colonna B contenente i dati degli occupati e fai clic sul pulsante *Stile separazioni* nel gruppo *Numeri* della scheda *Home*.

Aggiungi sotto la riga dei totali, nella cella A12, la fonte dalla quale sono stati ricavati i dati: *"Fonte: ISTAT - Istituto Nazionale di Statistica"*. Assegna lo stile corsivo e la dimensione 8 ai caratteri della cella.
Poiché la scritta non può essere contenuta in una sola cella, puoi usare la tecnica di **unire le celle** in modo da nascondere la separazione tra le celle stesse: seleziona con il mouse le celle dalla A12 alla C12; fai clic sul pulsante **Unisci** e centra nel gruppo **Allineamento** della scheda **Home**.
Effettua il salvataggio temporaneo del foglio sul disco del tuo computer con il pulsante **Salva** nella **barra di accesso rapido**.

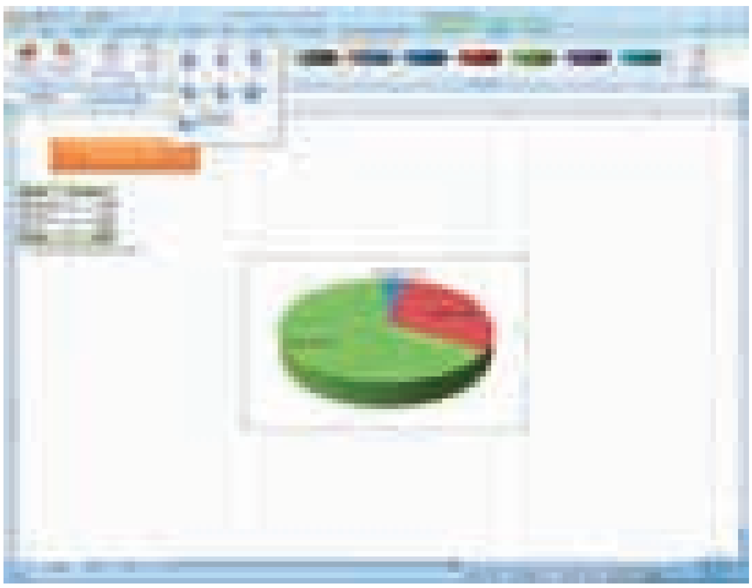


Siamo ora in grado di iniziare l'attività di rappresentazione dei dati con un grafico a torta. Seleziona le celle da A7 a B10, cioè le celle con le intestazioni di riga e di colonna e con i valori degli occupati nei tre settori. Nella scheda **Inserisci**, fai clic sul pulsante **Grafico a torta** e scegli **Torta 3D**.

Il grafico statistico a **torta** è adatto per rappresentare la **distribuzione** di una grandezza in diversi settori.



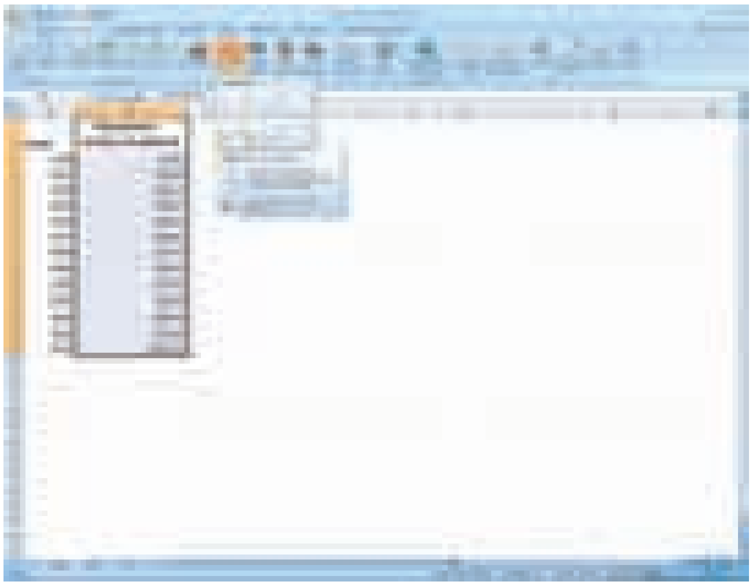
Nella scheda **Progettazione**, gruppo **Layout**, scegli **Layout 4**, in modo da ottenere il titolo del grafico e la legenda dei tre settori.
Salva il tuo lavoro sul disco.



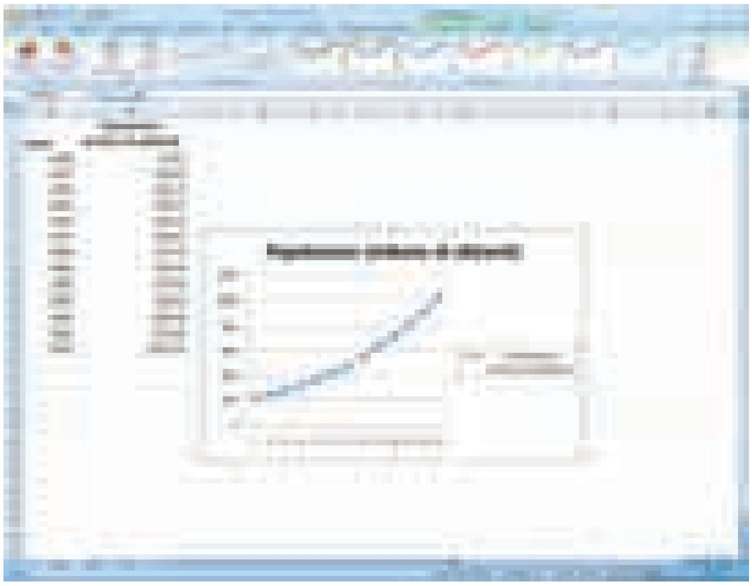
Per ottenere la **stampa del solo grafico**, senza la tabella dei dati, occorre selezionare il riquadro del grafico, facendo clic su di esso, prima di avviare le operazioni di stampa.

4 Grafici statistici: il diagramma cartesiano

Data la tabella con la popolazione del continente africano dal 1950 fino alla previsione per il 2010, se ne vuole rappresentare, con un diagramma cartesiano, l'andamento storico.
Apri il programma Excel per creare un nuovo foglio di calcolo e salvalo nella cartella dei tuoi progetti con il nome **Africa.xlsx**.
Inserisci i dati con gli anni e la popolazione in milioni di abitanti, seguendo come traccia la figura.
Seleziona con il mouse i dati della colonna B, compreso il titolo. Fai clic, nella scheda **Inserisci**, sul pulsante **Grafico a linee** e scegli il tipo di grafico **Linee con indicatori**.



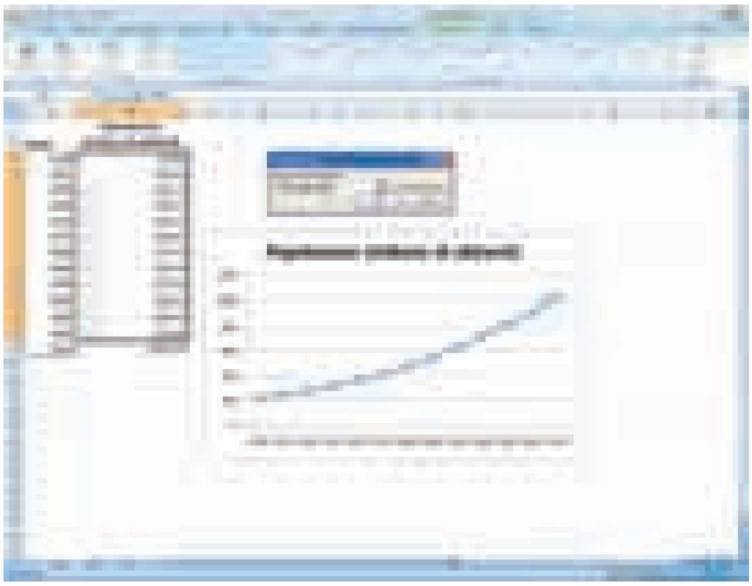
Fai clic sulla **legenda**, nella parte destra del grafico, per selezionarla e premi il tasto **CANC** per eliminarla: in questo tipo di grafico infatti non serve, perché ripete il titolo del grafico. Trascina con il mouse l'angolo in basso a destra del grafico per ingrandirlo.



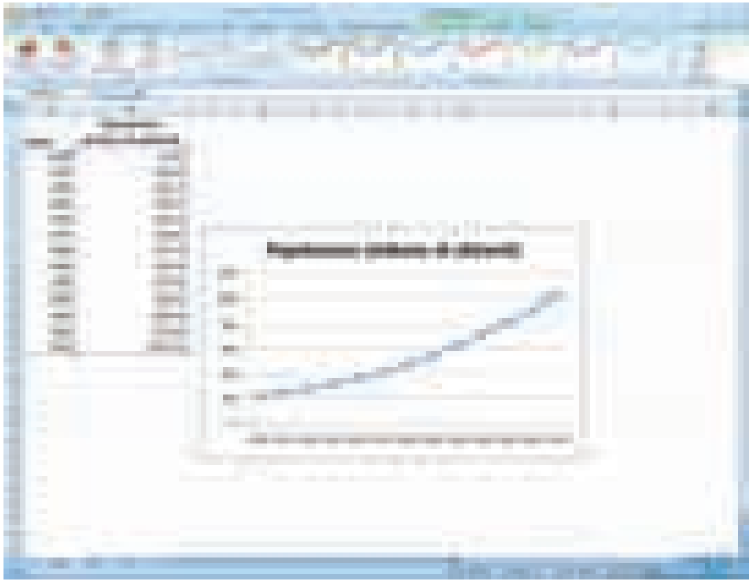
Con il grafico selezionato, fai clic sul pulsante **Seleziona dati** nella **scheda Progettazione**: nella finestra che si apre fai clic sul pulsante **Modifica** nel riquadro a destra **Etichette asse orizzontale**.

Il grafico statistico **a linee** è adatto per rappresentare una serie storica o comunque l'**andamento** di un fenomeno nel tempo.

Seleziona con il mouse il gruppo degli anni della colonna A in modo che nella casella di testo si formi l'intervallo =**Foglio1!$A$2:$A$14**, che indica le celle dalla A2 alla A14 nel Foglio1. Fai poi clic sul pulsante **OK**. Fai clic una seconda volta sul pulsante **OK** della finestra precedente. Gli anni della serie storica sono diventati le etichette dell'asse orizzontale.

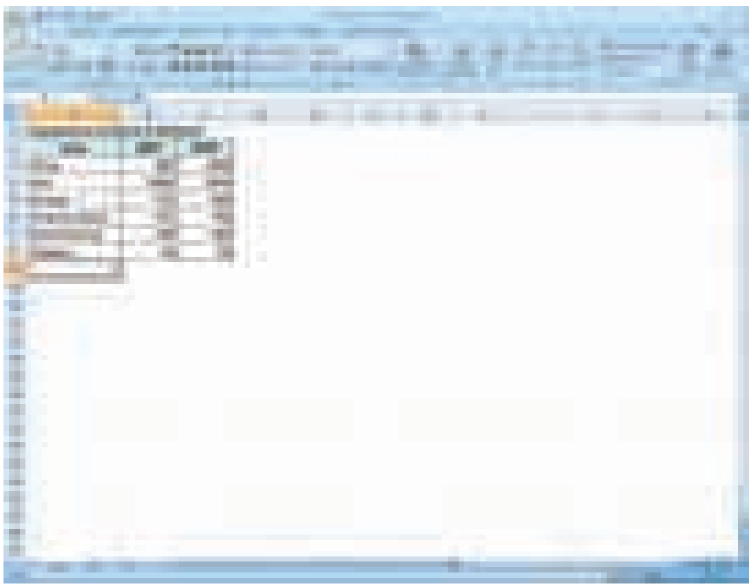


Salva il tuo lavoro sul disco.



5 Grafici statistici: l'istogramma

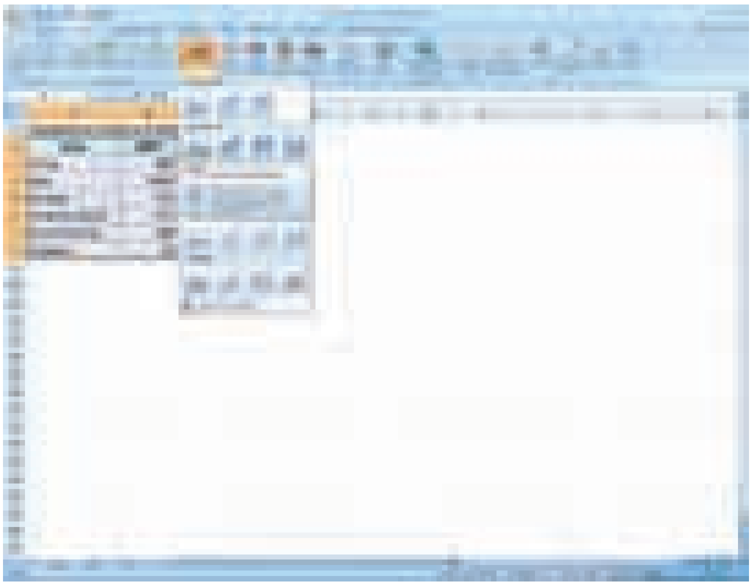
Data la tabella con la popolazione nei continenti nel 2007 e la previsione per il 2050, si vuole rappresentare con un istogramma il confronto tra i dati dei diversi continenti *(Fonte: Organizzazione delle Nazioni Unite, ONU)*.
Apri il programma *Excel* e salva il foglio nella cartella dei tuoi progetti con il nome **Continenti.xlsx**.
Inserisci i dati con gli anni e la popolazione in milioni di abitanti, usando la figura come traccia.



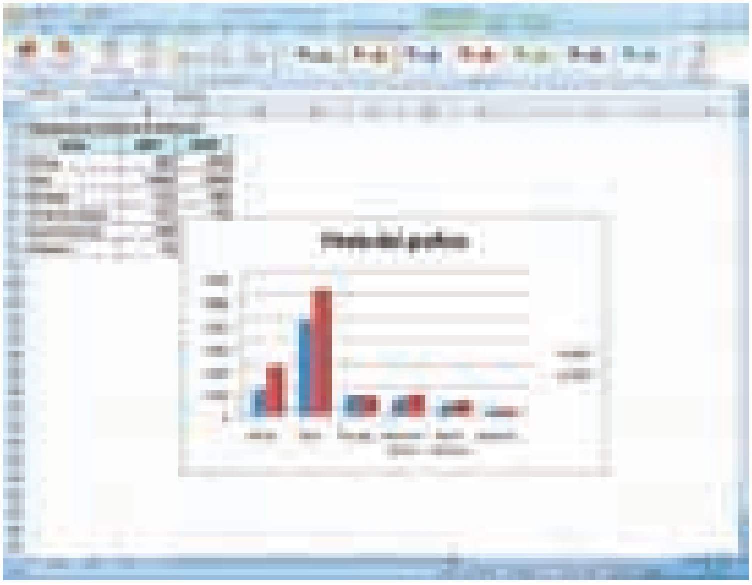
Il grafico statistico **istogramma** è adatto per rappresentare il **confronto** tra grandezze per entità dello stesso tipo.

Poiché gli anni 2007 e 2050 sono descrizioni delle colonne, per evitare che vengano considerati come valori numerici della tabella, occorre far precedere un carattere apostrofo al numero: **‘2007, ’2050**. L’apostrofo non viene visualizzato nella cella.

Il **carattere iniziale apostrofo** (o *apice*) si usa quando si vuole che il programma *Excel* consideri un numero come una stringa di caratteri formata dalla sequenza delle cifre.

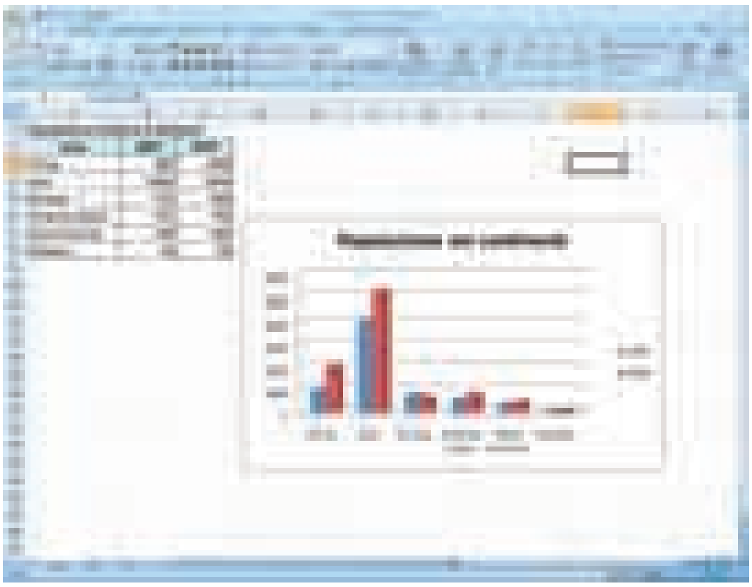


Seleziona con il mouse le celle della tabella, comprese le intestazioni di riga e colonna (dalla cella A2 alla cella C8). Nella scheda **Inserisci**, fai clic sul pulsante **Istogramma** e scegli il tipo di grafico **Colonne 3D raggruppate**.



Nella scheda **Progettazione**, gruppo **Layout grafici**, scegli il **Layout 1**, in modo da ottenere l’istogramma con la griglia, il titolo e la legenda. Trascina l’angolo destro in basso del riquadro del grafico per ingrandirlo.

Fai clic su *"Titolo del grafico"* e scrivi sopra il titolo corretto: *"Popolazione nei continenti"*. Salva il lavoro sul disco del tuo computer.



Esercizi

1 Apri *Excel* e ricopia i seguenti dati relativi alle temperature medie in Italia (in °C) nei vari mesi dell'anno:
– nelle celle da A4 a A15: Gennaio, Febbraio, Marzo, Aprile, Maggio, Giugno, Luglio, Agosto, Settembre, Ottobre, Novembre, Dicembre;
– nelle celle da B4 a B15: 10°; 11°; 14°; 18°; 19°; 21°; 27°; 26°; 22°; 15°; 10°; 9°.
Nella riga 3 aggiungi le intestazioni delle colonne (mesi, temperatura).

2 Apri *Excel* e ricopia i seguenti dati relativi ai prezzi, in Euro, di alcuni alimenti:
– nelle celle da A4 a A10: Pasta, Pane, Carne, Pesce, Mele, Pesche, Verdura;
– nelle celle da B4 a B10: 0,98; 2,51; 9,83; 12,60; 4,80; 3,95; 4,23.
Nella riga 3 aggiungi le intestazioni delle colonne (alimento, prezzo €).

3 Copia la seguente tabella su un foglio di *Excel* modificando la larghezza delle colonne e usando i seguenti formati:
– per il titolo: carattere Comic Sans MS, dimensione 16, grassetto;
– per gli elementi in tabella: carattere Arial, dimensione 12;
– per la colonna della velocità, il formato con una cifra decimale;
– per la colonna dell'assicurazione, il formato del valore monetario.

Modello	**Velocità Massima km/h**	**Assicurazione**
Camion	85,2	€ 890,00
Auto benzina	169,0	€ 380,00
Moto	155,3	€ 120,40
Motorino	45,0	€ 74,20
Auto diesel	180,9	€ 527,80

4 Costruisci una tabella che nella prima colonna contenga i cognomi dei tuoi compagni di classe, nella seconda i nomi e nella terza le relative altezze in cm. Esegui dunque le seguenti operazioni:
a. centra il testo delle colonne A e B;
b. aggiungi i bordi alla cella della colonna A;
c. inserisci un colore per ogni cella che contiene i dati;
d. trasforma tutti i caratteri in Arial corpo 16.

5 Apri *Excel* ed inserisci nel foglio i dati della tabella seguente. Nella casella *Peso netto* inserisci la formula corretta. Salva il foglio e chiudi *Excel*.

Peso lordo	124
Tara	37
Peso netto	

6 Apri *Excel* ed inserisci nel foglio i dati della tabella seguente. Nella casella *Spesa totale* inserisci la formula corretta. Salva il foglio e chiudi *Excel*.

Pizza €	4,60
Bibita €	2,10
Gelato €	1,50
Spesa totale €	

7 Modifica i dati dei due esercizi precedenti e controlla il funzionamento del ricalcolo automatico.

8 La seguente tabella indica il numero di alunni delle Scuole Medie Statali in Italia nell'anno 2001/2002 per aree geografiche. Rappresenta i dati con un istogramma.

Area geografica	Nord Ovest	Nord Est	Centro	Sud	Isole
Alunni	326 658	236 946	302 237	546 558	259 026

9 La seguente tabella indica la raccolta differenziata di rifiuti in Italia nel 2002 in migliaia di tonnellate.

Carta	**Vetro**	**Plastica**	**Rifiuti organici**	**Altro**
1 204	726	160	608	1 009

Rappresenta i dati con un areogramma scelto tra i tipi personalizzati, inserisci il titolo e la legenda.

10 Copia su un foglio di *Excel* i dati della seguente tabella relativa ai movimenti demografici in Italia.

Periodo	**Nati vivi**	**Morti**	**Saldo naturale**	**Iscritti**	**Cancellati**	**Saldo migratorio**	**Popolazione residente**
1996	536 740	557 756	−21 016	1 364 318	1 215 321	148 997	57 460 977
1997	540 048	564 679	−24 631	1 388 984	1 261 976	127 008	57 563 354
1998	532 843	576 911	−44 068	1 417 168	1 323 839	93 329	57 612 615
1999	537 242	571 356	−34 114	1 472 295	1 370 901	101 394	57 679 895
2000	543 039	560 241	−17 202	1 572 612	1 391 288	181 324	57 844 017

Esegui quindi le seguenti operazioni:
- copia le celle B4 e B5 nelle celle A10 e A11;
- sposta il gruppo di celle A2-A6 nella posizione E2-E6;
- inserisci una riga nel foglio di lavoro sotto l'intestazione;
- inserisci una colonna nel foglio di lavoro tra la D e la E;
- elimina la colonna G.

11 I dati della tabella a lato (volutamente disposti in modo che gli anni non siano in successione temporale) rappresentano il numero medio dei figli per donna in Italia fino al 2000 e le previsioni fino al 2030.
Dopo aver copiato in un foglio elettronico di *Excel*, nella colonna A gli anni e nella colonna B il numero medio dei figli, esegui le seguenti operazioni:
– ordina i dati in ordine crescente di anno (colonna A);
– rappresenta i dati con un istogramma e un diagramma cartesiano.

2000	1,25
1965	2,67
1975	2,21
1970	2,42
1980	1,68
1985	1,45
1995	1,18
1990	1,36
1960	2,41
2020	1,41
2010	1,40
2030	1,41

12 La seguente tabella indica la vendita di autobus in Europa negli anni che vanno dal 1999 al 2006.

Anno	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Autobus	15 763	16 310	16 897	17 364	17 553	17 617	17 849	17 623

Dopo aver inserito i dati all'interno di un foglio di *Excel*, calcola la somma automatica e rappresenta i dati con un diagramma cartesiano.

Prove INVALSI

Aritmetica 1

L'INVALSI (Istituto Nazionale di Valutazione del Sistema di Istruzione) è un ente di ricerca pubblico che si occupa, fra le altre cose, anche di effettuare verifiche periodiche sulle conoscenze e le abilità degli studenti. In particolare, nell'anno scolastico 2007/2008, l'Istituto ha predisposto anche la Prova Nazionale dell'Esame di Stato alla fine della scuola secondaria di primo grado.
Gli esercizi che seguono sono stati selezionati dalle diverse prove che l'INVALSI ha elaborato negli ultimi anni e sono stati suddivisi secondo la scansione dei contenuti. I test consentono di verificare le proprie competenze al termine del primo anno e di esercitarsi in vista della Prova Nazionale finale.
Ogni esercizio ha un preciso riferimento con gli obiettivi di apprendimento indicati all'inizio di tutti i capitoli ed è quindi associato agli obiettivi formativi ed alle competenze previste dalle Indicazioni nazionali.
Questi test ti sono proposti come uno stimolo per riflettere e approfondire gli strumenti che dovresti aver acquisito nel corso di questo anno. Potrai risolverli da solo, organizzare gare all'interno della tua classe, sfidare gli amici a dimostrare chi è più svelto a trovare la soluzione. In ogni caso, buon divertimento e... vinca il migliore!

1 Qual è il risultato della seguente operazione?
$0{,}32 + 1{,}4 + 13{,}7 + 12 =$
a. 19,50; **b.** 25,43; **c.** 26,16; **d.** 27,42.

2 A quanto equivalgono 254 decimi?
a. 25 unità e 4 decimi; **b.** 2 unità e 54 decimi;
c. 2 decimi e 54 centesimi; **d.** 2 centinaia e 54 decimi.

3 Come puoi scrivere in cifre quattrocentocinquemilaquarantadue?
a. 40 542; **b.** 405 042; **c.** 4 005 042; **d.** 400 500 042.

4 Una scatola contiene 48 caramelle di vari gusti. $\frac{1}{6}$ sono al gusto di limone. Quante sono le caramelle rimanenti?
a. 40; **b.** 32; **c.** 16; **d.** 8.

5 La parte decimale dei termini della divisione è cancellata dalla linea nera 208, ▬ : 5, ▬ =. Quale potrebbe essere il risultato?
a. 5,2; **b.** 40,1; **c.** 52,15; **d.** 416,1.

6 Ordina dal più piccolo al più grande i seguenti numeri: 1,8 1,08 0,8 0,08 0,18. Qual è l'ordinamento corretto?
a. 0,08; 0,18; 0,8; 1,08; 1,8; **b.** 0,08; 0,18; 0,8; 1,8; 1,08;
c. 0,18; 0,08; 0,8; 1,08; 1,8; **d.** 0,8; 0,08; 0,18; 1,8; 1,08.

7 La parte decimale dei termini della moltiplicazione è cancellata dalla linea nera 36, ▬ · 19, ▬ =. Quale potrebbe essere il risultato?
a. 70,395; **b.** 620,15; **c.** 703,95; **d.** 841,15.

8 A quale numero scritto in lettere corrisponde 1203021?
a. Dodicimilatrecentoventuno; **b.** unmilioneduecentomilatrecentoventuno;
c. unmilioneduecentomilaventuno; **d.** unmilioneduecentotremilaventuno.

9 Quale delle seguenti uguaglianze è vera?

a. $18 \cdot 10 : 2 = 18 \cdot 5$; **b.** $18 \cdot 10 - 5 = 18 \cdot 5$; **c.** $18 \cdot 2 \cdot 3 = 18 \cdot 5$; **d.** $18 \cdot 2 + 3 = 18 \cdot 5$.

10 Per eseguire la seguente addizione: $15 + 47 + 85$ Carlo ha fatto così: $(15 + 85) + 47 = 147$. Quali proprietà ha usato?

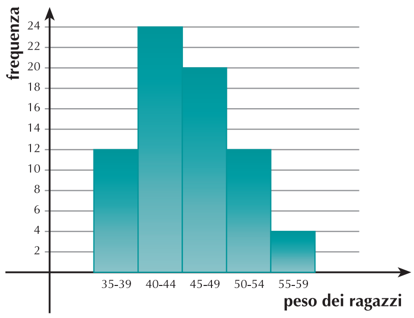
a. Proprietà distributiva e invariantiva; **b.** proprietà commutativa e distributiva;
c. proprietà commutativa e associativa; **d.** proprietà invariantiva e associativa.

11 Quale valore deve avere il ▲ perché l'uguaglianza sia vera? ▲ × 8 = 63 − ▲

a. 9; **b.** 8; **c.** 7; **d.** 6.

12 Il seguente grafico rappresenta i pesi, in chilogrammi, di ragazzi iscritti ad un gruppo sportivo. Quanti ragazzi pesano meno di 45 kg?

a. 56; **b.** 36; **c.** 24; **d.** 12.



13 Come si scrive in cifre il numero quattromilioniquarantamilaquattro?

a. 4 040 004; **b.** 4 400 004; **c.** 40 400 004; **d.** 400 400 004.

14 Una fabbrica produce in un'ora 243 palline da tennis al costo totale di € 340,00. Le palline vengono messe in scatole che ne contengono 3 ciascuna. Quale fra le seguenti espressioni permette di trovare il numero delle palline ancora da inscatolare, dopo aver riempito 56 scatole?

a. $243 - 3 \cdot 56$; **b.** $243 - 3 \cdot 56 + 340$; **c.** $243 - 56$; **d.** $243 : 3 - 56$.

15 Qual è il risultato della seguente operazione?

$12{,}45 + 3{,}4 + 1{,}32 + 6{,}8 =$

a. 22,12; **b.** 22,89; **c.** 23,97; **d.** 27,1.

16 Osserva la seguente tabella relativa alla temperatura corporea di uno scolaro con l'influenza rilevata ogni 4 ore per tre giorni consecutivi.

Potenza	Ora	Temperatura
Martedì	8	39,1
	12	37,4
	16	38,5
	20	39,2
Mercoledì	8	37,7
	12	38,0
	16	38,5
	20	39,5
Giovedì	8	37,3
	12	37,5
	16	37,5
	20	37,2

Quale delle seguenti affermazioni è vera? La temperatura ......

a. più bassa è stata registrata alle ore 12 di martedì;
b. più alta è stata registrata alle ore 20 di mercoledì;

c. non è mai scesa sotto i 37,3 gradi;
d. ogni giorno ha avuto un andamento sempre crescente.

17 Come si scrive in cifre il numero formato da 17 centinaia, 3 unità e 4 centesimi?
a. 17,34; **b.** 173,04; **c.** 173,4; **d.** 1703,04.

18 Quale affermazione tra le seguenti è vera?
Nel numero 203,93 .....
a. la cifra che ha il valore posizionale maggiore è 2;
b. le due cifre 3 hanno lo stesso valore posizionale;
c. la cifra che ha il valore posizionale minore è 0;
d. la cifra che ha il valore posizionale maggiore è 9.

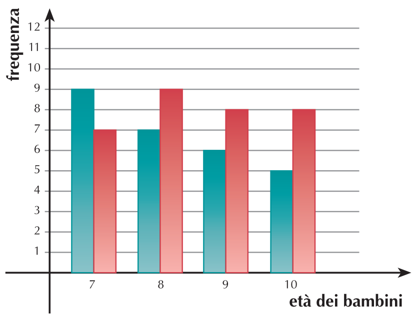
19 La parte decimale dei fattori della moltiplicazione è stata coperta. 8, [redacted] · 25, [redacted] =. Quale può essere il risultato corretto?
a. 2,11328; **b.** 21,1328; **c.** 211,328; **d.** 2113,28.

20 Una penna, una matita ed una gomma costano complessivamente € 3,00. Se compri solo la matita e la penna spendi € 2,50. Quanti euro costano 5 gomme?
a. € 1,50; **b.** € 2,00; **c.** € 2,50; **d.** € 5,00.

21 Quale tra le seguenti relazioni è vera?
a. $54061 > 5,4061$; **b.** $54,061 > 540,61$; **c.** $540,61 < 54,061$; **d.** $5406,1 < 540,61$.

22 Quale dei seguenti insiemi è composto solo da numeri primi?
a. {1, 2, 3, 4, 5}; **b.** {2, 3, 5, 7, 11, 13};
c. {2, 4, 6, 8, 10, 12}; **d.** {3, 5, 7, 9, 11, 13}.

23 Osserva il seguente grafico che rappresenta un gruppo di bambini partecipanti ad un campeggio estivo e divisi per femmine (rappresentate delle colonne bianche) e maschi (rappresentati dalle colonne grigie).



Quanti sono, tra maschi e femmine, i bambini che hanno più di 8 anni?
a. 45; **b.** 27; **c.** 16; **d.** 14.

24 Quale tra i seguenti numeri: 0,07 0,08 0,008 0,0072 è il più grande?
a. 0,07; **b.** 0,08; **c.** 0,008; **d.** 0,0072.

25 Quale delle seguenti terne di numeri è formata da multipli di 4?
a. 12, 26, 48; **b.** 20, 36, 92; **c.** 32, 44, 62; **d.** 36, 52, 66.

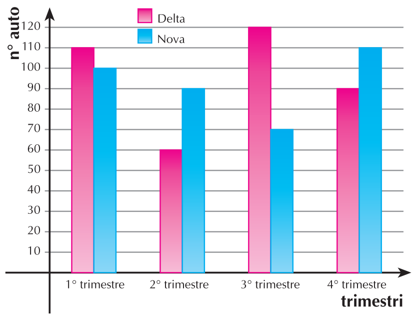
26 In questo prodotto è stata coperta una parte di fattori: 50, [redacted] · 8, [redacted] =
Quale può essere il risultato corretto?
a. 4,2867; **b.** 42,867; **c.** 428,67; **d.** 4286,7.

27 Come si scrive in cifre il numero novemilionisettecentododicimilatredici?
a. 971 213; **b.** 9 702 013; **c.** 9 712 013; **d.** 97 001 213.

28 Qual è il risultato della seguente operazione?
$1,85 + 6,3 + 32,236 + 0,564 + 2,1 =$
a. 31,940; **b.** 42,950; **c.** 43,040; **d.** 43,050.

29 Come si scrive in cifre il numero costituito da 26 migliaia, 31 decine e 17 unità?
a. 2 631 017; **b.** 2 603 117; **c.** 263 117; **d.** 26 327.

30 Il seguente grafico rappresenta le vendite degli autosaloni "Delta" e "Nova" nell'anno 2004, rilevate per trimestre.



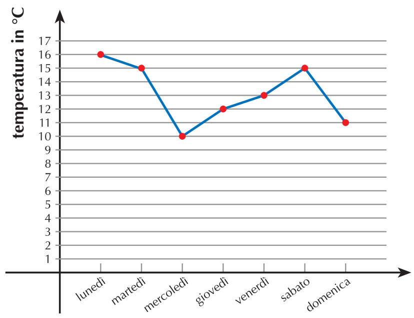
Quale delle seguenti affermazioni è vera?

a. Negli ultimi tre trimestri i due autosaloni hanno venduto complessivamente lo stesso numero di auto;
b. nei primi due trimestri la "Nova" ha venduto complessivamente meno auto della "Delta";
c. in ogni trimestre la "Delta" ha venduto più auto della "Nova";
d. la "Nova" ha venduto nell'anno 2004 più auto della "Delta".

31 Quattro alunni devono eseguire la seguente operazione: $475 \cdot 19$. Ognuno ha svolto i calcoli in maniera diversa. Quale delle seguenti procedure non è corretta?

a. $475 \cdot 19 = (400 \cdot 19) + (70 \cdot 19) + (5 \cdot 19)$;
b. $475 \cdot 19 = (475 \cdot 20) - 1$;
c. $475 \cdot 19 = (475 \cdot 20) - 475$;
d. $475 \cdot 19 = (475 \cdot 10) + (475 \cdot 9)$.

32 Il seguente grafico riporta le temperature minime registrate, in una settimana di settembre, in una città italiana.



Quale delle seguenti affermazioni è vera?
La temperatura minima .....

a. più bassa della settimana è stata registrata domenica;
b. di lunedì e di sabato è stata la stessa;
c. registrata giovedì è di 12° C;
d. registrata sabato è di 14° C.

33 Quale valore deve avere il ▲ perché l'uguaglianza sia vera?
$33 \cdot ▲ = 3{,}3 \cdot 10$

a. 0,1; **b.** 1; **c.** 10; **d.** 100.

34 La mamma di Sara compra al supermercato:
- un pacchetto di caffé a € 2,95;
- un flacone di detersivo a € 4,15;
- una confezione da due kg di patate a € 1,99;
- un pollo arrosto a € 8,95;
- una busta di carciofi surgelati a € 4,65;
- una confezione da quattro bottiglie di acqua minerale a € 1,54.

Quanto spenderà?

a. Tra 10 e 20 Euro; **b.** tra 20 e 30 Euro; **c.** tra 30 e 40 Euro; **d.** tra 40 e 50 Euro.

ARCHIVIO DELLE ATTIVITÀ

ALUNNO ______________________ CLASSE __________ DATA __________

Capitolo 1 - Gli insiemi

Area esercizi

L'alunno ha eseguito i compiti assegnati ☐ si ☐ no ☐ in parte

In seguito alla correzione degli esercizi l'alunno **ha/non ha** compreso gli errori che ha commesso

Area valutazione

Valutazioni conseguite nelle schede di **autoverifica** delle

Conoscenze punteggio ..... / 8 **Livello** ☐ basso ☐ medio ☐ alto

Abilità punteggio ..... / 7 **Livello** ☐ basso ☐ medio ☐ alto

In seguito alla correzione degli esercizi l'alunno **ha/non ha** compreso gli errori che ha commesso

Punteggio conseguito nella **verifica**
- conoscenze ..... / 10
- abilità ..... / 10
- test a risposta chiusa ..... / 10
- esercizi e problemi ..... / 10

Nella verifica sono stati commessi errori di ☐ comprensione ☐ conoscenza regole ☐ procedimento ☐ calcolo

In seguito alla correzione degli esercizi l'alunno **ha/non ha** compreso gli errori che ha commesso

Area individualizzazione

A seguito delle valutazioni precedenti l'alunno ha svolto l'attività di

☐ recupero ☐ consolidamento ☐ potenziamento ☐ gare di matematica

Area obiettivi

Obiettivi acquisiti relativi alle conoscenze:

☐ Il concetto di insieme matematico
☐ La rappresentazione di un insieme
☐ Il concetto di sottoinsieme
☐ Le operazioni con gli insiemi

Obiettivi acquisiti relativi alle abilità:

☐ Costruire e rappresentare insiemi
☐ Definire e rappresentare un sottoinsieme
☐ Operare con gli insiemi

Note dell'insegnante: ....

....

Firma dell'insegnante: .... Firma del genitore: ....

ARCHIVIO DELLE ATTIVITÀ

ALUNNO ______________________ CLASSE __________ DATA __________

Capitolo 2 - Numeri naturali e decimali

Area esercizi

L'alunno ha eseguito i compiti assegnati ☐ si ☐ no ☐ in parte

In seguito alla correzione degli esercizi l'alunno **ha/non ha** compreso gli errori che ha commesso

Area valutazione

Valutazioni conseguite nelle schede di **autoverifica** delle

Conoscenze punteggio ..... / 11 **Livello** ☐ basso ☐ medio ☐ alto

Abilità punteggio ..... / 9 **Livello** ☐ basso ☐ medio ☐ alto

In seguito alla correzione degli esercizi l'alunno **ha/non ha** compreso gli errori che ha commesso

Punteggio conseguito nella **verifica**
- conoscenze ..... / 10
- abilità ..... / 10
- test a risposta chiusa ..... / 10
- esercizi e problemi ..... / 10

Nella verifica sono stati commessi errori di ☐ comprensione ☐ conoscenza regole ☐ procedimento ☐ calcolo

In seguito alla correzione degli esercizi l'alunno **ha/non ha** compreso gli errori che ha commesso

Area individualizzazione

A seguito delle valutazioni precedenti l'alunno ha svolto l'attività di

☐ recupero ☐ consolidamento ☐ potenziamento ☐ gare di matematica

Area obiettivi

OBIETTIVI ACQUISITI RELATIVI ALLE CONOSCENZE:

☐ I numeri naturali

☐ I numeri decimali

OBIETTIVI ACQUISITI RELATIVI ALLE ABILITÀ:

☐ Definire il valore relativo ed assoluto delle cifre di un numero

☐ Confrontare due numeri

☐ Scrivere la forma polinomiale di un numero

Note dell'insegnante: ....

....

Firma dell'insegnante: .... Firma del genitore: ....

ARCHIVIO DELLE ATTIVITÀ

ALUNNO ______________________ CLASSE __________ DATA __________

Capitolo 3 - Le operazioni con i numeri

Area esercizi

L'alunno ha eseguito i compiti assegnati ☐ si ☐ no ☐ in parte

In seguito alla correzione degli esercizi l'alunno **ha/non ha** compreso gli errori che ha commesso

Area valutazione

Valutazioni conseguite nelle schede di **autoverifica** delle

Conoscenze punteggio ..... / 14 **Livello** ☐ basso ☐ medio ☐ alto
Abilità punteggio ..... / 12 **Livello** ☐ basso ☐ medio ☐ alto

In seguito alla correzione degli esercizi l'alunno **ha/non ha** compreso gli errori che ha commesso

Punteggio conseguito nella **verifica**
- conoscenze ..... / 10
- abilità ..... / 10
- test a risposta chiusa ..... / 10
- esercizi e problemi ..... / 10

Nella verifica sono stati commessi errori di ☐ comprensione ☐ conoscenza regole ☐ procedimento ☐ calcolo

In seguito alla correzione degli esercizi l'alunno **ha/non ha** compreso gli errori che ha commesso

Area individualizzazione

A seguito delle valutazioni precedenti l'alunno ha svolto l'attività di

☐ recupero ☐ consolidamento ☐ potenziamento ☐ gare di matematica

Area obiettivi

OBIETTIVI ACQUISITI RELATIVI ALLE CONOSCENZE:

☐ Il concetto e le proprietà delle quattro operazioni fondamentali

☐ L'ordine delle operazioni da svolgere in un'espressione numerica

OBIETTIVI ACQUISITI RELATIVI ALLE ABILITÀ:

☐ Eseguire il calcolo delle quattro operazioni fondamentali

☐ Applicare le proprietà delle operazioni

☐ Risolvere un'espressione numerica

Note dell'insegnante: ....

....

Firma dell'insegnante: .... Firma del genitore: ....

ARCHIVIO DELLE ATTIVITÀ

ALUNNO ____________________ CLASSE __________ DATA __________

Capitolo 4 - I problemi matematici

Area esercizi

L'alunno ha eseguito i compiti assegnati ☐ si ☐ no ☐ in parte

In seguito alla correzione degli esercizi l'alunno **ha/non ha** compreso gli errori che ha commesso

Area valutazione

Valutazioni conseguite nelle schede di **autoverifica** delle

Conoscenze punteggio ..... / 7 **Livello** ☐ basso ☐ medio ☐ alto
Abilità punteggio ..... / 9 **Livello** ☐ basso ☐ medio ☐ alto

In seguito alla correzione degli esercizi l'alunno **ha/non ha** compreso gli errori che ha commesso

Punteggio conseguito nella **verifica**
- conoscenze ..... / 10
- abilità ..... / 10
- test a risposta chiusa ..... / 10
- esercizi e problemi ..... / 10

Nella verifica sono stati commessi errori di ☐ comprensione ☐ conoscenza regole ☐ procedimento ☐ calcolo

In seguito alla correzione degli esercizi l'alunno **ha/non ha** compreso gli errori che ha commesso

Area individualizzazione

A seguito delle valutazioni precedenti l'alunno ha svolto l'attività di

☐ recupero ☐ consolidamento ☐ potenziamento ☐ gare di matematica

Area obiettivi

OBIETTIVI ACQUISITI RELATIVI ALLE CONOSCENZE:

☐ Gli elementi di un problema
☐ Le caratteristiche dei vari metodi di risoluzione

OBIETTIVI ACQUISITI RELATIVI ALLE ABILITÀ:

☐ Riconoscere i dati e le incognite di un problema
☐ Risolvere un problema con la tecnica più adatta

Note dell'insegnante: ....

....

Firma dell'insegnante: .... Firma del genitore: ....

ARCHIVIO DELLE ATTIVITÀ

ALUNNO ______________________________ CLASSE __________ DATA ____________

Capitolo 5 - Dalle potenze ai numeri binari

Area esercizi

L'alunno ha eseguito i compiti assegnati ☐ si ☐ no ☐ in parte

In seguito alla correzione degli esercizi l'alunno **ha/non ha** compreso gli errori che ha commesso

Area valutazione

Valutazioni conseguite nelle schede di **autoverifica** delle

Conoscenze	punteggio ..... / 13	**Livello**	☐ basso	☐ medio	☐ alto
Abilità	punteggio ..... / 13	**Livello**	☐ basso	☐ medio	☐ alto

In seguito alla correzione degli esercizi l'alunno **ha/non ha** compreso gli errori che ha commesso

Punteggio conseguito nella **verifica**
- conoscenze ..... / 10
- abilità ..... / 10
- test a risposta chiusa ..... / 10
- esercizi e problemi ..... / 10

Nella verifica sono stati commessi errori di ☐ comprensione ☐ conoscenza regole ☐ procedimento ☐ calcolo

In seguito alla correzione degli esercizi l'alunno **ha/non ha** compreso gli errori che ha commesso

Area individualizzazione

A seguito delle valutazioni precedenti l'alunno ha svolto l'attività di

☐ recupero ☐ consolidamento ☐ potenziamento ☐ gare di matematica

Area obiettivi

OBIETTIVI ACQUISITI RELATIVI ALLE CONOSCENZE:

☐ Il concetto di potenza
☐ Le proprietà delle potenze
☐ Le potenze con 0 e 1 alla base e/o all'esponente
☐ La notazione scientifica dei numeri

OBIETTIVI ACQUISITI RELATIVI ALLE ABILITÀ:

☐ Calcolare una potenza
☐ Applicare le proprietà delle potenze
☐ Svolgere espressioni con le potenze
☐ Scrivere i numeri nella notazione scientifica
☐ Operare con i numeri in base binaria

Note dell'insegnante: ....

....

Firma dell'insegnante: .... Firma del genitore: ....

ARCHIVIO DELLE ATTIVITÀ

ALUNNO ______________________ CLASSE __________ DATA __________

Capitolo 6 - La divisibilità

Area esercizi

L'alunno ha eseguito i compiti assegnati ☐ si ☐ no ☐ in parte

In seguito alla correzione degli esercizi l'alunno **ha/non ha** compreso gli errori che ha commesso

Area valutazione

Valutazioni conseguite nelle schede di **autoverifica** delle

Conoscenze punteggio ..... / 11 **Livello** ☐ basso ☐ medio ☐ alto
Abilità punteggio ..... / 12 **Livello** ☐ basso ☐ medio ☐ alto

In seguito alla correzione degli esercizi l'alunno **ha/non ha** compreso gli errori che ha commesso

Punteggio conseguito nella **verifica**
- conoscenze ..... / 10
- abilità ..... / 10
- test a risposta chiusa ..... / 10
- esercizi e problemi ..... / 10

Nella verifica sono stati commessi errori di ☐ comprensione ☐ conoscenza regole ☐ procedimento ☐ calcolo

In seguito alla correzione degli esercizi l'alunno **ha/non ha** compreso gli errori che ha commesso

Area individualizzazione

A seguito delle valutazioni precedenti l'alunno ha svolto l'attività di

☐ recupero ☐ consolidamento ☐ potenziamento ☐ gare di matematica

Area obiettivi

OBIETTIVI ACQUISITI RELATIVI ALLE CONOSCENZE:

☐ Il concetto di multiplo e divisore di un numero
☐ I criteri di divisibilità
☐ Il significato di M.C.D. e m.c.m.

OBIETTIVI ACQUISITI RELATIVI ALLE ABILITÀ:

☐ Calcolare i multipli e/o i divisori di un numero applicando i criteri di divisibilità
☐ Calcolare il M.C.D. e il m.c.m.

Note dell'insegnante: ....

....

Firma dell'insegnante: .... Firma del genitore: ....

ARCHIVIO DELLE ATTIVITÀ

ALUNNO ______________________ CLASSE __________ DATA __________

Capitolo 7 - I numeri razionali

Area esercizi

L'alunno ha eseguito i compiti assegnati ☐ si ☐ no ☐ in parte

In seguito alla correzione degli esercizi l'alunno **ha/non ha** compreso gli errori che ha commesso

Area valutazione

Valutazioni conseguite nelle schede di **autoverifica** delle

Conoscenze punteggio ..... / 9 **Livello** ☐ basso ☐ medio ☐ alto

Abilità punteggio ..... / 10 **Livello** ☐ basso ☐ medio ☐ alto

In seguito alla correzione degli esercizi l'alunno **ha/non ha** compreso gli errori che ha commesso

Punteggio conseguito nella **verifica**
- conoscenze ..... / 10
- abilità ..... / 10
- test a risposta chiusa ..... / 10
- esercizi e problemi ..... / 10

Nella verifica sono stati commessi errori di ☐ comprensione ☐ conoscenza regole ☐ procedimento ☐ calcolo

In seguito alla correzione degli esercizi l'alunno **ha/non ha** compreso gli errori che ha commesso

Area individualizzazione

A seguito delle valutazioni precedenti l'alunno ha svolto l'attività di

☐ recupero ☐ consolidamento ☐ potenziamento ☐ gare di matematica

Area obiettivi

Obiettivi acquisiti relativi alle conoscenze:

☐ Il concetto di frazione e la loro classificazione

☐ Le frazioni equivalenti

☐ Le operazioni con le frazioni

Obiettivi acquisiti relativi alle abilità:

☐ Operare con una frazione su una grandezza

☐ Semplificare una frazione ai minimi termini

☐ Confrontare due frazioni

☐ Svolgere le operazioni con le frazioni

Note dell'insegnante: ....

....

Firma dell'insegnante: .... Firma del genitore: ....

ARCHIVIO DELLE ATTIVITÀ

ALUNNO ______________________ CLASSE __________ DATA __________

Capitolo 8 - La rappresentazione dei dati

Area esercizi

L'alunno ha eseguito i compiti assegnati ☐ si ☐ no ☐ in parte

In seguito alla correzione degli esercizi l'alunno **ha/non ha** compreso gli errori che ha commesso

Area valutazione

Valutazioni conseguite nelle schede di **autoverifica** delle

Conoscenze	punteggio ..... / 6	**Livello**	☐ basso	☐ medio	☐ alto
Abilità	punteggio ..... / 5	**Livello**	☐ basso	☐ medio	☐ alto

In seguito alla correzione degli esercizi l'alunno **ha/non ha** compreso gli errori che ha commesso

Punteggio conseguito nella **verifica**
- conoscenze ..... / 10
- abilità ..... / 10
- test a risposta chiusa ..... / 10
- esercizi e problemi ..... / 10

Nella verifica sono stati commessi errori di ☐ comprensione ☐ conoscenza regole ☐ procedimento ☐ calcolo

In seguito alla correzione degli esercizi l'alunno **ha/non ha** compreso gli errori che ha commesso

Area individualizzazione

A seguito delle valutazioni precedenti l'alunno ha svolto l'attività di

☐ recupero ☐ consolidamento ☐ potenziamento ☐ gare di matematica

Area obiettivi

Obiettivi acquisiti relativi alle conoscenze:

☐ I vari tipi di rappresentazione grafica

Obiettivi acquisiti relativi alle abilità:

☐ Rappresentare i dati mediante i vari tipi di diagrammi

Note dell'insegnante: ....

....

Firma dell'insegnante: .... Firma del genitore: ....

Soluzioni schede di verifica

Capitolo 1: Gli insiemi

Verifica delle conoscenze (pag. 147)

1 **b.**, **d.**; **2** **a.**, **c.**; **3** **a.**; **4** **b.**; **5** **d.**; **6** **b.**; **7** **b.**; **8** **c.**

Verifica delle abilità (pag. 148)

1 **a.**, **b.**, **e.**, **f.**; **2** $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$, $B = \{1; x; 2\}$, $C = \{a; e; i; o; u\}$, $D = \{1; 3\}$;
3 $A = \{x \mid x$ è un numero dispari minore di $10\}$, $B = \{x \mid x$ è una lettera della parola "*moto*"$\}$, $C = \{x \mid x$ è una vocale$\}$, $D = \{x \mid x$ è una lettera della sigla automobilistica di Bologna$\}$;
4 Bari $\in A$, Foggia $\in A$, Taranto $\in A$, Roma $\notin A$, Enna $\notin A$, Bologna $\notin A$;
5 **a.** $B \subset A$ proprio, **b.** $A \subset B$ proprio, **c.** $A \subset B$ proprio, **d.** $A \subset B$ improprio, **e.** $B \subset A$ proprio, **f.** $A \subseteq B$ improprio;
6 $B = \{a; e; i\}$, $C = \{a; e; o\}$, $D = \{e; i; o\}$;
7 $A \cap B = \{6\}$, $C \cap B = \{6\}$, $C \cap A = \{2; 6\}$, $A \cup B = \{2; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$, $A \cap B \cap C = \{6\}$, $A \cup B \cup C = \{2; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$, Si

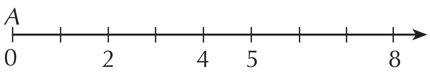
Capitolo 2: Numeri naturali e decimali

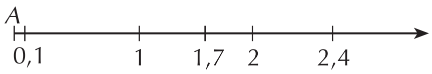
Verifica delle conoscenze (pag. 172)

1 **b.**; **2** **c.**; **3** **b.**; **4** **d.**; **5** **d.**; **6** **a.**; **7** **b.**; **8** **b.**; **9** **d.**; **10** **b.**; **11** **a.**

Verifica delle abilità (pag. 173)

1 Sette, cinque, due; sei, cinque, due; **2** 5 centinaia, 4 decine e 6 unità; 2 decine di migliaia, 7 migliaia, 3 decine; **3** 4 unità, 5 centesimi e 1 millesimo; **4** **a.** 5 330, **b.** 605 006, **c.** 4,904, **d.** 60,0004; **5** **a.** $>$, **b.** $>$, **c.** $>$, **d.** $>$, **e.** $<$, **f.** $>$; **6** 411 256, 415 216, 416 251; **7** 5,34; 5,32; 4,05; 3,54; 3,52; 2,13; 2,05; 1,23; 0,45; 0,25;

8 **a.** 

, **b.** 

;

9 **a.** $1 \cdot 10 + 5 \cdot 0{,}01 + 6 \cdot 0{,}001$, **b.** $1 \cdot 100\,000 + 3 \cdot 10$, **c.** $9 \cdot 10 + 8 \cdot 1 + 6 \cdot 0{,}1 + 4 \cdot 0{,}001$

Capitolo 3: Le operazioni con i numeri

Verifica delle conoscenze (pag. 217)

1 **b.**; **2** **c.**; **3** **c.**; **4** **d.**; **5** **d.**; **6** **a.**; **7** **a.**; **8** **b.**; **9** **c.**; **10** **b.**; **11** **c.**; **12** **b.**; **13** **c.**; **14** **b.**

Verifica delle abilità (pag. 218)

1 **a.** 9 690, **b.** 15 083, **c.** 171,33; **2** **a.** 754, **b.** 617, **c.** 46,52; **3** **a.** 61 490, **b.** 8 875 488, **c.** 29 490,82;
4 **a.** 46,5, **b.** 36 030, **c.** 1 490,25; **5** **b.**; **6** **a.**; **7** **a.**; **8** **c.**; **9** **c.**; **10** 19; **11** 19; **12** 9

Capitolo 4: I problemi matematici

Verifica delle conoscenze (pag. 239)

1 **b.**; **2** **a.**; **3** **c.**, **a.**, **b.**; **4** dati, operazioni, risolte, soluzione; **5** dati, operazioni, espressione; **6** segmenti, lettura, dati, soluzione; **7** **a.**

Verifica delle abilità (pag. 240)

1 prezzo accessori € 2 500; **2** quanto spetta al terzo amico; **3** € 630; **4** 10 m; 5 m; **5** 30 km; 60 km; 50 km;
6 € 2 470; **7** 24; 16; **8** 400; 100; 200; **9** € 2 760 000

Capitolo 5: Dalle potenze ai numeri binari

Verifica delle conoscenze (pag. 270)

1 prodotto, fattori, base, l'esponente; **2** **b.**; **3** **c.**; **4** **c.**; **5** **d.**; **6** **b.**; **7** **b.**; **8** **a.**; **9** **b.**; **10** **c.**; **11** **b.**; **12** **c.**; **13** **a.**

Verifica delle abilità (pag. 271)

1 64, 125, 10 000; **2** 3^5; 3^4; 3^5; **3** 5^7; 25^5; 100^3; **4** 3^{10}; 10^6; 2^{12}; **5** 12^2; 30^3; 24^4; **6** 5^2; 2^3; 1^3; **7** 6; **8** 5; **9** $7{,}52 \cdot 10^8$; **10** 10^{11}; **11** **a.**, **c.**, **d.**; **12** **a.** 111111, **b.** 101, **c.** 1110010, **d.** 1010; **13** 1000

Capitolo 6: La divisibilità

Verifica delle conoscenze (pag. 299)

1 prodotti, moltiplicando, naturali; **2** **c.**; **3** **c.**; **4** **a.** F, **b.** V, **c.** V, **d.** F; **5** **d.**; **6** **c.**; **7** **c.**; **8** **b.**; **9** **b.**; **10** **c.**; **11** **c.**

Verifica delle abilità (pag. 300)

1 **c.**; **2** **b.**; **3** **c.**; **4** **a.**; **5** **c.**; **6** $D_{12} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$; **7** **a.**; **8** **c.**; **9** **a.** 5 250, 50; **b.** 6 750, 225; **c.** 1 575, 105 **d.** 16 200, 540; **10** **a.** 6, **b.** 18; **11** 121; **12** 8 settembre

Capitolo 7: I numeri razionali

Verifica delle conoscenze (pag. 355)

1 **c.**; **2** **a.**, **d.**; **3** **c.**; **4** **c.**; **5** quantità, uguale; **6** **b.**; **7** **b.**; **8** **a.**; **9** **d.**

Verifica delle abilità (pag. 356)

1 **b.**; **2** € 490; **3** **a.** $\frac{27}{8}$, **b.** $\frac{39}{20}$, **c.** $\frac{7}{4}$, **d.** $\frac{5}{2}$; **4** $\frac{16}{36}$; **5** il primo; **6** **a.** $<$, **b.** $>$, **c.** $<$, **d.** $>$; **7** 2; **8** $\frac{17}{3}$;

9 72 m; 36 m; 48 m; **10** € 2736; € 1140; € 684

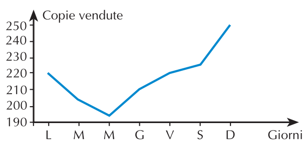
Capitolo 8: La rappresentazione dei dati

Verifica delle conoscenze (pag. 380)

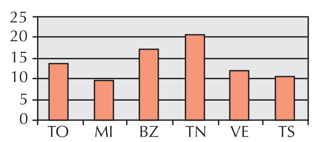
1 **d.**; **2** **b.**; **3** **c.**; **4** **c.**; **5** **c.**; **6** **a.** istogramma, **b.** diagramma cartesiano, **c.** areogramma, **d.** istogramma

Verifica delle abilità (pag. 381)

1



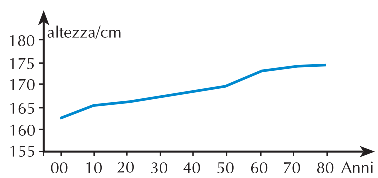
2



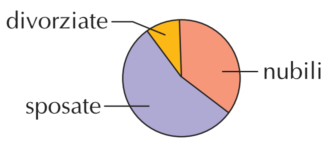
3

Ore	0	4	8	12	16	20	24
t in °C	37,2	37,5	37,2	38	38,3	37,6	37,5

4



5



Soluzioni schede di valutazione del recupero

Capitolo 1: Gli insiemi

Quesito	1	2	3	4	5	5
Punteggio	1	1	1	1	1	
Soluzione	**c.**	**a.**	**b.**	**c.**	**a.**	

Capitolo 2: Numeri naturali e decimali

Quesito	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	16
Punteggio	1	2	1	2	2	2	1	1	2	2	
Soluzione	**b.**	**b.**	**c.**	**c.**	**b.**	**c.**	**b.**	**c.**	**a.**	**a.**	

Capitolo 3: Le operazioni con i numeri

Quesito	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	21
Punteggio	2	2	1	1	1	1	1	1	1	2	2	3	3	
Soluzione	571, 356, 680, 25	**a.**, **c.**	**c.**	**c.**	**b.**	**b.**	**c.**	**c.**	**b.**	**b.**	**a.**	**c.**	**b.**	

Capitolo 4: I problemi matematici

Quesito	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	17
Punteggio	1	1	1	1	1	2	2	2	3	3	
Soluzione	**b.**	**a.**	**b.**	**c.**	**c.**	**a.**	**a.**	**c.**	80, 50, 10	€ 54, € 36	

Capitolo 5: Dalle potenze ai numeri binari

Quesito	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	**17**
Punteggio	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	
Soluzione	**a.**	**b.**	**a.**	**c.**	**b.**	**b.**	**a.**	**b.**	**a.**	**b.**	**b.**	

Capitolo 6: La divisibilità

Quesito	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	**17**
Punteggio	1	1	1	1	1	2	1	1	3	1	1	3	
Soluzione	**c.**	**a.**	**b.**	**b.**	**c.**	**a.**	**b.**	**c.**	**b.**	**b.**	**b.**	**c.**	

Capitolo 7: I numeri razionali

Quesito	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	**24**
Punteggio	1	1	1	2	2	2	3	2	3	2	2	3	
Soluzione	**b.**	**a.**	**c.**	**a.**	$>, <, =$	**a.**	**c.**	**c.**	**b.**	**c.**	**b.**	**b.**	

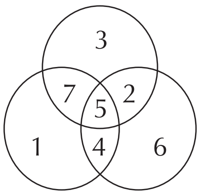
Capitolo 8: La rappresentazione dei dati

Quesito	1	2	3	4	11
Punteggio	1	3	4	3	
Soluzione	**a.**	**c.**	**a.**	**a.** 19^h, **b.** 37,5°C, **c.** 1^h	

Soluzioni gare di matematica

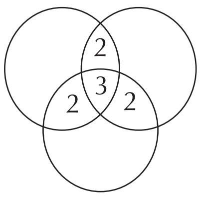
Capitolo 1: Gli insiemi

1 10 di picche

2 

3 21

4 3

5 

19 due soluzioni:

a.

	5	1	10	4	7
6	3	1	5	2	4
2	1	5	4	3	2
8	4	2	3	5	1
9	5	4	2	1	3
3	2	3	1	4	5

b.

	5	1	10	4	7
6	3	1	5	2	4
2	1	5	3	4	2
8	4	3	2	5	1
9	5	2	4	1	3
3	2	4	1	3	5

Capitolo 2: Numeri naturali e decimali

1 198

2 7 – 1 – 5 – 10 – 2 – 9 – 3 – 6 – 8 – 4

3 600

4 64

5 333 333 332 032 003

6 3

7 12

8 956 171 819 020

9 16

10 2 260

11 01111110212223

12 186

13 163

14 7 – 6 – 2 – 5

15 21

16 1

17 13

18

1	4	5
2	3	6
9	8	7

Capitolo 3: Le operazioni con i numeri

1 1 7 6 4
8 2 3 5

2 13 fette

3 81

4 512

5 16

6 360 grammi

7 1 – 6 – 4 – 2 – 7 – 5 – 3 – 8 – 6 – 4

8 $868 = 98 \cdot 8 + 84$

9 prima riga 33; 13; 17; seconda riga: 5; 21; 37; terza riga: 25; 29; 9

10 18

11 $a = 9$; $b = 5$

12 5

13 260

14 $3795 - 1789 = 2006$

15 due possibili soluzioni: $5621 \times 0 + 10 \times 12$ oppure $56 \times 2 + 10 + 10 - 12$

16 8 000

17 due soluzioni:

a.

1	6	8
2	4	9
3	5	7

b.

1	5	9
2	6	7
3	4	8

18 12

19 8

20 $2 \cdot 2 + 2 = 6$; $3 \cdot 3 - 3 = 6$; $5 + 5 : 5 = 6$; $7 - 7 : 1 = 6$

Capitolo 4: I problemi matematici

1 242
2 7
3 70
4 23
5 1,35 franchi
6 26; 52
7 8
8 1; 2; 4
9 83
10 25
11 81
12 Pietro e Settimo
13 6
14 32 133 123
15 12 struzzi e 23 elefanti
16 € 9
17 € 1,40
18 un dromedario
19 € 0,20
20 28
21 13

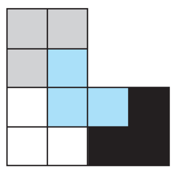
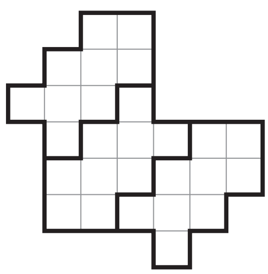
Capitolo 5: Dalle potenze ai numeri binari

1 110 592 corone
2 15 708
3 $249^2 = 62\,001$
4 7
5 7
6 $22 + 2$ oppure $3^3 - 3$
7 7
8 441
9 916

Capitolo 6: La divisibilità

1 11 numeri
2 6 - 5 - 4 - 3 - 2 - 1
3 10 divisori
4 E - 20 - 9 - 35 - 12 - 16 - 24 - 25 - 15 - 36 - 21 - 30 - S
5 6 soluzioni: 6 parti (lato di 12 cm); 24 parti (lato di 6 cm); 4 parti (lato di 4 cm); 96 parti (lato di 3 cm); 216 parti (lato di 2 cm); 864 parti (lato di 1 cm)
6 121
7 2001
8 4 004 001
9 120
10 152 076
11 $17^2 = 289$
12 quattro soluzioni: 60, 72, 90, 96
13 69 999 e 70 000
14 tre soluzioni: 300 cm; 600 cm, 900 cm
15 96
16 27 febbraio
17 2023 - 2024 - 2025
18 61
19 3

Capitolo 7: I numeri razionali

1 2 000
2 $\frac{3}{8}$
3

4 16
5 2 ore
6 $10\,000\,000\,001 = 10^{10} + 1$
7 Anna = 4; Chiara = 20
8 48
9 tre soluzioni: $\frac{38}{76}$ e $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{8}$ e $\frac{63}{72}$; $\frac{3}{7}$ e $\frac{16}{28}$
10 9
11 $\frac{13}{30}$
12 18
13 12
14 1250 g
15


Soluzioni prove Invalsi

1 d.
2 a.
3 b.
4 a.
5 b.
6 a.
7 c.
8 d.
9 a.
10 c.
11 c.
12 b.
13 a.
14 a.
15 c.
16 b.
17 d.
18 a.
19 c.
20 c.
21 a.
22 b.
23 b.
24 b.
25 b.
26 c.
27 c.
28 d.
29 d.
30 a.
31 b.
32 c.
33 b.
34 b.

TAVOLA DEI NUMERI PRIMI MINORI DI 5000

2	239	557	881	1229	1597	1987	2351	2729	3163	3541	3929	4349	4787
3	241	563	883	1231		1993	2357	2731	3167	3547	3931	4357	4789
5	251	569	887	1237	**1601**	1997	2371	2741	3169	3557	3943	4363	4793
7	257	571		1249	1607	1999	2377	2749	3181	3559	3947	4373	4799
11	263	577	**907**	1259	1609		2381	2753	3187	3571	3967	4391	
13	269	587	911	1277	1613	**2003**	2383	2767	3191	3581	3989	4397	**4801**
17	271	593	919	1279	1619	2011	2389	2777		3583			4813
19	277	599	929	1283	1621	2017	2393	2789	**3203**	3593	**4001**	**4409**	4817
23	281		937	1289	1627	2027	2399	2791	3209		4003	4421	4831
29	283	**601**	941	1291	1637	2029		2797	3217	**3607**	4007	4423	4861
31	293	607	947	1297	1657	2039	**2411**		3221	3613	4013	4441	4871
37		613	953		1663	2053	2417	**2801**	3229	3617	4019	4447	4877
41	**307**	617	967	**1301**	1667	2063	2423	2803	3251	3623	4021	4451	4889
43	311	619	971	1303	1669	2069	2437	2819	3253	3631	4027	4457	
47	313	631	977	1307	1693	2081	2441	2833	3257	3637	4049	4463	**4903**
53	317	641	983	1319	1697	2083	2447	2837	3259	3643	4051	4481	4909
59	331	643	991	1321	1699	2087	2459	2843	3271	3659	4057	4483	4919
61	337	647	997	1327		2089	2467	2851	3299	3671	4073	4493	4931
67	347	653		1361	**1709**	2099	2473	2857		3673	4079		4933
71	349	659	**1009**	1367	1721		2477	2861	**3301**	3677	4091	**4507**	4937
73	353	661	1013	1373	1723	**2111**		2879	3307	3691	4093	4513	4943
79	359	673	1019	1381	1733	2113	**2503**	2887	3313	3697	4099	4517	4951
83	367	677	1021	1399	1741	2129	2521	2897	3319			4519	4957
89	373	683	1031		1747	2131	2531		3323	**3701**	**4111**	4523	4967
97	379	691	1033	**1409**	1753	2137	2539	**2903**	3329	3709	4127	4547	4969
	383		1039	1423	1759	2141	2543	2909	3331	3719	4129	4549	4973
101	389	**701**	1049	1427	1777	2143	2549	2917	3343	3727	4133	4561	4987
103	397	709	1051	1429	1783	2153	2551	2927	3347	3733	4139	4567	4993
107		719	1061	1433	1787	2161	2557	2939	3359	3739	4153	4583	4999
109	**401**	727	1063	1439	1789	2179	2579	2953	3361	3761	4157	4591	
113	409	733	1069	1447			2591	2957	3371	3767	4159	4597	
127	419	739	1087	1451	**1801**	**2203**	2593	2963	3373	3769	4177		
131	421	743	1091	1453	1811	2207		2969	3389	3779		**4603**	
137	431	751	1093	1459	1823	2213	**2609**	2971	3391	3793	**4201**	4621	
139	433	757	1097	1471	1831	2221	2617	2999		3797	4211	4637	
149	439	761		1481	1847	2237	2621		**3407**		4217	4639	
151	443	769	**1103**	1483	1861	2239	2633	**3001**	3413	**3803**	4219	4643	
157	449	773	1109	1487	1867	2243	2647	3011	3433	3821	4229	4649	
163	457	787	1117	1489	1871	2251	2657	3019	3449	3823	4231	4651	
167	461	797	1123	1493	1873	2267	2659	3023	3457	3833	4241	4657	
173	463		1129	1499	1877	2269	2663	3037	3461	3847	4243	4663	
179	467	**809**	1151		1879	2273	2671	3041	3463	3851	4253	4673	
181	479	811	1153	**1511**	1889	2281	2677	3049	3467	3853	4259	4679	
191	487	821	1163	1523		2287	2683	3061	3469	3863	4261	4691	
193	491	823	1171	1531	**1901**	2293	2687	3067	3491	3877	4271		
197	499	827	1181	1543	1907	2297	2689	3079	3499	3881	4273	**4703**	
199		829	1187	1549	1913		2693	3083		3889	4283	4721	
	503	839	1193	1553	1931	**2309**	2699	3089	**3511**		4289	4723	
211	509	853		1559	1933	2311			3517	**3907**	4297	4729	
223	521	857	**1201**	1567	1949	2333	**2707**	**3109**	3527	3911		4733	
227	523	859	1213	1571	1951	2339	2711	3119	3529	3917	**4327**	4751	
229	541	863	1217	1579	1973	2341	2713	3121	3533	3919	4337	4759	
233	547	877	1223	1583	1979	2347	2719	3137	3539	3923	4339	4783	

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
1	1	1	1,0000	1,0000
2	4	8	1,4142	1,2599
3	9	27	1,7321	1,4422
4	16	64	2,0000	1,5874
5	25	125	2,2361	1,7100
6	36	216	2,4495	1,8171
7	49	343	2,6458	1,9129
8	64	512	2,8284	2,0000
9	81	729	3,0000	2,0801
10	100	1 000	3,1623	2,1544
11	121	1 331	3,3166	2,2240
12	144	1 728	3,4641	2,2894
13	169	2 197	3,6056	2,3513
14	196	2 744	3,7417	2,4101
15	225	3 375	3,8730	2,4662
16	256	4 096	4,0000	2,5198
17	289	4 913	4,1231	2,5713
18	324	5 832	4,2426	2,6207
19	361	6 859	4,3589	2,6684
20	400	8 000	4,4721	2,7144
21	441	9 261	4,5826	2,7589
22	484	10 648	4,6904	2,8020
23	529	12 167	4,7958	2,8439
24	576	13 824	4,8990	2,8845
25	625	15 625	5,0000	2,9240
26	676	17 576	5,0990	2,9625
27	729	19 683	5,1962	3,0000
28	784	21 952	5,2915	3,0366
29	841	24 389	5,3852	3,0723
30	900	27 000	5,4772	3,1072
31	961	29 791	5,5678	3,1414
32	1 024	32 768	5,6569	3,1748
33	1 089	35 937	5,7446	3,2075
34	1 156	39 304	5,8310	3,2396
35	1 225	42 875	5,9161	3,2711
36	1 296	46 656	6,0000	3,3019
37	1 369	50 653	6,0828	3,3322
38	1 444	54 872	6,1644	3,3620
39	1 521	59 319	6,2450	3,3912
40	1 600	64 000	6,3246	3,4200
41	1681	6 8921	6,4031	3,4482
42	1 764	74 088	6,4807	3,4760
43	1 849	79 507	6,5574	3,5034
44	1 936	85 184	6,6332	3,5303
45	2 025	91 125	6,7082	3,5569
46	2 116	97 336	6,7823	3,5830
47	2 209	103 823	6,8557	3,6088
48	2 304	110 592	6,9282	3,6342
49	2 401	117 649	7,0000	3,6593
50	2 500	125 000	7,0711	3,6840

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
51	2 601	13 2651	7,1414	3,7084
52	2 704	140 608	7,2111	3,7325
53	2 809	148 877	7,2801	3,7563
54	2 916	157 464	7,3485	3,7798
55	3 025	166 375	7,4162	3,8030
56	3 136	175 616	7,4833	3,8259
57	3 249	185 193	7,5498	3,8485
58	3 364	195 112	7,6158	3,8709
59	3 481	205 379	7,6811	3,8930
60	3 600	216 000	7,7460	3,9149
61	3 721	226 981	7,8102	3,9365
62	3 844	238 328	7,8740	3,9579
63	3 969	250 047	7,9373	3,9791
64	4 096	262 144	8,0000	4,0000
65	4 225	274 625	8,0623	4,0207
66	4 356	287 496	8,1240	4,0412
67	4 489	300 763	8,1854	4,0615
68	4 624	314 432	8,2462	4,0817
69	4 761	328 509	8,3066	4,1016
70	4 900	343 000	8,3666	4,1213
71	5 041	357 911	8,4261	4,1408
72	5 184	373 248	8,4853	4,1602
73	5 329	389 017	8,5440	4,1793
74	5 476	405 224	8,6023	4,1983
75	5 625	421 875	8,6603	4,2172
76	5 776	438976	8,7178	4,2358
77	5 929	456 533	8,7750	4,2543
78	6 084	474 552	8,8318	4,2727
79	6 241	493 039	8,8882	4,2908
80	6 400	512 000	8,9443	4,3089
81	6 561	531 441	9,0000	4,3267
82	6 724	551 368	9,0554	4,3445
83	6 889	571 787	9,1104	4,3621
84	7 056	592 704	9,1652	4,3795
85	7 225	614 125	9,2195	4,3968
86	7 396	636 056	9,2736	4,4140
87	7 569	658 503	9,3274	4,4310
88	7 744	681 472	9,3808	4,4480
89	7 921	704 969	9,4340	4,4647
90	8 100	729 000	9,4868	4,4814
91	8 281	753 571	9,5394	4,4979
92	8 464	778 688	9,5917	4,5144
93	8 649	804 357	9,6437	4,5307
94	8 836	830 584	9,6954	4,5468
95	9 025	857 375	9,7468	4,5629
96	9 216	884 736	9,7980	4,5789
97	9 409	912 673	9,8489	4,5947
98	9 604	941 192	9,8995	4,6104
99	9 801	970 299	9,9499	4,6261
100	10 000	1 000 000	10,0000	4,6416

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
101	1 0201	1 030 301	10,0499	4,6570
102	10 404	1 061 208	10,0995	4,6723
103	10 609	1 092 727	10,1489	4,6875
104	10 816	1 124 864	10,1980	4,7027
105	11 025	1 157 625	10,2470	4,7177
106	11 236	1 191 016	10,2956	4,7326
107	11 449	1 225 043	10,3441	4,7475
108	11 664	1 259 712	10,3923	4,7622
109	11 881	1 295 029	10,4403	4,7769
110	12 100	1331000	10,4881	4,7914
111	12 321	1 367 631	10,5357	4,8059
112	12 544	1 404 928	10,5830	4,8203
113	12 769	1 442 897	10,6301	4,8346
114	12 996	1 481 544	10,6771	4,8488
115	13 225	1 520 875	10,7238	4,8629
116	13 456	1 560 896	10,7703	4,8770
117	13 689	1 601 613	10,8167	4,8910
118	13 924	1 643 032	10,8628	4,9049
119	14 161	1 685 159	10,9087	4,9187
120	14 400	1 728 000	10,9545	4,9324
121	14 641	1771561	11,0000	4,9461
122	14 884	1 815 848	11,0454	4,9597
123	15 129	1 860 867	11,0905	4,9732
124	15 376	1 906 624	11,1355	4,9866
125	15 625	1 953 125	11,1803	5,0000
126	15 876	2 000 376	11,2250	5,0133
127	16 129	2 048 383	11,2694	5,0265
128	16 384	2 097 152	11,3137	5,0397
129	16 641	2 146 689	11,3578	5,0528
130	16 900	2 197 000	11,4018	5,0658
131	17 161	2 248 091	11,4455	5,0788
132	17 424	2 299 968	11,4891	5,0916
133	17 689	2352637	11,5326	5,1045
134	17 956	2 406 104	11,5758	5,1172
135	18 225	2 460 375	11,6190	5,1299
136	18 496	2 515 456	11,6619	5,1426
137	18 769	2 571 353	11,7047	5,1551
138	19 044	2 628 072	11,7473	5,1676
139	19 321	2 685 619	11,7898	5,1801
140	19 600	2 744 000	11,8322	5,1925
141	19 881	2 803 221	11,8743	5,2048
142	20 164	2 863 288	11,9164	5,2171
143	20 449	2 924 207	11,9583	5,2293
144	20 736	2 985 984	12,0000	5,2415
145	21 025	3 048 625	12,0416	5,2536
146	21 316	3 112 136	12,0830	5,2656
147	21 609	3 176 523	12,1244	5,2776
148	21 904	3 241 792	12,1655	5,2896
149	22 201	3 307 949	12,2066	5,3015
150	22 500	3 375 000	12,2474	5,3133

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
151	2 2801	3 442 951	12,2882	5,3251
152	23 104	3 511 808	12,3288	5,3368
153	23 409	3 581 577	12,3693	5,3485
154	23 716	3 652 264	12,4097	5,3601
155	24 025	3 723 875	12,4499	5,3717
156	24 336	3 796 416	12,4900	5,3832
157	24 649	3 869 893	12,5300	5,3947
158	24 964	3 944 312	12,5698	5,4061
159	25 281	4 019 679	12,6095	5,4175
160	25 600	4 096 000	12,6491	5,4288
161	25 921	4 173 281	12,6886	5,4401
162	26 244	4 251 528	12,7279	5,4514
163	26 569	4 330 747	12,7671	5,4626
164	26 896	4 410 944	12,8062	5,4737
165	27 225	4 492 125	12,8452	5,4848
166	27 556	4 574 296	12,8841	5,4959
167	27 889	4 657 463	12,9228	5,5069
168	28 224	4 741 632	12,9615	5,5178
169	28 561	4 826 809	13,0000	5,5288
170	28 900	4 913 000	13,0384	5,5397
171	29 241	5 000 211	13,0767	5,5505
172	29 584	5 088 448	13,1149	5,5613
173	29 929	5 177 717	13,1529	5,5721
174	30 276	5 268 024	13,1909	5,5828
175	30 625	5 359 375	13,2288	5,5934
176	30 976	5 451 776	13,2665	5,6041
177	31 329	5 545 233	13,3041	5,6147
178	31 684	5 639 752	13,3417	5,6252
179	32 041	5 735 339	13,3791	5,6357
180	32 400	5 832 000	13,4164	5,6462
181	32 761	5 929 741	13,4536	5,6567
182	33 124	6 028 568	13,4907	5,6671
183	33 489	6 128 487	13,5277	5,6774
184	33 856	6 229 504	13,5647	5,6877
185	34 225	6 331 625	13,6015	5,6980
186	34 596	6 434 856	13,6382	5,7083
187	34 969	6 539 203	13,6748	5,7185
188	35 344	6 644 672	13,7113	5,7287
189	35 721	6 751 269	13,7477	5,7388
190	36 100	6 859 000	13,7840	5,7489
191	36 481	6 967 871	13,8203	5,7590
192	36 864	7 077 888	13,8564	5,7690
193	37 249	7 189 057	13,8924	5,7790
194	37 636	7 301384	13,9284	5,7890
195	38 025	7 414 875	13,9642	5,7989
196	38 416	7 529 536	14,0000	5,8088
197	38 809	7 645 373	14,0357	5,8186
198	39 204	7 762 392	14,0712	5,8285
199	39 601	7 880 599	14,1067	5,8383
200	40 000	8 000 000	14,1421	5,8480

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
201	40 401	8 120 601	14,1774	5,8578
202	40 804	8 242 408	14,2127	5,8675
203	41 209	8 365 427	14,2478	5,8771
204	41 616	8 489 664	14,2829	5,8868
205	42 025	8 615 125	14,3178	5,8964
206	42 436	8 741 816	14,3527	5,9059
207	42 849	8 869 743	14,3875	5,9155
208	43 264	8 998 912	14,4222	5,9250
209	43 681	9 129 329	14,4568	5,9345
210	44 100	9 261 000	14,4914	5,9439
211	44 521	9 393 931	14,5258	5,9533
212	44 944	9 528 128	14,5602	5,9627
213	45 369	9 663 597	14,5945	5,9721
214	45 796	9 800 344	14,6287	5,9814
215	46 225	9 938 375	14,6629	5,9907
216	46 656	10 077 696	14,6969	6,0000
217	47 089	10 218 313	14,7309	6,0092
218	47 524	10 360 232	14,7648	6,0185
219	47961	10 503 459	14,7896	6,0277
220	48 400	10 648 000	14,8324	6,0368
221	48 841	10 793 861	14,8661	6,0459
222	49 284	10 941 048	14,8997	6,0550
223	49 729	11 089 567	14,9332	6,0641
224	50 176	11 239 424	14,9666	6,0732
225	50 625	11 390 625	15,0000	6,0822
226	51 076	11 543 176	15,0333	6,0912
227	51 529	11 697 083	15,0665	6,1002
228	51 984	11 852 352	15,0997	6,1091
229	52 441	12 008 989	15,1327	6,1180
230	52 900	12 167 000	15,1658	6,1269
231	53 361	12 326 391	15,1987	6,1358
232	53 824	12 487 168	15,2315	6,1446
233	54 289	12 649 337	15,2643	6,1534
234	54 756	12 812 904	15,2971	6,1622
235	55 225	12 977 875	15,3297	6,1710
236	55 696	13 144 256	15,3623	6,1797
237	56 169	13 312 053	15,3948	6,1885
238	56 644	13 481 272	15,4272	6,1972
239	57 121	13 651 919	15,4596	6,2058
240	57 600	13 824 000	15,4919	6,2145
241	58 081	13 997 521	15,5242	6,2231
242	58 564	14 172 488	15,5563	6,2317
243	59 049	14 348 907	15,5885	6,2403
244	59 536	14 526 784	15,6205	6,2488
245	60 025	14 706 125	15,6525	6,2573
246	60516	14 886 936	15,6844	6,2658
247	61 009	15 069 223	15,7162	6,2743
248	61 504	15 252 992	15,7480	6,2828
249	62 001	15 438 249	15,7797	6,2912
250	62 500	15 625 000	15,8114	6,2996

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
251	63 001	15 813 251	15,8430	6,3080
252	63 504	16 003 008	15,8745	6,3164
253	64 009	16 194 277	15,9060	6,3247
254	64 516	16 387 064	15,9374	6,3330
255	65 025	16 581 375	15,9687	6,3413
256	65 536	16 777 216	16,0000	6,3496
257	66 049	16 974 593	16,0312	6,3579
258	66 564	17 173 512	16,0624	6,3661
259	67 081	17 373 979	16,0935	6,3743
260	67 600	17 576 000	16,1245	6,3825
261	68 121	17 779 581	16,1555	6,3907
262	68 644	17 984 728	16,1864	6,3988
263	69 169	18 191 447	16,2173	6,4070
264	69 696	18 399 744	16,2481	6,4151
265	70 225	18 609 625	16,2788	6,4232
266	70 756	18 821 096	16,3095	6,4312
267	71 289	19 034 163	16,3401	6,4393
268	71 824	19 248 832	16,3707	6,4473
269	72 361	19 465 109	16,4012	6,4553
270	72 900	19 683 000	16,4317	6,4633
271	73 441	19 902 511	16,4621	6,4713
272	73 984	20 123 648	16,4924	6,4792
273	74 529	20 346 417	16,5227	6,4872
274	75 076	20 570 824	16,5529	6,4951
275	75 625	20 796 875	16,5831	6,5030
276	76 176	21 024 576	16,6132	6,5108
277	76 729	21 253 933	16,6433	6,5187
278	77 284	21 484 952	16,6733	6,5265
279	77 841	21 717 639	16,7033	6,5343
280	78 400	21 952 000	16,7332	6,5421
281	78 961	22 188 041	16,7631	6,5499
282	79 524	22 425 768	16,7929	6,5577
283	80 089	22 665 187	16,8226	6,5654
284	80 656	22 906 304	16,8523	6,5731
285	81 225	23 149 125	16,8819	6,5808
286	81 796	23 393 656	16,9115	6,5885
287	82 369	23 639 903	16,9411	6,5962
288	82 944	23 887 872	16,9706	6,6039
289	83 521	24 137 569	17,0000	6,6115
290	84 100	24 389 000	17,0294	6,6191
291	84 681	24 642 171	17,0587	6,6267
292	85 264	24 897 088	17,0880	6,6343
293	85 849	25 153 757	17,1172	6,6419
294	86 436	25 412 184	17,1464	6,6494
295	87 025	25 672 375	17,1756	6,6569
296	87 616	25 934 336	17,2047	6,6644
297	88 209	26 198 073	17,2337	6,6719
298	88 804	26 463 592	17,2627	6,6794
299	89 401	26 730 899	17,2916	6,6869
300	90 000	27 000 000	17,3205	6,6943

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
301	90 601	27 270 901	17,3494	6,7018
302	91 204	27 543 608	17,378	16,7092
303	91 809	27 818 127	17,4069	6,7166
304	92 416	28 094 464	17,4356	6,7240
305	93 025	28 372 625	17,4642	6,7313
306	93 636	28 652 616	17,4929	6,7387
307	94 249	28 934 443	17,5214	6,7460
308	94 864	29 218 112	17,5499	6,7533
309	95 481	29 503 629	17,5784	6,7606
310	96 100	29 791 000	17,6068	6,7679
311	96 721	30 080 231	17,6352	6,7752
312	97 344	30 371 328	17,6635	6,7824
313	97 969	30 664 297	17,6918	6,7897
314	98 596	30 959 144	17,7200	6,7969
315	99 225	31 225 875	17,7482	6,8041
316	99 856	31 554 496	17,7764	6,8113
317	100 489	31 855 013	17,8045	6,8185
318	101 124	32 157 432	17,8326	6,8256
319	101 761	32 461 759	17,8606	6,8328
320	102 400	32 768 000	17,8885	6,8399
321	103 041	33 076 161	17,9165	6,8470
322	103 684	33 386 248	17,9444	6,8541
323	104 329	33 698 267	17,9722	6,8612
324	104 976	34 012 224	18,0000	6,8683
325	105 625	34 328 125	18,0278	6,8753
326	106 276	34 645 976	18,0555	6,8824
327	106 929	34 965 783	18,0831	6,8894
328	107 584	35 287 552	18,1108	6,8964
329	108 241	35 611 289	18,1384	6,9034
330	108 900	35 937 000	18,1659	6,9104
331	109 561	36 264 691	18,1934	6,9174
332	110 224	36 594 368	18,2209	6,9244
333	110 889	36 926 037	18,2483	6,9313
334	111 556	37 259 704	18,2757	6,9382
335	112 225	37 595 375	18,3030	6,9451
336	112 896	37 933 056	18,3303	6,9521
337	113 569	38 272 753	18,3576	6,9589
338	114 244	38 614 472	18,3848	6,9658
339	114 921	38 958 219	18,4120	6,9727
340	115 600	39 304 000	18,4391	6,9795
341	116 281	39 651 821	18,4662	6,9864
342	116 964	40 001 688	18,4932	6,9932
343	117 649	40 353 607	18,5203	7,0000
344	118 336	40 707 584	18,5472	7,0068
345	119 025	41 063 625	18,5742	7,0136
346	119 716	41 421 736	18,6011	7,0203
347	120 409	41 781 923	18,6279	7,0271
348	121 104	42 144 192	18,6548	7,0338
349	121 801	42 508 549	18,6815	7,0406
350	122 500	42 875 000	18,7083	7,0473

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
351	123 201	43 243 551	18,7350	7,0540
352	123 904	43 614 208	18,7617	7,0607
353	124 609	43 986 977	18,7883	7,0674
354	125 316	44 361 864	18,8149	7,0740
355	126 025	44 738 875	18,8414	7,0807
356	126 736	45 118 016	18,8680	7,0873
357	127 449	45 499 293	18,8944	7,0940
358	128 164	45 882 712	18,9209	7,1006
359	128 881	46 268 279	18,9473	7,1072
360	129 600	46 656 000	18,9737	7,1138
361	130 321	47 045 881	19,0000	7,1204
362	131 044	47 437 928	19,0263	7,1269
363	131 769	47 832 147	19,0526	7,1335
364	132 496	48 228 544	19,0788	7,1400
365	133 225	48 627 125	19,1050	7,1466
366	133 956	49 027 896	19,1311	7,1531
367	134 689	49 430 863	19,1572	7,1596
368	135 424	49 836 032	19,1833	7,1661
369	136 161	50 243 409	19,2094	7,1726
370	136 900	50 653 000	19,2354	7,1791
371	137 641	51 064 811	19,2614	7,1855
372	138 384	51 478 848	19,2873	7,1920
373	139 129	51 895 117	19,3132	7,1984
374	139 876	52 313 624	19,3391	7,2048
375	140 625	52 734 375	19,3649	7,2122
376	141 376	53 157 376	19,3907	7,2177
377	142 129	53 582 633	19,4165	7,2240
378	142 884	54 010 152	19,4422	7,2304
379	143 641	54 439 939	19,4679	7,2368
380	144 400	54 872 000	19,4936	7,2432
381	145 161	55 306 341	19,5192	7,2495
382	145 924	55 742 968	19,5448	7,2558
383	146 689	56 181 887	19,5704	7,2622
384	147 456	56 623 104	19,5959	7,2685
385	148 225	57 066 625	19,6214	7,2748
386	148 996	57 512 456	19,6469	7,2811
387	149 769	57 960 603	19,6723	7,2874
388	150 544	58 411 072	19,6977	7,2936
389	151 321	58 863 869	19,7231	7,2999
390	152 100	59 319 000	19,7484	7,3061
391	152 881	59 776 471	19,7737	7,3124
392	153 664	60 236 288	19,7990	7,3186
393	154 449	60 698 457	19,8242	7,3248
394	155 236	61 162 984	19,8494	7,3310
395	156 025	61 629 875	19,8746	7,3372
396	156 816	62 099 136	19,8997	7,3434
397	157 609	62 570 773	19,9249	7,3496
398	158 404	63 044 792	19,9499	7,3558
399	159 201	63 521 199	19,9750	7,3619
400	160 000	64 000 000	20,0000	7,3681

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
401	160 801	64 481 201	20,0250	7,3742
402	161 604	64 964 808	20,0499	7,3803
403	162 409	65 450 827	20,0749	7,3864
404	163 216	65 939 264	20,0998	7,3925
405	164 025	66 430 125	20,1246	7,3986
406	164 836	66 923 416	20,1494	7,4047
407	165 649	67 419 143	20,1742	7,4108
408	166 464	67 917 312	20,1990	7,4169
409	167 281	68 417 929	20,2237	7,4229
410	168 100	68 921 000	20,2485	7,4290
411	168 921	69 426 531	20,2731	7,4350
412	169 744	69 934 528	20,2978	7,4410
413	170 569	70 444 997	20,3224	7,4470
414	171 396	70 957 944	20,3470	7,4530
415	172 225	71 473 375	20,3715	7,4590
416	173 056	71 991 296	20,3961	7,4650
417	173 889	72 511 713	20,4206	7,4710
418	174 724	73 034 632	20,4450	7,4770
419	175 561	73 560 059	20,4695	7,4829
420	176 400	74 088 000	20,4939	7,4889
421	177 241	74 618 461	20,5183	7,4948
422	178 084	75 151 448	20,5426	7,5007
423	178 929	75 686 967	20,5670	7,5067
424	179 776	76 225 024	20,5913	7,5126
425	180 625	76 765 625	20,6155	7,5185
426	181 476	77 308 776	20,6398	7,5244
427	182 329	77 854 483	20,6640	7,5302
428	183 184	78 402 752	20,6882	7,5361
429	184 041	78 953 589	20,7123	7,5420
430	184 900	79 507 000	20,7364	7,5478
431	185 761	80 062 991	20,7605	7,5537
432	186 624	80 621 568	20,7846	7,5595
433	187 489	81 182 737	20,8087	7,5654
434	188 356	81 746 504	20,8327	7,5712
435	189 225	82 312 875	20,8567	7,5770
436	190 096	82 881 856	20,8806	7,5828
437	190 969	83 453 453	20,9045	7,5886
438	191 844	84 027 672	20,9284	7,5944
439	192 721	84 604 519	20,9523	7,6001
440	193 600	85 184 000	20,9762	7,6059
441	194 481	85 766 121	21,0000	7,6117
442	195 364	86 350 888	21,0238	7,6174
443	196 249	86 938 307	21,0476	7,6232
444	197 136	87 528 384	21,0713	7,6289
445	198 025	88 121 125	21,0950	7,6346
446	198 916	88 716 536	21,1187	7,6403
447	199 809	89 314 623	21,1424	7,6460
448	200 704	89 915 392	21,1660	7,6517
449	201 601	90 518 849	21,1896	7,6574
450	202 500	91 125 000	21,2132	7,6631

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
451	203 401	91 733 851	21,2368	7,6688
452	204 304	92 345 408	21,2603	7,6744
453	205 209	92 959 677	21,2838	7,6801
454	206 116	93 576 664	21,3073	7,6857
455	207 025	94 196 375	21,3307	7,6914
456	207 936	94 818 816	21,3542	7,6970
457	208 849	95 443 993	21,3776	7,7026
458	209 764	96 071 912	21,4009	7,7082
459	210 681	96 702 579	21,4243	7,7138
460	211 600	97 336 000	21,4476	7,7194
461	212 521	97 972 181	21,4709	7,7250
462	213 444	98 611 128	21,4942	7,7306
463	214 369	99 252 847	21,5174	7,7362
464	215 296	99 897 344	21,5407	7,7418
465	216 225	100 544 625	21,5639	7,7473
466	217 156	101 194 696	21,5870	7,7529
467	218 089	101 847 563	21,6102	7,7584
468	219 024	102 503 232	21,6333	7,7639
469	219 961	103 161 709	21,6564	7,7695
470	220 900	103 823 000	21,6795	7,7750
471	221 841	104 487 111	21,7025	7,7805
472	222 784	105 154 048	21,7256	7,7860
473	223 729	105 823 817	21,7486	7,7915
474	224 676	106 496 424	21,7715	7,7970
475	225 625	107 171 875	21,7945	7,8025
476	226 576	107 850 176	21,8174	7,8079
477	227 529	108 531 333	21,8403	7,8134
478	228 484	109 215 352	21,8632	7,8188
479	229 441	109 902 239	21,8861	7,8243
480	230 400	110 592 000	21,9089	7,8297
481	231 361	111 284 641	21,9317	7,8352
482	232 324	111 980 168	21,9545	7,8406
483	233 289	112 678 587	21,9773	7,8460
484	234 256	113 379 904	22,0000	7,8514
485	235 225	114 084 125	22,0227	7,8568
486	236 196	114 791 256	22,0454	7,8622
487	237 169	115 501 303	22,0681	7,8676
488	238 144	116 214 272	22,0907	7,8730
489	239 121	116 930 169	22,1133	7,8784
490	240 100	117 649 000	22,1359	7,8837
491	241 081	118 370 771	22,1585	7,8891
492	242 064	119 095 488	22,1811	7,8944
493	243 049	119 823 157	22,2036	7,8998
494	244 036	120 553 784	22,2261	7,9051
495	245 025	121 287 375	22,2486	7,9105
496	246 016	122 023 936	22,2711	7,9158
497	247 009	122 763 473	22,2935	7,9211
498	248 004	123 505 992	22,3159	7,9264
499	249 001	124 251 499	22,3383	7,9317
500	250 000	125 000 000	22,3607	7,9370

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
501	251001	125751501	22,3830	7,9423
502	252004	126506008	22,4054	7,9476
503	253009	127263527	22,4277	7,9528
504	254016	128024064	22,4499	7,9581
505	255025	128787625	22,4722	7,9634
506	256036	129554216	22,4944	7,9686
507	257049	130323843	22,5167	7,9739
508	258064	131096512	22,5389	7,9791
509	259081	131872229	22,5610	7,9843
510	260100	132651000	22,5832	7,9896
511	261121	133432831	22,6053	7,9948
512	262144	134217728	22,6274	8,0000
513	263169	135005697	22,6495	8,0052
514	264196	135796744	22,6716	8,0104
515	265225	136590875	22,6936	8,0156
516	266256	137388096	22,7156	8,0208
517	267289	138188413	22,7376	8,0260
518	268324	138991832	22,7596	8,0311
519	269361	139798359	22,7816	8,0363
520	270400	140608000	22,8035	8,0415
521	271441	141420761	22,8254	8,0466
522	272484	142236648	22,8473	8,0517
523	273529	143055667	22,8692	8,0569
524	274576	143877824	22,8910	8,0620
525	275625	144703125	22,9129	8,0671
526	276676	145531576	22,9347	8,0723
527	277729	146363183	22,9565	8,0774
528	278784	147197952	22,9783	8,0825
529	279841	148035889	23,0000	8,0876
530	280900	148877000	23,0217	8,0927
531	281961	149721291	23,0434	8,0978
532	283024	150568768	23,0651	8,1028
533	284089	151419437	23,0868	8,1079
534	285156	152273304	23,1084	8,1130
535	286225	153130375	23,1301	8,1180
536	287296	153990656	23,1517	8,1231
537	288369	154854153	23,1733	8,1281
538	289444	155720872	23,1948	8,1332
539	290521	156590819	23,2164	8,1382
540	291600	157464000	23,2379	8,1433
541	292681	158340421	23,2594	8,1483
542	293764	159220088	23,2809	8,1533
543	294849	160103007	23,3024	8,1583
544	295936	160989184	23,3238	8,1633
545	297025	161878625	23,3452	8,1683
546	298116	162771336	23,3666	8,1733
547	299209	163667323	23,3880	8,1783
548	300304	164566592	23,4094	8,1833
549	301401	165469149	23,4307	8,1882
550	302500	166375000	23,4521	8,1932

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
551	303 601	167 284 151	23,4734	8,1982
552	304 704	168 196 608	23,4947	8,2031
553	305 809	169 112 377	23,5160	8,2081
554	306 916	170 031 464	23,5372	8,2130
555	308 025	170 953 875	23,5584	8,2180
556	309 136	171 879 616	23,5797	8,2229
557	310 249	172 808 693	23,6008	8,2278
558	311 364	173 741 112	23,6220	8,2327
559	312 481	174 676 879	23,6432	8,2377
560	313 600	175 616 000	23,6643	8,2426
561	314 721	176 558 481	23,6854	8,2475
562	315 844	177 504 328	23,7065	8,2524
563	316 969	178 453 547	23,7276	8,2573
564	318 096	179 406 144	23,7487	8,2621
565	319 225	180 362 125	23,7697	8,2670
566	320 356	181 321 496	23,7908	8,2719
567	321 489	182 284 263	23,8118	8,2768
568	322 624	183 250 432	23,8328	8,2816
569	323 761	184 220 009	23,8537	8,2865
570	324 900	185 193 000	23,8747	8,2913
571	326 041	186 169 411	23,8956	8,2962
572	327 184	187 149 248	23,9165	8,3010
573	328 329	188 132 517	23,9374	8,3059
574	329 476	189 119 224	23,9583	8,3107
575	330 625	190 109 375	23,9792	8,3155
576	331 776	191 102 976	24,0000	8,3203
577	332 929	192 100 033	24,0208	8,3251
578	334 084	193 100 552	24,0416	8,3300
579	335 241	194 104 539	24,0624	8,3348
580	336 400	195 112 000	24,0832	8,3396
581	337 561	196 122 941	24,1039	8,3443
582	338 724	197 137 368	24,1247	8,3491
583	339 889	198 155 287	24,1454	8,3539
584	341 056	199 176 704	24,1661	8,3587
585	342 225	200 201 625	24,1868	8,3634
586	343 396	201 230 056	24,2074	8,3682
587	344 569	202 262 003	24,2281	8,3730
588	345 744	203 297 472	24,2487	8,3777
589	346 921	204 336 469	24,2693	8,3825
590	348 100	205 379 000	24,2899	8,3872
591	349 281	206 425 071	24,3105	8,3919
592	350 464	207 474 688	24,3311	8,3967
593	351 649	208 527 857	24,3516	8,4014
594	352 836	209 584 584	24,3721	8,4061
595	354 025	210 644 875	24,3926	8,4108
596	355 216	211 708 736	24,4131	8,4155
597	356 409	212 776 173	24,4336	8,4202
598	357 604	213 847 192	24,4540	8,4249
599	358 801	214 921 799	24,4745	8,4296
600	360 000	216 000 000	24,4949	8,4343

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
601	361 201	217 081 801	24,5153	8,4390
602	362 404	218 167 208	24,5357	8,4437
603	363 609	219 256 227	24,5561	8,4484
604	364 816	220 348 864	24,5764	8,4530
605	366 025	221 445 125	24,5967	8,4577
606	367 236	222 545 016	24,6171	8,4623
607	368 449	223 648 543	24,6374	8,4670
608	369 664	224 755 712	24,6577	8,4716
609	370 881	225 866 529	24,6779	8,4763
610	372 100	226 981 000	24,6982	8,4809
611	373 321	228 099 131	24,7184	8,4856
612	374 544	229 220 928	24,7386	8,4902
613	375 769	230 346 397	24,7588	8,4948
614	376 996	231 475 544	24,7790	8,4994
615	378 225	232 608 375	24,7992	8,5040
616	379 456	233 744 896	24,8193	8,5086
617	380 689	234 885 113	24,8395	8,5132
618	381 924	236 029 032	24,8596	8,5178
619	383 161	237 176 659	24,8797	8,5224
620	384 400	238 328 000	24,8998	8,5270
621	385 641	239 483 061	24,9199	8,5316
622	386 884	240 641 848	24,9399	8,5362
623	388 129	241 804 367	24,9600	8,5408
624	389 376	242 970 624	24,9800	8,5453
625	390 625	244 140 625	25,0000	8,5499
626	391 876	245 314 376	25,0200	8,5544
627	393 129	246 491 883	25,0400	8,5590
628	394 384	247 673 152	25,0599	8,5635
629	395 641	248 858 189	25,0799	8,5681
630	396 900	250 037 000	25,0998	8,5726
631	398 161	251 239 591	25,1197	8,5772
632	399 424	252 435 968	25,1396	8,5817
633	400 689	253 636 137	25,1595	8,5862
634	401 956	254 840 104	25,1794	8,5907
635	403 225	256 047 875	25,1992	8,5952
636	404 496	257 259 456	25,2190	8,5997
637	405 769	258 474 853	25,2389	8,6043
638	407 044	259 694 072	25,2587	8,6088
639	408321	260 917 119	25,2784	8,6132
640	409 600	262 144 000	25,2982	8,6177
641	410 881	263 374 721	25,3180	8,6222
642	412 164	264609288	25,3377	8,6267
643	413 449	265 847 707	25,3574	8,6312
644	414 736	267 089 984	25,3772	8,6357
45	416 025	268 336 125	25,3969	8,6401
646	417 316	269 586 136	25,4165	8,6446
647	418 609	270 840 023	25,4362	8,6490
648	419 904	272 097 792	25,4558	8,6535
649	421 201	273 359 449	25,4755	8,6579
650	422 500	274 625 000	25,4951	8,6624
651	423801	275 894 451	25,5147	8,6668
652	425 104	277 167 808	25,5343	8,6713
653	426 409	278445 077	25,5539	8,6757
654	427 716	279 726 264	25,5734	8,6801
655	429 025	281 011 375	25,5930	8,6845
656	430 336	282 300 416	25,6125	8,6890
657	431 649	283 593 393	25,6320	8,6934
658	432 964	284 890 312	25,6515	8,6978
659	434 281	286 191 179	25,6710	8,7022
660	435 600	287 496 000	25,6905	8,7066
661	436 921	288 804 781	25,7099	8,7110
662	438 244	290 117 528	25,7294	8,7154
663	439 569	291 434 247	25,7488	8,7198
664	440 896	292 754 944	25,7682	8,7241
665	442 225	294 079 625	25,7876	8,7285
666	443 556	295 408 296	25,8070	8,7329
667	444 889	296 740 963	25,8623	8,7373
668	446 224	298 077 632	25,8457	8,7416
669	447 561	299 418 309	25,8650	8,7460
670	448 900	300 763 000	25,8844	8,7503
671	450 241	302 111 711	25,9037	8,7547
672	451 584	303 464 448	25,9230	8,7590
673	452 929	304 821 217	25,9422	8,7634
674	454 276	306 182 024	25,9615	8,7677
675	455 625	307 546 875	25,9808	8,7721
676	456 976	308 915 776	26,0000	8,7764
677	458 329	310 288 733	26,0192	8,7807
678	459 684	311 665 752	26,0384	8,7850
679	461 041	313 046 839	26,0576	8,7893
680	462 400	314 432 000	26,0768	8,7937
681	463 761	315 821 241	26,0960	8,7980
682	465 124	317 214 568	26,1151	8,8023
683	466 489	318 611 987	26,1343	8,8066
684	467 856	320 013 504	26,1534	8,8109
685	469 225	321 419 125	26,1725	8,8152
686	470 596	322 828 856	26,1916	8,8194
687	471 969	324 242 703	26,2107	8,8237
688	473 344	325 660 672	26,2298	8,8280
689	474 721	327 082 769	26,2488	8,8323
690	476 100	328 509 000	26,2679	8,8366
691	477 481	329 939 371	26,2869	8,8408
692	478 864	331 373 888	26,3059	8,8451
693	480 249	332 812 557	26,3249	8,8493
694	481 636	334 255 384	26,3439	8,8536
695	483 025	335 702 375	26,3629	8,8578
696	484 416	337 153 536	26,3818	8,8621
697	485 809	338 608 873	26,4008	8,8663
698	487 204	340 068 392	26,4197	8,8706
699	488 601	341 532 099	26,4386	8,8748
700	490 000	343 000 000	26,4575	8,8790

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
701	491 401	344 472 101	26,4764	8,8833
702	492 804	345 948 408	26,4953	8,8875
703	494 209	347 428 927	26,5141	8,8917
704	495 616	348 913 664	26,5330	8,8959
705	497 025	350 402 625	26,5518	8,9001
706	498 436	351 895 816	26,5707	8,9043
707	499 849	353 393 243	26,5895	8,9085
708	501 264	354 894 912	26,6083	8,9127
709	502 681	356 400 829	26,6271	8,9169
710	504 100	357 911 000	26,6458	8,9211
711	505 521	359 425 431	26,6646	8,9253
712	506 944	360 944 128	26,6833	8,9295
713	508 369	362 467 097	26,7021	8,9337
714	509 796	363 994 344	26,7208	8,9378
715	511 225	365 525 875	26,7395	8,9420
716	512 656	367 061 696	26,7582	8,9462
717	514 089	368 601 813	26,7769	8,9503
718	515 524	370 146 232	26,7955	8,9545
719	516 961	371 694 959	26,8142	8,9587
720	518 400	373 248 000	26,8328	8,9628
721	519 841	374 805 361	26,8514	8,9670
722	521 284	376 367 048	26,8701	8,9711
723	522 729	377 933 067	26,8887	8,9752
724	524 176	379 503 424	26,9072	8,9794
725	525 625	381 078 125	26,9258	8,9835
726	527 076	382 657 176	26,9444	8,9876
727	528 529	384 240 583	26,9629	8,9918
728	529 984	385 828 352	26,9815	8,9959
729	531 441	387 420 489	27,0000	9,0000
730	532 900	389 017 000	27,0185	9,0041
731	534 361	390 617 891	27,0370	9,0082
732	535 824	392 223 168	27,0555	9,0123
733	537 289	393 832 837	27,074	9,0164
734	538 756	395 446 904	27,0924	9,0205
735	540 225	397 065 375	27,1109	9,0246
736	541 696	398 688 256	27,1293	9,0287
737	543 169	400 315 553	27,1477	9,0328
738	544 644	401 947 272	27,1662	9,0369
739	546 121	403 583 419	27,1846	9,0410
740	547 600	405 224 000	27,2029	9,0450
741	549 081	406 869 021	27,2213	9,0491
742	550 564	408 518 488	27,2397	9,0532
743	552 049	410 172 407	27,2580	9,0572
744	553 536	411 830 784	27,2764	9,0613
745	555 025	413 493 625	27,2947	9,0654
746	556 516	415 160 936	27,3130	9,0694
747	558 009	416 832 723	27,3313	9,0735
748	559 504	418 508 992	27,3496	9,0775
749	561 001	420 189 749	27,3679	9,0816
750	562 500	421 875 000	27,3861	9,0856

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
751	564 001	423 564 751	27,4044	9,0896
752	565 504	425 259 008	27,4226	9,0937
753	567 009	426 957 777	27,4408	9,0977
754	568 516	428 661 064	27,4591	9,1017
755	570 025	430 368 875	27,4773	9,1057
756	571 536	432 081 216	27,4955	9,1098
757	573 049	433 798 093	27,5136	9,1138
758	574 564	435 519 512	27,5318	9,1178
759	576 081	437 245 479	27,5500	9,1218
760	577 600	438 976 000	27,5681	9,1258
761	579 121	440 711 081	27,5862	9,1298
762	580 644	442 450 728	27,6043	9,1338
763	582 169	444 194 947	27,6225	9,1378
764	583 696	445 943 744	27,6405	9,1418
765	585 225	447 697 125	27,6586	9,1458
766	586 756	449 455 096	27,6767	9,1498
767	588 289	451 217 663	27,6948	9,1537
768	589 824	452 984 832	27,7128	9,1577
769	591 36	454 756 609	27,7308	9,1617
770	592 900	456 533 000	27,7489	9,1657
771	594 441	458 314 011	27,7669	9,1696
772	595 984	460 099 648	27,7849	9,1736
773	597 529	461 889 917	27,8029	9,1775
774	599 076	463 684 824	27,8209	9,1815
775	600 625	465 484 375	27,8388	9,1855
776	602 176	467 288 576	27,8568	9,1894
777	603 729	469 097 433	27,8747	9,1933
778	605 284	470 910 952	27,8927	9,1973
779	606 841	472 729 139	27,9106	9,2012
780	608 400	474 552 000	27,9285	9,2052
781	609 961	476 379 541	27,9464	9,2091
782	611 524	478 211 768	27,9643	9,2130
783	613 089	480 048 687	27,9821	9,2170
784	614 656	481 890 304	28,0000	9,2209
785	616 225	483 736 625	28,0179	9,2248
786	617 796	485 587 656	28,0357	9,2287
787	619 369	487 443 403	28,0535	9,2326
788	620 944	489 303 872	28,0713	9,2365
789	622 521	491 169 069	28,0891	9,2404
790	624 100	493 039 000	28,1069	9,2443
791	625 681	494 913 671	28,1247	9,2482
792	627 264	496 793 088	28,1425	9,2521
793	628 849	498 677 257	28,1603	9,2560
794	630 436	500 566 184	28,1780	9,2599
795	632 025	502 459 875	28,1957	9,2638
796	633 616	504 358 336	28,2135	9,2677
797	635 209	506 261 573	28,2312	9,2716
798	636 804	508 169 592	28,2489	9,2754
799	638 401	510 082 399	28,2666	9,2793
800	640 000	512 000 000	28,2843	9,2832

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
801	641 601	513 922 401	28,3019	9,2870
802	643 204	515 849 608	28,3196	9,2909
803	644 809	517 781 627	28,3373	9,2948
804	646 416	519 718 464	28,3549	9,2986
805	648 025	521 660 125	28,3725	9,3025
806	649 636	523 606 616	28,3901	9,3063
807	651 249	525 557 943	28,4077	9,3102
808	652 864	527 514 112	28,4253	9,3140
809	654 481	529 475 129	28,4429	9,3179
810	656 100	531 441 000	28,4605	9,3217
811	657 721	533 411 731	28,4781	9,3255
812	659 344	535 387 328	28,4956	9,3294
813	660 969	537 367 797	28,5132	9,3332
814	662 596	539 353 144	28,5307	9,3370
815	664 225	541 343 375	28,5482	9,3408
816	665 856	543 338 496	28,5657	9,3447
817	667 489	545 338 513	28,5832	9,3485
818	669 124	547 343 432	28,6007	9,3523
819	670 761	549 353 259	28,6182	9,3561
820	672 400	551 368 000	28,6356	9,3599
821	674 041	553 387 661	28,6531	9,3637
822	675 684	555 412 248	28,6705	9,3675
823	677 329	557 441 767	28,6880	9,3713
824	678 976	559 476 224	28,7054	9,3751
825	680 625	561 515 625	28,7228	9,3789
826	682 276	563 559 976	28,7402	9,3827
827	683 929	565 609 283	28,7576	9,3865
828	685 584	567 663 552	28,7750	9,3902
829	687 241	569 722 789	28,7924	9,3940
830	688 900	571 787 000	28,8097	9,3978
831	690 561	573 856 191	28,8271	9,4016
832	692 224	575 930 368	28,8444	9,4053
833	693 889	578 009 537	28,8617	9,4091
834	695 556	580 093 704	28,8791	9,4129
835	697 225	582 182 875	28,8964	9,4166
836	698 896	584 277 056	28,9137	9,4204
837	700 569	586 376 253	28,9310	9,4241
838	702 244	588 480 472	28,9482	9,4279
839	703 921	590 589 719	28,9655	9,4316
840	705 600	592 704 000	28,9828	9,4354
841	707 281	594 823 321	29,0000	9,4391
842	708 964	596 947 688	29,0172	9,4429
843	710 649	599 077 107	29,0345	9,4466
844	712 336	601 211 584	29,0517	9,4503
845	714 025	603 351 125	29,0689	9,4541
846	715 716	605 495 736	29,0861	9,4578
847	717 409	607 645 423	29,1033	9,4615
848	719 104	609 800 192	29,1204	9,4652
849	720 801	611 960 049	29,1376	9,4690
850	722 500	614 125 000	29,1548	9,4727

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
851	724 201	616 295 051	29,1719	9,4764
852	725 904	618 470 208	29,1890	9,4801
853	727 609	620 650 477	29,2062	9,4838
854	729 316	622 835 864	29,2233	9,4875
855	731 025	625 026 375	29,2404	9,4912
856	732 736	627 222 016	29,2575	9,4949
857	734 449	629 422 793	29,2746	9,4986
858	736 164	631 628 712	29,2916	9,5023
859	737 881	633 839 779	29,3087	9,5060
860	739 600	636 056 000	29,3258	9,5097
861	741 321	638 277 381	29,3428	9,5134
862	743 044	640 503 928	29,3598	9,5171
863	744 769	642 735 647	29,3769	9,5207
864	746 496	644 972 544	29,3939	9,5244
865	748 225	647 214 625	29,4109	9,5281
866	749 956	649 461 896	29,4279	9,5317
867	751 689	651 714 363	29,4449	9,5354
868	753 424	653 972 032	29,4618	9,5391
869	755 161	656 234 909	29,4788	9,5427
870	756 900	658 503 000	29,4958	9,5464
871	758 641	660 776 311	29,5127	9,5501
872	760 384	663 054 848	29,5296	9,5537
873	762 129	665 338 617	29,5466	9,5574
874	763 876	667 627 624	29,5635	9,5610
875	765 625	669 921 875	29,5804	9,5647
876	767 376	672 221 376	29,5973	9,5683
877	769 129	674 526 133	29,6142	9,5719
878	770 884	676 836 152	29,6311	9,5756
879	772 641	679 151 439	29,6479	9,5792
880	774 400	681 472 000	29,6648	9,5828
881	776 161	683 797 841	29,6816	9,5865
882	777 924	686 128 968	29,6985	9,5901
883	779 689	688 465 387	29,7153	9,5937
884	781 456	690 807 104	29,7321	9,5973
885	783 225	693 154 125	29,7489	9,6010
886	784 996	695 506 456	29,7658	9,6046
887	786 769	697 864 103	29,7825	9,6082
888	788 544	700 227 072	29,7993	9,6118
889	790 321	702 595 369	29,8161	9,6154
890	792 100	704 969 000	29,8329	9,6190
891	793 881	707 347 971	29,8496	9,6226
892	795 664	709 732 288	29,8664	9,6262
893	797 449	712 121 957	29,8831	9,6298
894	799 236	714 516 984	29,8998	9,6334
895	801 025	716 917 375	29,9166	9,6370
896	802 816	719 323 136	29,9333	9,6406
897	804 609	721 734 273	29,9500	9,6442
898	806 404	724 150 792	29,9666	9,6477
899	808 201	726 572 699	29,9833	9,6513
900	810 000	729 000 000	30,0000	9,6549

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
901	811 801	731 432 701	30,0167	9,6585
902	813 604	733 870 808	30,0333	9,6620
903	815 409	736 314 327	30,0500	9,6656
904	817 216	738 763 264	30,0666	9,6692
905	819 025	741 217 625	30,0832	9,6727
906	820 836	743 677 416	30,0998	9,6763
907	822 649	746 142 643	30,1164	9,6799
908	824 464	748 613 312	30,1330	9,6834
909	826 281	751 089 429	30,1496	9,6870
910	828 100	753 571 000	30,1662	9,6905
911	829 921	756 058 031	30,1828	9,6941
912	831 744	758 550 528	30,1993	9,6976
913	833 569	761 048 497	30,2159	9,7012
914	835 396	763 551 944	30,2324	9,7047
915	837 225	766 060 875	30,2490	9,7082
916	839 056	768 575 296	30,2655	9,7118
917	840 889	771 095 213	30,2820	9,7153
918	842 724	773 620 632	30,2985	9,7188
919	844 561	776 151 559	30,3150	9,7224
920	846 400	778 688 000	30,3315	9,7259
921	848 241	781 229 961	30,3480	9,7294
922	850 084	783 777 448	30,3645	9,7329
923	851 929	786 330 467	30,3809	9,7364
924	853 776	788 889 024	30,3974	9,7400
925	855 625	791 453 125	30,4138	9,7435
926	857 476	794 022 776	30,4302	9,7470
927	859 329	796 597 983	30,4467	9,7505
928	861 184	799 178 752	30,4631	9,7540
929	863 041	801 765 089	30,4795	9,7575
930	864 900	804 357 000	30,4959	9,7610
931	866 761	806 954 491	30,5123	9,7645
932	868 624	809 557 568	30,5287	9,7680
933	870 489	812 166 237	30,5450	9,7715
934	872 356	814 780 504	30,5614	9,7750
935	874 225	817 400 375	30,5778	9,7785
936	876 096	820 025 856	30,5941	9,7819
937	877 969	822 656 953	30,6105	9,7854
938	879 844	825 293 672	30,6268	9,7889
939	881 721	827 936 019	30,6431	9,7924
940	883 600	830 584 000	30,6594	9,7959
941	885 481	833 237 621	30,6757	9,7993
942	887 364	835 896 888	30,6920	9,8028
943	889 249	838 561 807	30,7083	9,8063
944	891 136	841 232 384	30,7246	9,8097
945	893 025	843 908 625	30,7409	9,8132
946	894 916	846 590 536	30,7571	9,8167
947	896 809	849 278 123	30,7734	9,8201
948	898 704	851 971 392	30,7896	9,8236
949	900 601	854 670 349	30,8058	9,8270
950	902 500	857 375 000	30,8221	9,8305

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
951	904 401	860 085 351	30,8383	9,8339
952	906 304	862 801 408	30,8545	9,8374
953	908 209	865 523 177	30,8707	9,8408
954	910 116	868 250 664	30,8869	9,8443
955	912 025	870 983 875	30,9031	9,8477
956	913 936	873 722 816	30,9192	9,8511
957	915 849	876 467 493	30,9354	9,8546
958	917 764	879 217 912	30,9516	9,8580
959	919 681	881 974 079	30,9677	9,8614
960	921 600	884 736 000	30,9839	9,8648
961	923 521	887 503 681	31,0000	9,8683
962	925 444	890 277 128	31,0161	9,8717
963	927 369	893 056 347	31,0322	9,8751
964	929 296	895 841 344	31,0483	9,8785
965	931 225	898 632 125	31,0644	9,8819
966	933 156	901 428 696	31,0805	9,8854
967	935 089	904 231 063	31,0966	9,8888
968	937 024	907 039 232	31,1127	9,8922
969	938 961	909 853 209	31,1288	9,8956
970	940 900	912 673 000	31,1448	9,8990
971	942 841	915 498 611	31,1609	9,9024
972	944 784	918 330 048	31,1769	9,9058
973	946 729	921 167 317	31,1929	9,9092
974	948 676	924 010 424	31,2090	9,9126
975	950 625	926 859 375	31,2250	9,9160
976	952 576	929 714 176	31,2410	9,9194
977	954 529	932 574 833	31,2570	9,9227
978	956 484	935 441 352	31,2730	9,9261
979	958 441	938 313 739	31,2890	9,9295
980	960 400	941 192 000	31,3050	9,9329
981	962 361	944 076 141	31,3209	9,9363
982	964 324	946 966 168	31,3369	9,9396
983	966 289	949 862 087	31,3528	9,9430
984	968 256	952 763 904	31,3688	9,9464
985	970 225	955 671 625	31,3847	9,9497
986	972 196	958 585 256	31,4006	9,9531
987	974 169	961 504 803	31,4166	9,9565
988	976 144	964 430 272	31,4325	9,9598
989	978 121	967 361 669	31,4484	9,9632
990	980 100	970 299 000	31,4643	9,9666
991	982 081	973 242 271	31,4802	9,9699
992	984 064	976 191 488	31,4960	9,9733
993	986 049	979 146 657	31,5119	9,9766
994	988 036	982 107 784	31,5278	9,9800
995	990 025	985 074 875	31,5436	9,9833
996	992 016	988 047 936	31,5595	9,9866
997	994 009	991 026 973	31,5753	9,9900
998	996 004	994 011 992	31,5911	9,9933
999	998 001	997 002 999	31,6070	9,9967
1000	1 000 000	1 000 000 000	31,6228	10,0000

Alfabeto greco

α	alfa	A
β	beta	B
γ	gamma	Γ
δ	delta	Δ
ε	epsilon	E
ζ	zeta	Z
η	eta	H
θ	theta	Θ
ι	jota	I
κ	cappa	K
λ	lambda	Λ
μ	mi	M
ν	ni	N
ξ	csi(xi)	Ξ
o	omicron	O
π	pi	Π
ρ	rho	P
σ	sigma	Σ
τ	tau	T
υ	upsilon	Υ
φ	phi	Φ
χ	chi	X
ψ	psi	Ψ
ω	omega	Ω

Pesi specifici di alcune sostanze

acqua (a 4°C) = 1

Acciaio	7,86	Ghisa	6,7
Acqua ossigenata	1,465	Gomma	0,92
Alcool etilico	0,8	Grafite	1,9
Alluminio	2,6	Granito	2,51
Amianto	2,1	Legno di pino	0,5
Ammoniaca	1,5	Legno di larice	0,5
Ardesia	2,65	Legno di faggio	0,85
Argento	10,50	Magnesio	1,74
Argilla	1,5	Malta	1,6
Asfalto	1,1	Manganese	7,42
Basalto	2,7	Marmo	2,6
Benzolo	0,879	Mattoni	1,4
Bronzo	8,75	Mercurio	13,596
Calce viva	0,9	Naftalina	1,15
Caucciù	0,92	Nichelio	8,35
Carbon fossile	1,2	Olio di oliva	0,91
Carbone di legna	0,4	Oro	19,3
Carta	0,7	Ottone	8,5
Cemento	1,95	Petrolio	0,80
Creta	1,8	Piombo	11,35
Cristallo	2,6	Platino	21,3
Cuoio	0,86	Rame	8,9
Diamante	3,5	Sodio	0,97
Ferro	7,8	Stagno	7,3
Gesso	0,97	Sughero	0,24
Ghiaccio	0,88	Zinco	6,8
Ghiaia	1,8	Zolfo	1,93